

УДК 531.6

Д.А. Кожанов

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

СТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ ГИБКИХ ТКАНЫХ, ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ПОВРЕЖДЕННЫХ КОМПОЗИТОВ В УСЛОВИЯХ ОДНООСНОГО РАСТЯЖЕНИЯ

В данной работе представлена структурная модель поведения гибких тканых композиционных материалов с полотняным плетением армирующих нитей в условиях статического одноосного растяжения. Учтено упруго-пластическое деформирование образцов материала. Выявлено влияние предварительного повреждения материала на поведение диаграммы деформирования. Адекватность предлагаемой модели подтверждена сравнением расчетных результатов с экспериментальными данными.

ГИБКИЙ ТКАНЫЙ КОМПОЗИТ, ДИАГРАММА ДЕФОРМИРОВАНИЯ, ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ПОВРЕЖДЕНИЕ, СТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ, ОДНООСНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ.

Введение

В работе рассматриваются гибкие тканые композиционные материалы. В качестве армирующих элементов в них выступают ткань полотняного плетения и виниловая матрица. Такие материалы используются, например, при производстве скеггов для судов на воздушной подушке, быстровозводимых надувных сооружений, а также при изготовлении мягкой кровли для зданий и сооружений.

Необходимо учесть, что материал в процессе эксплуатации может испытывать ударные воздействия в локальных областях. Для определения последствий повреждения и его влияния на жесткостные характеристики материала необходима модель, которая бы описывала структуру рассматриваемых материалов и последствия ударного воздействия.

На данный момент предложено довольно много моделей, позволяющих описывать поведение тканых композиционных материалов; эти модели отражают структуру материалов, их геометрическую не-

линейность [1 – 3], а также используют сведения континуальной механики [4 – 6]. Однако все они не дают возможности описать, например, влияние предварительного повреждения материала. Кроме того, имеющиеся модели (за исключением модели [6]) применимы только к негибким тканым композитам.

Таким образом, моделей, способных описать поведение гибких тканых композиционных материалов при упруго-пластическом деформировании, а также учитывающих геометрическую нелинейность материала, явно недостаточно. Модели же, которая бы позволяла описывать влияние предварительного повреждения такого материала, в литературе не представлено.

В данной работе впервые построена модель, отражающая поведение материала при вводимых начальных повреждениях. Последние сводятся к остаточным геометрическим искажениям, причем не только в зоне упругих деформаций, но и в условиях упругопластического деформирования.

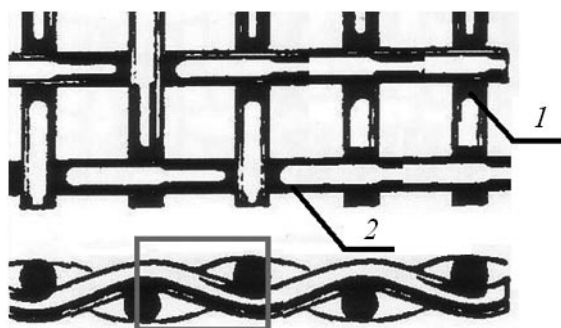


Рис. 1. Полотняное плетение нитей основы (1) и утка (2) тканого композита: виды сбоку и сверху; структурный элемент модели выделен прямоугольником

Построение структурной модели

Тканые композиционные материалы имеют достаточно сложную структурную геометрию (рис. 1). Для построения структурной модели целесообразно выделить в материале область, которая вносит основной вклад в характеристику жесткости. Необходимо также оценить вид диаграммы деформирования и определить, какие изменения вносят в нее предварительные повреждения.

Экспериментальные предпосылки

С целью учета предварительного повреждения материала было экспериментально исследовано влияние ударного воздействия на поведение диаграммы деформирования композитов.

Предварительно листы исследуемых материалов (тканый композит) подвергали ударному воздействию; для этого их фиксировали на установке Devenport FDB/230 и ударили по ним грузами с различным весом на битке.

Образцы вырезали таким образом, чтобы направление основы совпадало с осью образца и поврежденная область находилась в его центре. Образцы имели следующие размеры, м:

длина $l_0 = 0,022$; ширина $b_0 = 0,016$;
толщина $h = 0,005$; длина поврежденной области $l_d = 0,01$.

Испытания на растяжение проводили с

постоянной скоростью, равной 0,3 мм/с.

Для удобства анализа экспериментальных данных были систематизированы виды диаграмм деформирования. В результате было сделано заключение о трехсегментном характере диаграммы деформирования (рис. 2). На диаграммах измеряли три угла наклона прямых, по которым вычисляли экспериментальные параметры – модули упругости и упрочнения (модули Юнга).

Было специально изучено влияние предварительного ударного воздействия разной силы на поведение диаграмм деформирования тканых композитов при одноосном статическом нагружении. Усредненные результаты такого исследования представлены в таблице (приведена в конце статьи).

Структурная модель поведения тканого композита

Главной особенностью тканых композитов является их геометрическая нелинейность. В полотняном плетении нами был выделен структурный элемент (см. рис. 1), который периодически повторяется в структуре рассматриваемого материала. В условиях статического одноосного растяжения вдоль нитей основы удобно использовать именно такой элемент.

К структурному элементу с жестко закрепленным левым концом приложим с правого конца растягивающую силу F (рис. 3). Определим горизонтальное перемещение точки A , так как нас интересует деформи-



Рис. 2. Типичная диаграмма деформирования тканого материала; E_1 – модуль упругости на первом сегменте; E_2, E_3 – модули упрочнения на втором и третьем сегментах

рование элементов конструкции из рассматриваемого материала, не приводящее к выходу из плоскости. Для этого воспользуемся теоремой Кастельяно [7]:

$$q_m = \frac{\partial U_i}{\partial Q_m},$$

где q_m – перемещение в направлении действия силы Q_m , U_i – внутренняя энергия, накопленная в i -м структурном элементе.

Для нахождения внутренней энергии разобьем наш структурный элемент на несколько участков (см. рис. 3). Разбиение на участки проведено по признаку их основной функции в процессе деформирования.

Полученный структурный элемент можно рассматривать как стержень с прямоугольным сечением, так как направление действия силы совпадает с направлением армирующих элементов в нити; ρ – радиус кривизны на четвертом и пятом участках, в неповрежденном образце $\rho = \infty$.

Предположим, что первый и второй участки будут работать только на растяжение; тогда третий – на сдвиг, а четвертый и пятый – на изгиб. При этом на четвертом и пятом участках возможно возникновение пластических деформаций (кроме упругих). Таким образом, внутренняя энергия, накопленная в стержне, включает два слагаемых:

$$U = U_{\text{упр}} + U_{\text{пластич}},$$

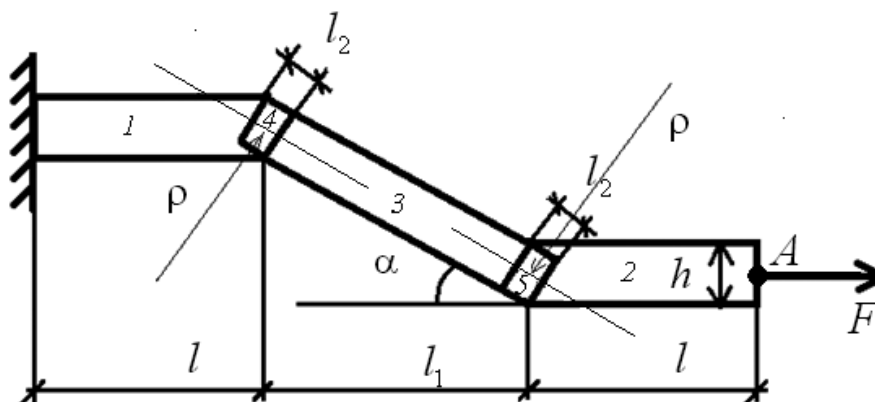


Рис. 3. Схематическое представление структурного элемента в условиях одноосного растяжения:

F – растягивающая сила; A – точка для наблюдения перемещения; 1 – 5 – номера участков разбиения (даны их размеры); ρ – радиус кривизны, вносимой изгибающим моментом при повреждении (здесь $\rho = \infty$)

где $U_{\text{упр}} = \sum_{l=1}^5 U_{\text{упр}}^i$, $U_{\text{пластич}} = \sum_{l=4}^5 U_{\text{пластич}}^i$ – величины внутренней энергии, накопленной соответственно в структурном элементе от упругих деформаций и в стержне от пластических деформаций, возникающих на четвертом и пятом участках.

Первый и второй участки – эквивалентны; они будут характеризоваться только продольной силой N . Третий участок структурного элемента характеризуется перерезывающей силой Q . Четвертый и пятый участки также эквивалентны и характеризуются изгибающим моментом M .

Для нахождения $U_{\text{пластич}}$ воспользуемся линейной теорией с кинематическим упрочнением [7], согласно которой зависимость напряжение – деформация представляется следующим образом:

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon, \varepsilon \leq \varepsilon_i; \\ \sigma_i + E_t(\varepsilon - \varepsilon_i), \varepsilon > \varepsilon_i, \end{cases}$$

где E – модуль упругости на участке упругого деформирования, E_t – модуль упрочнения на пластическом участке диаграммы деформирования; σ_i – предел текучести; $\varepsilon_i = \sigma_i / E$ – максимальные упругие деформации.

Найдем удельную внутреннюю энергию деформаций, накопленную до разрушения материала, как

$$W = \int_0^{\varepsilon_p} \sigma d\varepsilon_p.$$

В результате интегрирования получим следующее выражение:

$$W = (\sigma^2 - \sigma_t^2) \frac{E - E_t}{2EE_t}.$$

После этого оценим распределение напряжений по сечению стержня. На рис. 4 изображено поперечное сечение 4-го (либо 5-го) участка структурного элемента, в которых проходит граница h_0 между зонами упругого и пластического деформирования. Поперечное сечение сечение 4-го и 5-го участка – это прямоугольник $h \times b$, где h – высота сечения (толщина единичной нити плетения), b – высота сечения (ширина единичной нити плетения). Размеры области упругого деформирования $2h_0 \times b$, где h_0 – расстояние от нейтральной оси до области пластического деформирования.

Для нахождения величины h_0 воспользуемся формулой

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2\varepsilon}{h} = \frac{\varepsilon_t}{h_0},$$

где ρ – радиус кривизны, ε – текущая деформация.

Выразим ε при $\sigma > \sigma_t$:

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \sigma_t}{E_t} + \frac{\sigma_t}{E} = \frac{\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t)}{EE_t}.$$

Тогда

$$\rho = \frac{h}{2\varepsilon} = \frac{hEE_t}{2(\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t))};$$

$$h_0 = \varepsilon_t \rho = \frac{\sigma_t E_t h}{2(\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t))}.$$

Внутренняя энергия, накопленная в стержне от пластических деформаций, находится как

$$U_{\text{пластич}}^1 = U_{\text{пластич}}^2 = 2 \int_0^{l_2} \int_0^b \int_0^{h/2} W dW;$$

$$U_{\text{пластич}}^1 = \frac{bl_2 h(E - E_t)}{EE_t} (\sigma^2 - \sigma_t^2) \times$$

$$\times \left[1 - \frac{\sigma_t E_t}{\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t)} \right].$$

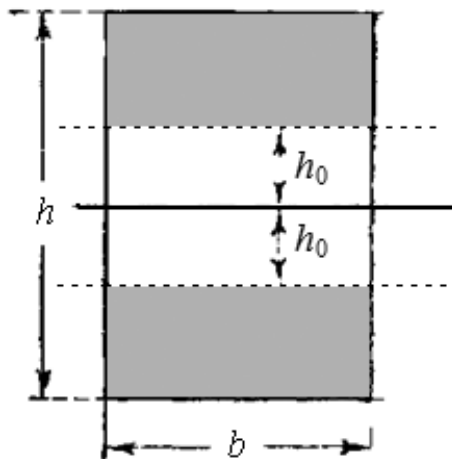


Рис. 4. Четвертый (либо пятый) участок структурного элемента, где находится граница между зонами упругого (светлая область) и пластического деформирования; граница показана пунктиром

Таким образом, внутренняя энергия, накопленная в i -м структурном элементе, выражается как

$$U_i = \begin{cases} U_{\text{упр}}, \sigma \leq \sigma_t; \\ U_{\text{упр}} + U_{\text{пластич}}, \sigma > \sigma_t. \end{cases}$$

Применяя теорему Кастельяно, получаем, что

$$\frac{\partial U_{\text{упр}}}{\partial F} = \frac{2F}{E} \left[\frac{l}{A} + \frac{6 l_1 (1 + \nu) \sin \alpha}{5 A} + \frac{l_2^3 \sin \alpha}{3 I} \right],$$

где ν – коэффициент Пуассона, α – угол наклона 3-го участка структурного элемента (см. рис. 3), I – момент инерции поперечного сечения, $A = h \times b$ – площадь поперечного сечения нити структурного элемента;

$$\frac{\partial U_{\text{пластич}}}{\partial F} = \frac{bl_2 h(E - E_t)}{EE_t} \times$$

$$\times \left\{ 2\sigma \left(1 - \frac{\sigma_t E_t}{\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t)} \right) + (\sigma^2 - \sigma_t^2) \left[\frac{\sigma_t E_t E}{A(\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t))^2} \right] \right\}.$$

Горизонтальное перемещение точки A следует выражению

$$\Delta_A = \begin{cases} \frac{\partial U_{\text{упр}}}{\partial F}, \sigma \leq \sigma_t; \\ \frac{\partial U_{\text{упр}}}{\partial F} + \frac{\partial U_{\text{пластич}}}{\partial F}, \sigma > \sigma_t. \end{cases}$$

Учет влияния повреждений

В предыдущем разделе была выдвинута модель, описывающая поведение структурного элемента тканого композита при растяжении вдоль нити основы вплоть до его разрушения. На следующем этапе развития модели необходимо учесть влияние предварительных повреждений материала.

Введем предположения о форме образца, подвергнутого ударному повреждению. На рис. 5 изображено его продольное сечение. Видно, что в центре сечения имеется криволинейный участок. Представим этот участок половиной дуги окружности и полагаем, что повреждение распространяется по всей ширине образца. В этом случае задачу можно рассматривать как одномерную.

Допустим, что остаточные деформации, которые возникают после предварительного ударного нагружения, связаны с изменением радиусов кривизны на четвертом и пятом участках (рис. 6).

На четвертом участке структурного элемента направление вносимого повреждением радиуса кривизны ρ_0 совпадает с направлением радиуса кривизны ρ , вносимым изгибающим моментом. На пятом участке структурного элемента направление ρ_0 обратно направлению радиуса кривизны ρ .

В упругой области деформации, вносимые повреждением, следуют выражению $\varepsilon_t = h / \rho_0$.

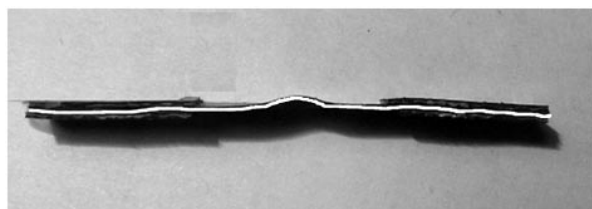


Рис. 5. Продольное сечение образца после ударного нагружения; в центре имеется криволинейный участок

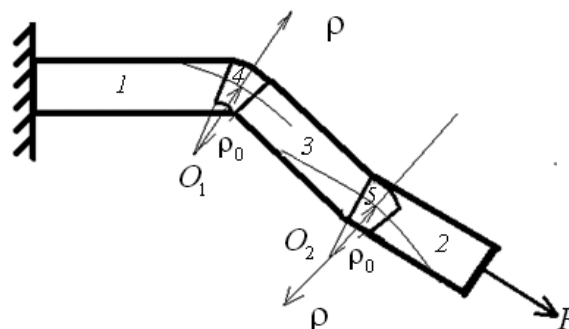


Рис. 6. Моделирование результата предварительных повреждений образца: O_1, O_2 – центры дуг кривизны; ρ, ρ_0 – радиусы кривизны, вносимые изгибающим моментом и повреждением, соответственно

В пластической области диаграммы деформирования влияние повреждений можно выразить следующим образом:

$$h_0 = \varepsilon_t (\rho \pm \rho_0) = \frac{\sigma_t E_t h}{2(\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t))} \pm \frac{\sigma_t}{E} \rho_0;$$

$$\left(\frac{\partial U_{\text{пласт}}}{\partial F} \right)_{\text{повр}} = \frac{bl_2 h (E - E_t)}{EE_t} \times$$

$$\times \left\{ 2\sigma \left(1 \pm \frac{\sigma_t \rho_0}{E h} - \frac{\sigma_t E_t}{\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t)} \right) + \right.$$

$$\left. + (\sigma^2 - \sigma_t^2) \left[\frac{\sigma_t E_t E}{A(\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t))^2} \right] \right\}.$$

Образцы, изучаемые в эксперименте, содержали, согласно нашей модели, одиннадцать структурных элементов по длине образца; четыре из них были повреждены, а семь остались неповрежденными. Таким образом, суммарное удлинение образца композита следует выражению

$$\Delta = 7 \left(\frac{\partial U_{\text{упр}}}{\partial F} + \frac{\partial U_{\text{пласт}}}{\partial F} \right) +$$

$$+ 4 \left(\left(\frac{\partial U_{\text{пласт}}}{\partial F} \right)_{\text{повр}} + \varepsilon_t l_0 \right).$$

На рис 7. представлены экспериментальные и расчетные диаграммы деформирования, полученные с применением построенной модели.

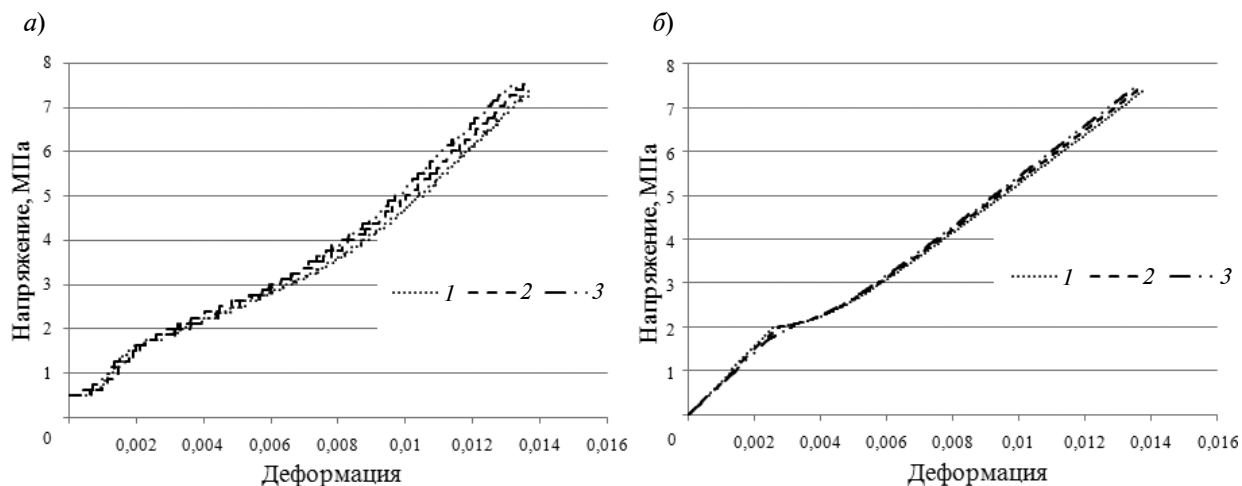


Рис. 7. Экспериментальные (а) и расчетные (б) диаграммы деформирования неповрежденного (1) и предварительно поврежденных (2, 3) материалов. Повреждения материала эквивалентны нагрузкам 300 г (2) и 500 г (3)

Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными

В таблице представлено сравнение результатов расчета по развитой нами структурной модели с экспериментальными данными.

Таким образом, полученная модель дает хорошее качественное описание диаграммы деформирования тканых композитов в условиях статического одноосного растяжения, вплоть до разрушения. В результате построенной модели жесткость на первом и втором

Таблица

Сравнение экспериментальных и расчетных результатов по одноосному растяжению гибких тканых композитов, подвергнутых и не подвергнутых предварительному повреждению

k	E_k , МПа		Среднеквадратичное отклонение, МПа	Погрешность, %
	эксперимент	расчетный		
<i>Неповрежденные образцы</i>				
1	687,5	775,9	44,2	12,9
2	305,5	281,9	11,8	7,7
3	687,5	565,1	61,2	17,8
<i>Поврежденные образцы (нагружение, эквивалентное 300 г)</i>				
1	680,6	760,9	40,2	11,8
2	275,0	221,9	26,6	19,3
3	687,5	570,7	58,4	17,0
<i>Поврежденные образцы (нагружение, эквивалентное 550 г)</i>				
1	675,5	730,6	27,6	8,2
2	250,0	204,0	23,0	18,4
3	692,3	579,4	56,4	16,3

Обозначения: E_k – модуль Юнга на k -м сегменте диаграммы деформирования (см. рис. 2).

Примечания. 1. Среднеквадратичное отклонение рассчитывалось между экспериментальным и расчетным значениями.

2. Повреждение образцов осуществлялось ударным нагружением.



участках диаграммы одноосного растяжения снижается с увеличением уровня повреждений, а на третьем возрастает, что соответствует результатам эксперимента.

Также установлено, что, согласно предлагаемой модели, при увеличении уровня повреждений уменьшается длина второго участка диаграммы деформирования. Данное явление также обнаружено при анализе результатов эксперимента.

Заключение

Впервые предложена модель, которая

позволяет описывать поведение гибких тканых композиционных материалов при одноосном растяжении образцов, учитывая геометрическую нелинейность материала и влияние его предварительного повреждения на диаграмму деформирования. Проведенные эксперименты подтвердили адекватность предлагаемой модели. Полученные результаты открывают новые возможности для прогнозирования последствий ударных воздействий на тканые композиционные материалы в самых разнообразных сферах их применения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Naas R.** The stretching of the fabric and the shape of the envelope. NASA TR-16, 1917. 154 p.
2. **Васильев В.В.** Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988, 270 с.
3. **Васильев В.В.** Композиционные материалы. М.: Машиностроение, 1990. 510 с.
4. **Man X., Swan C.C.** A mathematical modeling framework for analysis of functional clothing // *J. Eng. Fiber and Fabrics*. 2007. Vol. 2. No. 3, pp. 10-27.
5. **Wu Z., Au C.K., Yuen M.** Mechanical properties of fabric materials for draping simulation // *Int. J. Clothing Sc. Tech.* 2003. Vol. 15. No. 1, pp. 56-68.
6. **Берендеев Н.Н.** Описание поведения тканого композита при статическом нагружении с использованием структурной модели // *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 2013. № 4(4). С. 173–179.
7. **Беляев Н.М.** Соппротивление материалов. М.: Наука, 1965. 856 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

КОЖАНОВ Дмитрий Александрович – аспирант *Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского*.
603950, Россия, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
pbk996@mail.ru

Kozhanov D.A. A STRUCTURAL MODEL FOR FLEXIBLE WOVEN AND PRE-DAMAGED COMPOSITES UNDER CONDITIONS OF UNIAXIAL TENSION.

In this paper we consider a flexible woven composite materials with plain weave reinforcing fibers and vinyl matrix. The main features of these materials are a geometric nonlinearity and a complexity of their microstructure. Flexible woven composites differ in architecture of plain weave, the percentage of reinforcing fibers and their thickness. The paper puts forward micromechanical structural model describing the complete diagram of deformation of the flexible woven composites under uniaxial tension. The model is laminated with the inelastic deformations. A periodically repeating element was detached, and then it was divided into sub-elements. The strain energy was calculated at each structural element and then it was used to calculate displacements according to the Castellano theorem. The article exemplifies modeling of preliminary damage to the material, and the influence of damage on the stress-strain diagram was analyzed. The damage was introduced by changing in the topology of geometry of reinforcing strands, the change correlating with certain residual deformations. This model is universal for any flexible composite woven plain weave. The simulation results were compared with experimental ones, and the model demonstrated a good fit to the data mentioned and minimum errors.

FLEXIBLE WOVEN COMPOSITE, DIAGRAM OF DEFORMATION, PRELIMINARY DAMAGE, STRUCTURAL MODEL, UNIAXIAL TENSION.

REFERENCES

1. **Haas R.** *The Stretching of the Fabric and the Shape of the Envelope*. NACATR-16, 1917.
2. **Vasilyev V.V.** *Mekhanika konstruksiy iz kompozitsionnykh materialov*. Moscow, Mashinostroyeniye, 1988. 270 p. (rus)
3. **Vasilyev V.V.** *Kompozitsionnyye materialy*. Moscow, Mashinostroyeniye, 1990, 510 p. (rus)
4. **Man X., Swan C.C.** A mathematical modeling framework for analysis of functional clothing. *J. Eng. Fiber and Fabrics*, 2007, Vol. 2, No. 3, pp. 10-27. (rus)
5. **Wu Z., Au C.K., Yuen M.** Mechanical properties of fabric materials for draping simulation. *Int. J. Clothing Sc. Tech.*, 2003, Vol. 15, No. 1, pp. 56-68. (rus)
6. **Berendeyev N.N.** Opisaniye povedeniya tkanogo kompozita pri staticheskom nagruzhenii s ispol'zovaniyem strukturnoy modeli // *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*, 2013, No. 4(4), pp. 173-179. (rus)
7. **Belyayev N.M.** *Soprotivleniye materialov*. Moscow, Nauka, 1965. 856 p. (rus)

THE AUTHOR

KOZHANOV Dmitry A.

Lobachevsky State university of Nizhni Novgorod
23 Gagarina Ave., Nizhni Novgorod, Russia
pbk996@mail.ru