

doi: 10.5862/MCE.52.6

## Расчет усиливаемых ограждающих конструкций из тонкостенных элементов открытого профиля

*К.т.н., доцент М.Н. Убайдуллоев,*

*Казанский национальный исследовательский технологический университет*

**Аннотация.** Излагается вариационный метод расчета усиливаемых под нагрузкой тонкостенных стержневых систем открытого профиля. Приведены основные соотношения используемой теории. Расчет напряженно-деформированного состояния усиливаемой конструкции состоит из следующих этапов: 1) определение ремонтных напряжений и деформаций в элементах конструкции от нагрузок, действующих в период ремонта или усиления (ремонтные нагрузки); 2) расчет напряженно-деформированного состояния конструкции после усиления с учетом действия эксплуатационных нагрузок и наличия ремонтных напряжений.

На основе изложенной методики создана компьютерная программа для расчета напряженно-деформированного состояния усиливаемых под нагрузкой тонкостенных пространственных стержневых конструкций. Данная программа позволяет моделировать работу усиливаемой конструкции и определять ее напряженно-деформированное состояние на различных этапах усиления. Представлены результаты расчетов усиливаемой тонкостенной конструкции с учетом напряжений и деформаций, возникающих в ней на различных этапах усиления.

**Ключевые слова:** тонкостенные стержневые системы; усиление; напряженно-деформированное состояние; ремонтные напряжения; вариационный метод

Как известно, при строительстве быстровозводимых зданий и сооружений широко применяются наружные стеновые панели с каркасом из тонкостенных термопрофилей [1, 2, 3]. Для расчета таких конструкций неприменимы теории расчета обычных конструкций.

Аналізу напряженно-деформированного состояния тонкостенных стержневых систем открытого и замкнутого профиля посвящены работы многих отечественных и зарубежных ученых [2–14]. Численный метод расчета тонкостенных конструкций рассмотрен в диссертации А.Р. Туснина [4]. В данной работе предлагается метод тонкостенных конечных элементов оболочки. Разработанные в исследовании [4] конечные элементы не позволяют решить задачу учета касательных напряжений при кручении тонкостенных стержней.

В работах [2, 3, 5, 6] рассмотрены новые тонкостенные конечные элементы, отличающиеся количеством степеней свободы, которое зависит от степени аппроксимации функций деформаций. В статье [5] методом конечных элементов реализован алгоритм расчета тонкостенных стержневых систем по полусдвиговой и бессдвиговой теориям. В исследовании [3] используется полусдвиговая теория В.И. Сливкера [7], где учитывается лишь часть деформации сдвига, возникающая только от кручения.

Необходимо отметить, что изложенные в работах [2–14] методы определения напряженно-деформированного состояния тонкостенных стержневых систем не учитывают особенности расчета усиливаемых нагруженных конструкций.

Аналитическому и численному методам расчета тонкостенных стержневых элементов металлических конструкций по пространственно-деформированной схеме за пределом упругости посвящены исследования [15, 16], где на основе общего подхода рассмотрен, а действительная работа элементов в составе эксплуатируемых конструкций.

Как известно, повреждения и изменения расчетных схем эксплуатируемых конструкций в период их ремонта и усиления приводят к возникновению стесненного кручения элементов из тонкостенного профиля [4, 15–17]. Таким образом, для расчета усиления тонкостенных стержневых систем нужно использовать методы определения напряженно-деформированного состояния, учитывающие особенности деформирования тонкостенного стержня.

Теоретические и экспериментальные исследования усиленных тонкостенных стержневых элементов конструкций изложены в работах [17–19]. Разработке практических методов расчета на прочность и пространственную устойчивость усиленных под нагрузкой стержневых элементов

Убайдуллоев М.Н. Расчет усиливаемых ограждающих конструкций из тонкостенных элементов открытого профиля

открытого профиля посвящена диссертационная работа [17]. Приведенный в ней метод оценки прочности и устойчивости усиленных тонкостенных стержней не учитывает влияние касательных напряжений. В работах [18, 19] излагается способ усиления сжатых стержней за счет уменьшения их расчетной длины.

В данной статье изложен вариационный метод расчета усиливаемых нагруженных тонкостенных стержневых систем открытого профиля с учетом ремонтных и монтажных напряжений.

Используется методика расчета стержней, описанная в работе [20], применяемая для стержней, продольная ось которых может быть прямолинейной или криволинейной. Приняты основные допущения и соотношения теории стержней, а также допущения, принятые в теории тонкостенных стержней с учетом сдвигов [7].

Для тонкостенных стержней деформации и напряжения вычисляются в фиксированной точке  $M$  в системе координат  $My_tz_t$  (рис. 1) с использованием следующих соотношений [21]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{du_1(x)}{dx} + z \frac{d\varphi_2(x)}{dx} - y \frac{d\varphi_3(x)}{dx} - \frac{d\beta(x)}{dx} \omega(s), \\ \gamma &= \frac{du_2(x)}{dx} t_y + \frac{du_3(x)}{dx} t_z + \frac{d\varphi_1(x)}{dx} \rho(y_M, z_M) + \\ &\quad \varphi_2(x) t_z - \varphi_3(x) t_y - \beta(x) \rho(y_M, z_M) \\ \gamma_{xy_t}^k &= \frac{d\varphi_1(x)}{dx} z_t, \quad \gamma_{x_tz_t} = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\gamma$  – постоянный по толщине стенки усредненный сдвиг;  $\gamma_{xy_t}^k$  – сдвиг при чистом кручении, распределенный по толщине стенки по линейному закону;  $u_1(x), u_2(x), u_3(x)$ ,  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x)$  – перемещения и углы поворота поперечных сечений стержня;  $\beta(x)$  – функция меры депланации;  $\rho(y_M, z_M) = y_M t_z - z_M t_y$  – длина перпендикуляра, проведенного из начала координат  $Oxyz$  к касательной к линии  $O_1M$  в точке  $M$ ;  $\omega(y, z) = \omega(s) = \int_0^s \rho ds$ ;  $\omega(y, z)$  – секториальная площадь профиля;  $t_y, t_z$  – направляющие косинусы осей  $My_t, Mz_t$ ;  $y, z$  – координаты точек, лежащих на оси  $Mz_t$  и вычисляемые по формулам  $y = y_M + y_t t_y + z_t t_z$ ,  $z = z_M + y_t t_z - z_t t_y$ ,  $t_y = dy/ds$ ,  $t_z = dz/ds$ .

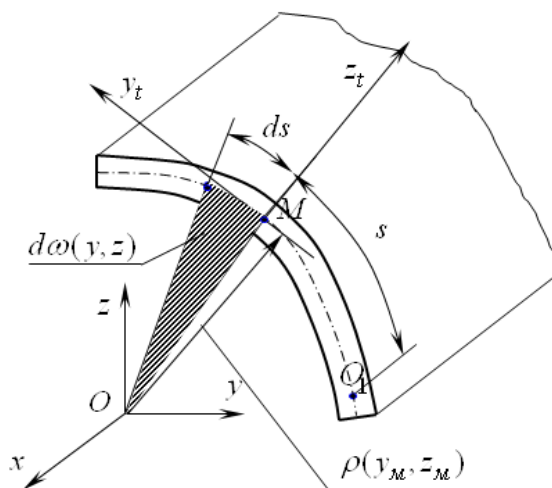


Рисунок 1. Деформации и напряжения в сечении тонкостенного стержня

Убайдуллоев М.Н. Расчет усиливаемых ограждающих конструкций из тонкостенных элементов открытого профиля

При определении напряженно-деформированного состояния усиленной стержневой системы с учетом упругих деформаций зависимость между напряжениями и деформациями описывается законом Гука:

$$\sigma_x = E\varepsilon_x, \quad \tau = G\gamma, \quad \tau_{x_t y_t}^* = G\gamma_{x_t y_t}^*, \quad (2)$$

где

$$\gamma_{x_t y_t}^* = \gamma + k^* \gamma_{x_t y_t}^k. \quad (3)$$

В выражении (3)  $k^*$  – поправочный коэффициент.

Введение поправочного коэффициента  $k^*$  в выражение (3) объясняется тем, что при чистом кручении узкой полосы касательные напряжения  $\tau_{x_t y_t}$  и  $\tau_{x_t z_t}$  вносят одинаковый вклад в величину момента чистого кручения  $H$ .

Так как в теории тонкостенных стержней принята гипотеза о безмоментности, полагается, что  $\tau_{x_t z_t} = 0$ . Для компенсации отсутствия напряжения  $\tau_{x_t z_t}$  в выражение для деформации  $\gamma_{x_t y_t}^*$

(3) вводится коэффициент  $k^* = 2$ .

Расчет напряженно-деформированного состояния усиливаемой конструкции состоит из следующих этапов:

- 1) определяются ремонтные напряжения  $\sigma_x^p, \tau_{xy}^p, \tau_{xz}^p$  и деформации  $\varepsilon_x^p, \gamma_{xy}^p, \gamma_{xz}^p$  в элементах конструкции от нагрузок, действующих в период ремонта или усиления (ремонтные нагрузки);
- 2) рассчитывается напряженно-деформированное состояние конструкции после усиления с учетом действия эксплуатационных нагрузок и наличия ремонтных напряжений.

Перемещения элементов усиливаемой стержневой конструкции определяются из вариационного уравнения

$$\delta U - \delta W = 0, \quad (4)$$

где  $\delta U$  – вариация потенциальной энергии деформации стержневой системы в зоне упругих деформаций;  $\delta W$  – вариация работы внешних нагрузок.

При определении деформаций и напряжений стержневая система разбивается на  $N$  участков, на каждом из которых компоненты вектора перемещений  $\tilde{u} = \{\tilde{u}_1(x), \tilde{u}_2(x), \tilde{u}_3(x)\}^T$ , углов поворота  $\tilde{\varphi} = \{\tilde{\varphi}_1(x), \tilde{\varphi}_2(x), \tilde{\varphi}_3(x)\}^T$  и меры депланации  $\tilde{\beta} = \{\tilde{\beta}(x), 0, 0\}^T$  в глобальной системе координат представляются в виде рядов:

$$\tilde{u}_k = \tilde{u}_k^i = \sum_{m=1}^M C_{km}^i f_m(\xi), \quad \tilde{\varphi}_k = \tilde{\varphi}_k^i = \sum_{m=1}^M D_{km}^i f_m(\xi), \quad \tilde{\beta}_k = \tilde{\beta}_k^i = \sum_{m=1}^M B_{km}^i f_m(\xi). \quad (5)$$

Здесь  $C_{km}^i, D_{km}^i, B_{km}^i$  – неизвестные постоянные;  $f_m(\xi)$  – функции формы;  $f_1(\xi) = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3$ ,  $f_2(\xi) = 3\xi^2 - 2\xi^3$ ,  $f_3(\xi) = \xi(-\xi^2)$ ,  $f_4(\xi) = (\xi^3 - \xi^2)$ ,  $f_m(\xi) = (-\xi)^2 \xi^{(m-3)}$  при  $m = 5, M$ .

В уравнении (4) выражение  $\delta U$  определяется с учетом напряжений  $\sigma_x^p, \tau_{x_t y_t}^p$ , действующих в период усиления:

$$\delta U = \int_l \iint_{A^y} \left( \sigma_x^p \delta \varepsilon_x + \tau_{x_t y_t}^* \delta \gamma_{x_t y_t}^* \right) dA + \iint_{A^n} \left( \sigma_x^p \delta \varepsilon_x + \tau_{x_t y_t}^p \delta \gamma_{x_t y_t}^* \right) dA \, dl,$$

где  $l$  – длина основных элементов стержневой системы;  $A^{\Pi}$  – площадь поперечных сечений в зоне основного материала конструкции;  $A^Y$  – площадь поперечных сечений стержней после усиления.

Вариация работы внешних сил, действующих на стержневую систему после усиления, записывается в виде:

$$\begin{aligned} \delta W = & \int_{l_c} \left[ \tilde{q}_1^y(x) \delta \tilde{u}_1(x) + \tilde{q}_2^y(x) \delta \tilde{u}_2(x) + \tilde{q}_3^y(x) \delta \tilde{u}_3(x) + \right. \\ & + \tilde{m}_1^y(x) \delta \tilde{\varphi}_1(x) + \tilde{m}_2^y(x) \delta \tilde{\varphi}_2(x) + \tilde{m}_3^y(x) \delta \tilde{\varphi}_3(x) - \tilde{m}_B^y(x) \delta \tilde{\beta}(x) \left. \right] dl + \\ & + \sum_{k=1}^K \left[ \tilde{F}_{1k}^y \delta \tilde{u}_1(x_k) + \tilde{F}_{2k}^y \delta \tilde{u}_2(x_k) + \tilde{F}_{3k}^y \delta \tilde{u}_3(x_k) \right] + \\ & + \sum_{j=1}^J \left[ \tilde{M}_{1j}^y \delta \tilde{\varphi}_1(x_j) + \tilde{M}_{2j}^y \delta \tilde{\varphi}_2(x_j) + \tilde{M}_{3j}^y \delta \tilde{\varphi}_3(x_j) + \tilde{M}_{Bj}^y \delta \tilde{\beta}(x_j) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

В выражении (6)  $l_c$  – длина элементов стержневой системы;  $\tilde{q}_1^y, \tilde{q}_2^y, \tilde{q}_3^y, \tilde{F}_{1i}^y, \tilde{F}_{2i}^y, \tilde{F}_{3i}^y, \tilde{M}_{1k}^y, \tilde{M}_{2k}^y, \tilde{M}_{3k}^y$  – нагрузки, определяемые согласно [18]. Также определяются нагрузки  $\tilde{m}_B^y(x)$  и  $\tilde{M}_{Bj}^y(x)$ , т.е.  $\tilde{m}_B^y(x) = \tilde{m}_B^p(x) + \Delta \tilde{m}_B(x)$ ,  $\tilde{M}_{Bj}^y = \tilde{M}_{Bj}^p + \Delta \tilde{M}_{Bj}$ .

При вычислении интегралов, входящих в вариационное уравнение (4), используется численное интегрирование на основе формулы Гаусса. Интегрирование проводится по длине стержней и по площади их поперечных сечений согласно методике, описанной в работе [22].

Решая систему алгебраических уравнений, которые получаются из вариационного уравнения (4), находим неизвестные коэффициенты  $C_{km}^i, B_{km}^i$  и  $D_{km}^i$ . Затем по формулам (5) определяются перемещения, и с использованием соотношений (1) и (2) вычисляются деформации и напряжения.

Внутренние усилия и моменты, возникающие в поперечных сечениях тонкостенного стержня, вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} N^y = \iint_{A^y} \sigma_x dA, \quad Q_y^y = \iint_{A^y} \tau_o t_y dA, \quad Q_z^y = \iint_{A^y} \tau_o t_z dA, \quad M_y^y = \iint_{A^y} \sigma_x z dA, \quad M_z^y = \iint_{A^y} \sigma_x y dA, \\ M_\omega^y = \iint_{A^y} (\tau_o t_z y - \tau_o t_y z) dA, \quad B^y = \iint_{A^y} \sigma_x \omega dA, \quad H^y = k^* \iint_{A^y} \tau_{x_t y_t} z_t dA. \end{aligned} \quad (7)$$

В соотношениях (7) касательные напряжения  $\tau_o$  определяются по формуле, полученной на основе уравнений равновесия отсеченной части стержня

$$\tau_o = \frac{E}{h} \left[ \frac{d^2 u_1(x)}{dx^2} A_o + \frac{d \varphi_2(x)}{dx^2} S_{oy} - \frac{d^2 \varphi_3(x)}{dx^2} S_{oz} - \frac{d^2 \beta(x)}{dx^2} S_{o\omega} \right],$$

где  $S_{oy} = \iint_{A_o} z dA$ ,  $S_{oz} = \iint_{A_o} y dA$ ,  $S_{o\omega} = \iint_{A_o} \omega dA$ ;  $A_o$  – площадь отсеченной части сечения;

$h$  – толщина стенки тонкостенного элемента.

На основе изложенной методики создана компьютерная программа для расчета напряженно-деформированного состояния усиливаемых под нагрузкой тонкостенных

Убайдуллоев М.Н. Расчет усиливаемых ограждающих конструкций из тонкостенных элементов открытого профиля

пространственных стержневых конструкций. Данная программа позволяет моделировать работу усиливаемой конструкции и определять ее напряженно-деформированное состояние на различных этапах усиления.

Приведем результаты расчета усиления консольного стержня при схеме нагружения, показанной на рисунке 2, а. Сечение стержня показано на рисунке 2, б. При усилении сечение основного элемента I наращивается элементом усиления II. Материал основного и усиливающего элементов – сталь Ст3. После усиления в стержне будет действовать суммарный крутящий момент  $M^y = 80 \text{ кНм}$ , который складывается из момента, действующего в период усиления  $M^p = 40 \text{ кНм}$ , и добавочного момента  $\Delta M = 40 \text{ кНм}$ , прикладываемого к конструкции после выполненного усиления.

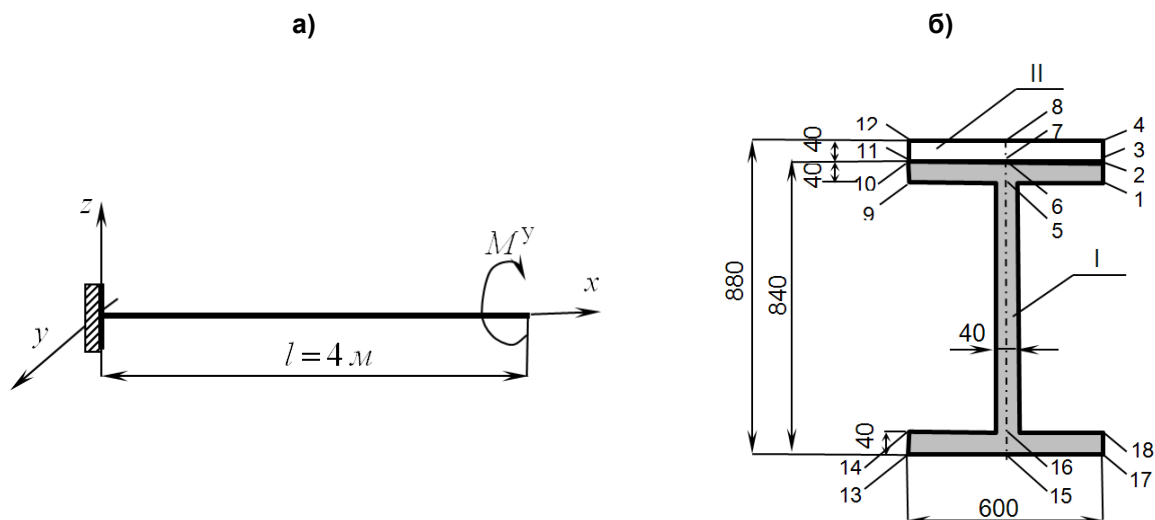


Рисунок 2. Расчетная схема (а) и поперечное сечение стержня (б)

На первом этапе был выполнен расчет заданного стержня от действия ремонтной нагрузки  $M^p = 40 \text{ кНм}$ . Результаты расчета в виде максимальных значений деформаций и усилий приведены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты расчетов стержня до и после усиления

В период усиления при действии ремонтной нагрузки $M^p = 40 \text{ кНм}$			
Определяемые параметры	$\varphi_x^p$ , рад.	$\beta^p$ , 1/м	$B^p$ , кН м <sup>2</sup>
По методике, изложенной в [23]	0,0122	0,00448	114,3
По предлагаемой методике	0,0128	0,00465	117,0
После усиления при действии суммарной нагрузки $M^y = 80 \text{ кНм}$			
Определяемые параметры	$\varphi_x^y$ , рад.	$\beta^y$ , 1/м	$B^y$ , кН м <sup>2</sup>
По предлагаемой методике	0,0177	0,00633	198,0

В таблице 1 также приведены результаты расчета по методике [23]. Сравнение полученных результатов по предлагаемому методу с результатами расчета, полученными в соответствии с [23], показывает, что расхождение по  $\varphi_x^p$  составляет 3,3 %, по бимоменту – в пределах 2 %.

Значения напряжений, действующих в период ремонта и вычисленных в характерных точках сечения (рис. 2, точки 1–18), приведены в таблице 2.

Таблица 2. Значения напряжений в сечении элемента до и после усиления

Точки сечения	Напряжения			
	$\sigma_x^p$ , мПа	$\tau_o^p$ , мПа	$\sigma_x^y$ , мПа	$\tau_o^y$ , мПа
1	60,7	0	82,7	0
2	60,7	0	82,7	0
3	0	0	19,0	0
4	0	0	19,0	0
5	0	2,88	0	4,18
6	0	2,88	0	4,18
7	0	0	0	1,3
8	0	0	0	1,3
9	-60,7	0	-82,7	0
10	-60,7	0	-82,7	0
11	0	0	19,0	0
12	0	0	19,0	0
13	60,7	0	98,6	0
14	60,7	0	98,6	0
15	0	2,88	0	5,48
16	0	2,88	0	5,48
17	-60,7	0	-98,6	0
18	-60,7	0	-98,6	0

На следующем этапе производился расчет усиленного стержня под действием суммарного крутящего момента  $M^y = 80 \text{ кНм}$ . При этом учитывались напряжения и деформации, возникающие на первом этапе от действия ремонтной нагрузки  $M^p$ . Результаты расчета в виде действующих в опорном сечении усиленного элемента напряжений, а также в виде максимальных деформаций и бимоменты приведены в таблицах 1 и 2.

Результаты расчета статически неопределимого стального стержня, нагруженного равномерно распределенными крутящими моментами (рис. 3), приведены в таблице 3. Данная стержневая конструкция до усиления имела двутавровое сечение I (рис. 3, б). В этот период на стержень действовала распределенная нагрузка с интенсивностью  $m^p = 1 \text{ кНм/м}$ . В период усиления сечение стержня наращивается элементом усиления II. После усиления к стержню прикладывается добавочная нагрузка  $\Delta m = 4 \text{ кНм/м}$ . При этом суммарная нагрузка после усиления становится равной  $m^y = 5 \text{ кНм/м}$ .

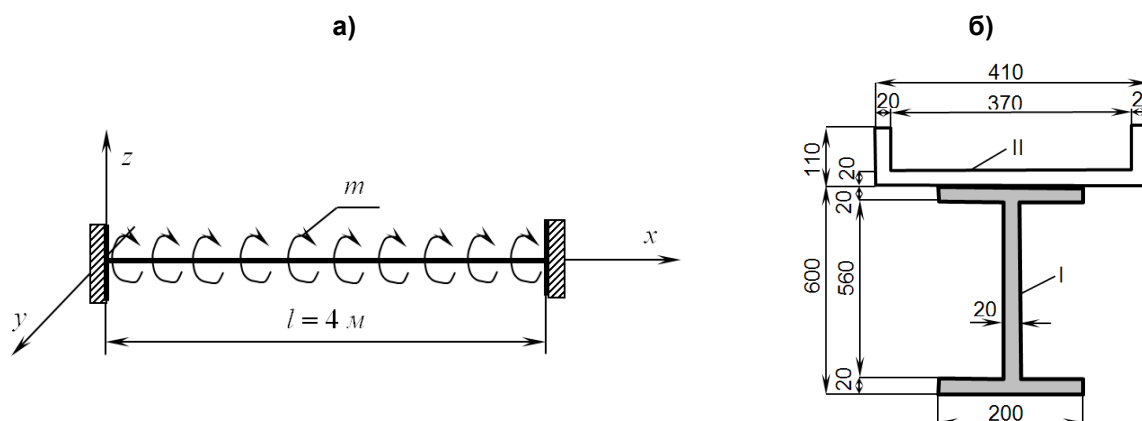


Рисунок 3. Расчетная схема статически неопределимого стержня (а); сечение стержня (б): I – основное сечение, II – элемент усиления

**Таблица 3. Результаты расчета статически неопределимого стального стержня, нагруженного равномерно распределенными крутящими моментами**

В период усиления при действии ремонтной нагрузки $m^P = 1 \text{ кНМ/м}$			
Определяемые параметры	$\varphi_x^P, \text{ рад.}$	$\beta^P, 1/\text{м}$	$B^P, \text{ кН м}^2$
	при $x = 2 \text{ м}$	при $x = 1 \text{ м}$	при $x = 0$
По методике, изложенной в [23]	0,001235	0,000919	1,181
По предлагаемой методике	0,001285	0,000933	1,19
Расхождение результатов	4 %	1,5 %	0,75 %
После усиления при действии суммарной нагрузки $m^Y = 5 \text{ кНМ/м}$			
Определяемые параметры	$\varphi_x^Y, \text{ рад.}$	$\beta^Y, 1/\text{м}$	$B^Y, \text{ кН м}^2$
	при $x = 2 \text{ м}$	при $x = 1 \text{ м}$	при $x = 0$
По предлагаемой методике	0,00371	0,00267	5,74

### Выводы

1. Разработан вариационный метод определения напряженно-деформированного состояния усиливаемых под нагрузкой тонкостенных стержней открытого профиля с учетом стесненного кручения.

2. Создана компьютерная программа, которая позволяет определять напряженно-деформированное состояние усиливаемых тонкостенных стержневых конструкций, поперечное сечение которых составлено как из прямолинейных, так и из криволинейных участков.

### Литература

- Cheng Y., Schafer B. W. Simulation of cold-formed steel beams in local and distortional buckling with applications to the direct strength method // Journal of Constructional Steel Research. 2007. Vol. 63. Issue 5. 2007. Pp. 581–590.
- Лалин В.В., Рыбаков В.А. Конечные элементы для расчета ограждающих конструкций из тонкостенных профилей // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 8(26). С. 69–80.
- Рыбаков В.А. Применение полусдвиговой теории В.И. Сливкера для анализа напряженно-деформированного состояния систем тонкостенных стержней: Дисс.... канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2012. 184 с.
- Туснин А.Р. Численный расчет конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля. М.: Изд-во АСВ, 2009. 143 с.
- Лалин В.В., Рыбаков В.А., Морозов С.А. Исследование конечных элементов для расчета тонкостенных стержневых систем // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 1(27). С. 53–73.
- Ватин Н.И., Рыбаков В.А. Расчет металлоконструкций: седьмая степень свободы // СтройПРОФИЛЬ. 2007. №3(57). С. 32–35.
- Сливкер В.И. Строительная механика. Вариационные основы. Учебное пособие. М.: Изд-во АСВ, 2005. 736 с.
- Musat S.D., Epureanu B.I. Study of warping torsion of thin-walled beams with open cross-section using macro-elements // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1999. Vol. 44. Issue 6. Pp. 853–868.
- Emre Erkmen R., Mohareb M. Torsion analysis of thin-walled beams including shear deformation effects // Thin-Walled Structures. 2007. Vol. 44. Issue 10. Pp. 1096–1108.

10. Wang X.-F.a, Zhang Q.-L.b. A new nonlinear finite model for spatial thin-walled beams // Engineering Mechanics. 2011. Vol. 28. Issue 6. Pp. 1–5.
11. Mohri F., Damil N., Potier Ferry M. Large torsion finite element model for thin-walled beams // Computers and Structures. 2008. Vol. 33. Issue 86. Pp. 671–683.
12. Saade K. Finite Element Modeling of Shear in Thin Walled Beams with a Single Warping Function. PhD thesis. Belgium: University of Brussels, 2005. 134 p.
13. Hancock G. J. Compression tests of high strength cold-formed steel channels with buckling interaction // Journal of Constructional Steel Research. 2009. Vol. 65. Issue 2. Pp. 278–289.
14. Zhang S., Xin K., He M. Buckling analysis of thin-walled box beams with distortion // Journal of Tsinghua University. 2010. Vol. 50. Issue 3. Pp. 359–362.
15. Белый Г.И. О расчёте упругопластических тонкостенных стержней по пространственно-деформированной схеме с учетом касательных напряжений и деформации сдвига // Металлические конструкции и испытания сооружений: Межвуз. темат. сб. тр. Л.: ЛИСИ, 1985. С. 10–23.
16. Белый Г.И. Методы расчета стержневых элементов конструкций из тонкостенных холодногнутых стержней // Вестник гражданских инженеров. 2014. №4(45). С. 32–37.
17. Пяткин П.А. Прочность и пространственная устойчивость усиленных под нагрузкой стержневых элементов конструкций открытого профиля: Дисс.... канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2000. 139 с.
18. Raboldt K., Ast M. Zum Tragverhalten des nachträglich seitlich abgestützten Druckstabes // Wissenschaftliche Zeitschrift der Ingenieurhochschule Gottbus. 1982. Vol. 4. Issue I. Pp. 18–28.
19. Raboldt K., Ast M., WolfH.-U. Parameterstudien zum Tragverhalten des nachträglich seitlich abgestützten Druckstabes // Wissenschaftliche Zeitschrift der Ingenieurhochschule Cottbus. 1982. Vol. 4. Issue I. Pp. 29–40.
20. Серазутдинов М.Н., Хайруллин Ф.С. Метод расчета криволинейных стержней // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1991. №5. С. 104–108.
21. Серазутдинов М.Н. Вариационные соотношения теории тонкостенных стержней открытого профиля // Вестник Казанского технологического университета. 2013. №5. С. 216–223.
22. Серазутдинов М.Н., Убайдуллоев М.Н., Абрагим Х.А. Повышение несущей способности усиливаемых нагруженных конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2011. №3. С. 23–30.
23. Бычков Д.В. Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций. М.: Госстройиздат, 1962. 476 с.

*Маджид Насриевич Убайдуллоев, г. Казань, Республика Татарстан, Россия*

*Тел. моб.: +7(927)4202307; эл. почта: madgidpwn@rambler.ru*

© Убайдуллоев М.Н., 2014



doi: 10.5862/MCE.52.6

## Calculations of strengthened open profile thin-walled element enclosing structures

**M.N. Ubaydulloyev***Kazan National Research Technological University, Kazan, Russia  
+79274202307; e-mail: madgidpwn@rambler.ru*

### Key words

thin-walled bar systems; strengthening; stress-strain state; repair stress; variational method

### Abstract

This paper presents the variational calculation method for open profile thin-walled bar systems strengthened under load. The main ratios of the theory are given. The calculation of the stress-strain state of the strengthened structure consists of the following stages: 1. Determining repair stress and strain in the elements of the bar system under the influence of repair loadings; 2. Calculating the stress-strain state of the structure after strengthening, allowing for the effect of operational loadings and repair stresses.

Based on the stated method a computer program was developed. The program can be used to simulate the work of the strengthened structure and monitor its stress-strain state at different strengthening stages. The results of the strengthened thin-walled bar system calculations are presented, allowing for stress and strain at different strengthening stages.

### References

1. Cheng Y., Schafer B. W. Simulation of cold-formed steel beams in local and distortional buckling with applications to the direct strength method. *Journal of Constructional Steel Research*. 2007. Vol. 63. Issue 5. 2007. Pp. 581–590.
2. Lalin V.V., Rybakov V.A. Konechnyye elementy dlya rascheta ogradhdayushchikh konstruktsiy iz tonkostennykh profily [The finite elements for design of building walling made of thin-walled beams]. *Magazine of Civil Engineering*. 2011. No. 8(26). Pp. 69–80. (rus)
3. Rybakov V.A. *Primeneniye polusdvigovoy teorii V.I. Slivkera dlya analiza napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya sistem tonkostennykh sterzhney* [Application of half-shearing theory of V.I. Slivker for analysis of deflected mode of thin-walled bars]. PhD thesis. Saint-Petersburg, 2012. 184 p. (rus)
4. Tusnin A.R. *Chislennyi raschet konstruktsiy iz tonkostennykh sterzhney otkrytogo profilya* [Numerical calculation of structures made of open-section thin-walled bars]. Moscow: Izd-vo ASV, 2009. 143 p. (rus)
5. Lalin V.V., Rybakov V.A., Morozov S.A. Issledovaniye konechnykh elementov dlya rascheta tonkostennykh sterzhnevnykh sistem [The Finite Elements Research for Calculation of Thin-Walled Bar Systems]. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 1(27). Pp. 53–73. (rus)
6. Vatin N.I., Rybakov V.A. Raschet metallokonstruktsiy: sedmaya stepen svobody [Calculation of steel structures: the seventh degree of freedom]. *StroyPROFIL*. 2007. No. 2(56). Pp. 60–63. (rus)
7. Slivker V.I. *Stroitel'naya mekhanika. Variatsionnyye osnovy. Uchebnoye posobiye* [Structural mechanics. Variation bases. Manual]. Moscow: Izd-vo ASV, 2005. 736 p. (rus)
8. Musat S.D., Epureanu B.I. Study of warping torsion of thin-walled beams with open cross-section using macro-elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1999. Vol. 44. Issue 6. Pp. 853–868.
9. Emre Erkmen R., Mohareb M. Torsion analysis of thin-walled beams including shear deformation effects. *Thin-Walled Structures*. 2007. Vol. 44. Issue 10. Pp. 1096–1108.
10. Wang X.-F.a, Zhang Q.-L.b. A new nonlinear finite model for spatial thin-walled beams. *Engineering Mechanics*. 2011. Vol. 28. Issue 6. 2011. Pp. 1–5.
11. Mohri F., Damil N., Potier Ferry M. Large torsion finite element model for thin-walled beams. *Computers and Structures*. 2008. Vol. 33. Issue 86. Pp. 671–683.
12. Saade K. *Finite Element Modeling of Shear in Thin Walled Beams with a Single Warping Function*. PhD thesis. Belgium: University of Brussels, 2005. 134 p.
13. Hancock G. J. Compression tests of high strength cold-formed steel channels with buckling interaction. *Journal of Constructional Steel Research*. 2009. Vol. 65. Issue 2. Pp. 278–289.

Ubaydulloyev M.N. Calculations of strengthened open profile thin-walled element enclosing structures

14. Zhang S., Xin K., He M. Buckling analysis of thin-walled box beams with distortion. *Journal of Tsinghua University*. Vol. 50. Issue 3. 2010. Pp. 359–362.
15. Belyy G.I. *O raschete uprugoplasticheskikh tonkostennykh sterzhney po prostranstvenno-deformirovannoy skheme s uchetom kasatelnykh napryazheniy i deformatsii sdviga* [On the calculation of elastoplastic thin-walled rods for space-deformed scheme taking into account the shear stresses and shear strain]. Metallicheskiye konstruksii i ispytaniya sooruzheniy. Leningrad: LISI, 1985. Pp. 10–23. (rus)
16. Belyy G.I. Metody rascheta sterzhnevnykh elementov konstruksiy iz tonkostennykh kholodnognutykh sterzhney [Methods of calculation of rod elements of structures from thin-walled cold-formed beams]. *Bulletin of Civil Engineers*. 2014. No. 4(45). Pp. 32–37. (rus)
17. Pyatkin P.A. *Prochnost i prostranstvennaya ustoychivost usilennykh pod nagruzkoy sterzhnevnykh elementov konstruksiy otkrytogo profilya* [Strength and dimensional stability of reinforced under load structural elements of open profile]. PhD dissertation. Saint-Petersburg, 2000. 139 p. (rus)
18. Raboldt K., Ast M. Zum Tragverhalten des nachträglich seitlich abgestützten Druckstabes. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Ingenieurhochschule Gottbus*. 1982. Vol. 4. Issue 1. Pp. 18–28.
19. Raboldt K., Ast M., WolfH.-U. Parameterstudien zum Tragverhalten des nachträglich seitlich abgestützten Druckstabes. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Ingenieurhochschule Gottbus*. 1982. Vol. 4. Issue 1. Pp. 29–40.
20. Serazutdinov M.N., Khayrullin F.S. Metod rascheta krivolinyenykh sterzhney. [Method of calculation of curvilinear beams]. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 1991. No. 5. Pp. 104–108. (rus)
21. Serazutdinov M.N. Variatsionnyye sootnosheniya teorii tonkostennykh sterzhney otkrytogo profilya [Variation ratios of the theory of thin-walled open profile bars]. *Vestnik of Kazan State Technological University*. 2013. No. 5. Pp. 216–223. (rus)
22. Serazutdinov M.N., Ubaydulloyev M.N., Abragim Kh.A. Povysheniye nesushchey sposobnosti usilivayemykh nagruzhennykh konstruksiy [Increasing of the load-carrying capacity in the strengthened loaded structures]. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. Moscow: RUDN, 2011. No. 3. Pp. 23–30. (rus)
23. Bychkov D.V. *Stroitel'naya mekhanika sterzhnevnykh tonkostennykh konstruksiy* [Structural mechanics of bar thin-walled constructions]. Moscow: Gosstroyizdat, 1962. 476 p. (rus)

**Full text of this article in Russian: pp. 49–56**