

## ВЛИЯНИЕ НА СПЕКТР ГЕНЕРАЦИИ YAG:Nd-ЛАЗЕРА БЕЗЫЗЛУЧАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ МЕЖДУ ПОДУРОВНЯМИ НИЖНЕГО РАБОЧЕГО МУЛЬТИПЛЕТА

В работе приведено стационарное решение системы уравнений Танга – Статца – Демарса, описывающее генерацию YAG : Nd-лазера на длине волны 1064,2 нм с учетом семи линий усиления перехода  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ . Произведен расчет влияния уширения контуров усиления, вызванного повышением температуры, на спектр генерации YAG : Nd-лазера. Рассчитано влияние распределения населенности подуровней мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  на спектр генерации исследуемого лазера. Установлено, что смещение спектра генерации в область 1066 нм при повышении температуры обусловлено неравномерностью населенности подуровней мультиплета  ${}^4I_{11/2}$ .

YAG : Nd-ЛАЗЕР, СПЕКТР ГЕНЕРАЦИИ, БЕЗЫЗЛУЧАТЕЛЬНЫЙ ПЕРЕХОД, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАСЕЛЕННОСТИ, СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ТАНГА–СТАТЦА–ДЕМАРСА.

### Введение

Известно, что спектр генерации лазера на основе активированного ионами неодима кристалла иттрий-алюминиевого граната (YAG:Nd) на длине волны 1064,2 нм при повышении температуры уширяется и смещается в длинноволновую область спектра на следующие величины [1]:

$$d(\nu)/dT = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-1}\text{K}^{-1};$$

$$d(\Delta\nu)/dT = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-1}\text{K}^{-1}.$$

Уширение спектра генерации объясняется усилением тепловых колебаний кристаллической решетки и ионов неодима. Однако смещение максимума спектра генерации до длины волны 1066 нм при повышении температуры кристалла YAG невозможно объяснить, если использовать лишь модель генерации YAG:Nd-лазера, учитывающую три линии усиления: 1064,40, 1064,15 и 1061,50 нм.

В литературе приводится анализ влияния температуры кристалла YAG:Nd на усиление лазерной среды на основе классических балансных уравнений [2], в которых рассматривается термическое заселение мультиплета  ${}^4I_{11/2}$ , начиная с нижнего уровня. В классических балансных уравнениях сложно учесть влияние на спектр генерации нескольких линий усиления и нескольких подуровней, составляющих как верхний, так и нижний уровни.

Спектр генерации лазерного излучения рассчитывается с помощью системы уравнений Танга – Статца – Демарса, при этом возможен учет нескольких линий усиления [3], степень их уширения и количество генерируемых аксиальных частот [4]. Учет влияния Больцмановской населенности и структуры подуровней нижнего мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  в указанной системе не предусмотрен, так как в уравнениях используется инверсия населенности.



В связи с вышеизложенным можно утверждать, что в настоящее время не разработано теоретического описания зависимости спектра генерации YAG:Nd-лазера от температуры.

Цель работы – показать эффекты влияния на спектр генерации лазера отклонения от теплового равновесия населенности подуровней мультиплета  ${}^4I_{11/2}$ . В связи с этим в представленной статье приведено решение системы уравнений Танга – Статца – Демарса для всех возможных линий усиления лазерного перехода  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ .

### Теоретическая часть

Известно, что ион неодима в кристаллической решетке YAG на переходе  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$  имеет семь линий усиления, на двух из которых может происходить лазерная генерация (1064,15 и 1061,50 нм). Дополнительные линии усиления, которые не участвуют в генерации лазера, влияют на его эмиссионный спектр [5].

Для анализа спектра генерации YAG:Nd-лазера с учетом семи линий усиления (переходов) используем соответствующие переходы  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$  [5], представленные в таблице.

С учетом данных таблицы, аналогично записи, приведенной в работе [6], запишем систему уравнений Танга – Статца – Демарса для семи линий усиления YAG:Nd-лазера:

$$\begin{aligned} \frac{dm_k}{d\tau} &= Gm_k [L_k^{(A)}(n_0 + n_k) + L_k^{(B)}(n'_0 + n'_k) - 1 - \beta_k]; \\ \frac{dn_0}{d\tau} &= A - n_0 \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(A)} m_m \right) - \sum_{m=1}^M L_m^{(A)} m_m n_m; \\ \frac{dn_k}{d\tau} &= -n_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(A)} m_m \right) - \frac{1}{2} L_k^{(A)} m_k n_0; \quad (1) \\ \frac{dn'_0}{d\tau} &= A' - n'_0 \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(B)} m_m \right) - \sum_{m=1}^M L_m^{(B)} m_m n'_m; \\ \frac{dn'_k}{d\tau} &= -n'_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(B)} m_m \right) - \frac{1}{2} L_k^{(B)} m_k n'_0; \\ w &= \frac{n_0}{n'_0} = \exp\left(\frac{E_B - E_A}{k_B T}\right); \\ L_k^{(A)} &= L_k^{(1)} + L_k^{(3)} + L_k^{(5)}, \\ L_k^{(B)} &= L_k^{(2)} + L_k^{(4)} + L_k^{(6)} + L_k^{(7)}, \end{aligned}$$

где  $m_k$  – интенсивность генерируемой  $k$ -й аксиальной моды;  $n_0, n_k$  – пространственно-однородная инверсия и ее решетки на переходе с верхним рабочим подуровнем ( $11507 \text{ см}^{-1}$ );  $n'_0, n'_k$  – пространственно-однородная инверсия и ее решетки на переходе с верхним рабочим подуровнем ( $11423 \text{ см}^{-1}$ );  $M$  – число аксиальных мод;  $G = 2k / \gamma_{\parallel}$ ;  $\tau = t / \gamma_{\parallel}$  ( $\gamma_{\parallel}, k$  – скорости релаксации инверсии населенности и поля в резонаторе);  $\beta_k$  – потери  $k$ -й аксиальной моды;  $A, A'$  – параметры накачки на верхние рабо-

Таблица

Частичная структура энергетических уровней и переходы  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$  YAG:Nd-лазера при 300 К

Номер перехода	$\lambda$ , нм	Энергия подуровня, $\text{см}^{-1}$		$\sigma \cdot 10^{19}$ , $\text{см}^2$
		Нижний	Верхний	
1	1052,10	2028	11 507 (А)	2,7
2	1061,50	2002	11 423 (В)	4,7
3	1064,15	2110	11 507 (А)	7,1
4	1064,40	2028	11 423 (В)	1,9
5	1068,20	2146	11 507 (А)	1,8
6	1073,70	2110	11 423 (В)	2,6
7	1077,90	2146	11 423 (В)	1,2

Обозначения:  $\lambda$  – длина волны перехода (центр линии усиления) иона неодима в кристалле YAG;  $\sigma$  – эффективное сечение электронного перехода между подуровнями мультиплетов  ${}^4F_{3/2}$  и  ${}^4I_{11/2}$ ; (А), (В) – энергии двух энергетических подуровней мультиплета  ${}^4F_{3/2}$ .

чие подуровни;  $L_k^{(i)}$  – лоренцевы формы линий усиления  $i$ -й компоненты, нормированные к сечению сильного перехода, которые следуют выражению

$$L_k^{(i)} = f_k(n) \frac{\sigma_i}{\sigma} [1 + ((p - k)\Delta_0 + \Delta_i)^2]^{-1};$$

$$\Delta_i = \frac{\omega_0^{(i)} - \omega_0}{\gamma_{\perp}},$$

при этом  $f_k(n)$  – функция, учитывающая влияние однородного усиления на спектр генерации [4], равная

$$f_k(n) = \prod_{m=1}^n \left| \cos \left( \frac{\pi}{2m} k \right) \right| \quad (2)$$

( $n$  – количество расположенных рядом аксиальных мод, не участвующих в лазерной генерации);  $\omega_0$  – центр сильной линии усиления на длине волны 1064,15 нм;  $\omega_0^{(i)}$  – центр линии усиления  $i$ -й линии усиления;  $\sigma_i$  – сечение перехода  $i$ -й линии усиления;  $\Delta_0$  – межмодовый интервал, задаваемый длиной резонатора;  $\gamma_{\perp}$  – скорость релаксации поляризации (равна полуширине однородной линии усиления);  $E_A, E_B$  – энергии штарковских подуровней;  $k_B$  – постоянная Больцмана.

Стационарное решение системы уравнений (1) имеет вид:

$$n'_0 = \frac{1}{1 + w} \left( A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right);$$

$$n_0 = \frac{w}{1 + w} \left( A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right);$$

$$n_k = \left[ \frac{(1 + \beta_k) - L_k^{(B)} n'_0}{L_k^{(A)}} - n_0 \right] \left[ F_2 + F_1 \frac{L_k^{(B)}}{L_k^{(A)}} \right]^{-1}; \quad (3)$$

$$n'_k = \frac{(1 + \beta_k) - L_k^{(B)} (n'_0 + n'_k)}{L_k^{(A)}} - n_0;$$

$$m_k = \frac{n_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(A)} m_m \right)}{-0,5 L_k^{(A)} n_0},$$

где

$$F_1 = n'_0 L_k^{(B)} \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(A)} m_m \right),$$

$$F_2 = n_0 L_k^{(A)} \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(B)} m_m \right).$$

С учетом межмодового интервала  $\Delta_0 = 0,05$ , для удобства расчетов, по аналогии с предположением в работе [6], положим произвольным образом, что продольная мода резонатора, соответствующая максимуму усиления на длине волны 1064,15 нм, имеет номер 70. Тогда моды, соответствующие максимумам усиления на длинах волн 1052,10; 1061,50; 1064,40; 1068,20; 1073,70 и 1077,90 нм, имеют соответственно номера 746, 222, 56, –156, –464 и –699.

Для учета влияния однородного уширения для резонатора длиной 30 мм во всех последующих расчетах примем в выражении (2)  $n$  равным 2, когда осуществляется генерация на четырех аксиальных модах.

Для учета неоднородного уширения спектра генерации лазерного излучения при повышении температуры кристалла YAG необходимо уширить лоренцевы контуры усиления (2) с помощью  $s(T)$  – функции неоднородного уширения линии усиления – следующим образом:

$$L_k^{(i)} = \frac{s(T)\sigma_i}{\sigma} [s(T) + ((p - k)\Delta_0 + \Delta_i)^2]^{-1}. \quad (4)$$

Проведенные расчеты показали, что при увеличении неоднородного уширения линий усиления, связанного с повышением температуры, происходят следующие изменения:

уширение спектра генерации, что согласуется с общеизвестными данными [1];

смещение максимума спектра генерации в коротковолновую область спектра; а это не соответствует общеизвестным данным, согласно которым должно происходить смещение в длинноволновую область.

Смещение спектра генерации в коротковолновую область при повышении температуры обусловлено близостью линии усиления 1061,5 нм. Система уравнений Танга – Статца – Демарса (1) подразумевает отсутствие населенности на нижнем уровне, следовательно, расчеты выполнялись при условии, что нижний уровень (мультиплет  $^4I_{11/2}$ ) опустошается мгновенно.

Как показали расчеты по системе уравнений (3), учитывающие выражение (4), смещение в длинноволновую область спектра при уширении линий усиления воз-



можно только в том случае, если сечения переходов на длинах волн 1061,5 и 1064,4 нм стремятся к нулю. Как видно из данных таблицы, лазерные переходы с длинами волн 1061,50 и 1064,40 нм осуществляются на подуровни мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  с энергиями 2002 и 2028  $\text{см}^{-1}$  соответственно. При этом лазерные переходы с длинами волн 1064,15 и 1068,20 нм осуществляются на более высокие энергетические подуровни мультиплета  ${}^4I_{11/2}$ : 2110 и 2146  $\text{см}^{-1}$  соответственно.

Если принять условие, что населенность подуровней мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  подчинена распределению Больцмана, то возможная разница населенностей по подуровням мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  не превышает 25 %. В связи с этим, существование больцмановского распределения населенностей мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  не подтверждается расчетами.

Для выяснения распределения населенности подуровней мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  были составлены балансные уравнения. С целью упрощения расчетов были сделаны следующие допущения:

энергетические подуровни мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  2002 и 2028  $\text{см}^{-1}$  рассматривались как один нижний подуровень, так как они очень близко расположены;

скорости релаксационных переходов с подуровней мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  на основной мультиплет считались одинаковыми ( $w_{20}$ ), а значит при этом термическое заселение подуровней мультиплета  ${}^4I_{11/2}$ , начиная с нижнего уровня, также одинаково для всех подуровней ( $w_{02}$ ); основанием служило то обстоятельство, что разность энергий между подуровнями мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  значительно меньше таковой между мультиплетами  ${}^4I_{11/2}$  и  ${}^4I_{9/2}$ ;

термические релаксационные переходы между подуровнями мультиплета также считались одинаковыми ( $w$ ), так как разница населенностей между подуровнями мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  не превышает 25 %.

При указанных допущениях балансные уравнения приняли следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} = & -(2w + w_{20} + w_f(\Delta E_{12}, T) + \\ & + w_f(\Delta E_{13}, T))n_1 + w(n_2 + n_3) + w_{02}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dn_2}{dt} = & A - (2w + w_{20} + w_f(\Delta E_{23}, T))n_2 + \\ & + w_{f1}n_1 + w(n_1 + n_3) + w_{02}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dn_3}{dt} = & -(2w + w_{20})n_3 + (w + w_{f1} + w_{f2})n_1 + \\ & + (w + w_{f1})n_2 + w_{02}, \end{aligned}$$

где  $n_1, n_2, n_3$  – населенности подуровней мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  с энергиями 2146, 2110 и 2028  $\text{см}^{-1}$  соответственно;  $w_f(\Delta E_{ij}, T)$  – скорости релаксационных переходов между подуровнями  $i$  и  $j$ , вызванных фонон-электронным воздействием кристаллической решетки на ионы неодима.

Известно [7], что при фонон-электронном взаимодействии матрицы кристалла с ионом активатора вероятность многофононного перехода зависит от температуры кристалла  $T$  и энергетического зазора  $\Delta E$  следующим образом:

$$\begin{aligned} w(\Delta E, T) = & [1 - \exp(-\hbar\omega/kT)]^{-p} \times \\ & \times [C^{(p)} \exp(-\alpha\Delta E)], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $p$  – количество фононов, возникших в результате фонон-электронного взаимодействия;  $C^{(p)}, \alpha$  – константы, характеризующие матрицу (в данном случае это кристалл YAG).

Из выражения (5) видно, что вероятность релаксационного перехода зависит от энергетического зазора экспоненциально. Следовательно, вероятность фонон-электронного перехода между подуровнями 1 (2146  $\text{см}^{-1}$ ) и 2 (2110  $\text{см}^{-1}$ ) больше вероятностей перехода между подуровнями 1 и 3 (2028  $\text{см}^{-1}$ ), а также 2 и 3. В связи с этим при расчетах мы полагали, что

$$w_f(\Delta E_{12}, T) > w_f(\Delta E_{13}, T) \approx w_f(\Delta E_{23}, T).$$

Поскольку время жизни мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  имеет порядок  $10^{-8}$  с, а время фонон-электронного перехода –  $10^{-9} - 10^{-10}$  с, то в расчетах использовалось соотношение

$$w_f = 10w_{20}.$$

Расчеты показали, что относительная инверсия населенности подуровней мультиплета имеет следующие значения:

$$n_1 = 0,062, n_2 = 0,336, n_3 = 0,601.$$

При этом установлено, что данное распределение сильно зависит от отношений  $w_f/w$  и  $w_f/w_{20}$ .

Населенность подуровней мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  с энергией  $2110 \text{ см}^{-1}$  зависит от скорости тепловых релаксационных переходов, обеспечивающих больцмановское распределение (рис. 1, а). Проведенные расчеты показали, что для адекватной модели изменения спектра излучения вследствие уширения линий усиления необходимо, чтобы при нагреве относительная населенность подуровня 2 была не ниже 0,3. В связи с этим можно заключить, что скорость фонов-электронной релаксации в активированном кристалле должна быть, как минимум, на порядок выше, чем скорость установления теплового равновесия в соответствии с распределением Больцмана.

Из рис. 1, б видно, что населенность верхнего подуровня мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  с

энергией  $2110 \text{ см}^{-1}$  не зависит от скорости релаксационных переходов на основной уровень  ${}^4I_{9/2}$ .

В результате расчетов установлено, что для адекватной модели изменения спектра излучения от уширения линий усиления необходимо, чтобы при нагреве относительная населенность подуровня 2 была ниже, чем эта величина для подуровня 3. На этом основании можно сделать вывод, что скорость фонов-электронной релаксации должна быть на порядок выше, чем скорость релаксационных переходов на основной уровень  ${}^4I_{9/2}$ .

Что же касается больцмановского термического заселения мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  с основного уровня  ${}^4I_{9/2}$ , то оно практически не влияет на распределение населенности по подуровням мультиплета и с повышением температуры приводит к пропорциональному росту, а затем насыщению населенности мультиплета.

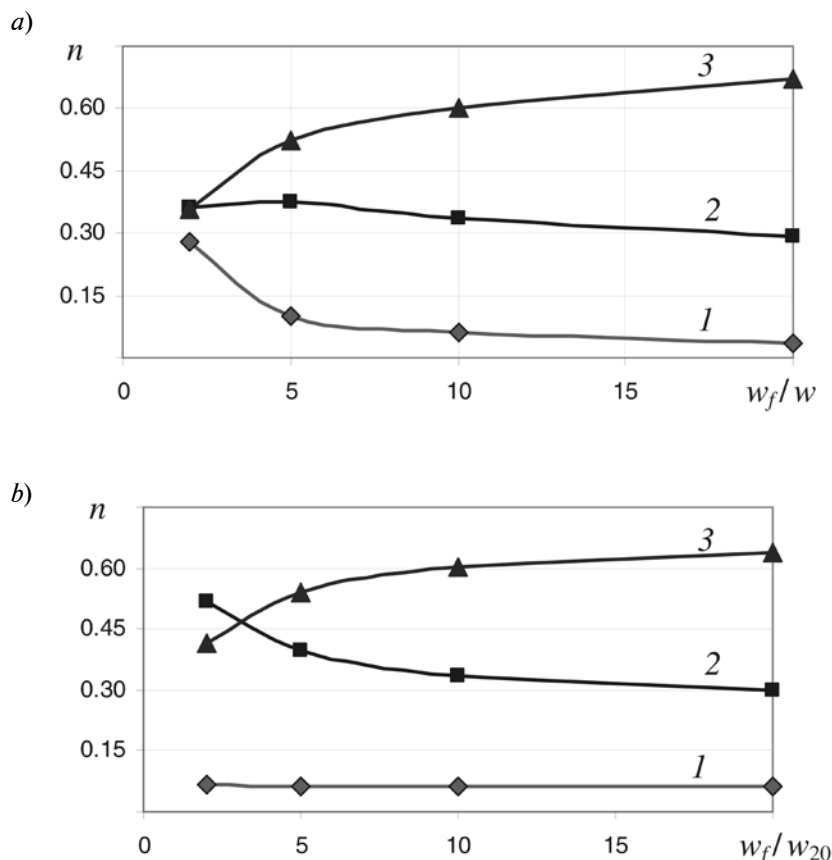


Рис. 1. Зависимости относительной населенности подуровней 1–3 мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  от отношений вероятностей  $w_f/w$  (а) и  $w_f/w_{20}$  (б)



### Заключение

В результате проведенного теоретического анализа было показано влияние на спектр генерации лазера отклонения населенности подуровней мультиплета  ${}^4I_{11/2}$  от теплового равновесия. Решение балансных уравнений, описывающих населенность подуровней мультиплета  ${}^4I_{11/2}$ , показало, что населенность нижних подуровней это-

го мультиплета с повышением температуры возрастает, при этом энергетический подуровень  $2146\text{ см}^{-1}$  остается незаселенным. Это в конечном итоге приводит к смещению спектра генерации YAG:Nd-лазера в длинноволновую область спектра при повышении температуры, ввиду влияния на спектр генерации линии усиления с длиной волны  $1068,2\text{ нм}$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Каминский А.А. Лазерные кристаллы. М.: Наука, 1975. 256 с.
- [2] Мезенов А.В., Сомс Л.Н., Степанов А.И. Термооптика твердотельных лазеров. Л.: Машиностроение, 1986. 199 с.
- [3] Ханин Я.И. Основы динамики лазеров. М.: Наука, Физматлит, 1999. 360 с.
- [4] Головков О.Л., Купцова Г.А., Степанов В.А. Влияние степени однородного уширения контура усиления на спектр генерации YAG : Nd-лазера // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2014. № 1 (189) С. 48–53.
- [5] Зверев Г.М., Голяев Ю.Д., Шалаев Е.А., Шокин А.А. Лазеры на алюмоиттриевом гранате с неодимом. М.: Радио и связь, 1985. 144 с.
- [6] Головков О.Л., Купцова Г.А., Степанов В.А. Стационарное решение системы уравнений Танга – Статца – Демарса для YAG:Nd-лазера // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2014. № 3 (201). С. 74–80.
- [7] Карлов Н.В. Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1983. 319 с.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ГОЛОВКОВ Олег Леонидович** – кандидат физико-математических наук, докторант кафедры общей и теоретической физики и методики преподавания физики Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина, начальник бюро ОАО «Государственный Рязанский приборный завод».

390000, Российская Федерация, г. Рязань, Семинарская ул., 32  
golovkow@mail.ru

**КУПЦОВА Галина Александровна** – аспирантка кафедры общей и теоретической физики и методики преподавания физики Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина.

390000, Российская Федерация, г. Рязань, ул. Свободы, 46

**СТЕПАНОВ Владимир Анатольевич** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей и теоретической физики и методики преподавания физики Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина.

390000, Российская Федерация, г. Рязань, ул. Свободы, 46

---

## Golovkov O.L., Kuptsova G.A., Stepanov V.A. NONRADIATIVE TRANSITIONS BETWEEN THE SUBLEVELS OF THE WORKING LOWER MULTIPLY OF THE YAG:Nd LASER: EFFECTS ON THE GENERATION SPECTRUM.

The article presents the stationary solution of the Tang–Statz–DeMars system of equations describing the generation spectrum of YAG : Nd laser at a wavelength of  $1064.2\text{ nm}$  in terms of seven lines of amplification of the transition  ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ . The line broadening effect, due to temperature increase, on the generation spectrum of YAG : Nd laser has been calculated. Moreover, the effect of population distribution over the  ${}^4I_{11/2}$  multiplet sublevels on the laser generation spectrum was also calculated. The generation spectrum shift to the region of  $1066\text{ nm}$  with temperature increase was found to result from variations in the population of the  ${}^4I_{11/2}$  multiplet sublevels.

YAG : Nd LASER, GENERATION SPECTRUM, NONRADIATIVE TRANSITION, POPULATION DISTRIBUTION, TANG–STATZ–DEMARS SYSTEM OF EQUATIONS.

#### REFERENCES

- [1] **A.A. Kaminskij**, Lazernye kristally [Laser crystals], Nauka, Moscow, 1975.
- [2] **A.V. Mezenov, L.N. Soms, A.I. Stepanov**, Termooptika tverdotel'nykh lazerov [Thermal optics of solid-state lasers], Mashinostroenie, Leningrad, 1986.
- [3] **Ya.I. Khanin**, Osnovy dinamiki lazerov [The basics of laser dynamics], Nauka, Moscow, Fizmatlit, 1999.
- [4] **O.L. Golovkov, G.A. Kuptsova, V.A. Stepanov**, Influence of the extent of uniform broadening of an amplification line on the generation spectrum of YAG : Nd laser, St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics. 1 (189) (2014) 48–53.
- [5] **G.M. Zverev, Yu.D. Golyaev, E.A. Shalaev, A.A. Shokin**, Lazery na alyumoitrievom granate s neodimom [YAG:Nd lasers]. Moscow, Radio i svyaz', 1985. 144 s.
- [6] **O.L. Golovkov, G.A. Kuptsova, V.A. Stepanov**, Stationary solution of the Tang – Statz – Demars system of equations for YAG:Nd-laser, St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics. 3 (201) (2014) 74–80.
- [7] **N.V. Karlov**, Lektsii po kvantovoj elektronike [Lectures on quantum electronics], Nauka, Moscow, 1983.

#### THE AUTHORS

**GOLOVKOV Oleg L.**

*Ryazan State University named for S.A. Yesenin*  
46 Svobody St., Ryazan, 390000, Russian Federation  
golovkova@mail.ru

**KUPTSOVA Galina A.**

*Ryazan State University named for S.A. Yesenin*  
46 Svobody St., Ryazan, 390000, Russian Federation

**STEPANOV Vladimir A.**

*Ryazan State University named for S.A. Yesenin*  
46 Svobody St., Ryazan, 390000, Russian Federation