



DOI: 10.5862/JCSTCS/11

УДК 62.50 + 517.11 + 519.92

М.А. Марценюк, И.П. Селетков

НЕЧЕТКИЙ КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ ДЛЯ РЕГУЛИРОВАНИЯ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

М.А. Martsenyuk, I.P. Seletkov

FUZZY CELLULAR AUTOMATA FOR TEMPERATURE FIELD CONTROL

Рассмотрены модели клеточного автомата без памяти и с памятью, построенные с использованием нечеткой логики. Показано, что использование методов нечеткой логики в моделях клеточных автоматов позволяет повысить гибкость алгоритмов, упростить формализацию знаний эксперта. Для всех вычислений применен матричный подход нечеткой логики, позволяющий упростить реализацию алгоритма и уменьшить требования к вычислительным ресурсам. В качестве конкретного примера обсуждена задача расчета динамического изменения поля температуры с заданными граничными условиями. Показано как предложенные модели позволяют учитывать эффект температурной памяти, а также как полученные результаты могут использоваться при решении более сложной задачи управления полем температуры.

НЕЧЕТКАЯ КЛЕТОЧНАЯ КОМБИНАЦИОННАЯ СХЕМА; НЕЧЕТКИЙ КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ С ПАМЯТЬЮ; УПРАВЛЕНИЕ ПОЛЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ; ЭФФЕКТ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ПАМЯТИ; МАТРИЧНЫЙ МЕТОД НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ.

The article considers the models of memoryless and memory-powered cellular automata based on fuzzy logic. It shows that the use of fuzzy logic methods in cellular automata algorithms allows increasing greater flexibility and simplifying the formalization of expert knowledge. We have discussed the problem how to calculate the dynamic changes of the temperature field with the given boundary conditions. A matrix approach of fuzzy logic has been used for all calculations. This approach simplifies the implementation of the algorithm and reduces the requirements for computational resources. We have also shown how to take into account temperature memory and how the results could be applied to solve a more complex problem of a temperature field control.

FUZZY CELLULAR MEMORYLESS AUTOMATA; FUZZY CELLULAR AUTOMATA WITH MEMORY; TEMPERATURE FIELD CONTROL; TEMPERATURE MEMORY; MATRIX APPROACH OF FUZZY LOGIC.

Понятие «клеточного автомата» (КА) было впервые введено Дж. фон Нейманом [1] для реалистичного моделирования пространственно-протяженных систем [2]. В последние десятилетия предложенные модели получили особенно значительное распространение в таких областях, как моделирование химических и биологических процессов [3, 4], решение задач математической физики, обработка изображений [5, 6], моделирование социальных систем [7] и мн. др. Обзор современных применений модели клеточных автоматов для решения научных и технических задач представ-

лен в книгах [8, 9] и других источниках.

В отличие от моделей, использующих уравнения математической физики, при работе с КА-моделями не приходится иметь дело с оценками точности расчета, сходимостью процедур и устойчивостью численных схем. Вычисления, производимые при запуске КА (будем считать, что они выполняются некоторой КА-машиной), всегда являются точными. Массив клеток КА можно рассматривать как своего рода «ленту» (вообще говоря многомерную), подобную той, которая используется в машине Тьюринга. На каждом шаге вычислений

(производимых в момент времени t) «головка» КА-машины обходит весь массив клеток и переводит его в другое «состояние». Успех моделей систем, представляемых как КА, определяется тем, что для их функционирования только необходимо знать, по какой программе работает «головка» этой КА-машины. В результате поведение сложной системы вырастет, как из семени, из заданной программы работы головки, в которой скрывается сама суть модели рассматриваемой системы.

Как отмечает в своем предисловии к книге [10] известный эксперт в теории КА профессор Т. Тоффоли (Т. Toffoli), 50 лет исследований выявили, что КА-модели систем в своей основе служат *концептуальным инструментом познания*. Эти исследования также выявили особое место КА: они вносят наибольший вклад в понимание сложных систем на стадии разработки их концептуальных моделей.

Перейдем теперь к более детальному описанию КА. Клеточный автомат состоит из упорядоченного массива данных (клеток) $C = \{C_i, i = 1, 2, \dots, n\}$, описывающих поле $C(t)$ (пространственное распределение) исследуемой величины в текущий момент времени t . Далее для простоты (но без ограничения общности) считается, что размерность $\dim(C) = 1$. Обработка массива $C(t)$ логическим автоматом по единому набору правил f позволяет вычислить массив в последующий момент времени $t + \Delta t$: $C(t + \Delta t) = f(C(t))$. Здесь и далее мы отличаем понятия «клеточный автомат» (КА) и «логический автомат» (ЛА): КА включает в себя массив $C(t)$ и способ его обработки – ЛА, то есть $КА = C(t) + ЛА$. Функцию f часто называют правилом работы автомата.

Было предложено несколько алгоритмов работы логического автомата.

- Автомат без памяти или комбинационная схема (КС), действующая по четко определенным правилам (ЧКС). Эта модель автомата является наиболее распространенной [8].

- В последнее время появились также модели, основанные на использовании четких автоматов с памятью (ЧАП) [11].

Однако четкие модели не охватывают всех возможностей применения клеточных автоматов. Поэтому были начаты разработки моделей клеточных автоматов с нечетким управлением, в основе которых лежит нечеткая комбинационная схема (НКС) [12, 13].

Цель данной работы – развитие теории клеточных автоматов, в которых для обработки массива используются нечеткие комбинационные схемы и нечеткие автоматы с памятью (НАП). В [14] показано, что функционирование нечеткого автомата с конечной памятью может быть представлено нечеткой комбинационной схемой с блоком внешней памяти. В [14, 15] также показано, что работа нечеткой схемы и нечеткого автомата задается некоторой четкой системой операций над нечеткими множествами.

План работы следующий. Первоначально вводится удобная для дальнейшего формализация описания обычного КА (клеточного автомата с ЧКС). Затем она обобщается для клеточного автомата, функционирующего на основе нечеткой клеточной комбинационной схемы и нечеткого клеточного автомата. В качестве содержательного примера рассмотрена задача о моделировании нестационарного поля температуры в среде, обладающей тепловой памятью. Как показано в работах [16–18], уравнение теплопроводности в общем случае содержит слагаемые, зависящие от температуры среды в предшествующие моменты времени. Такое уточнение классической схемы теплопроводности оказывается необходимым для решения задач прецизионного управления температурой высокоточных систем.

Модель клеточного автомата

Клеточные автоматы являются дискретными динамическими системами. Пространство предметной области или поле исследуемой величины представлено равномерной сеткой, каждая ячейка которой, или клетка, содержит информацию о ее состоянии, время идет вперед дискретными шагами. Полное число состояний, в которых может находиться клетка, является конечным. Правила, по которым рассчитываются новые состояния клеток, заданы

единым образом, например, небольшой таблицей переходов. Законы системы являются локальными и повсюду одинаковыми [2].

Формально клеточный автомат может быть записан как кортеж из четырех величин [8]:

$$\{C, S, r, f\}, \quad (1)$$

где C – множество ячеек автомата; S – множество возможных состояний ячейки, например, $S = \{0, 1\}$; r – характерный размер окрестности O ячейки, рассматриваемой в данный момент времени t и находящейся в состоянии s^t . Новое состояние этой ячейки $s^{t+\Delta t}$ задается состояниями всех ячеек, лежащих внутри ее окрестности O , с помощью функции переходов f , которая (в одномерном случае) осуществляет отображение

$$f : \{0, 1\}^{2r+1} \rightarrow \{0, 1\}. \quad (2)$$

В частном случае, когда $r = 1$, для управления переходами i -й ячейки используется набор ячеек с номерами $i-1, i, i+1$, и s_i^t – состояние ячейки с номером i в момент времени t определяется формулой

$$s_i^{t+\Delta t} = f(s_{i-1}^t, s_i^t, s_{i+1}^t). \quad (3)$$

Задав начальные (т. е. при $t = 0$) состояния всех клеток $s_i^{t=0}$, можно проследить дальнейшую эволюцию массива с течением времени. Многочисленные содержательные примеры представлены в [8, 9].

Клеточный автомат, работа которого описывается правилами вида (3), не обладает памятью [11], т. к. вычисления новых состояний ячеек выполняются комбинационной схемой. Для получения большей гибкости моделей используют также клеточные автоматы с памятью. При этом новое содержимое каждой ячейки отражает состояния этой ячейки и ее окружения не только в предыдущие, но и в более ранние моменты времени [11], например

$$s_i^{t+\Delta t} = f(s_{i-1}^{t-\Delta t}, s_i^{t-\Delta t}, s_{i+1}^{t-\Delta t}, s_{i-1}^t, s_i^t, s_{i+1}^t). \quad (4)$$

Модель нечеткой клеточной комбинационной схемы

Модель НКС применяется в тех случаях, когда предметная область описывается

экспертом лингвистическими (словесными) правилами или, когда трудно разработать достаточно простую математическую модель предметной области и необходима высокая гибкость в настройках системы управления; когда требуется расширить область значений входных параметров «четкой» комбинационной схемы без введения дополнительных правил и др. Отметим также, что нечеткий клеточный автомат без памяти или нечеткая комбинационная схема являются разновидностью непрерывного клеточного автомата [13].

Покажем на примере, как может быть построен нечеткий клеточный автомат. Состояние каждой ячейки описывается с помощью лингвистической переменной γ , принимающей ряд значений, например, $\gamma_a = \text{«низкое»}$, $\gamma_b = \text{«среднее»}$, ..., $\gamma_z = \text{«высокое»}$. Эти значения количественно задаются некоторыми нечеткими подмножествами G_a, G_b, \dots, G_z универсума S с помощью векторных функций $\mu_a(s), \mu_b(s), \dots, \mu_z(s)$ (где $s \in S$), определяющих степень принадлежности точек универсума S подмножествам G_a, G_b, \dots, G_z . Универсальное множество (универсум) состояний S ячейки НКС определим как $S = \{0, 1, \dots, S_{\max}\}$.

Вычисления будем производить в матричном виде [19, 20] и для этого введем компоненты функций принадлежности $\mu_a(s) = (\mu_{a0}, \mu_{a1}), \mu_b(s) = (\mu_{b0}, \mu_{b1}), \dots$. Истинностные компоненты этих векторов $\mu_{a1}, \mu_{b1}, \dots$ совпадают с функциями принадлежности, введенными Заде [21], а «ложные» – определяются равенствами $\mu_{a0} = 1 - \mu_{a1}, \mu_{b0} = 1 - \mu_{b1}, \dots$. Как показано в [20], переход к векторному описанию нечетких переменных позволяет ввести операции над ними, наиболее естественно обобщающие операции четкой логики, а также ввести непротиворечивую меру нечеткости, используя известную формулу Шеннона.

Алгоритм работы НКС формулируется на языке лингвистических переменных γ :

$$\gamma_i^{t+\Delta t} = \Gamma(\gamma_{i-1}^t, \gamma_i^t, \gamma_{i+1}^t), \quad (5)$$

где аргументы $\gamma_{i-1}^t, \gamma_i^t, \gamma_{i+1}^t$ функции Γ описывают соответственно состояния соседних ячеек с номерами $i-1, i, i+1$ в момент времени t , $\gamma_i^{t+\Delta t}$ – это состояние ячейки с

номером i в последующий момент времени $t + \Delta t$ (в формуле (5) для простоты считается, что размер r окрестности O равен единице). Функция Γ задается логическими правилами следующего вида «Если текущие состояния ячеек $\gamma_{i-1}^t = \text{«низкое»}$, $\gamma_i^t = \text{«низкое»}$ и $\gamma_{i+1}^t = \text{«низкое»}$, то новое состояние ячейки $\gamma_i^{t+\Delta t} = \gamma_0$ («низкое») и т. п.

Правила (5) могут быть записаны в явном виде с помощью логических операций конъюнкции, дизъюнкции и импликации следующим образом:

$$\sum_{k,l,m} \varepsilon_{k,l,m,n} (\gamma_{k,i-1}^t \wedge \gamma_{l,i}^t \wedge \gamma_{m,i+1}^t) \rightarrow \gamma_{n,i}^{t+\Delta t}, \quad (6)$$

где индексы k, l, m, n определяют конкретные значения лингвистических переменных γ , например, $\gamma_{a,i}^{t+\Delta t} = \text{«низкое»}$, $\gamma_{b,i}^{t+\Delta t} = \text{«среднее»}$, а $\gamma_{z,i}^{t+\Delta t} = \text{«высокое»}$ и т. п. В выражении (6) введена матрица $\varepsilon_{k,l,m,n}$, компоненты которой, в зависимости от значений индексов k, l, m, n , равны нулю или единице. Тем самым задаются правила работы «если ..., то...» рассматриваемой НКС (см. подробнее [19–20]). Символами \wedge, \rightarrow обозначены нечеткие логические операции конъюнкции и импликации соответственно, которые в окончательном результате сводятся к матричным операциям над значениями функций принадлежности $\mu_a(s)$, $\mu_b(s)$, ..., $\mu_z(s)$.

Численная реализация работы НКС на основе правил (6) строится следующим образом. В текущий момент времени t считаются известными параметры s_i^t – текущие состояния каждой ячейки. Цель расчета – найти параметры $s_i^{t+\Delta t}$ на следующем шаге по времени с помощью нечетких правил (6).

На первом этапе решения этой задачи проведем фазификацию заданных переменных, вычисляя значения функций $\mu_a(s)$, $\mu_b(s)$, ..., $\mu_z(s)$ при $s = s_i^t$. Полученные численные значения подставим в (6) вместо соответствующих значений лингвистических переменных γ :

$$F(s) = \sum_{k,l,m,n} \varepsilon_{k,l,m,n} [\mu_k(s_{i-1}^t) \wedge \mu_l(s_i^t) \wedge \mu_m(s_{i+1}^t) \rightarrow \mu_n(s)], \quad (7)$$

где введена вспомогательная векторная функция $F(s)$, позволяющая определить

новое состояние ячейки $s_i^{t+\Delta t}$.

Для реализации логических операций в формуле (7) используем матричный метод. Логические операции над векторными переменными описаны в [19, 20]: $x \wedge y = C(x) \cdot y$, $x \rightarrow y = I(x) \cdot y$, где $C(x)$ и $I(x)$ – известные 2×2 матрицы, а точка « \cdot » обозначает матричное умножение квадратной матрицы на матричный столбец, составленный из компонент вектора y .

Требуемый для решения задачи расчет четкого значения результата $s_i^{t+\Delta t}$ (дефазификация) может быть реализован с помощью найденной функции $F(s)$ «центроидным» методом:

$$\bar{s} = \frac{\int_{all S} s F_1(s) ds}{\int_{all S} F_1(s) ds}, \quad (8)$$

где $F_1(s)$ – истинностная компонента векторной функции $F(s)$. Полученный результат вычислений \bar{s} мы отождествляем со значением нового состояния ячейки, в которое она переходит:

$$s_i^{t+\Delta t} = \bar{s}. \quad (9)$$

Далее этот расчет повторяется для всех ячеек массива.

Моделирование поля температуры

Применим описанный метод для расчета поля температуры образца при заданных начальных условиях. При разработке алгоритма тепловая задача решалась для теплоизолированного образца (при отсутствии теплового потока на границах области). Подобные требования предъявляются на производстве, где в установке имеется несколько точечных источников тепла, а цель управления ими состоит в том, чтобы сформировать заданный профиль распределения температуры во всем объеме установки [22].

Для обеспечения возможности визуализации результатов ограничимся двумерной задачей, однако все дальнейшие выводы могут быть произведены и для трехмерной задачи.

Разобьем всю плоскость образца на отдельные ячейки. Количество ячеек выбира-



ется в зависимости от требований к пространственной детализации решения. Для рассмотренного ниже численного примера выбрано поле размером 25×25 ячеек.

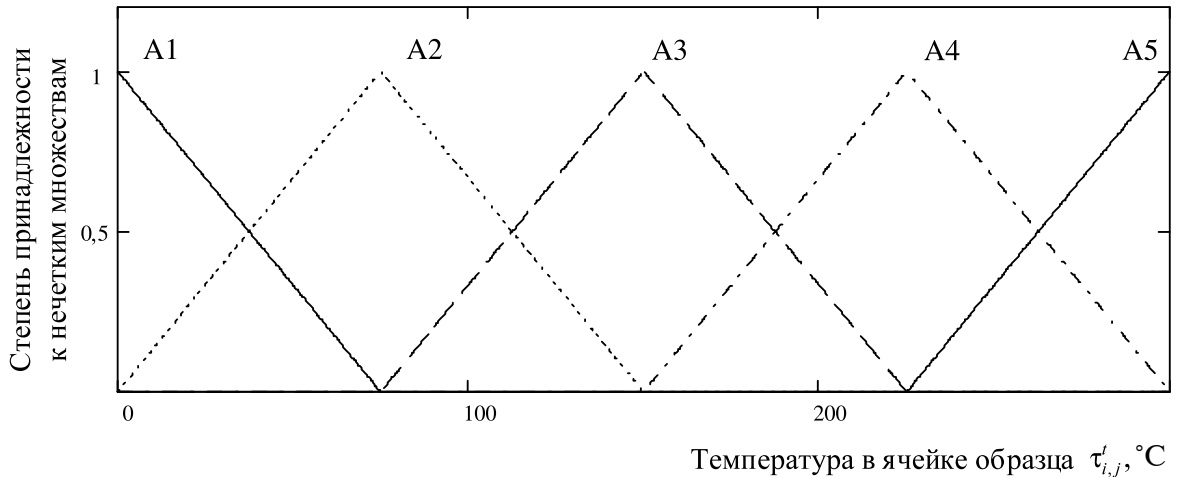
Введем параметры задачи и области их определения (универсальные множества):

T – температура образца, $T \in [0, 300]$ °С:

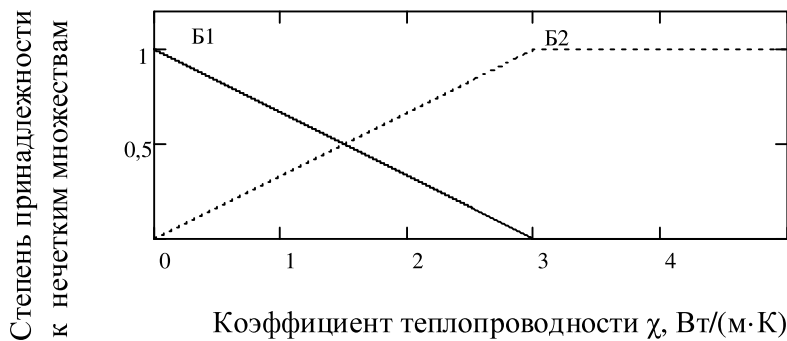
$\tau_{i,j}^t$ – температура i, j -го элемента образца (ячейки) в момент времени t ;

χ – коэффициент теплопроводности образца, $\chi \in [0, 400] \frac{\text{Вт}}{(\text{м} \cdot \text{К})}$ (необходимость введения этого универсума и соответствующих лингвистических переменных

а)



б)



в)

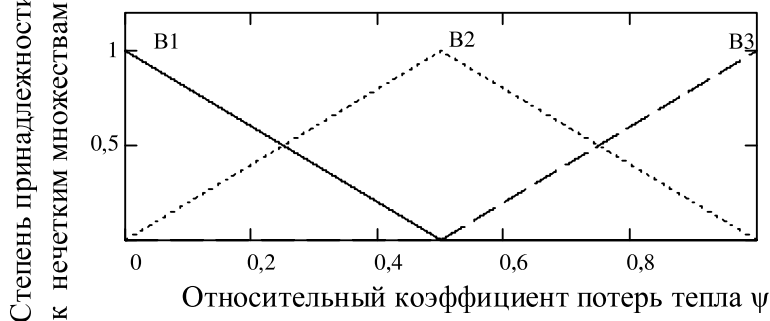


Рис.1. Графики функций принадлежности элементов универсальных множеств подмножеств, описывающим термы лингвистических переменных:

a – температура ячейки; b – величина коэффициента теплопроводности; v – величина коэффициента потерь тепла, где A1. «очень низкая», A2. «низкая», A3. «средняя», A4. «высокая», A5. «очень высокая», B1. «низкий», B2. «высокий», B1. «низкий», B2. «средний», B3. «высокий»

обусловлена различием правил изменения температуры образца в зависимости от теплопроводности материала);

ψ – относительный коэффициент потерь тепла в третьем измерении (по нормали к плоскости образца) за один шаг по времени Δt в одной ячейке, $\psi \in [0, 1]$. Величина ψ считается равной нулю, если этими потерями можно пренебречь.

Для алгоритмического описания процессов, происходящих в ячейке, введем следующие лингвистические переменные:

α – температура ячейки, принимающая значения: α_a – «очень низкая», α_b – «низкая», α_c – «средняя», α_d – «высокая», α_e – «очень высокая»;

β – величина коэффициента теплопроводности принимающая значения: β_a – «низкий», β_b – «высокий»;

γ – величина коэффициента потерь тепла, принимающая значения: γ_a – «низкий», γ_b – «средний», γ_c – «высокий».

Все термины лингвистических переменных количественно описываются нечеткими подмножествами введенных универсальных множеств. В свою очередь нечеткие подмножества задаются векторными функциями принадлежности $\mu_\alpha(\tau_{i,j}^t)$, $\mu_\beta(\chi)$, $\mu_\gamma(\psi)$. Возможный вариант зависимости истинностных частей этих функций от их аргументов приведен на рис. 1.

Эксперт формулирует правила передачи тепла между ячейками в виде:

«Если в данный момент времени температура ячейки с номерами $i - 1$, $j - 1$ $\alpha_{i-1,j-1}^t = \alpha_e$ («очень высокая»), и температура в ячейке с номерами $i - 1$, j $\alpha_{i-1,j}^t = \alpha_e$ («очень высокая»), и т. д., и коэффициент потерь тепла $\gamma = \gamma_a$ («низкий»), и коэффициент теплопроводности $\beta = \beta_c$ («высокий»), то температура в центральной ячейке (i, j) окружности на следующем шаге будет $\alpha_{i,j}^{t+\Delta t} = \alpha_e$ («очень высокая»). Зависимость между лингвистическими переменными условно выглядит следующим образом:

$$a_{k,i,j}^{t+\Delta t} = \Gamma(a_{11,i-1,j-1}^t, a_{12,i-1,j}^t, a_{13,i-1,j+1}^t, a_{14,i,j-1}^t, a_{15,i,j}^t, a_{16,i,j+1}^t, a_{17,i+1,j-1}^t, a_{18,i+1,j}^t, a_{19,i+1,j+1}^t, \beta_m, \gamma_n). \quad (10)$$

В правилах и формуле (10) анализируется температура в ячейках окрестности Мура

первого порядка.

С целью упрощения и унификации дальнейшего алгоритма в данной задаче можно применить дополнительное преобразование. Без внешних воздействий температура во всей системе стремится к равновесному значению. Поэтому, вместо того, чтобы анализировать температуру в каждой ячейке отдельно, можно найти среднюю температуру по окрестности O ячейки и анализировать ее. Перепишем (10) с учетом того, что $\alpha_{l,i,j}^t$ теперь характеризует среднюю температуру окрестности:

$$a_{k,i,j}^{t+\Delta t} = \Gamma(a_{l,i,j}^t, \beta_m, \gamma_n). \quad (11)$$

В таком виде можно без изменения дальнейшего алгоритма использовать различные формы и размеры окрестностей.

С помощью логических операций правила записываются в следующем виде:

$$\sum_{l,m,n} \varepsilon_{k,l,m,n} (a_{l,i,j}^t \wedge \beta_m \wedge \gamma_n) \rightarrow a_{k,i,j}^{t+\Delta t}, \quad (12)$$

где $\varepsilon_{k,l,m,n}$ – матрица выходов НКС.

Запишем все правила в виде таблицы (табл. 1).

Численная реализация алгоритма строится следующим образом. Считаются известные значения температуры в каждой ячейке $\tau_{i,j}^t$, а также коэффициент теплопе-

Таблица 1

Таблица выходов нечеткой клеточной комбинационной схемы «тепловое поле» на языке лингвистических переменных

	l	m	n	k
1	a	b	a	a
2	b	b	b	a
3	c	b	c	a
4	b	b	a	b
5	c	b	b	b
6	d	b	c	b
7	c	b	a	c
8	d	b	b	c
9	e	b	c	c
10	d	b	a	d
11	e	b	b	d
12	e	b	a	e



редачи χ и коэффициент потерь тепла ψ . Необходимо рассчитать значение температуры $\tau_{i,j}^{t+\Delta t}$ в ячейке i, j в момент времени $t + \Delta t$.

Находим среднее значение температур по окрестности O исследуемой ячейки:

$$\overline{\tau}_{i,j}^t = \frac{\sum_{x,y \in O} \tau_{i+x,j+y}^t}{N}, \quad (13)$$

где N – количество ячеек внутри окрестности O .

На этапе фазификации находим значения векторных функций принадлежности $\mu_\alpha(\tau_{i,j}^t)$, $\mu_\beta(\chi)$, $\mu_\gamma(\psi)$ в соответствии с рис. 1.

На основе правила (12) составляем вспомогательную векторную функцию [19, 20]:

$$F^{(i,j)}(\tau) = \underset{k,l,m,n}{D} \varepsilon_{k,l,m,n} C[C\{\mu_{\alpha l}(\overline{\tau}_{i,j}^t)\} \times \mu_{\beta m}(\chi)] \mu_{\gamma n}(\psi) \mu_{\alpha k}(\tau), \quad (14)$$

где запись $\underset{k,l,m,n}{D}$ означает дизъюнкцию нечетких векторов по всем индексам k, l, m, n . Напомним, что согласно своему определению [20] матричная модель дизъюнкции обладает свойством коммутативности.

Расчет четких значений осуществляется центроидным методом:

$$\tilde{\tau}_{i,j} = \frac{\int \tau F_1^{(i,j)}(\tau) d\tau}{\int F_1^{(i,j)}(\tau) d\tau}. \quad (15)$$

Полученное число мы отождествим со значением температуры в ячейке с номерами i, j в момент времени $t + \Delta t$:

$$\tau_{i,j}^{t+\Delta t} = \tilde{\tau}_{i,j}. \quad (16)$$

Результат работы алгоритма для произвольного начального расположения источников тепла представлен на рис. 2.

Также система позволяет проводить анализ температурных волн, в частности,

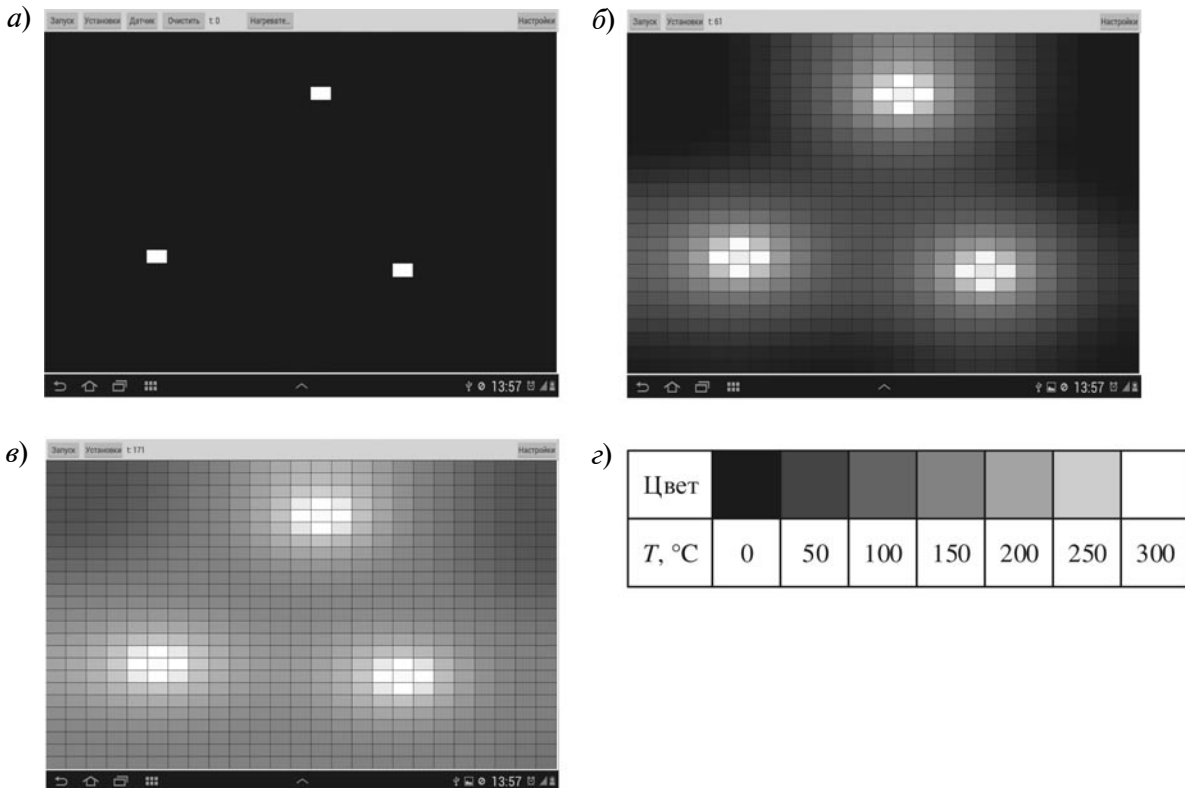


Рис. 2. Результат расчета нечеткой клеточной комбинационной схемой поля температуры образца в случае произвольного расположения источников тепла в моменты времени:

$a - t = 0$; $b - t = 61\Delta t$; $в - t = 171\Delta t$; $г -$ таблица соответствия цветов на рисунках температурам ячеек

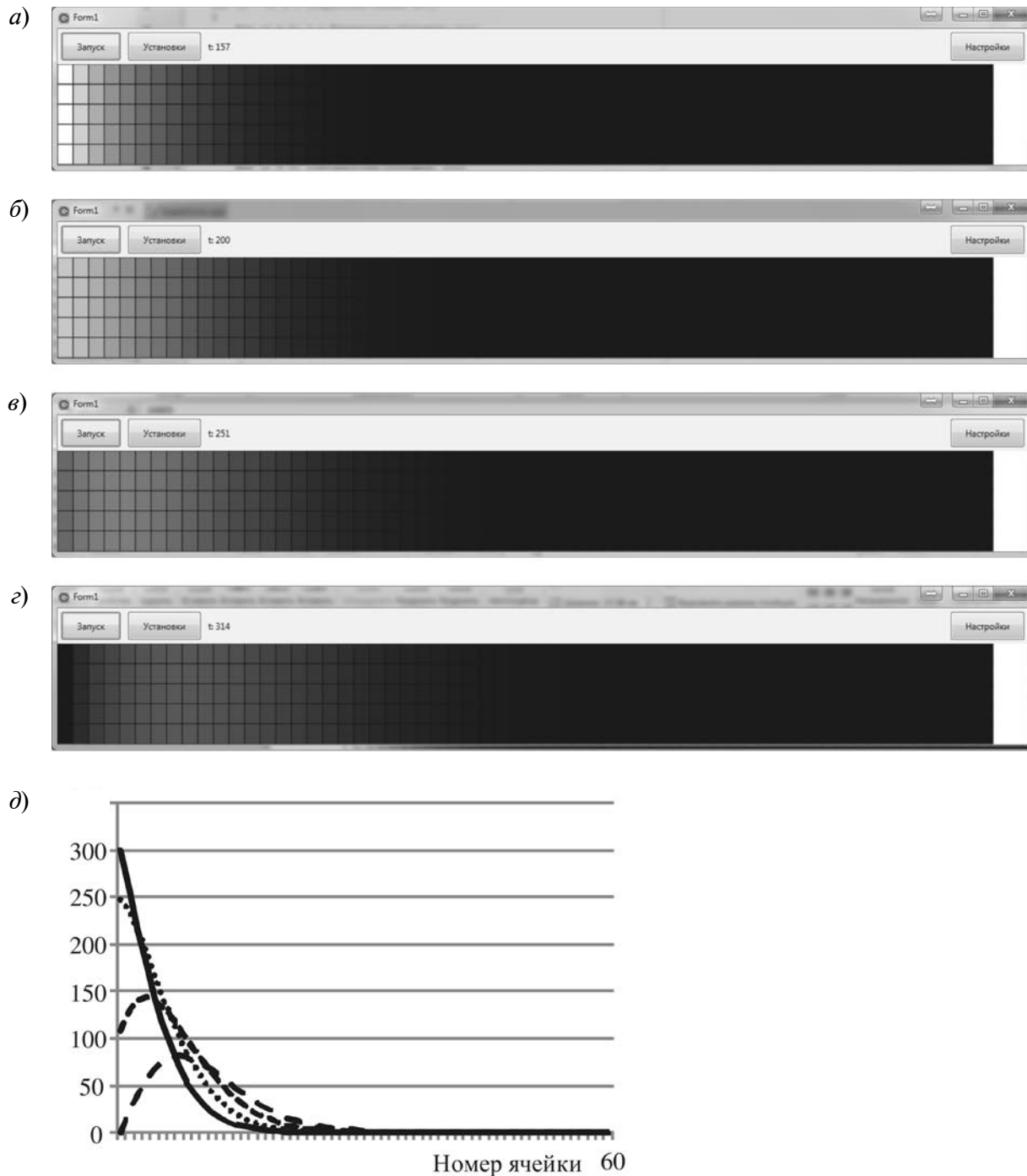


Рис. 3. Результаты расчетов поля температуры в квазилинейном образце при гармоническом граничном условии (18) в моменты времени:
 $a - t = 157\Delta t$; $б - t = 200\Delta t$; $в - t = 250\Delta t$; $г - t = 314$; $д$ – поперечные профили температурной волны в соответствующие моменты времени
 (—) $t = 157$; (.....) $t = 200$; (----) $t = 250$; (—■—) $t = 314$

их дисперсии. Произведем расчет изменения температурного поля в квазилинейном образце при гармоническом граничном

условии (рис. 3):

$$\tau_{i,0}^t = \tau_{\max} (0,5 - 0,5 \cos(0,02t)). \quad (17)$$

Модель нечеткого клеточного автомата

Классические модели клеточных автоматов (см., например, [2, 8, 9]) подразумевают под собой функционал клеточных комбинационных схем. Фактически хранится и используется только текущее значение исследуемой величины в каждой клетке. При этом история изменения значений в клетках никак не анализируется.

В работе [11] предложена модель «четкого» клеточного автомата с памятью, в которой для каждой ячейки кроме значения основной исследуемой величины хранится «состояние», отражающее историю изменения исследуемой величины.

С нашей точки зрения полезной также является модель нечеткого клеточного автомата с памятью (НКАП). По аналогии с «четкими» клеточными автоматами НКАП состоит из массива клеток, содержащих информацию о текущем значении исследуемой величины и истории ее изменения, а также вычислительное устройство (логический автомат), определяющее переходы клеток между состояниями. Вычислительное устройство представляет собой нечеткий автомат.

Как показано в [14], в случае конечной памяти нечеткий автомат можно эквивалентно заменить модифицированной нечеткой комбинационной схемой (МНКС) без потери функциональности. Причем в такой модели не требуется описывать «состояния» ячеек и достаточно хранить историю изменения исследуемой величины в виде массива-очереди.

Рассмотрим построение такого автомата на конкретном примере. Недавние исследования [16–18] показывают, что уравнение теплопроводности в общем случае содержит слагаемое, зависящее от температуры среды в предшествующие моменты времени. Иными словами, среда обладает температурной памятью:

$$q(x, t) = -\chi \nabla T(x, t) - \xi \nabla \hat{T}(x, t), \quad (18)$$

где $\hat{T}(x, t)$ – так называемое температурное смещение

$$\hat{T}(x, t) = \hat{T}(x, 0) + \int_0^t T(x, s) ds. \quad (19)$$

Предположим, что в данный момент уже рассчитано предварительное значение температуры в ячейке i, j (часть с коэффициентом χ) по описанному выше (14)–(16) алгоритму. Определим вклад памяти ξ . Для этого найдем среднее за определенное количество шагов по времени значение температуры в ячейке:

$$\bar{\tau}_{i,j}^t = \frac{\sum_{s=0}^{L-1} \bar{\tau}_{i,j}^{t-s\Delta t}}{L}, \quad (20)$$

где $\bar{\tau}_{i,j}^{(t-s\Delta t)}$ – температура в соответствующей ячейке в момент времени $t - s\Delta t$; L – глубина памяти.

Введем лингвистические переменные:

α – температура в ячейке, принимающая значения α_a – «очень низкая», α_b – «низкая», α_c – «средняя», α_d – «высокая», α_e – «очень высокая»;

η – величина коэффициента влияния памяти вещества, принимающая значения η_a – «низкая», η_b – «высокая».

Графики истинностных частей векторных функций принадлежности $\mu_\alpha(\bar{\tau}_{i,j}^t)$ и $\mu_\eta(\xi)$ приведены на рис. 1 а и на рис. 4.

Задаем лингвистические правила в следующем виде: «Если разница средней по времени температуры и текущей температуры α_e «очень высокая» и влияние памяти η_b «высокое», тогда необходимо изменить текущую температуру на величину α_e с учетом знака».

С помощью логических операций правила записываются в следующем виде:

$$\sum_{l,m} e_{k,l,m} a_{l,i,j}^t \wedge \eta_m \rightarrow a_{k,i,j}^{t+\Delta t}. \quad (21)$$

Перечислим все правила в виде таблицы (табл. 2).

Для численного расчета строим вспомогательную векторную функцию:

$$G^{(i,j)}(\tau) = \prod_{k,l,m} e_{k,l,m} C[C\{\mu_{al}(\bar{\tau}_{i,j}^t)\} \times \mu_{\eta m}(\xi)] \mu_{ak}(\tau). \quad (22)$$

Четкое значение добавочного вклада памяти в температуру ячейки с номерами i, j находится центроидным методом:

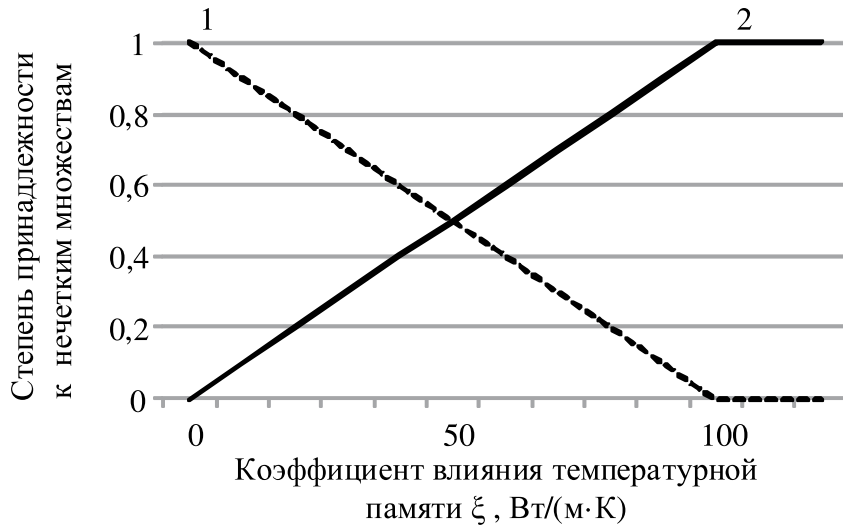


Рис. 4. Графики истинностных компонент векторных функций принадлежности значений коэффициента влияния памяти нечетким подмножествам, описывающим термы 1 – η_a «низкая» и 2 – η_b «высокая» лингвистической переменной «Величина коэффициента влияния памяти вещества»

$$\tilde{\tau}_{i,j}^{l+1} = \frac{\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} \tau G_1^{(i,j)}(\tau) d\tau}{\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} G_1^{(i,j)}(\tau) d\tau}. \quad (23)$$

Вкладом памяти в модели можно управлять двумя способами:

- Изменять глубину памяти L . В случае моделирования только по уравнению Фурье $L = 1$.

Таблица 2

Таблица выходов нечеткой модифицированной клеточной комбинационной схемы «тепловое поле» на языке лингвистических переменных

	l	m	k
1	a	a	a
2	a	b	a
3	b	a	a
4	b	b	b
5	c	a	b
6	c	b	c
7	d	a	b
8	d	b	d
9	e	a	c
10	e	b	e

- Изменять коэффициент влияния памяти ξ .

Построим для сравнения профили волны в квазилинейной среде с гармоническим граничным условием (17) при $L = 1$, $L = 2$, $L = 5$ и $\xi = 100$ (рис. 5).

Из рисунка видно, что наличие памяти делает систему более инерционной.

Использование классических численных методов для расчета полей физических величин, например, метода конечных элементов, делает весьма трудоемким анализ истории изменения величины, в то время как данный метод позволяет без особых затрат на доработку учитывать память и, более того, регулировать ее глубину.

Таким образом, применяя модель нечеткого клеточного автомата, мы получаем возможность проследить за изменением температурного поля, что можно использовать для решения задачи управления, как это описано, например, в работе [22]. Предположим, что поставлена задача прецизионного выравнивания поля температуры. На первом шаге, запуская автомат для разных начальных распределений, идентифицируем параметры задачи (см. подробнее [22]). Далее, в каждый текущий момент времени находим амплитуды собственных гармоник

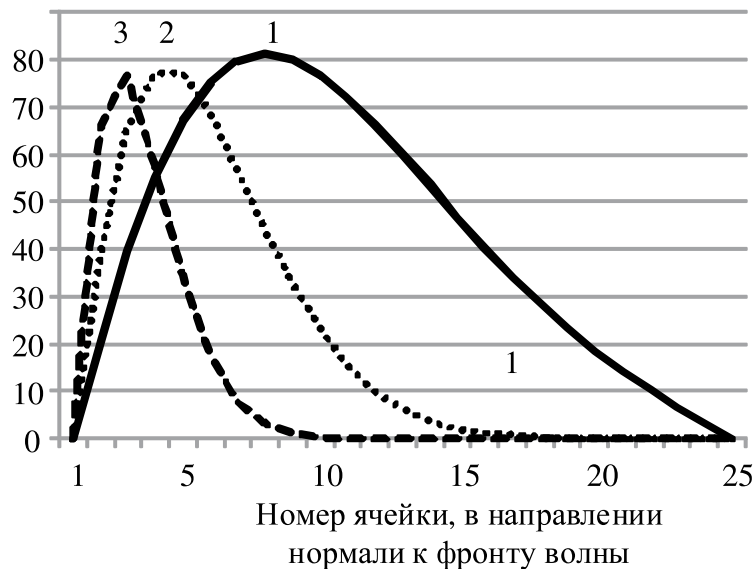


Рис. 5. Профили температурной волны в квазилинейном образце с гармоническим граничным условием (17) с параметрами: 1 — $L = 1$; 2 — $L = 2$; 3 — $L = 5$; $\xi = 100$ в момент времени $t = 314 \cdot \Delta t$

тепловой задачи и вычисляем мощности нагревателей, которые обеспечивают выравнивание температуры с необходимой точностью и скоростью. Проведенные эксперименты подтвердили эффективность указанного метода управления, а использование нечеткого алгоритма управления клеточным автоматом дает возможность не только следить за работой системы управления, но и подбирать оптимальный объект управления.

Показано, что задачу расчета поля температуры в динамических условиях можно решить с помощью нечетких клеточных автоматов без памяти или нечетких комбинационных схем.

Учет эффекта температурной памяти, предлагаемый как уточнение в современной литературе, можно осуществить с помощью нечетких клеточных автоматов с памятью или нечетких клеточных модифицированных комбинационных схем.

Принципиальное отличие развиваемо-

го подхода от представленных в литературе (см., например, [16–18]) состоит в том, что здесь не используется численная схема для решения интегро-дифференциального уравнения, к которому сводится эта задача при ее описании в указанных источниках. Предлагаемая модель обладает большой гибкостью, т. к. у разработчика имеется возможность увеличивать или уменьшать глубину памяти, изменять как функции принадлежности, которыми описываются значения лингвистических переменных, так и логические формулы, по которым задается работа автомата.

Расчет поля температуры позволяет повысить эффективность решения задачи управления этим полем.

Для реализации алгоритмов нечетких клеточных автоматов удобно использовать матричный подход нечеткой логики, позволяющий сократить аппаратные требования решения, что, в свою очередь, позволяет реализовать задачу даже на базе мобильных устройств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. фон Нейман Д. Теория самовоспроизводящихся автоматов. Пер. с англ. М.: Мир, 1971. 384 с.
2. Тоффоли Т., Марголюс Н. Машины кле-

точных автоматов. Пер. с англ. М.: Мир, 1991. 280 с.

3. Беланков А.Б., Столбов В.Ю. Моделирование процесса формирования микроструктуры

при кристаллизации металлов с помощью клеточных автоматов // Математическое моделирование систем и процессов. 2002. № 10. С. 6–16.

4. **Ahmed E.** Fuzzy Cellular Automata Models in Immunology // *J. of Statistical Physics*. 1996. Vol. 85. Pp. 291–294.

5. **Zamani S., Javanmard M., Jafarzadeh N., Zamani M.** A Novel Image Encryption Scheme Based on Hyper Chaotic Systems and Fuzzy Cellular Automata // *The 22nd Iranian Conf. on Electrical Engineering*. 2014.

6. **Rosin P., Adamatzky A., Sun X.** Cellular Automata in Image Processing and Geometry // *Emergence, Complexity and Computation*. Springer, 2014. Vol. 10. P. 304.

7. **Sridharan R., Pudi V.** Design of Arithmetic Circuits in Quantum Dot Cellular Automata Nanotechnology. Springer, 2015. P. 99.

8. **Mantelas L., Prastacos P., Hatzichristos T., Koutsopoulos K.** Using fuzzy cellular automata to access and simulate urban growth // *Geo Journal*. Springer, 2012. Pp. 13–28.

9. **Mainzer K., Chua L.** The Universe as Automaton: From Simplicity and Symmetry to Complexity. Springer, 2012. P. 108.

10. **Hoekstra A.G., Kroc J., Sloot P.M.A.** Simulating Complex Systems by Cellular Automata. Springer, 2010. P. 393.

11. **Salcido A.** Cellular Automata – Innovative Modelling for Science and Engineering // *InTech*. 2011. P. 440.

12. **Alonso-Sanz R., Martin M.** Cellular Automata with Memory. Materials of Wolfram Science Conference 2006 [Электронный ресурс]/ URL: <https://www.wolframscience.com/conference/2006/presentations/materials/alonsosanz.pdf> (Дата обращения 09.02.2015).

13. **Cattaneo G., Flocchini P., Mauri G., Vogliotti C.Q., Santoro N.** Cellular automata in fuzzy backgrounds // *Physica D*. 1997. Vol. 105. Pp. 105–120.

14. **Betel H., Flocchini P.** On the Relationship

between Fuzzy and Boolean Cellular Automata // *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*. 2009. Vol. 252. Pp. 5–21.

15. **Марценюк М.А., Селетков И.П.** Приведение конечного нечеткого автомата к нечеткой комбинационной схеме с блоком памяти // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2014. № 6 (210). С. 67–80.

16. **Марценюк М.А.** Операторно-логические схемы как средство изучения алгоритмов в учебных курсах по математике и информатике // Прикладная информатика. 2010. № 5 (23). С. 43–54.

17. **Green A.E., Naghdi P.M.** A re-examination of the basic postulates of thermomechanics // *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* 432. 1991. Pp.171–194.

18. **Giorgi C., Grandi D., Pata V.** On the Green-Naghdi Type III Heat Conduction Model // *Mathematics Subject Classification*. 2000.

19. **Ковалев В.А., Радаев Ю.Н., Семенов Д.А.** Связанные динамические задачи гиперболической термоупругости // *Изв. Саратов. ун-та. Математика. Механика. Информатика*. 2009. Т. 9. Вып. 4(2). С. 94–127.

20. **Марценюк М.А., Поляков В.Б., Селетков И.П.** Матричная реализация алгоритмов нечеткого вывода // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2012. № 6 (162). С. 133–141.

21. **Марценюк М.А.** Матричное представление нечеткой логики // *Нечеткие системы и мягкие вычисления*. 2007. Т. 2. № 3. С. 7–35.

22. **Zadeh L.A.** Fuzzy Sets // *Information and Control*. 1965. Vol. 8. Pp. 338–353.

23. **Марценюк М.А., Ощепков А.Ю., Яценко А.В.** Синтез адаптивного управления температурными полями распределенных объектов. Теория и эксперимент // *Вестник Пермского университета. Физика*. Пермь.: Изд-во Перм. ун-та, 1995. Вып. 3. С. 11–43.

REFERENCES

1. **fon Neyman D.** *Teoriya samovosproizvodyashchikhsya avtomatov* [Theory of Self-reproducing Automata]. Moscow: Mir Publ., 1971, 384 p. (rus)

2. **Toffoli T., Margolus N.** *Cellular Automata Machines: A New Environment for Modeling*. The MIT Press, 1987, P. 200.

3. **Belankov A.B., Stolbov V.Yu.** Modelirovanie processa formirovaniya mikrostrukturi pri kristallizacii metallov s pomoshhyu kletochnix avtomatov [On the modelling of process of microstructure formation during the metal crystallization using cellular automata]. *Matematicheskoe modelirovanie*

system i processov [Mathematical modelling of systems and process], 2002, No. 10, Pp. 6–16. (rus)

4. **Ahmed E.** Fuzzy Cellular Automata Models in Immunology. *Journal of Statistical Physics*, 1996, Vol. 85, Pp. 291–294.

5. **Zamani S., Javanmard M., Jafarzadeh N., Zamani M.** A Novel Image Encryption Scheme Based on Hyper Chaotic Systems and Fuzzy Cellular Automata. *The 22nd Iranian Conference on Electrical Engineering*, 2014.

6. **Rosin P., Adamatzky A., Sun X.** Cellular Automata in Image Processing and Geometry.

Emergence, Complexity and Computation. Springer, 2014, Vol. 10, P. 304.

7. **Sridharan R., Pudi V.** *Design of Arithmetic Circuits in Quantum Dot Cellular Automata Nanotechnology*. Springer, 2015, P. 99.

8. **Mantelas L., Prastacos P., Hatzichristos T., Koutsopoulos K.** Using fuzzy cellular automata to access and simulate urban growth, *Geo Journal*. Springer, 2012, Pp. 13–28.

9. **Mainzer K., Chua L.** *The Universe as Automaton: From Simplicity and Symmetry to Complexity*. Springer, 2012, P. 108.

10. **Hoekstra A.G., Kroc J., Sloot P.M.A.** *Simulating Complex Systems by Cellular Automata*. Springer, 2010, P. 393.

11. **Salcido A.** Cellular Automata – Innovative Modelling for Science and Engineering, *InTech*, 2011, P. 440.

12. **Alonso-Sanz R., Martín M.** *Cellular Automata with Memory. Materials of Wolfram Science Conference 2006*. Available: <https://www.wolframscience.com/conference/2006/presentations/materials/alonsosanz.pdf> (Accessed 09.02.2015).

13. **Cattaneo G., Flocchini P., Mauri G., Vogliotti C.Q., Santoro N.** Cellular automata in fuzzy backgrounds. *Physica D*, 1997, Vol. 105, Pp. 105–120.

14. **Betel H., Flocchini P.** On the Relationship between Fuzzy and Boolean Cellular Automata. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 2009, Vol. 252, Pp. 5–21.

15. **Martsenyuk M.A., Seletkov I.P.** Privedenie konechnogo nechetkogo avtomata k nechetkoi kombinacionnoi sheme s blokom pamyati [Conversion of Fuzzy Finite Automata to Fuzzy Combinational Circuit]. *Nauchno-technicheskie vedomosti SPbGPU. Informatika. Telekomunikacii. Upravlenie [St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control System]*. St. Petersburg: SPbGPU Publ., 2014, No. 6(210), Pp. 67–80. (rus)

16. **Martsenyuk M.A.** Operatorno-logicheskie shemi kak sredstvo isucheniya algoritmov v ychebnykh

kursakh po matematike i informatike [Operator-logic schemes as a means of studying algorithms in training courses in mathematics and computer science]. *Prikladnaya informatika [Science journal of applied informatics]*, 2010, No. 5 (23), Pp. 43–54. (rus)

17. **Green A.E., Naghdi P.M.** A re-examination of the basic postulates of thermomechanics, *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* 432. 1991, Pp. 171–194.

18. **Giorgi C, Grandi D., Pata V.** On the Green-Naghdi Type III Heat Conduction Model. *Mathematics Subject Classification*, 2000.

19. **Kovalev V.A., Radaev Yu.N., Semenov D.A.** Svyazannye dinamicheskie zadachi giperbolicheskoi termouprugosti [Coupled Dynamic Problems of Hyperbolic Thermoelasticity], *Izvestiya Saratovskogo Universiteta. Matematika. Mehanika. Informatika [News of Saratov State University. Mathematics. Mechanics. Informatics]*, 2009, Vol. 9, No. 4(2), Pp. 94–127. (rus)

20. **Martsenyuk M.A., Polyakov V.B., Seletkov I.P.** Matrichnoe predstavlenie algorimov nechetkogo vivoda [Matrix Implementation of Fuzzy Inference Algorithms]. *Nauchno-technicheskie vedomosti SPbGPU. Informatika. Telekomunikacii. Upravlenie [St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control System]*. St. Petersburg: SPbGPU Publ., 2012, No. 6(162), Pp. 133–141. (rus)

21. **Martsenyuk M.A.** Matrichnoe predstavlenie nechetkoi logiki [Matrix Representation of Fuzzy Logic], *Nechetkie sistemi i myagkie vychisleniya [Fuzzy Systems and Soft Computing]*, 2007, Vol. 2, No. 3, Pp. 7–35. (rus)

22. **Zadeh L.A.** Fuzzy Sets. *Information and Control*, 1965, Vol. 8, Pp. 338–353.

23. **Martsenyuk M.A., Oshhepkov A.Yu., Yacenko A.V.** Sintez adaptivnogo upravleniya temperaturnymi polyami raspredelennih ob'ektov. Teoriya i experiment [Synthesis of adaptive control temperature fields of distributed objects. Theory and experiment], *Vestnik Permskogo Universiteta [Newsletter of Perm State University]*. Perm: Perm State University Publ., 1995, Vol. 3, Pp. 11–43. (rus)

МАРЦЕНИЮК Михаил Андреевич – заведующий кафедрой компьютерных систем и телекоммуникаций Пермского государственного национального исследовательского университета, доктор физико-математических наук.

614990, Россия, г. Пермь, ул. Букирева, д. 15.
E-mail: mrcn@psu.ru

MARTSENYUK Mikhail A. Perm State University.
614113, Bukireva Str.15, Perm, Russia.
E-mail: mrcn@psu.ru

СЕЛЕТКОВ Илья Павлович – аспирант кафедры компьютерных систем и телекоммуникаций
Пермского государственного национального исследовательского университета.

614990, Россия, г. Пермь, ул. Букирева, д. 15.

E-mail: iseletkov@gmail.com

SELETKOV Ilya P. *Perm State University.*

614113, Bukireva Str.15, Perm, Russia.

E-mail: iseletkov@gmail.com