



УДК 539.42

*А.В. Лукин, В.С. Модестов*

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

## **КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

В работе проанализированы и использованы современные методы вычислительной механики для моделирования напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций с учетом нелинейных физико-механических свойств бетона и явления трещинообразования.

БЕТОН, ЖЕЛЕЗОБЕТОН, АРМАТУРА, ПРОЧНОСТЬ, МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ.

### **Введение**

Одна из задач, встающих перед инженерами в области обоснования прочности конструкций и сооружений атомных электростанций (АЭС), – это обеспечение безопасности реакторного здания при действии динамических нагрузок: землетрясения, последствий падения тяжелого пассажирского самолета и др. Применение в расчетах линейно-упругих моделей материалов и соотношений линейной теории упругости приводит к излишне консервативным результатам, а также к параметрам конструкций и сооружений, которые неоптимальны экономически и технологически. Показательным примером могут служить железобетонные несущие элементы реакторного здания АЭС, толщины которых, в соответствии с требованиями нормативной документации, достигают двух метров.

В данной работе рассмотрены и использованы современные методы вычислительной механики для анализа напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций с учетом нелинейных физико-механических свойств бетона и явления трещинообразования.

Согласно действующей нормативной документации [2], железобетонные элементы рассчитывают на действие изгибающих моментов, продольных и поперечных сил, крутящих моментов и на местное действие нагрузки (местное сжатие, продавливание). При этом в качестве исходных расчетных данных, определяющих связь между на-

пряжениями и деформациями, применяют трех- или двухлинейную диаграммы состояния бетона; последние строятся по его известным основным прочностным и деформационным характеристикам (расчетному сопротивлению сжатию и растяжению, предельным относительным деформациям при сжатии и растяжении, начальному модулю упругости и другим). Действующая нормативная методика характеризуется значительной схематизацией сложной трехмерной геометрии конструкции и применением упрощенных подходов, развитых в сопротивлении материалов, а это приводит к чрезмерной консервативности получаемых результатов и невозможности детального анализа напряженно-деформированного состояния конструкции; например, такой анализ исключает рассмотрение процесса трещинообразования и других важных особенностей работы железобетонных сооружений. Альтернативой и дополнением к нормативной методике в мировой инженерной практике все чаще становится метод прямого конечно-элементного моделирования железобетонных конструкций.

Современные вычислительные методы расчета железобетонных конструкций приобретают большое значение в связи с тем обстоятельством, что многие перспективные технологические решения, например «бесконтактные» соединения арматурных конструкций (типа петлевых стыков, а также прямых или гнутых перепусков с различными анкерными устройствами), сдер-

живаются ввиду отсутствия или неполноты нормативно-методической базы для расчета и проектирования этих конструкций. В связи с этим становится необходимым научно-техническое обеспечение проектов железобетонных конструкций зданий и сооружений АЭС для индустриальных методов строительства с использованием методов вычислительной механики. Особую актуальность задачи проектирования и оптимизации железобетонных конструкций в атомной отрасли приобретают в связи с интенсивным строительством новых блоков АЭС в России и за рубежом.

### Моделирование физико-механических свойств бетона

Железобетон традиционно рассматривается как композиционный материал, состоящий из двух совместно работающих материалов: бетона и стали [1].

С точки зрения механики бетон характеризуется следующими особенностями:

нелинейной зависимостью деформаций от напряжений;

различным сопротивлением растяжению и сжатию, а именно – прочность бетона при растяжении в 10 – 20 раз ниже, чем при сжатии;

способностью к трещинообразованию и, как следствие, к появлению деформационной анизотропии и нарушению сцепления между бетоном и арматурой;

увеличением объема при трехосном сжатии (эффект дилатации), что связано с нарушением его структуры;

существенной зависимостью прочностных свойств от температуры;

значительной ползучестью и усадкой.

Для железобетона как композиционного материала характерны следующие особенности совместной работы бетона и арматуры:

зацепление в трещине (нагельный эффект) – способность арматуры передавать усилие перпендикулярно к своей оси в процессе скольжения двух берегов трещины;

ослабление бетонных сечений каналами арматуры и др.

Для учета вышеназванных особенностей бетона и железобетона в реальных кон-

струкциях необходимо применение различных теорий деформирования и прочности бетона, а также валидация математических моделей на основе экспериментальных исследований.

В программных системах конечно-элементного анализа существует большое количество моделей деформирования и прочности железобетона, учитывающих в той или иной мере нелинейные физико-механические свойства бетона и арматуры. В таблице представлен список моделей железобетона в различных программных системах конечно-элементного анализа (перечень не претендует на полноту). Жирным шрифтом выделены модели бетона, которые, по мнению авторов, наиболее полно описывают особенности данного материала и широко используются в расчетной практике.

Практически во всех вышеперечисленных моделях реализован достаточно универсальный подход к описанию нелинейных прочностных свойств бетона, который заключается в следующем.

Для описания перехода материала из упругой в пластическую стадию деформирования используется понятие критерия текучести [5]:

$$\sqrt{I_2} = F_f(I_1, \theta, \kappa), \quad (1)$$

где

$$I_1 = 3p = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3; \quad I_2 = \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{S}^2);$$

$$I_3 = \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{S}^3)$$

– инварианты тензора напряжений;  $\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma} - p\mathbf{E}$  – девиатор тензора напряжений;  $\kappa$  – вектор внутренних переменных материала;  $\theta$  – инвариант Лоде (координата цилиндрической системы координат Лоде).

В трехмерном пространстве главных напряжений первый инвариант  $I_1$  пропорционален расстоянию от начала координат до точки, соответствующей текущему напряженному состоянию, вдоль гидростатической оси  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ . Вторым инвариант  $\sqrt{I_2}$  пропорционален эквивалентным касательным напряжениям, а также расстоя-

нию от текущего напряженного состояния до гидростатической оси. Инвариант Лоде  $\theta$  соответствует третьему инварианту  $I_3$  и определяет угловую координату точки в пространстве главных напряжений.

Критерию текучести (1) соответствует функция текучести

$$f = I_2 - [F_f(I_1, \theta, \kappa)]^2 = 0. \quad (2)$$

Уравнения (1), (2), представленные в обобщенной форме, являются универсальными для всех рассматриваемых моделей бетона. Различия состоят в виде и характере функции  $F_f(I_1, \theta, \kappa)$ , вектора параметров  $\kappa$  и особенностях описания процесса накопления повреждений, прогрессирующего разрушения, реономных свойств бетона.

Во многих моделях бетона наряду с поверхностью текучести используются поверхности прочности, позволяющие определять предельные напряженные состояния бетона и процесс разрушения материала (рис. 1). Предельная поверхность прочности определяет напряженные состояния материала, при достижении которых происходит

возникновение в материале необратимых повреждений, что приводит к эволюции поверхности допустимых напряженных состояний. Остаточная поверхность прочности соответствует состоянию полного разрушения материала.

Предельная и остаточная поверхности прочности являются стационарными, в то время как актуальная поверхность текучести изменяется в соответствии с варьированием внутренних переменных материала, описывающих образование пор и микро трещин в бетоне.

На рис. 1 изображена «крышка» поверхности текучести  $I_1$ , которая не только описывает наличие предела упругости материала под действием гидростатического сжатия, но и позволяет учесть влияние пористости бетона на сопротивление сдвиговым деформациям.

Для описания октаэдрического профиля поверхности прочности бетона используются цилиндрические координаты Лоде ( $r, \theta, z$ ), представляющие собой аналог инвариантов тензора напряжений  $I_{1,2,3}$ :

Таблица

Модели деформирования и прочности железобетона в различных программных системах [2 – 4]

Программная система	Модель деформирования и прочности бетона
ANSYS	<b>Concrete Model</b>
	Geological Cap Model
ANSYS/LS-DYNA	<b>RHT Concrete Strength</b>
LS-DYNA	Solid and Foam Model (Mat 5)
	<b>Pseudo-Tensor (Mat 16)</b>
	Orientated Crack (Mat 17)
	Geological Cap (Mat 25)
	Concrete Damage (Mat 72)
	<b>Concrete Damage Rel3 (Mat 72R3)</b>
	Brittle Damage (Mat 96)
	Soil Concrete (Mat 78)
	Winfrith Concrete (Mat 84)
	<b>Johnson Holmquist Concrete (Mat 111)</b>
	Schwer Murray Cap (Mat 145)
	<b>CSCM Concrete (Mat 159)</b>
ABAQUS	<b>Concrete Smeared Cracking</b>
	<b>Cracking Model for Concrete</b>
	<b>Concrete Damage Plasticity</b>

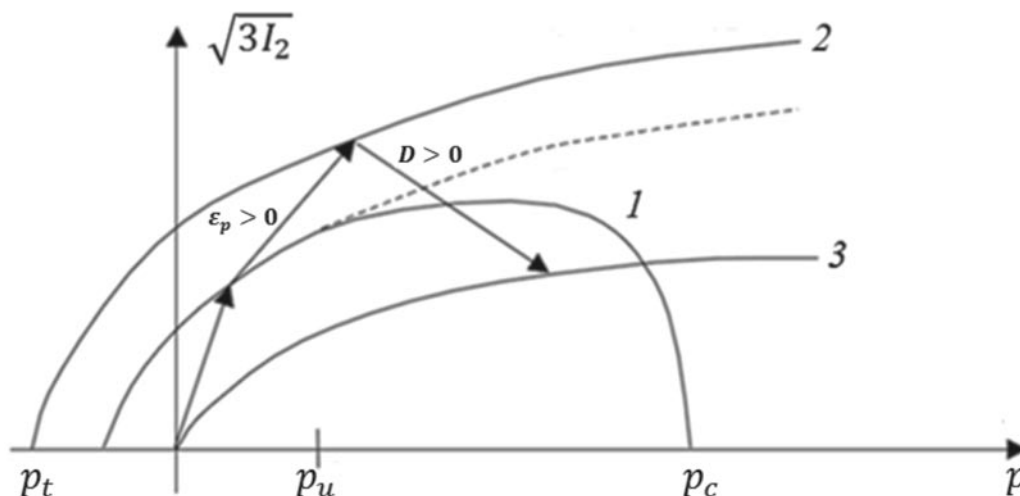


Рис. 1. Поверхности текучести (1) и прочности (2 – предельная, 3 – остаточная) бетона на плоскости инвариантов тензора напряжений;  $p$ ,  $p_u$ ,  $p_c$  – предельные значения гидростатического давления;  $\varepsilon_p$  – псевдопластическая деформация;  $D$  – обобщенный параметр поврежденности. Стрелками показана последовательность процесса нагружения бетона

$$r = \sqrt{2I_2}, \quad \sin 3\theta = \frac{I_3}{2} \left( \frac{3}{I_2} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad z = \frac{I_1}{3}. \quad (3)$$

Состоянию трехосного сжатия соответствует значение координаты Лоде  $\theta = 30^\circ$ . Учет зависимости от  $\theta$  в формулах (1), (2) осуществляется путем умножения меридиана сжатия  $F_f(I_1, 30^\circ, \kappa)$  на масштабирующую функцию  $\Gamma(\theta, I_1)$ . В литературе представлено множество видов функции  $\Gamma(\theta, I_1)$  (см., например, работу [6]). Наиболее широко применяются функции Вильяма – Варнке (Willam – Warnke), Мора – Кулона (Mohr – Coulomb), Гудехуса (Gudehus) [7].

Практически во всех известных моделях бетона существует возможность учета арматуры. При этом используются различные методики: от добавления распределенной «жесткости» в направлениях армирования до прямого моделирования отдельных стержней арматуры, арматурной сетки и т. п. Для материала арматуры, как правило, задается упруго-пластическая модель прочности.

### Программная система ABAQUS

Опыт моделирования железобетонных конструкций в различных программных системах привел к выводу об оптимальности

системы ABAQUS для решения большинства инженерных задач; основанием для такого вывода служат ее следующие преимущества:

- широкий набор моделей деформирования и прочности бетона, которые учитывают различные особенности данного материала (трещинообразование, различная работа на растяжение/сжатие, дилатация, взаимодействие бетона с арматурой и др.);

- возможность проведения расчетов с применением как неявных (система ABAQUS Standard), так и явных (ABAQUS Explicit) схем численного интегрирования;

- учет реономных свойств бетона, реалистичное моделирование работы железобетона при динамических (в том числе циклических, знакопеременных) нагрузках.

В документации программной системы ABAQUS [8] дано подробное описание моделей деформирования и прочности бетона и железобетона. Приведены результаты сравнения расчетов с натурными экспериментами. Подтверждена достоверность и высокая точность конечно-элементных расчетов.

Вместе с тем, для проведения сложных статических и динамических расчетов железобетонных конструкций необходимо внимательное изучение влияния всех входящих

в постановку задачи параметров и условий.

С целью исследования и отработки применения модели деформирования и прочности железобетона “Concrete Smeared Cracking” программной системы ABAQUS был проведен ряд расчетов простейших железобетонных конструкций (балок, плит, стен) на статические и динамические нагрузки. Изучалось влияние различных параметров конечно-элементной постановки задачи на сходимость расчета и его результат.

Трещинообразование – это важнейшая особенность бетона; реалистичное описание его работы после образования трещины определяет достоверность расчета в целом. В рассматриваемой модели образование трещины происходит, когда в данном элементе конечно-элементной модели достигается поверхность прочности в пространстве напряжений, называемая поверхностью трещинообразования (crack detection surface). Эта поверхность определяется линейной связью между гидростатическим давлением и эквивалентным по Мизесу напряжением. При выполнении условия возникновения трещины ее ориентация фиксируется и учитывается в дальнейшем расчете. В каждой точке интегрирования может присутствовать не более трех трещин, причем они всегда ориентированы в трех ортогональных направлениях.

Модель “Concrete Smeared Cracking” реализует логику «распределенного трещинообразования»: в процессе расчета отдельные макротрещины не возникают. Присутствие трещины влияет на ход численного решения посредством изменения жесткости материала в данной точке интегрирования конечно-элементной модели. В рассматриваемой модели бетона работа материала на сжатие описывается линейным участком кривой «деформация-напряжение», затем нелинейным участком с достижением предела прочности на сжатие, и далее ниспадающей ветвью диаграммы деформирования. Работа бетона на растяжение описывается линейным участком вплоть до достижения предела прочности на растяжение и последующей ниспадающей (кусочно-линейной) ветвью диаграммы деформирования. Ниспадающая ветвь приближенно описывает

влияние трещин на работу бетона.

По результатам численных исследований [4] было выявлено, что описание ниспадающей ветви диаграммы деформирования при растяжении в переменных «напряжение-деформация» обеспечивает сходимость и точность решения для конструкций с большим коэффициентом армирования. В случае слабо армированных конструкций наблюдается существенная зависимость результатов от конечно-элементного разбиения: увеличение подробности сетки не приводит к сходимости решения.

Замечено, что применение критерия трещинообразования, определяемого по удельной энергии разрушения, приводит к меньшей зависимости результатов от структуры конечно-элементного разбиения [4]. Отмеченное снижение влияния наиболее заметно при расчете слабо армированных конструкций, поэтому в рамках именно такого подхода и рекомендуется проводить их расчеты. Можно показать, что данный критерий позволяет описать ниспадающую ветвь диаграммы деформирования в переменных «напряжение-перемещение».

В данной работе ниспадающая ветвь диаграммы деформирования была представлена участком прямой, который связывает точку, соответствующую пределу прочности на растяжение, с такой точкой на оси деформаций/перемещений, когда растягивающие напряжения, нормальные к поверхности трещины, становятся равными нулю. Иными словами, при соответствующем значении деформаций/перемещений, нормальных к плоскости открытой трещины, элемент бетона перестает сопротивляться растяжению. В результате проведенного нами анализа установлено, что энергетический критерий обеспечивает большую устойчивость вычислительного процесса, чем деформационный аналог. Увеличение перемещений  $u_i^0$  и деформаций  $\varepsilon_i^0$  неизменно приводит к стабилизации вычислительного процесса.

Ключевую роль при отработке методики расчета железобетонных конструкций с учетом нелинейных свойств бетона и арматуры играет настройка численных алгоритмов расчета. В связи с существенной нели-

нейностью подобных задач, в документации [8] при использовании неявного решателя ABAQUS Standard рекомендуется применение модифицированного алгоритма Рикса с автоматическим вычислением шага приращения перемещений и нагрузок. Данный алгоритм представляет собой модифицированную процедуру Ньютона – Рафсона [9].

Особенностью указанного алгоритма является параметрическая управляемость величины нагрузки ходом процесса сходимости численной модели. Один из входных параметров для алгоритма Рикса – это количество подшагов нагружения, в соответствии с которым и определяется приращение нагрузки, а также ее абсолютное значение на данном подшаге. Таким образом, задание числа подшагов определяет результирующее значение силовой нагрузки, приложенной к модели. В зависимости от величины параметров сходимости данное значение может оказаться меньше задаваемой пользователем нагрузки, но может его и превысить.

Максимально допустимые значения невязок по силам и моментам, установленные по умолчанию в настройках нелинейного решателя Рикса, требуют внесения корректив, а точнее – их увеличения до единиц процентов. В ходе работы было проведено несколько экспериментов с целью изучения минимальных значений данных невязок, обеспечивающих сходимость численного процесса. Нижняя граница для рассмотренных задач составляла 1 %.

#### **Методика применения явных схем интегрирования**

Следующим этапом исследования была отработка методики применения явных схем интегрирования системы ABAQUS Explicit для расчета железобетонных конструкций на статические нагрузки. Программную систему ABAQUS Explicit, предназначенную для решения динамических задач, можно эффективно использовать для решения статических задач нелинейной механики при квазистатической постановке задачи. Для решения задач статики с помощью явных схем интегрирования (т. е. в динамической постановке) нужно прикладывать нагруз-

ки достаточно медленно для устранения инерционных эффектов. Однако при этом время расчета с помощью явных методов становится неприемлемо длительным. Одним из удобных методов ускорения расчета служит «масштабирование массы». Фиктивно увеличивая плотность бетона и стали арматуры в 1000 раз, в соответствии с условием Куранта устойчивости разностных схем [10], величина устойчивого временного шага возрастает в 10 раз.

Применение явных схем в данной задаче позволяет существенно увеличить скорость расчета. Согласно полученным результатам, явный метод расчета обеспечивает лучшую сходимость, по сравнению с неявным: амплитуды перемещений и нагрузок, достигнутые при явном расчете, заметно превышают данные величины при неявном аналоге. Более того, во всех проведенных экспериментах наблюдалась сходимость численных решений.

Замечено, что неявный метод более консервативно описывает процесс трещинообразования и разрушения бетона. Вместе с тем, добиться сходимости неявного метода при значительных амплитудах нагрузок возможно не всегда. Уточнение конечно-элементной сетки приводит к сближению кривых «смещение – приложенная нагрузка» для явной и неявной схем в области сходимости последней. В то же время, уточнение конечно-элементной модели существенно замедляет процесс явного решения. Таким образом, применение явных схем при расчете статических нелинейных задач механики железобетона целесообразно при амплитуде нагрузок на конструкцию, превышающих предел сходимости неявного метода. Особо эффективны явные схемы при расчете конечно-элементных моделей со сравнительно небольшим числом степеней свободы. Следует отметить, что вопрос влияния конечно-элементной сетки на расчет железобетонных конструкций явными и неявными методами требует дополнительного анализа.

#### **Моделирование арматуры в бетоне**

Были также проведены исследования в области разработки методики моделиро-

вания арматуры в бетоне. Согласно работе [11], в конечно-элементных расчетах, наряду с прямым объемным моделированием стержневой арматуры, можно выделить следующие модели арматуры в бетоне: дискретная (discrete), встроенная (embedded), распределенная (smeared). В первой из них узлы стержневых элементов для арматуры совпадают с узлами объемной конечно-элементной сетки для бетона. Во второй – узлы сеток арматуры и бетона не совпадают, но связаны уравнениями совместности. В распределенной модели предполагается, что арматура равномерно распределена по элементам конечно-элементной сетки для бетона.

Согласно схеме дискретного связанного армирования, применяются стержневые элементы, которые имеют общие узлы с объемными элементами. Данная схема используется достаточно редко ввиду необходимости строгого геометрического совпадения узлов объемной сетки с расположением стержневой арматуры.

По схеме встроенного армирования также применяются стержневые элементы, но объемные и стержневые элементы имеют отдельные узлы, и при этом задаются уравнения связи между соответствующими степенями свободы в узлах.

В соответствии со схемой распределенного армирования арматура учитывается в объемных элементах неявно – как распределенная жесткость в направлении ар-

мирования. Материал арматуры может при этом считаться упруго-пластическим. Данный подход широко применяется в случае геометрически простых схем расположения арматуры в объемных бетонных массивах.

В программной системе ABAQUS, как правило, применяются методики встроенного и распределенного армирования. Встроенное армирование реализовано с помощью технологии “Embedded Elements”, которая автоматически формирует уравнения связи между степенями свободы в узлах объемной сетки для бетона и в узлах стержневых элементов арматуры. Распределенное армирование моделируется с помощью технологии “Rebar Layers”, которая позволяет учитывать наличие упорядоченных массивов арматуры с помощью создания геометрических поверхностей (плоскостей, цилиндрических или иных поверхностей) и задания параметров армирования: шага между стержнями арматуры, диаметра стержней, механической модели материала арматуры. В обоих случаях возможно использование нелинейных механических моделей для стали арматуры.

Нами был проведен сравнительный анализ обоих указанных методов моделирования арматуры. Рассматривалась задача о статическом нагружении железобетонной плиты. Нагрузка на плиту передается на две симметричные области на верхней грани плиты посредством контакта с абсолютно твердым телом. Амплитуда вертикального

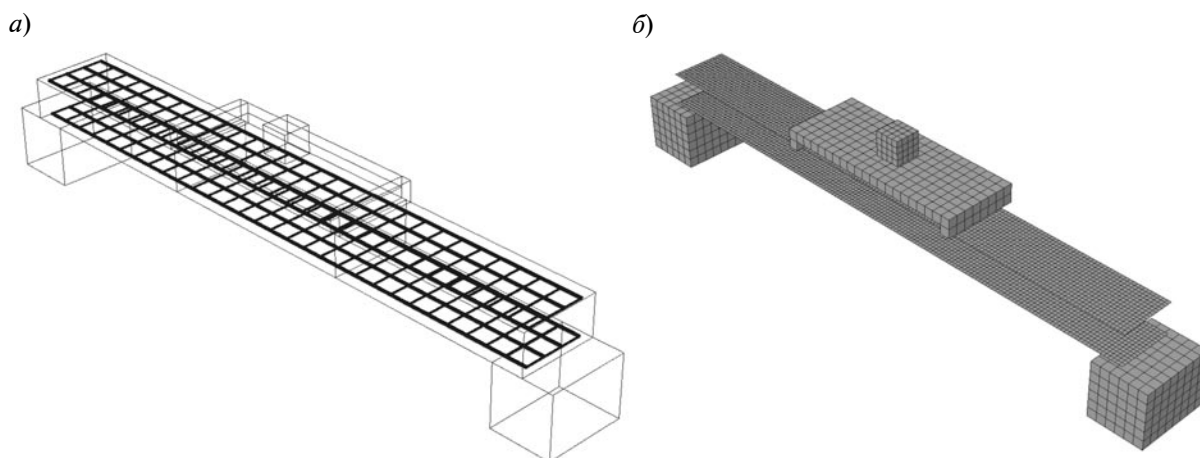


Рис. 2. Модели железобетонной плиты со встроенным (а) и с распределенным (б) армированием (бетонная часть не показана)

перемещения достигала 100 мм. На рис. 2 приведены геометрические модели балки с двумя видами армирования.

Плоскости, показанные на рис. 2,б, представляют собой слои распределенного армирования, соответствующие дискретной структуре арматуры (см. рис. 2, а).

На рис. 3, а показаны напряжения  $\sigma_1$  в бетоне, в центральном элементе на нижней грани балки, в зависимости от вертикального перемещения плиты; на рис. 3, б –

соответствующее изменение суммарной по модели энергии деформации в процессе нагружения. Данные результаты соответствуют модели с десятью стержнями продольной арматуры в слое.

Результаты как для напряжений в конкретной точке конструкции, так и для энергии деформации совпадают с достаточной степенью точности. График изменения энергии деформации наглядно указывает на диссипацию энергии вследствие обра-

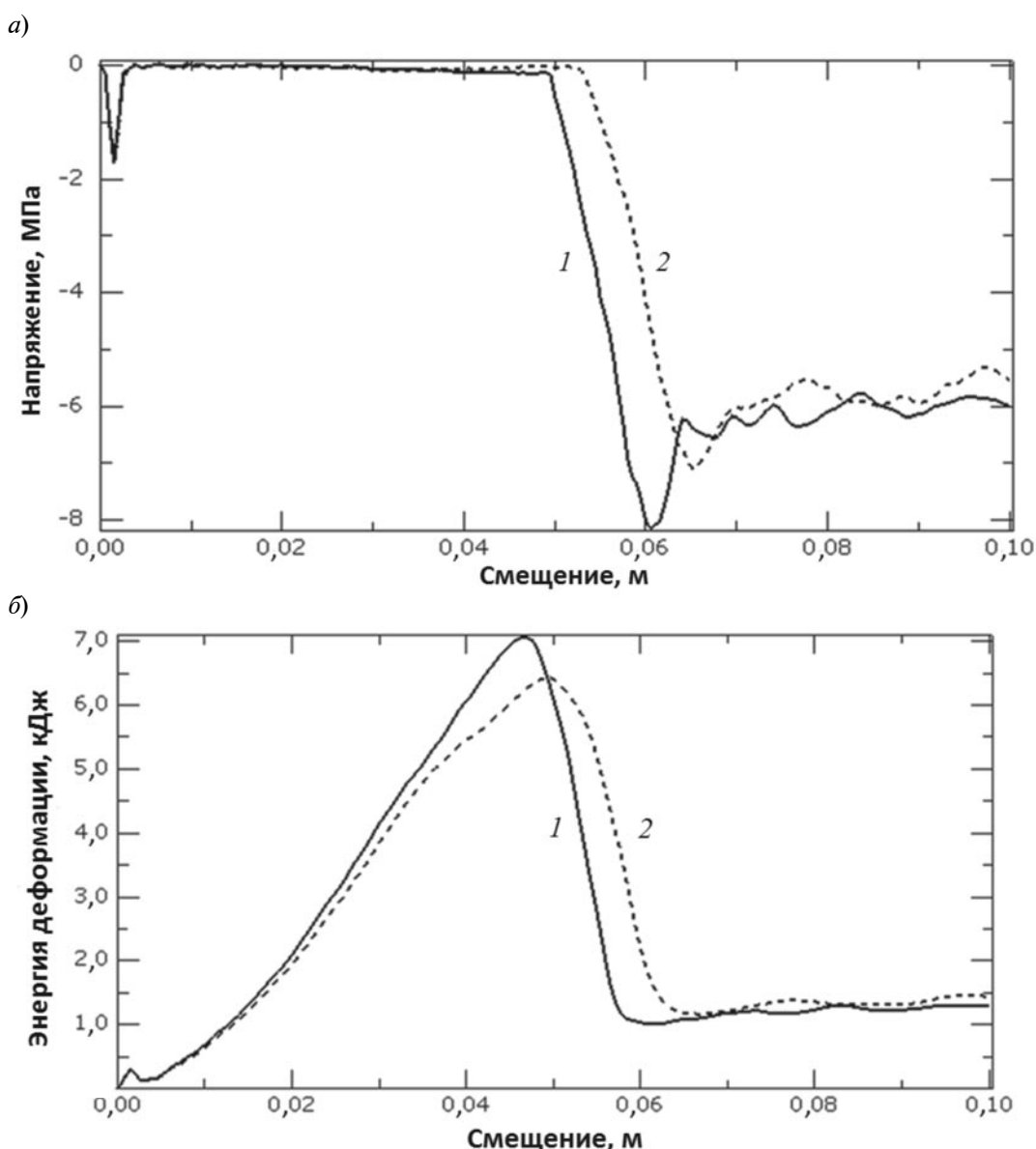


Рис. 3. Зависимости напряжения  $\sigma_1$  (а) и энергии деформации (б) в бетоне (в центральном его элементе на нижней грани балки) от вертикального смещения плиты; 1, 2 – встроенное и распределенное армирование соответственно



зования трещин в процессе нагружения. В целом по результатам исследований сделан вывод о том, что распределенная методика армирования преувеличивает несущую способность для малой плотности армирования и обеспечивает соответствие с более подробной встроенной моделью для высокой плотности армирования (отношение шага армирования к характерному размеру конструкции в направлении армирования – примерно 1 : 10).

Аналогичное сравнение проведено в программной системе ANSYS. Использовалась нелинейная модель бетона “Concrete” и соответствующий ей тип конечного элемента Solid65. Были рассмотрены дискретный и распределенный методы армирования. Установлено, что второй метод обеспечивает запас прочности по напряжениям и перемещениям, по сравнению с первым.

Определение параметров распределенного армирования неразрывно связано с процедурой гомогенизации, т. е. с определением эффективных физико-механических свойств композитного материала на макроуровне. В связи с этим потребовалось проведение дополнительного исследования, которое ставило своей целью отработку методики моделирования арматуры по распределенной схеме в программной системе ANSYS.

При построении конечно-элементной модели железобетонной конструкции геометрическая область задания материала со свойствами распределенного армирования,

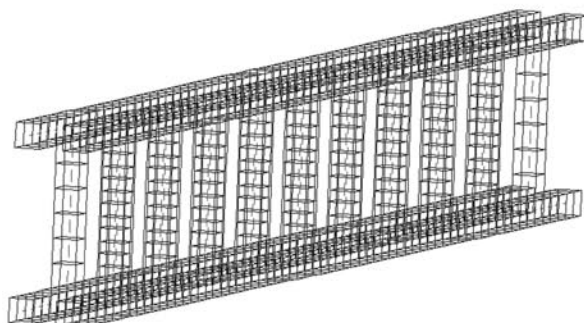
соответствующая области расположения арматуры в реальной конструкции, может определяться с большей или меньшей степенью детализации. На рис. 4 показана одна и та же балка с продольной и поперечной арматурой в качестве примера применения детальной и обобщенной схем распределенного армирования.

Сравнение результатов расчетов, рассматривающих действие статических силовых нагрузок, показало, что использование обобщенной схемы армирования обеспечивает запас прочности по напряжениям и перемещениям, относительно детальной распределенной схемы. В то же время обе указанные схемы распределенного армирования обеспечивают запас прочности по перемещениям и напряжениям относительно дискретной схемы армирования.

Таким образом, расчетным путем нами обоснована пригодность распределенных методов армирования в программной системе ANSYS для обоснования прочности железобетонных конструкций, в том числе ответственных сооружений АЭС.

Развитые подходы использованы для решения задачи расчетного обоснования конструктивно-технологических решений при модульном возведении монолитных железобетонных конструкций. Постановка настоящих исследований вызвана острой необходимостью расширения номенклатуры стыков рабочей арматуры на объектах атомного энергетического строительства с целью снижения трудоемкости их изготовления и ускорения сроков строительства,

а)



б)

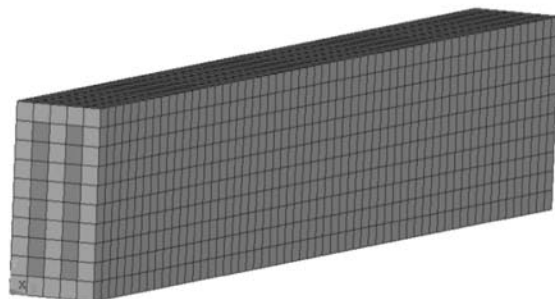


Рис. 4. Модели балки с продольной и поперечной арматурой с применением детальной (а) и обобщенной (б) схем распределенного армирования

но без ущерба надежности и безопасности АЭС.

### Анализ нагружений монолитных железобетонных плит

Рассматривались задачи о статическом знакопостоянном и динамическом ударном нагружении монолитных железобетонных плит с моделями петлевых арматурных стыков (стыков Передерия). Такие плиты представляют собой объединение стыкуемых железобетонных конструкций, которое выполняется с помощью петлевых арматурных выпусков; внутри них бетон объединения работает в условиях всестороннего сжатия. Данный стык является универсальным: он обеспечивает работу объединенной конструкции не только на срез, изгиб, но и на растяжение.

В разработанном алгоритме создания конечно-элементной модели, расчета и анализа результатов все геометрические размеры конструкции и физико-механические свойства материалов задаются параметрически. Это позволяет определять оптимальные размеры конструкции, схемы армирования, типы бетона и арматуры, исходя из условий работы и степени ответственности сооружений.

Особый интерес в этой задаче представляло определение механизма разрушения, а также общих закономерностей процесса трещинообразования плит с петлевыми стыками. На рис. 5 показана диаграмма по-

врежденности, которая характеризует процесс образования трещин и разрушения бетона, а также распределение осевых напряжений в арматуре в области петлевого стыка.

Полученные в результате численного расчета напряженно-деформированное состояние плит с петлевым армированием и процесс образования трещин согласуются с экспериментальными данными, а также подтверждают некоторые из гипотез, относящихся к процессу разрушения подобных конструкций [12]. Расчетным путем было подтверждено предположение о том, что определяющим фактором, влияющим на несущую способность подобных конструкций, следует считать возникновение радиально расположенных трещин по контуру петлевых стыков, а не первичных трещин на нижней грани плиты под областями приложения нагрузки, как это случается при простом продольном армировании. При моделировании наблюдалось возникновение диагональных трещин в горизонтальной плоскости между соседними петлевыми стыками. Кроме того, подтверждено предположение, что наличие поперечной арматуры внутри петлевых стыков (замковая арматура) существенно влияет на несущую способность железобетонных плит. Установлено, что наибольшие растягивающие напряжения в арматуре локализованы в местах перехода прямолинейных участков нижнего ряда стержней в окружные участки.

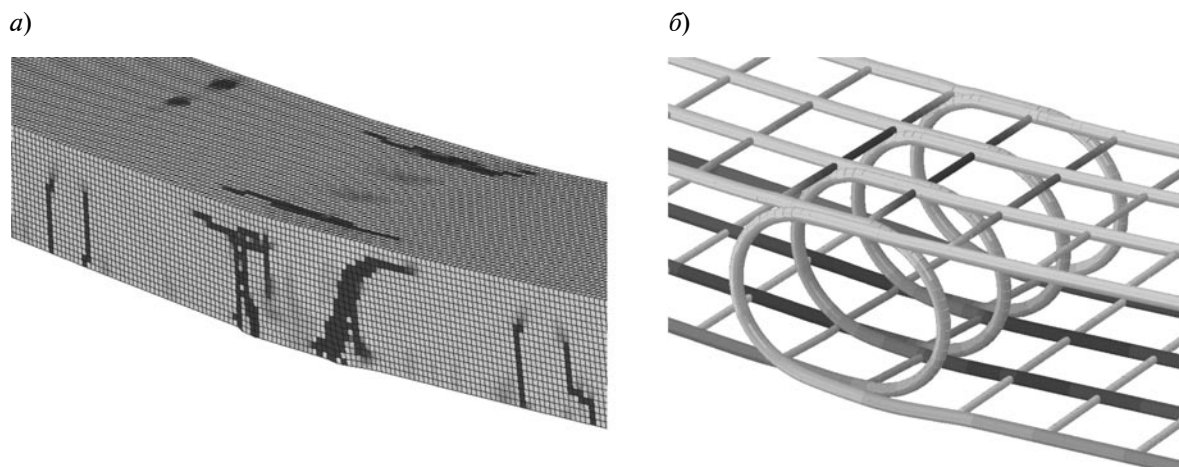


Рис. 5. Диаграмма поврежденности бетона (а) и распределение напряжений (б) в арматуре

### Заключение

Итак, в результате проведенных исследований были получены следующие результаты:

определены области применимости различных методов конечно-элементного моделирования арматуры в бетоне;

сформулированы рекомендации по выбору и применению нелинейных ма-

тематических моделей деформирования и прочности бетона в различных программных системах конечно-элементного анализа;

определены расчетным путем характер напряженно-деформированного состояния и свойства процесса разрушения монолитных железобетонных плит с моделями петлевых арматурных стыков.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.
2. ANSYS Help. ANSYS, Inc. <http://www.ansys.com/Support/Documentation>, 2013.
3. LS-DYNA User's Keyword Manual. Livermore Software Technology Corporation, <http://www.lstc.com/download/manuals>, 2012.
4. ABAQUS Analysis User's Manual, Vol. III – Materials. Dassault Systems, <http://www.3ds.com/support/documentation/users-guide>, 2013.
5. Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. М.: Физматлит, 2011. 702 с.
6. Brannon R.M., Leelavanichkul S. Survey of Four Damage Models for Concrete// Sandia National Laboratories. <http://prod.sandia.gov/techlib/access-control.cgi/2009/095544.pdf>, 2009.
7. Gudhus G. Elastoplastische Stoffgleichungen fr trockenen sand. *Ingenieur Arch.* 1973. Vol. 42, pp. 151-169.
8. ABAQUS Theory Manual. Dassault Systems. <http://www.3ds.com/support/documentation/users-guide>, 2013.
9. Riks E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids and Structures.* 1979. Vol. 15. Iss. 7, pp. 529-551.
10. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977. 456 с.
11. Wolanski A.J. Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis. A Thesis ... for the Degree of Master of Sci., Milwaukee, Marquette University 2004. 87 p.
12. Передерий Г.П. Курс мостов. Изд. 6-е. Т. 3. Железобетонные мосты. М.: Гострансиздат, 1951. 416 с.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ЛУКИН Алексей Вячеславович** – инженер кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.  
195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
lukin@compmechlab.com

**МОДЕСТОВ Виктор Сергеевич** – ведущий инженер кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.  
195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
modestov@compmechlab.com

### Lukin A.V., Modestov V.S. FINITE ELEMENT MODELING AND AN ANALYSIS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES.

One of the tasks for engineers in the field of feasibility of strength of designs and constructions of nuclear power plants is the analysis of reactor buildings safety under dynamic loads such as earthquakes, fall after-effects of a heavy passenger plane, etc. An application of linear-elastic material models and equations of the linear theory of elasticity results in excessively conservative outcomes, designs and constructions parameters being non-optimal economically and technologically. Reinforced concrete bearing elements of the reactor building of the nuclear power plant with wall thicknesses of up to two meters, according to requirements of standard documentation, offers a clear example.

This work considers the present-day methods of computational mechanics and uses them for the analysis of stress-strain state of reinforced concrete designs taking into account nonlinear physical and mechanical properties of concrete and the cracking phenomenon.

## REFERENCES

1. **Karpenko N.I.** *General mechanical models of reinforced concrete*. Moscow: Stroyizdat, 1996, 416 p. (rus)
2. ANSYS Help. ANSYS, Inc. <http://www.ansys.com/Support/Documentation>, 2013.
3. LS-DYNA User's Keyword Manual. Livermore Software Technology Corporation, <http://www.lstc.com/download/manuals>, 2012.
4. ABAQUS Analysis User's Manual, Vol. 3. Materials. Dassault Systems. <http://www.3ds.com/support/documentation/users-guide>, 2013.
5. **Ishlinsky A.Y., Ivlev D.D.** *Mathematical theory of plasticity*. Moscow: Fizmatlit, 2011, 702 p. (rus)
6. **Brannon R.M., Leelavanichkul S.** Survey of Four Damage Models for Concrete// Sandia National Laboratories, <http://prod.sandia.gov/techlib/access-control.cgi/2009/095544.pdf>, 2009.
7. **Gudehus G.** Elastoplastische stoffgleichungen für trockenen sand. *Ingenieur Arch*, 1973, Vol. 42, pp. 151-169.
8. ABAQUS Theory Manual. Dassault Systems, <http://www.3ds.com/support/documentation/users-guide>, 2013.
9. **Riks E.** An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids and Structures*, 1979, Vol. 15, Iss. 7, pp. 529-551.
10. **Marchuk G.I.** *Methods of numerical mathematics*. Moscow, Nauka, 1977, 456 p. (rus)
11. **Wolanski A.J.** *Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis*. Marquette University, Milwaukee, 2004, 87 p.
12. **Perederiy G.P.** *Treatise on bridges. Edition 6. Vol. 3. Reinforced concrete bridges*. Moscow, Gostransizdat, 1951, 416 p. (rus)

## THE AUTHORS

### LUKIN Alexei V.

*St. Petersburg State Polytechnical University*  
29, Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.  
[lukin@compmechlab.com](mailto:lukin@compmechlab.com)

### MODESTOV Victor S.

*St. Petersburg State Polytechnical University*  
29, Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.  
[modestov@compmechlab.com](mailto:modestov@compmechlab.com)