

doi: 10.5862/MCE.55.6

## Обобщенная модель обтекания препятствия открытым турбулентным потоком

*К.т.н., доцент А.М. Калякин;  
ассистент Е.В. Чеснокова,*

*Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.*

**Аннотация.** Приводится обобщение результатов и обсуждается применение метода анализа размерностей к решению задачи об обтекании реальной жидкостью кругового цилиндра.

Представлены модели, в которых учтены основные закономерности кинематики и динамики потока перед цилиндром, обтекаемым открытыми потоками жидкости, которая может быть полезна как для качественного рассмотрения явления, так и для получения количественных оценок. Получены зависимости, характеризующие кинематику и динамику потока жидкости перед обтекаемым цилиндром.

Решение задачи об обтекании препятствия имеет практическое значение, например, при прогнозировании размыва перед промежуточными мостовыми опорами, при расчете сил, действующих на выступы, при проектировании некоторых типов водозаборных сооружений и т. д.

**Ключевые слова:** цилиндр; поток жидкости; вихревые образования; местное сопротивление; обтекание

### *Введение*

Задача об обтекании препятствия потоком жидкости решена к настоящему времени достаточно полно, и в большинстве случаев полученные результаты удовлетворяют запросам техники и строительства. Однако в основном исследователей интересовали процессы за препятствием, в то время как явления перед ним носят достаточно сложный характер и изучены недостаточно.

Задача о гидродинамических особенностях перед препятствием решалась как теоретически, например в [1, 2], так и экспериментально [3]. Решение этой задачи имеет практическое значение, например, при проектировании некоторых типов водозаборных сооружений, при прогнозировании размыва перед промежуточными мостовыми опорами, при расчете сил, действующих на выступы, в частности на здания и сооружения. При обтекании ветром района жилой застройки также необходимо прогнозировать потоки воздуха в системе строений.

Для инженерного решения этой задачи необходимо иметь непротиворечивую физическую модель, которая одновременно была бы полезной как при аналитическом рассмотрении явления, так и при инженерном подходе в истолковании физических закономерностей.

Определить однозначность модели, которая создается на основании физического понимания процесса и результатов опытов, сложно. Ввиду этого правильность ее основных выводов должна подкрепляться выполнением законов сохранения и, самое главное, модель должна предсказывать явление в качественном и количественном отношении.

В работах авторов ранее были изложены особенности гидродинамики потока перед обтекаемым реальной жидкостью круговым цилиндром [4–7]. В данной статье приводится обобщение результатов по обтеканию цилиндра, также обсуждается применение метода анализа размерностей к решению данной задачи.

С целью изучения физических особенностей процесса обтекания проводились опыты в лаборатории НИСа «Гидропроект» (г. Москва) и в лаборатории гидравлики Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А. (г. Саратов). В частности, осуществлялась визуализация в толще потока и в пограничном слое [8].

### *Общие замечания*

В реальном открытом потоке далеко перед цилиндром существует эпюра скоростей по глубине (так называемый поток со сдвигом).

Поток, приближаясь к цилиндру, испытывает торможение (торможение в наибольшей степени очевидно для осевого сечения), так как известно, что именно на передней части цилиндра Калякин А.М., Чеснокова Е.В. Обобщенная модель обтекания препятствия открытым турбулентным потоком

распределение давления при обтекании его вязким потоком близко к распределению давления при обтекании его потенциальным потоком [9]. Эта аналогия применяется часто, так как в опытах доказано, что очертания линий тока в плоскостях, параллельных дну, и на небольших расстояниях перед цилиндром подобны линиям тока при обтекании цилиндра потенциальным потоком.

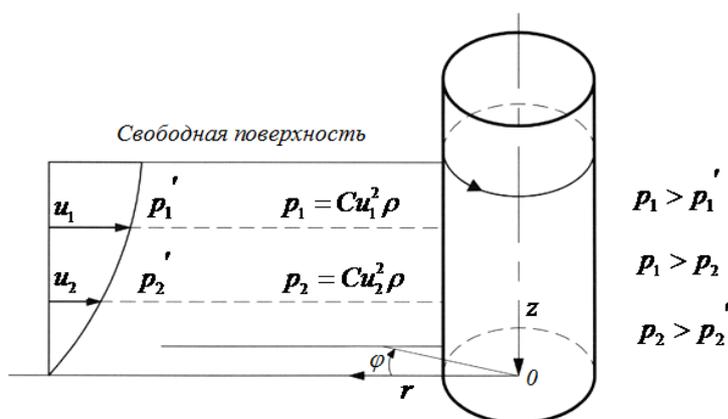
При приближении к цилиндру происходит замедление потока, его кинетическая энергия уменьшается, давление увеличивается и достигает максимума в каждой горизонтальной плоскости непосредственно у передней критической линии.

Элементарная оценка динамического давления, создаваемого за счет скорости (полученная, например, методом анализа размерностей), приводит к следующему результату (на передней критической линии цилиндра):

$$p = Cu^2 \rho, \quad (1)$$

где  $C$  – постоянная,  $u$  – скорость далеко перед цилиндром,  $\rho$  – плотность жидкости.

Поэтому неравномерность распределения скоростей по глубине потока приводит к неравномерности распределения давлений по глубине на передней части цилиндра (рис. 1).



**Рисунок 1. Распределение скоростей и давлений при обтекании цилиндра**

Как видно из рисунка 1, возникает сложная картина распределения давления в жидкости у передней поверхности цилиндра: одновременно существуют градиент давления вдоль течения (по горизонтали) и градиент давления по высоте цилиндра (по вертикали).

Представим составляющие скорости в окрестности цилиндра в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$ ; отсчитываем  $r$  от осевой линии цилиндра,  $\varphi$  – от вертикальной плоскости симметрии цилиндра, направленной против течения, и  $z$  – по вертикальной оси цилиндра положительным направлением сверху вниз (рис.1).

Представим осевую плоскость перед цилиндром в виде полос бесконечно малой толщины. В каждой такой полосе составляющая  $u_z$  принимает в некоторой точке максимальное значение (это ясно, так как далеко перед цилиндром нисходящие скорости отсутствуют, а на самой поверхности цилиндра в силу прилипания также  $u_z = 0$ ). Это значит, что в окрестности такой точки выполняются равенства (необходимые условия экстремума):

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} = 0. \quad (2)$$

Все точки с экстремальными значениями  $u_z$  можно соединить плавной кривой, лежащей в вертикальной плоскости, которая направлена вдоль потока и проходит через центр цилиндра.

В каждой точке потока выполняется уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

С учетом (2) уравнение неразрывности (3) в каждой точке кривой будет иметь вид:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} = 0 . \tag{4}$$

Составляющая вектора вихря  $\omega$   $\omega_\varphi$  в цилиндрической системе координат будет в каждой точке кривой иметь вид

$$\omega_\varphi = \frac{\partial u_r}{\partial z} . \tag{5}$$

### Динамика вихревых образований

По причине ранее установленного характера распределения давления слои жидкости движутся сверху вниз и одновременно отходят от цилиндра (рис. 2). Такое течение не является устойчивым, в результате чего образуются вихри, которые в результате самоиндуцированной скорости начинают двигаться в область пониженного давления, т. е. в сторону уменьшения скоростей. В результате возникает сложное вторичное течение в виде системы движущихся вихрей (рис. 3). Применяя метод анализа размерностей для определения самоиндуцированной скорости  $u'$ , получим

$$u' = C'r\omega ,$$

где  $r$  – радиус ядра вихря,  $\omega$  – угловая скорость вращения вихря.

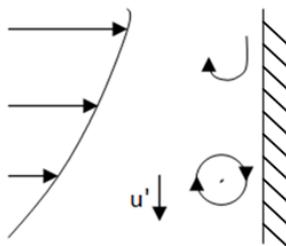


Рисунок 2. Схема возникновения вихревых образований

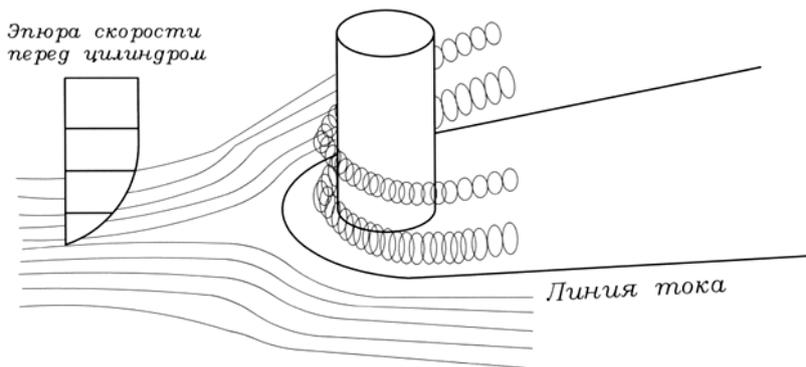
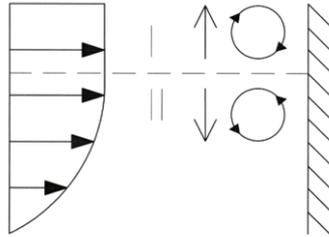


Рисунок 3. Вихревые структуры в потоке со сдвигом перед цилиндром на плоском основании

Любой вихрь, движущийся вдоль поверхности цилиндра, имеет подковообразную форму и представляет собой не классический вихрь, а вихресток. Он подсасывает жидкость из непосредственно прилегающих к нему областей, т. к. давление в центре вихря меньше, чем на его внешней области (в дальнейшем вихревое образование все же будем называть вихрем, хотя это не совсем точно). Кроме того, на скоростное поле внутри вихря налагается скорость внешнего потока, так что на передней части поверхности цилиндра преобладает окружная скорость вращения вихря, а на боковых поверхностях преобладает продольное течение.

Практически вихрь перестает существовать на концах подковообразного образования.

Если эпюра скорости в открытом потоке имеет максимум не на свободной поверхности (далеко перед препятствием), а несколько ниже (из-за трения о воздух) (рис. 4), то на частях потока I и II направления вращения вихрей противоположные; кроме того, в части I они движутся снизу вверх, а в части II сверху вниз – это подтверждено опытами [10].



**Рисунок 4. Направления вращения и движения вихрей**

Однородное распределение скорости по высоте цилиндра повлекло бы за собой неизменность гидродинамических процессов по всей его высоте.

Если в набегающем потоке существует градиент скорости, не равный нулю, т. е.  $du/dh \neq 0$ , то он является причиной неравномерного по высоте препятствия распределения давлений  $dp/dh \neq 0$  и причиной возникновения вторичных течений. Причем чем больше  $du/dh$ , тем интенсивнее вторичные течения. В частности, в потоке без сдвига вторичные течения не должны существовать вообще.

Если градиент скорости набегающего потока  $du/dh$  мал, то образование вихрей носит случайный характер и происходит из-за случайных турбулентных пульсаций аномально большей величины (пульсационные составляющие скорости вдоль потока). Вихри, доходя до дна, продолжают некоторое время двигаться вдоль него (до своего разрушения). Направление их движения меняется на  $90^\circ$ , образуя полукруглую область отрыва перед цилиндром.

Некоторые авторы утверждают [3], что существует единственный интенсивный вихрь у самого основания цилиндра. Это не противоречит нашей точке зрения на вихревые образования, так как при больших числах  $Re$  эпюра скоростей набегающего потока в наибольшей степени деформирована у дна, тем более что в яме размыва (если она существует) вихри движутся против основного течения.

### ***Цилиндр в потоке как местное сопротивление***

Цилиндр в потоке представляет собой местное сопротивление и как любое местное сопротивление может быть охарактеризован коэффициентом местного сопротивления  $\xi$ ; потери удельной механической энергии могут быть определены с помощью зависимости (формула Вейсбаха):

$$h_m = \xi \frac{V^2}{2g}, \quad (6)$$

где безразмерный коэффициент  $\xi$  зависит от соотношения геометрических размеров цилиндра и сечения потока, а также может зависеть от числа Рейнольдса;  $V$  – некоторая характерная скорость.

Коэффициент  $\xi$  учитывает переход механической энергии в тепло, а также в энергию волн, если есть условия для их образования. По нашему мнению, при обтекании цилиндра преобразуется та часть энергии всего потока, которая распределена на площади (части живого сечения), примерно равной миделевому сечению препятствия. Оценим энергию, отбираемую у потока при его взаимодействии с цилиндром, методом обращения.

Представим цилиндр, стоящий на дне открытого потока; характерная скорость набегающего потока  $V$ .

Далее предположим, что в неподвижной воде протаскивается тот же цилиндр в вертикальном положении со скоростью  $V$ , при этом на него действует сила  $F$ .

Для грубой оценки будем считать, что при протягивании цилиндра в единицу времени требуется такая же энергия на продвижение  $E = FV$ , что и отбираемая у потока энергия при обтекании им того же цилиндра. В силу такой оценки механическая энергия потока в единицу времени уменьшается на величину

$$E = FV . \tag{7}$$

Сила, действующая на препятствие, обычно представляется так:

$$F = C_d S \rho \frac{V^2}{2}, \tag{8}$$

где  $S$  – площадь миделевого сечения;  $\rho$  – плотность жидкости;  $V$  – скорость потока;  $C_d$  – безразмерный коэффициент сопротивления, зависящий от формы препятствия и числа Рейнольдса.

При использовании приема обращения нами в данном случае не учтено существование градиента скоростей по глубине и турбулентности потока.

Зависимость (7) с учетом (8) принимает вид (для призматического препятствия):

$$E = \frac{C_d \rho}{2} L_0 \int_0^{h_0} u^3 dh, \tag{9}$$

где  $L_0$  – некоторая характерная ширина препятствия, а произведение  $L_0 h_0$  – некоторое эффективное миделево сечения;  $h_0$  – высота препятствия. Величина  $C_d$ , характеризующая форму препятствия, указывает на зависимость интенсивности вихревых образований от формы препятствия.

В потоке со сдвигом его механическая энергия преобразуется также в кинетическую энергию системы вихрей перед препятствием.

### Ламинарный режим обтекания

При ламинарном режиме набегающего потока не происходит свертывания в вихри, линии тока опускаются до дна и образуют спиралевидные шнуры (рис. 5). Это явление наблюдалось в малом лотке лаборатории гидравлики Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А. при визуализации кристаллами марганцевоокислого калия; подробно это явление рассмотрено в работе [8]. В [7] приводятся результаты опытов, выполненных на лотке длиной 5 м и шириной 40 см; в качестве рабочей жидкости служил технический глицерин.

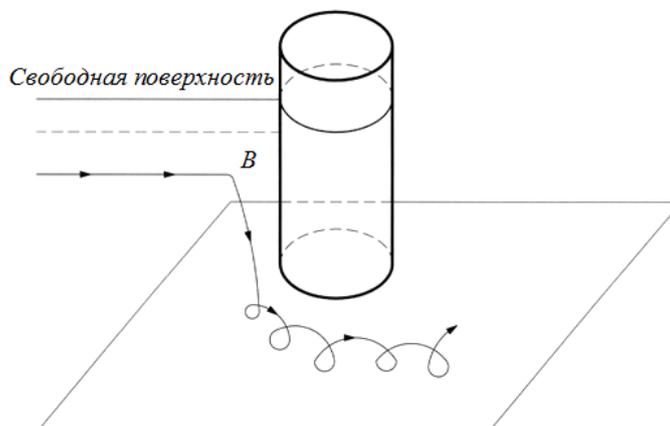


Рисунок 5. Форма линий тока при обтекании цилиндра ламинарным потоком

### Применение метода анализа размерностей

В предыдущих разделах были приведены особенности кинематики и динамики потока жидкости перед цилиндром. Основываясь на этом, применим к обтеканию цилиндра метод анализа размерностей.

Если считать, что жидкость вязкая, то зависимость для градиента давления по глубине возможно искать в виде:

$$\frac{dp}{dh} = f\left(\mu, u, \frac{du}{dh}\right). \quad (10)$$

В приведенной зависимости присутствует динамический коэффициент вязкости. Обычно он необходим тогда, когда вязкость влияет на процесс обтекания и числа Рейнольдса малы. Следует отметить, что это не такой распространенный случай по сравнению с большими числами Рейнольдса. В формуле (10) величина  $u$  – некоторая характерная скорость,  $du/dh$  – градиент скорости по глубине.

В результате применения метода анализа размерностей найдем:

$$\frac{dp}{dh} = \mu \frac{1}{u} \left(\frac{du}{dh}\right)^2. \quad (11)$$

Величина  $du/dh$  изменяется по глубине, градиент давления  $dp/dh$  также различный на разных расстояниях от дна, и в (11) должна входить локальная скорость  $u$ ; поэтому  $dp/dh$  определяется на небольшом участке по вертикали.

После простых преобразований (учитывая, что число Рейнольдса  $Re = \frac{ud}{\nu}$ , где  $d$  – диаметр цилиндра) находим:

$$\frac{dp}{dh} = \frac{1}{Re} \rho d \left(\frac{du}{dh}\right)^2. \quad (12)$$

Если вязкость жидкости не учитывать, т. е. считать, что она не оказывает решающего влияния (например, при больших числах  $Re$ ), то для градиента давления возможна общая зависимость

$$\frac{dp}{dh} = f\left(u, \frac{du}{dh}, \rho\right), \quad (13)$$

которая после применения формальных операций имеет вид:

$$\frac{dp}{dh} = C_1 u \frac{du}{dh} \rho. \quad (14)$$

Поток вблизи цилиндра является нестационарным, что отмечается в работе [12], где автор, применяя метод анализа размерностей, определяет порядок числа Струхала.

Оценим интенсивность вихревых образований, которая определяется как

$$\Pi = \omega S, \quad (15)$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения,  $S$  – поперечная площадь вихревого шнура.

Нас интересует зависимость интенсивности вихревых образований от градиента скорости и от радиуса обтекаемого цилиндра. Применяя метод анализа размерностей к общему функциональному соотношению

$$\Pi = f\left(\frac{du}{dh}, r\right), \quad (16)$$

получим конкретную зависимость

$$\Pi = C_2 \frac{du}{dh} r^2. \quad (17)$$

Кинетическая энергия потока в пределах миделевого сечения цилиндра частично переходит в систему вихрей перед цилиндром. Энергию потока, отбираемую вихрями перед цилиндром, возможно записать в виде, включающем градиент давления по глубине:

$$E = f\left(R, u, \frac{dp}{dh}\right), \quad (18)$$

где  $R$  – радиус цилиндра,  $u$  – некоторая характерная скорость (в последней зависимости подразделяются именно вихревые системы перед цилиндром, так как обычные, хорошо изученные вихревые системы за ним могут существовать независимо от  $dp/dh$ ).

После применения метода анализа размерностей получим из (18):

$$E = C_3 R^4 \frac{dp}{dh}. \quad (19)$$

Сам метод указывает на то, что скорость выбывает из числа аргументов в (18).

Подставляя в (19) выражение для  $dp/dh$  из (14), получаем окончательную зависимость для энергии вихревой системы перед цилиндром:

$$E = CR^4 u \frac{du}{dh} \rho. \quad (20)$$

### Выводы

1. В представленной модели учтены основные закономерности кинематики и динамики потока перед цилиндром, обтекаемым открытыми потоками жидкости, поэтому рассмотренная модель может быть полезна как для качественного рассмотрения явления, так и для получения количественных оценок.

2. Применение метода анализа размерностей позволило получить несколько зависимостей, характеризующих кинематику и динамику потока жидкости перед обтекаемым цилиндром.

### Литература

1. Чжен П. Отрывные течения. М.: Мир, 1973. Т. 3. 333 с.
2. Девнин С.И. Аэрогидромеханика плохообтекаемых конструкций. Справочник. Ленинград Судостроение, 1983. 332 с.
3. Журавлев М.М. Местный размыв у опор мостов. М.: Транспорт, 1984. 112 с.
4. Калякин А.М. Метод решения уравнений Навье-Стокса для обтекания препятствий типа мостовой опоры (с использованием эвристических гипотез) // Совершенствование методов гидравлических расчетов водопропускных и очистных сооружений: межвуз. науч. сб. Саратов: Саратов. гос. Техн. ун-т, 1996. С. 68–74.
5. Калякин А.М. Модель процесса размыва перед препятствием типа мостовой опоры на основе представлений о вихре // Совершенствование методов гидравлических расчетов водопропускных и очистных сооружений: межвуз. науч. сб. Саратов: Саратов. гос. Техн. ун-т, 1997. С. 33–43.
6. Калякин А.М., Чеснокова Е.В., Сауткина Т.Н., Толочкова И.С. Учет взаимного влияния при обтекании системы тел // Сборник научных трудов Sworld. 2013. Т. 50. №3. С. 80–83.
7. Калякин А.М., Чеснокова Е.В., Сауткина Т.Н. Частный случай применения метода анализа размерностей к обтеканию цилиндра вязкой жидкостью // Сборник научных трудов Sworld. 2014. Т. 16. №2. С. 60–62.

Калякин А.М., Чеснокова Е.В. Обобщенная модель обтекания препятствия открытым турбулентным потоком

8. Высоцкий Л.И., Калякин А.М., Кречин С.Г. О методике и результатах исследований кинематики перед цилиндром, установленным нормально к дну в открытом потоке // Гидравлика сооружений и русловые процессы: Межвуз. темат. сб. Калинин: Калининский политехн. ин-т, 1982. С. 139–143.
9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
10. Горбачев С.И., Калякин А.М. Гидродинамические возмущения свободной поверхности при обтекании цилиндра ламинарным потоком // Гидравлические исследования сооружений. Очистка жидкостей: Межвуз. Научный сборник, 1978. Вып. 4. С. 40–44.
11. Belik L. The Secondary Flow about Circular Cylinders Mounted Normal to a Flat Plate // Aeronautical Quarterly, 1982. 1973. Vol. 24. Pp. 47–54.
12. Qamar A., Samtaney R., Bull, J.L. Pulsatility role in cylinder flow dynamics at low Reynolds number // Physics of Fluids. 2012. Vol. 24. 081701.
13. Qamar A., Seda R., Bull J.L. Pulsatile flow past an oscillating cylinder // Physics of Fluids. 2011. Vol. 23. 041903.
14. Lin Y.C., Khanafar K, Bartlett R.H., Hirschl R.B, Bull J.L. Pulsatile flow past multiple cylinders: A model study of blood flow in an artificial lung // IFMBE Proceedings 21 IFMBE 2008. Pp. 36–39.
15. Lin Y.C., Brant D.O., Bartlett R.H., Hirschl R.B, Bull J.L. Pulsatile flow past a cylinder: An experimental model of flow in an artificial lung // ASAIO Journal. 2006. Vol. 52(6). Pp. 614–623.
16. Hao P., Li G., Yang L., Chen G. Numerical study on flow around three circular piers in tandem arrangement at a supercritical Reynolds number // Applied Mechanics and Materials. 2012. Vol. 170–173. Pp. 1932–1937.
17. Bressan F., Ballio F., Armenio V. Turbulence around a scoured bridge abutment // Journal of Turbulence. 2011. Vol. 12(3). Pp. 1–24.
18. Yao J., Zhao Y., Hu G., Fan J., Cen K. Numerical Simulation of Particle Dispersion in the Wake of a Circular Cylinder // Aerosol Science and Technology. 2009. No. 43. Pp. 174–187.
19. Liu L., Ji F., Fan J., Cen K. Direct numerical simulation of particle dispersion in the flow around a circular cylinder // Journal of thermal science. 2004. Vol. 13. No. 4. Pp. 344–349.
20. Brandon D.J., Aggarwal S.K. A Numerical Investigation of Particle Deposition on a Square Cylinder Placed in a Channel Flow // Aerosol Science and Technology. 2001. No. 34. Pp. 340–352.
21. Moshfegh A., Farhadi M. Numerical simulation of particles dispersion and deposition in channel flow over two square cylinders in tandem // FACTA UNIVERSITATIS Series: Mechanical Engineering. 2008. Vol. 6. No. 1. Pp. 13–24.
22. Singha S., Sinhamahapatra K.P. Flow past a circular cylinder between parallel walls at low Reynolds numbers // Ocean Engineering. 2010. Vol. 37. No. 8–9. Pp. 757–769.
23. Rehim F., Aloui F., Ben Nasrallah S., Doubriez L., Legrand J. Experimental investigation of a confined flow downstream of a circular cylinder centred between two parallel walls // Journal of Fluids and Structures. 2008. No. 24. Pp. 855–882.

*Александр Михайлович Калякин, г. Саратов, Россия  
Тел. моб.: +7(904)2413940; эл. почта: elevadim@gmail.com*

*Елена Вадимовна Чеснокова, г. Саратов, Россия  
Тел. моб.: +7(906)3006061; эл. почта: adamas.elena@gmail.com*

© Калякин А.М., Чеснокова Е.В., 2015

doi: 10.5862/MCE.55.6

## Generalized model of free turbulent flows around obstacles

**A.M. Kalyakin**

Yuri Gagarin State Technical University or Saratov, Saratov, Russia  
+7(904)2413940; e-mail: elevadim@gmail.com

**E.V. Chesnokova**

Yuri Gagarin State Technical University or Saratov, Saratov, Russia  
+7(906)3006061; e-mail: adamas.elena@gmail.com

### Key words

cylinder, liquid flow, vortex formations, local resistance, flow around

### Abstract

The article summarizes the results and discusses the application of the method of dimensional analysis to the problem of a real fluid flow past a circular cylinder.

It presents the models which take into account the basic laws of kinematics and dynamics of the free fluid flow on the front of the streamlined cylinder, which can be useful both for the qualitative analysis of the phenomenon and for obtaining quantitative estimates. Dependencies characterizing the kinematics and dynamics of the fluid flow to the streamlined cylinder were deduced.

The solution of the problem of the flow past an obstacle is of practical importance and can be used, for example, to predict the erosion upstream of intermediate bridge supports, to calculate the forces acting on projections and to design certain types of water intake facilities, etc.

### References

1. Chzhen P. *Otryvnyye techeniya* [Separated flow]. Moscow: Mir, 1973. Vol. 3. 333 p. (rus)
  2. Devnin S.I. *Aerogidromekhanika plokhootekayemykh konstruksiy. Spravochnik* [Aerohydrodynamics poorly streamlined structures. Handbook]. Leningrad: Sudostroyeniye, 1983. 332 p. (rus)
  3. Zhuravlev M.M. *Mestnyy razmyv u opor mostov* [Local scour at bridge piers]. Moscow: Transport, 1984. 112 p. (rus)
  4. Kalyakin A.M. Metod resheniya uravneniy Navye-Stoksa dlya obtekaniya prepyatstviy tipa mostovoy opory (s ispolzovaniyem evristicheskikh gipotez) [The method for solving the Navier-Stokes equations for the flow around obstacles such as bridge piers (using heuristic hypotheses)]. *Sovershenstvovaniye metodov gidravlicheskih raschetov vodopropusknykh i ochistnykh sooruzheniy: mezhvuz. nauch. sb.* [Improvement of methods of hydraulic calculations of pipe and sewage treatment plants: Interuniversity scientific collection] Saratov: Sarat. gos. Tekhn. un-t, 1996. Pp. 68–74. (rus)
  5. Kalyakin A.M. Model protsessa razmyva pered prepyatstviyem tipa mostovoy opory na osnove predstavleniy o vikhre [Model of the process of erosion in front of an obstacle such as a bridge support on the basis of the concept of a whirlwind]. *Sovershenstvovaniye metodov gidravlicheskih raschetov vodopropusknykh i ochistnykh sooruzheniy: mezhvuz. nauch. sb.* [Improvement of methods of hydraulic calculations of pipe and sewage treatment plants: Interuniversity scientific collection]. Saratov: Sarat. gos. Tekhn. un-t, 1997. Pp. 33–43. (rus)
  6. Kalyakin A.M., Chesnokova E.V., Sautkina T.N., Tolochkova I.S. Uchet vzaimnogo vliyaniya pri obtekaniy sistemy tel [Accounting for the mutual influence of the flow around a system of bodies]. *Sbornik nauchnykh trudov Sworld*. 2013. Vol. 50. No. 3. Pp. 80–83. (rus)
  7. Kalyakin A.M., Chesnokova Ye.V., Sautkina T.N. Chastnyy sluchay primeneniya metoda analiza razmernostey k obtekaniyu tsilindra vyazkoy zhidkostyu [A special case application of the method of dimensional analysis to the viscous flow around a cylinder]. *Sbornik nauchnykh trudov Sworld*. 2014. TVol 16. №2. Pp. 60–62. (rus)
  8. Vysotskiy L.I., Kalyakin A.M., Krechin S.G. O metodike i rezultatakh issledovaniy kinematiki pered tsilindrom, ustanovlennym normalno k dnu v otkrytom potoke [On the method and the results of studies of the kinematics before the cylinder, normally set to the bottom in an open stream]. *Gidravlika sooruzheniy i ruslovyye protsessy: Mezhvuz. temat. sb.* [Hydraulic structures and channel processes: Interuniversity thematic collection]. Kalinin: Kalininskiy politekhn. in-t, 1982. Pp. 139–143. (rus)
  9. Loytsyanskiy L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Mechanics]. Moscow: Drofa, 2003. 840 p. (rus)
  10. Gorbachev S.I., Kalyakin A.M. Gidrodinamicheskiye vozmushcheniya svobodnoy poverkhnosti pri obtekaniy tsilindra laminarnym potokom [Hydrodynamic perturbations of the free surface of the cylinder at a flow
- Kalyakin A.M., Chesnokova E.V. Generalized model of free turbulent flows around obstacles

- laminar flow]. *Gidravlicheskiye issledovaniya sooruzheniy. Ochistka zhidkostey: Mezhvuz. nauchnyy sbornik* [Hydraulic research facilities. Cleaning of liquids: Interuniversity scientific collection]. 1978. Vol. 4. Pp. 40–44. (rus)
11. Belik L. The Secondary Flow about Circular Cylinders Mounted Normal to a Flat Plate. *Aeronautical Quarterly*. 1973. Vol. 29. Pp. 47–54.
  12. Qamar A., Samtaney R., Bull J.L. Pulsatility role in cylinder flow dynamics at low Reynolds number. *Physics of Fluids*. 2012. Vol. 24. 081701.
  13. Qamar A., Seda R., Bull J.L. Pulsatile flow past an oscillating cylinder. *Physics of Fluids*. 2011. Vol. 23. 041903.
  14. Lin Y.C., Khanafer K., Bartlett R.H., Hirschl R.B, Bull J.L. Pulsatile flow past multiple cylinders: A model study of blood flow in an artificial lung. *IFMBE Proceedings 21 IFMBE 2008*. Pp. 36–39.
  15. Lin Y.C., Brant D.O., Bartlett R.H., Hirschl R.B, Bull J.L. Pulsatile flow past a cylinder: An experimental model of flow in an artificial lung. *ASAIO Journal*. 2006. Vol. 52 (6). Pp. 614–623.
  16. Hao, P., Li, G., Yang, L., Chen, G. Numerical study on flow around three circular piers in tandem arrangement at a supercritical Reynolds number. *Applied Mechanics and Materials*. 2012. Vol. 170–173. Pp. 1932–1937.
  17. Bressan F., Ballio F., Armenio V. Turbulence around a scoured bridge abutment. *Journal of Turbulence*. 2011. Vol. 12(3). Pp. 1–24.
  18. Yao J., Zhao Y., Hu G., Fan J., Cen K. Numerical Simulation of Particle Dispersion in the Wake of a Circular Cylinder. *Aerosol Science and Technology*. 2009. No. 43. Pp. 174–187.
  19. Liu L., Ji F., Fan J., Cen K. Direct numerical simulation of particle dispersion in the flow around a circular cylinder. *Journal of thermal science*. 2004. Vol. 13. No. 4. Pp. 344–349.
  20. Brandon D.J., Aggarwal S.K. A Numerical Investigation of Particle Deposition on a Square Cylinder Placed in a Channel Flow. *Aerosol Science and Technology*. 2001. No. 34. Pp. 340–352.
  21. Moshfegh A., Farhadi M. Numerical simulation of particles dispersion and deposition in channel flow over two square cylinders in tandem. *FACTA UNIVERSITATIS Series: Mechanical Engineering*. 2008. Vol. 6. No. 1. Pp. 13–24.
  22. Singha S., K.P. Sinhamahapatra. Flow past a circular cylinder between parallel walls at low Reynolds numbers. *Ocean Engineering*. 2010. Vol. 37. No. 8-9. Pp. 757–769.
  23. Rehim F., Aloui F., Ben Nasrallah S., Doubriez L., Legrand J., Experimental investigation of a confined flow downstream of a circular cylinder centred between two parallel walls. *Journal of Fluids and Structures*. 2008. No. 24. Pp. 855–882.

**Full text of this article in Russian: pp. 49–56**