

**ОЦЕНКА ОБЛАСТИ УСТОЙЧИВОСТИ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ  
НА ОСНОВЕ ПРЯМОГО МЕТОДА ЛЯПУНОВА**

*V.N. Kozlov, G.A. Ryabov, I.U. Trosko*

**ESTIMATION REGION OF STABILITY FOR ENERGY SYSTEM  
BASED ON THE DIRECT METHOD OF LYAPUNOV**

Изучены аналитический и численный методы анализа устойчивости электромагнитных и электромеханических процессов электроэнергетической системы (ЭЭС), работающей на внешнюю сеть бесконечной мощности. Для получения алгоритма оценки границы области устойчивости использован прямой метода Ляпунова. Приведена методика аналитического исследования устойчивости на основе этого метода.

Рассмотрен пример исследования конкретной ЭЭС предложенным методом и получения границы области устойчивости замкнутой системы управления при варьировании частоты генератора и различных значениях соотношения линейных и нелинейных членов в математической модели исследуемой системы.

**ОБЛАСТЬ УСТОЙЧИВОСТИ; ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА; ПРЯМОЙ МЕТОД ЛЯПУНОВА.**

The current work is dedicated to analytical and numerical methods of analyzing stability in electromagnetic and electromechanical processes of the electric power system (EPS). The EPS, considered in the present article, runs in the external network of infinite power. The algorithm of estimating the stability region's boundary was obtained using Lyapunov's Direct Method, and an analytical technique to study the system's stability was developed based on the algorithm.

The suggested technique was used to study the EPS and the boundary of its stability region during the generator's frequency variation and various ratios of linear and nonlinear terms of the mathematical model of the studied system.

**STABILITY REGION; ELECTRIC POWER SYSTEM; LYAPUNOV'S DIRECT METHOD OF.**

Рассмотрим модель электроэнергетической системы, состоящей из турбины и синхронного генератора, работающих на сеть бесконечной мощности, схема которой приведена на рис. 1.

Уравнение синхронного генератора в  $d-q$  осях, определяемых преобразованием Парка–Горева, представляется системой

обыкновенных дифференциальных уравнений (1)–(6) [1]. Для упрощения мы будем рассматривать в модели синхронного генератора только две обмотки возбуждения, пару демпферных обмоток и одну из фазных обмоток.

Уравнения, описывающие процессы в обмотках якоря:

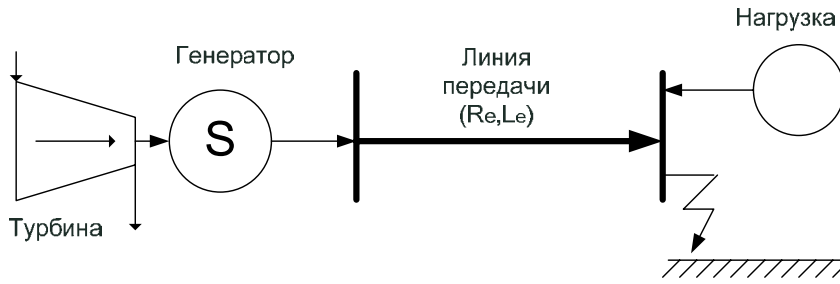


Рис. 1. Схема системы

$$v_q = -R_s i_q + \omega \lambda_d + \frac{d\lambda_q}{dt}, \quad (1)$$

$$\lambda_d = -L_d i_d + L_{md}(i_{fd} + i_{kd}), \quad (2)$$

$$\lambda_q = -L_q i_q + L_{mq} i_{kq}. \quad (3)$$

Уравнение для обмотки возбуждения:

$$v_{fd} = R_{fd} i_{fd} - L_{md} \frac{di_d}{dt} + L_{fd} \frac{di_{fd}}{dt} + L_{md} \frac{di_{kd}}{dt}. \quad (4)$$

Уравнение для демпферных обмоток:

$$0 = R_{kd} i_{kd} - L_{md} \frac{di_d}{dt} + L_{md} \frac{di_{fd}}{dt} + L_{kd} \frac{di_{kd}}{dt}, \quad (5)$$

$$0 = R_{kq} i_{kq} - L_{md} \frac{di_d}{dt} + L_{kq} \frac{di_{kq}}{dt}. \quad (6)$$

В модели представлена внешняя мощность, подведенная к турбине, и электрическая нагрузка, обусловленная процессами во внешней сети. Уравнения турбины [1, 2]:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - 1, \quad (7)$$

$$2H \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e - D\omega, \quad (8)$$

где

$$T_e = (L_q - L_d) i_d i_q + L_{mf} i_{fd} i_q + L_{md} i_{md} i_q - L_{md} i_d i_{mq}, \quad (9)$$

$$v_i = \sqrt{v_d^2 + v_q^2}.$$

Уравнения внешней нагрузки:

$$v_d = R_e i_d + L_e \frac{di_d}{dt} - \omega L_e i_q + V^\infty \cos(\delta - \alpha), \quad (10)$$

$$v_q = R_e i_q + L_e \frac{di_q}{dt} + \omega L_e i_d + V^\infty \sin(\delta - \alpha). \quad (11)$$

Определение входящих в уравнения (1)–(11) величин и их численные значения, использовавшиеся в расчетах, сведены в таблицу (см. ниже).

Для приведения системы (1)–(11) к виду, удобному для аналитического исследования и численного интегрирования, все члены, содержащие производные фазовых координат, переносятся в левую часть, а все остальные члены уравнений – в правую часть:

$$-(L_d + L_e) \frac{di_d}{dt} + L_{md} \frac{di_{fd}}{dt} + L_{md} \frac{di_{kd}}{dt} = (R_s + R_e) i_d - (L_q + L_e) \omega i_q + L_{mq} \omega i_{kq} + V^\infty \cos(\delta - \alpha), \quad (12)$$

$$-(L_q + L_e) \frac{di_q}{dt} + L_{md} \frac{di_{kq}}{dt} = (R_s + R_e) i_q + (L_d + L_e) \omega i_d + L_{md} \omega (i_{fd} + i_{kd}) + V^\infty \sin(\delta - \alpha), \quad (13)$$

$$-L_{md} \frac{di_d}{dt} + L_{fd} \frac{di_{fd}}{dt} + L_{md} \frac{di_{kd}}{dt} = v_{fd} - R_s i_{fd}, \quad (14)$$

$$-L_{md} \frac{di_d}{dt} + L_{md} \frac{di_{fd}}{dt} + L_{kd} \frac{di_{kd}}{dt} = R_{kd} i_{kd}, \quad (15)$$

$$-L_{md} \frac{di_d}{dt} + L_{kq} \frac{di_{kq}}{dt} = R_{kq} i_{kq}. \quad (16)$$

К системе (12)–(16) добавляются уравнения турбины (7), (8). Следует отметить, что входом синхронного генератора является напряжение возбуждения  $v_{fd}$ , определяемое системой управления возбуждением, которая представляет собой сложную динамическую систему. В настоящей работе динамика этой системы не учитывается, и обратные связи формируются

**Параметры ЭЭС, используемые в моделировании**

Переменная	Физический смысл	Численное значение
$v_d, v_q$	Прямое и поперечное напряжение осей статора	
$v_{fd}$	Напряжение возбуждения генератора	
$v_t$	Выходное напряжение генератора	
$i_d, i_q$	Токи в прямой и поперечной осях генератора	
$i_{fd}$	Ток в обмотке возбуждения	
$i_{kd}, i_{kq}$	Токи в прямой и поперечной цепях демпферных обмоток	
$\lambda_d, \lambda_q$	Потокосцепления прямой и поперечной цепей генератора	
$R_s$	Сопротивление обмоток статора	$3 \times 10^{-3}$
$R_{fd}$	Сопротивление обмоток возбуждения	$6,3581 \times 10^{-4}$
$R_{kd}, R_{kq}$	Сопротивление демпферных обмоток	$4,6454 \times 10^{-3}$ $6,8460 \times 10^{-3}$
$L_d, L_q$	Коэффициенты прямой и поперечной самоиндукции	9,84, 4,25
$L_{fd}$	Коэффициент самоиндукции ротора	1,083
$L_{kd}, L_{kq}$	Прямая и поперечная самоиндукция демпферных обмоток	0,9568, 0,2321
$L_{md}, L_{mq}$	Прямая и поперечная магнитная индукция	$9,1763 \times 10^{-1}$ $2,1763 \times 10^{-1}$
$\omega$	Угловая скорость генератора	
$\delta$	Угол скольжения генератора	
$T_m$	Момент механических сил, приложенных к ротору	
$T_e$	Момент электромагнитных сил, приложенных к ротору	
$D$	Коэффициент демпфирования турбины	0
$H$	Момент инерции ротора турбины	3,195
$R_e$	Активное сопротивление внешней сети передачи	$60 \times 10^{-3}$
$L_e$	Индуктивность внешней сети передачи	$11,16 \times 10^{-3}$
$V^\infty, \alpha$	Напряжение шины бесконечной мощности и ее фазовый угол	1; 0

линейным регулятором, построенным по методике аналитического конструирования оптимальных регуляторов, АКОР [3, 4]. Отметим только, что традиционная архитектура систем управления возбуждением не обеспечивает полную наблюдаемость и управляемость системы (1)–(11),

что обусловлено принципиальной невозможностью управления демпферными токами.

Представив уравнения (12)–(16), (7), (8) в матричной форме, получим полную нелинейную модель системы синхронный генератор-турбина вида

$$X \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + R_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s + R_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{fd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{kq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(L_q + L_e) & 0 & 0 & L_{md} \\ -(L_d + L_e) & 0 & L_{md} & L_{md} & 0 \\ \omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{fd} \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} + F(\delta, \alpha), \quad (17)$$

$$2H \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e - D\omega, \quad \frac{d\delta}{dt} = \omega - 1,$$

В (17) член  $F(\delta, \alpha)$  представляет собой зависящие от синуса и косинуса нелинейные члены, определяемые углом скольжения и внешним фазовым углом, а величина  $T_e$  рассчитывается по формуле (9).

Чтобы использовать стандартные методы интегрирования систем дифферен-

циальных уравнений, полученная система должна быть разрешена относительно производных токов, для чего нужно обратить матрицу сопротивлений и индуктивностей. Обратная матрица для матрицы  $X$  получена с помощью пакета символьных вычислений MatLab и имеет вид

$$X^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{L_{fd}}{A} & 0 & -\frac{B}{A} & \frac{L_{md}(L_{fd} - L_{md})}{A(L_{kd} - L_{md})} & 0 \\ -\frac{L_{fd}L_{md}}{AC} & -\frac{1}{C_1} & -\frac{B}{AC_1} & \frac{B}{AC_1} & \frac{1}{C_1} \\ -\frac{L_{md}}{A} & 0 & \frac{L_{kd}C_2 - L_{md}^2}{A(L_{kd} - L_{md})} & -\frac{L_{kd}C_2 - L_{md}^2}{A(L_{kd} - L_{md})} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{D} & \frac{1}{D} & 0 \\ -\frac{L_{fd}L_{md}}{AL_{kq}} & 0 & -\frac{B}{AL_{kq}} & \frac{B}{AL_{kq}} & \frac{1}{L_{kq}} \end{bmatrix},$$

где

$$A = L_{fd}C_2 - L_{md}^2, B = \frac{L_{md}(L_{fd} - L_{kd})}{L_{kd} - L_{md}},$$

$$C_1 = L_e + L_q, C_2 = L_e + L_d, D = L_{kd} - L_{md}.$$

Правые части уравнения (17) представляют собой билинейную форму фазовых переменных. Динамика турбины описывается системой линейных дифференциальных уравнений с единственным нелинейным членом, характеризующим электромагнитную нагрузку от внешней сети.

Моделирование динамики замкнутой

системы управления демонстрирует ее устойчивость при номинальных значениях параметров к внешним возмущениям. На рис. 2 приведен переходный процесс при изменении внешней нагрузки на двадцатой секунде моделирования. Очевидно, что при номинальных значениях параметров система управления устойчива и обладает приемлемыми динамическими характеристиками. Представляет интерес оценка поведения системы при варьировании ее параметров, например частоты вращения ротора турбины. При нормально работающей системе

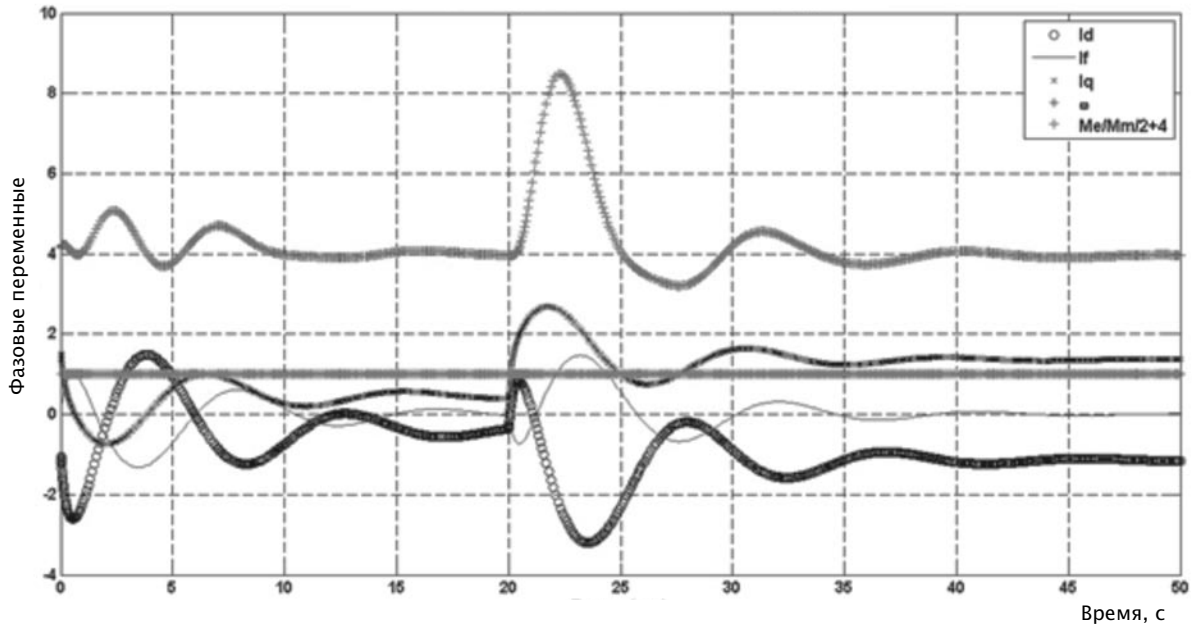


Рис. 2. Переходный процесс при изменении внешней нагрузки на 20-й секунде функционирования

стабилизации частоты ее флуктуации незначительны и не способны серьезно повлиять на устойчивость энергосистемы. Но при отказе системы стабилизации частоты ее колебания становятся значительными и возникает риск потери устойчивости энергосистемы в целом. С целью оценки пределов безопасного колебания частоты предложена методика оценки области устойчивости нелинейной системы путем построения надлежащей функции Ляпунова.

**Теоретические основы метода анализа устойчивости**

Рассмотрим систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$x' = f(x), x(t) \in R^n, f : R^n \rightarrow R^n, f(0) = 0. (18)$$

Определим функцию Ляпунова в виде квадратичной формы:

$$V = x^T P x. (19)$$

Известно, что положение равновесия  $x^e = 0$  будет устойчиво при одновременном выполнении следующих неравенств для всех значений фазовой переменной:

$$V(x) > 0, (20)$$

$$V'(x) < 0. (21)$$

Производная от функции Ляпунова берется вдоль траектории системы (18) и определяется выражением

$$V'(x) = f^T(x) P x + x^T P f(x), (22)$$

которое должно быть строго отрицательным для всех  $x \neq 0$ . В случае линейности правой части (18) условие приводит к матричному неравенству Ляпунова:

$$f(x) = Ax, A^T P + P A < 0. (23)$$

Далее рассматривается общая форма (18), представленная в виде суммы линейной части и некоторой нелинейной вектор-функции:

$$x' = Ax + h(x) + Bu, h : R^n \rightarrow R^n, u(t) \in R^m. (24)$$

Вектор  $u(t)$  представляет собой внешнее воздействие на систему (в частном случае это может быть управление). Модели такого типа используют для описания функционирования синхронных генераторов, входящих в электроэнергетические объединения [1, 2].

Управляющее воздействие в системе (24) формируется согласно алгоритму

$$u = Kx, (25)$$

где  $K$  – матрица коэффициентов обратных связей, полученная с использованием

какого-либо метода их синтеза [4] для линейной части системы (24) и обеспечивающая устойчивость замкнутой линейной системы с матрицей  $A_k = A + BK$ . Полученные значения подставляются в (24) и приводят к неравенству

$$x^T(A_k^T P + PA_k)x + x^T Ph(x) + h^T(x)Px < 0, \quad (26)$$

для всех  $x \neq 0$  или, в более компактной форме:

$$y^T Fy < 0, \quad (27)$$

$$y = [x \quad h(x)]^T, \quad (28)$$

$$F = \begin{bmatrix} A_k^T P + PA_k & P \\ P & 0 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Из (27)–(29) следует невозможность обеспечения выполнения (27) для произвольных значений  $y$  ввиду того, что матрица  $F$  не является отрицательно определенной в общем случае. Накладываются ограничения на вид функции  $h(x)$ . Полагается, что для них справедлива оценка

$$h^T(x)h(x) \leq \alpha^2 x^T H^T Hx, \quad (30)$$

$$H : R^n \rightarrow R^n, H = \text{const},$$

или, в матричной форме

$$\begin{bmatrix} x \\ h(x) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\alpha^2 H^T H & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & I_{n \times n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ h(x) \end{bmatrix} \leq 0.$$

Известно, что для симметричных матриц

$$A_k = \begin{bmatrix} -1.0131 & 1.2860 & 3.7704 & -8.8559 & -8.0458 \\ -0.8326 & -4.9178 & 3.7637 & 2.9891 & 2.7154 \\ 1.7824 & 3.5072 & -7.8990 & 5.6657 & 5.1478 \\ 9.1817 & 8.3716 & 8.3716 & -1.3503 & 5.2736 \\ -8.9651 & -8.1741 & -8.1741 & 1.3184 & -5.8045 \end{bmatrix}, \quad (34)$$

собственные значения этой матрицы равны

$$(-10.8096 \quad -6.9984 \quad -0.1865 + 0.7177i \quad -0.1865 - 0.7177i \quad -2.8038),$$

следовательно, при номинальных значениях параметров система управления возбуждением устойчива. Матрицы в (26)

$$P = \begin{bmatrix} -0.0538 & 0.0341 & 0.0168 & 0.0082 & 0.0110 \\ 0.0341 & -0.0231 & -0.0121 & -0.0094 & -0.0039 \\ 0.0168 & -0.0121 & -0.0069 & -0.0072 & -0.0001 \\ 0.0082 & -0.0094 & -0.0072 & -0.0153 & 0.0083 \\ 0.0110 & -0.0039 & -0.0001 & 0.0083 & -0.0096 \end{bmatrix},$$

$F, G$  размерности  $n \times n$  выполнение условия (27) следует из условия

$$y^T G y \leq 0, \quad (31)$$

если существует такое число  $\tau > 0$ , для которого справедливо матричное неравенство [5–7]:

$$F - \tau G < 0. \quad (32)$$

Используя этот результат, (29) переписывается в форме

$$\begin{bmatrix} A_k^T P + PA_k + \tau \alpha^2 H^T H & P \\ P & -\tau I \end{bmatrix} < 0. \quad (33)$$

Следует отметить, что последнее неравенство нелинейно по  $F$  и  $K$ , поскольку равенство

$$A_k^T P + PA_k = A^T P + PA + PBK + K^T B^T P$$

содержит их произведение.

#### Пример анализа электроэнергетической системы

С целью подтверждения работоспособности описанной в предыдущем разделе методики, рассмотрим практический пример анализа области устойчивости синхронного генератора при варьировании частоты вращения ротора турбины. Для этого построим матрицу, используя модель генератора (17). Для нее матрица замкнутой системы, включающей генератор и систему возбуждения:

$$H^T H = \begin{pmatrix} 164.6768 & 150.1465 & 150.1465 & 0 & 0 \\ 150.1465 & 136.8983 & 139.8983 & 0 & 0 \\ 150.1465 & 139.8983 & 136.8993 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 119.6450 & 108.7019 \\ 0 & 0 & 0 & 108.7019 & 98.7596 \end{pmatrix}.$$

Поскольку инерционность электромеханических процессов существенно больше, чем инерционность электромагнитных процессов, отклонение частоты вращения турбины от номинала может рассматриваться как параметр, определяющий поведение фазовых переменных синхронного генератора. Другой параметр – величина  $\tau$  из (33), определяющий соотношение между линейными и нелинейными членами в (24), обеспечивающий отрицательную определенность матрицы в (33).

После разрешения (17) относительно производных и подстановки в полученные формулы значений из таблицы, была построена поверхность максимального собственного значения матрицы  $F$  из неравенства (33) в зависимости от  $\omega$ ,  $\tau$ . Эта поверхность приведена на рис. 3. Видно, что при малых значениях отклонения частоты от номинала и при малых значениях

управляющего параметра  $\tau$  есть область, в которой все собственные значения матрицы в (33) отрицательны, что свидетельствует об отрицательной определенности самой этой матрицы. Однако с ростом отклонения частоты от номинала расширяется область, в которой система возбуждения неустойчива, причем на границе области устойчивости возможны появления областей с хаотическим поведением [8–10], характеризующимся непрерывным спектром системы управления.

В статье предложен метод оценки области устойчивости нелинейной модели электроэнергетической системы, включающей модели турбины и синхронного генератора, в пространстве параметров системы.

Приведены полученные аналитически уравнения синхронного генератора, а также результаты численного построения областей

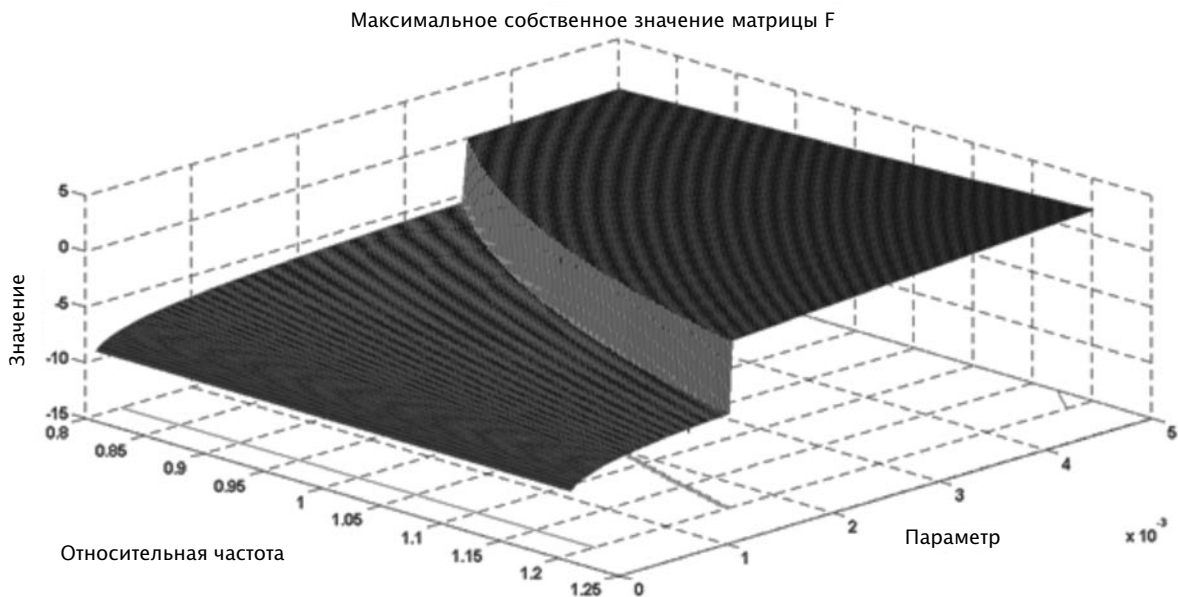


Рис. 3. Характер изменения собственных значений матрицы в (34) в зависимости от параметров и состояния системы

устойчивости модельной системы в зависимости от изменения угловой скорости его вращения и конструктивного параметра, определяющего соотношение линейных и нелинейных членов в неравенстве (33).

Полученные расчеты подтверждают работоспособность метода и возможность применения численно-аналитических методов для анализа степени робастности нелинейных систем управления, а также вы-

явления областей пространства параметров системы, в которых возможно возникновение хаотических процессов [8]. Поскольку на границе области устойчивости нелинейной системы могут возникать сложные (в т. ч. хаотические) режимы функционирования [9, 10], предлагаемый метод может использоваться для повышения безопасности эксплуатации существующих и проектируемых энергосистем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Андерсон П., Фуад А.** Управление энергосистемами и устойчивость. Пер. с англ. под ред. Я.Н. Лугинского. М.: Энергия, 1980. 568 с.
2. **Портной М.Г.** Управление энергосистемами для обеспечения устойчивости. М.: Энергия, 1978. 193 с.
3. **Колесников А.А., Кобзев В.А.** Динамика полета и управление: синергетический подход. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. 198 с.
4. **Бесекерский В.А., Попов Е.П.** Теория систем автоматического управления. Изд. 4-е, перераб. и доп. СПб.: Изд-во «Профессия», 2003. 752 с.
5. **Баландин Д.В., Коган М.М.** Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. М.: Физматлит, 2007, 280 с.
6. **Баландин Д.В., Коган М.М.** Применение линейных матричных неравенств в синтезе законов управления. Нижний Новгород, 2010. 93 с.

7. **Баландин Д.В., Коган М.М.** Новые методы синтеза законов управления динамическими системами с использованием линейных матричных неравенств // Вестник нижегородского университета имени Н.И. Лобачевского. 2011. № 4-2. С. 50–51.
8. **Козлов В.Н., Тросько И.У.** Анализ хаотических режимов в электроэнергетических системах // Научно-технические ведомости СПбГУ. Наука и образование. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2011. № 2(123). С. 35–43.
9. **Козлов В.Н.** Негладкие системы, операторы оптимизации и устойчивость. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2012. 152 с.
10. **Козлов В.Н., Тросько И.У.** К условиям возникновения хаотических режимов в динамических системах // Известия международной академии наук высшей школы. 2012. № 2(60). С. 54–61.

#### REFERENCES

1. **Anderson P., Fuad A.** *Upravleniye energosistemami i ustoychivost* [Management of energy systems and sustainability]. Moscow: Energiya Publ., 1980, 568 p. (rus)
2. **Portnoy M.G.** *Upravleniye energosistemami dlya obespecheniya ustoychivosti* [Management of energy systems for sustainability]. Moscow: Energiya Publ., 1978, 193 p. (rus)
3. **Kolesnikov A.A., Kobzev V.A.** *Dinamika poleta i upravleniye: sinergeticheskiy podkhod* [Flight Dynamics and Control: synergetic approach]. Taganrog: TTI YuFU Publ., 2009, 198 p. (rus)
4. **Besekerskiy V.A., Popov Ye.P.** *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [The theory of automatic control systems]. St. Petersburg: Professiya Publ., 2003, 752 p. (rus)
5. **Balandin D.V., Kogan M.M.** *Sintez zakonov upravleniya na osnove lineynykh matrichnykh neravenstv* [Synthesis of control laws based on linear

- matrix inequalities*]. Moscow: Fizmatlit Publ., 2007, 280 p. (rus)
6. **Balandin D.V., Kogan M.M.** *Primeneniye lineynykh matrichnykh neravenstv v sinteze zakonov upravleniya* [The use of linear matrix inequalities in the synthesis of control laws]. Nizhniy Novgorod, 2010, 93 p. (rus)
7. **Balandin D.V., Kogan M.M.** *Novyye metody sinteza zakonov upravleniya dinamicheskimi sistemami s ispolzovaniyem lineynykh matrichnykh neravenstv* [New methods for the synthesis of control laws for dynamic systems using linear matrix inequalities], *Vestnik nizhegorodskogo universiteta imeni N.I. Lobachevskogo*, 2011, No. 4-2, Pp. 50–51. (rus)
8. **Kozlov V.N., Trosko I.U.** *Analiz khaoticheskikh rezhimov v elektroenergeticheskikh sistemakh* [Analysis of chaotic regimes in power systems], *Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti SPbGU. Nauka i obrazovaniye*. St. Petersburg: SPbGPU Publ., 2011,



No. 2(123), Pp. 35–43. (rus)

9. **Kozlov V.N.** *Negladkiye sistemy, operatory optimizatsii i ustoychivost* [*Nonsmooth system operators optimize and stability*]. St. Petersburg: SPbGPU Publ., 2012, 152 p. (rus)

10. **Kozlov V.N., Trosko I.U.** К условиям

vozniknoveniya khaoticheskikh rezhimov v dinamicheskikh sistemakh [By the terms of the appearance of chaotic regimes in dynamical systems], *Izvestiya mezhdunarodnoy akademii nauk vysshey shkoly*, 2012, No. 2(60), Pp. 54–61. (rus)

---

**КОЗЛОВ Владимир Николаевич** – заведующий кафедрой системного анализа и управления Института информационных технологий и управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, доктор технических наук.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: saiu@ftk.spbstu.ru

**KOZLOV, Vladimir N.** *St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnicheskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: saiu@ftk.spbstu.ru

**РЯБОВ Геннадий Александрович** – аспирант кафедры системного анализа и управления Института информационных технологий и управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: genaryabov@gmail.com

**RYABOV, Gennadiy A.** *St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnicheskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: genaryabov@gmail.com

**ТРОСЬКО Игорь Усяславович** – аспирант кафедры системного анализа и управления Института информационных технологий и управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: troskoigor@gmail.com

**TROSKO, Igor U.** *St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnicheskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: troskoigor@gmail.com