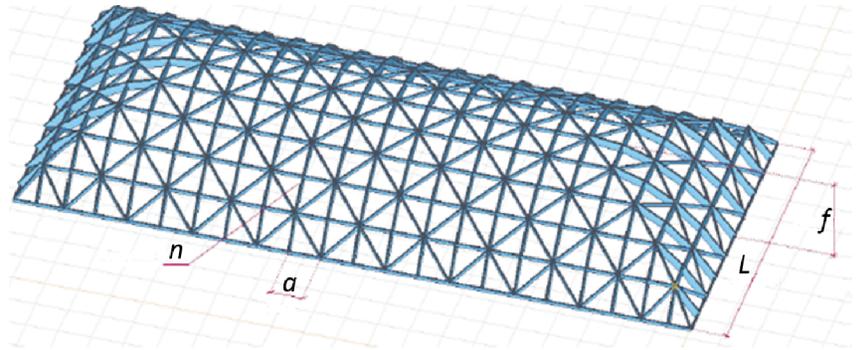


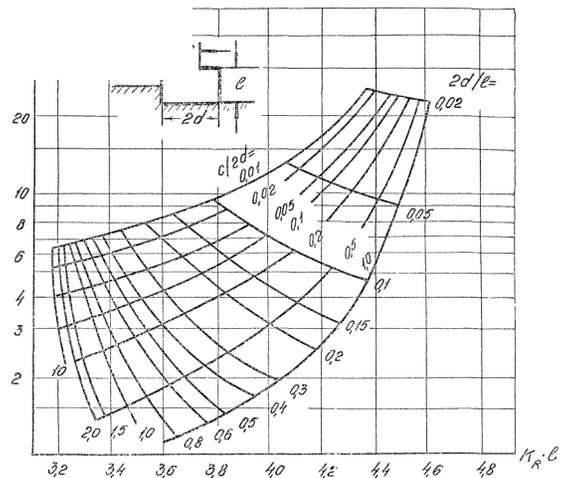
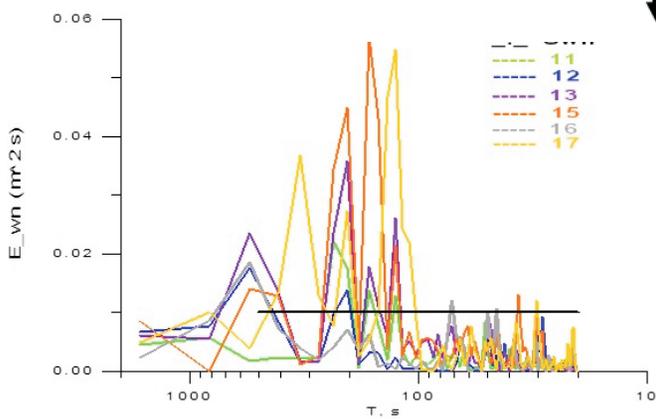
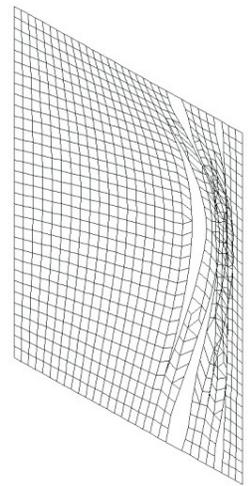
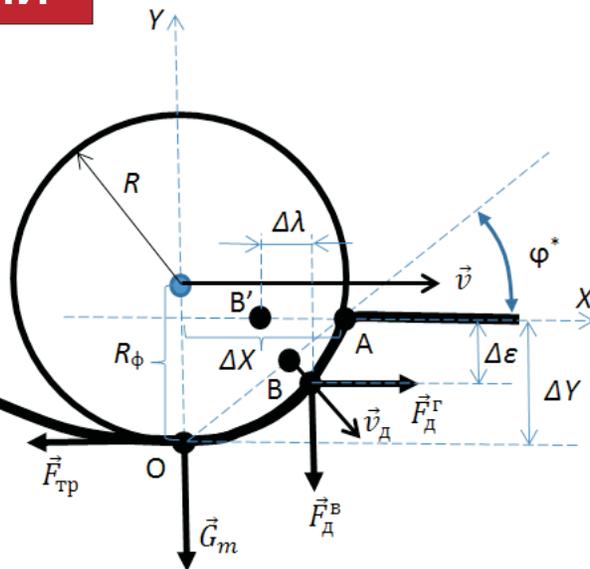
**РАСЧЕТЫ**



**КОНСТРУКЦИИ**

**МОДЕЛИ**

**АНАЛИЗ**





**Инженерно-строительный институт**  
**Центр дополнительных профессиональных программ**  
195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29,  
тел/факс: 552-94-60, [www.stroikursi.spbstu.ru](http://www.stroikursi.spbstu.ru),  
[stroikursi@mail.ru](mailto:stroikursi@mail.ru)

**Приглашает специалистов организаций, вступающих в СРО,  
на курсы повышения квалификации (72 часа)**

Код	Наименование программы	Виды работ*
<b>Курсы по строительству</b>		
<b>БС-01-04</b>	«Безопасность и качество выполнения общестроительных работ»	п.1,2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14
<b>БС-01</b>	«Безопасность и качество выполнения геодезических, подготовительных и земляных работ, устройства оснований и фундаментов»	1,2,3,5
<b>БС-02</b>	«Безопасность и качество возведения бетонных и железобетонных конструкций»	6,7
<b>БС-03</b>	«Безопасность и качество возведения металлических, каменных и деревянных конструкций»	9,10,11
<b>БС-04</b>	«Безопасность и качество выполнения фасадных работ, устройства кровель, защиты строительных конструкций, трубопроводов и оборудования»	12,13,14
<b>БС-05</b>	«Безопасность и качество устройства инженерных сетей и систем»	15,16,17,18,19
<b>БС-06</b>	«Безопасность и качество устройства электрических сетей и линий связи»	20,21
<b>БС-08</b>	«Безопасность и качество выполнения монтажных и пусконаладочных работ»	23,24
<b>БС-12</b>	«Безопасность и качество устройства мостов, эстакад и путепроводов»	29
<b>БС-13</b>	«Безопасность и качество выполнения гидротехнических, водолазных работ»	30
<b>БС-14</b>	«Безопасность и качество устройства промышленных печей и дымовых труб»	31
<b>БС-15</b>	«Осуществление строительного контроля»	32
<b>БС-16</b>	«Организация строительства, реконструкции и капитального ремонта. Выполнение функций технического заказчика и генерального подрядчика»	33
<b>Курсы по проектированию</b>		
<b>БП-01</b>	«Разработка схемы планировочной организации земельного участка, архитектурных решений, мероприятий по обеспечению доступа маломобильных групп населения»	1,2,11
<b>БП-02</b>	«Разработка конструктивных и объемно-планировочных решений зданий и сооружений»	3
<b>БП-03</b>	«Проектирование внутренних сетей инженерно-технического обеспечения»	4
<b>БП-04</b>	«Проектирование наружных сетей инженерно-технического обеспечения»	5
<b>БП-05</b>	«Разработка технологических решений при проектировании зданий и сооружений»	6
<b>БП-06</b>	«Разработка специальных разделов проектной документации»	7
<b>БП-07</b>	«Разработка проектов организации строительства»	8
<b>БП-08</b>	«Проектные решения по охране окружающей среды»	9
<b>БП-09</b>	«Проектные решения по обеспечению пожарной безопасности»	10
<b>БП-10</b>	«Обследование строительных конструкций и грунтов основания зданий и сооружений»	12
<b>БП-11</b>	«Организация проектных работ. Выполнение функций генерального проектировщика»	13
<b>Э-01</b>	«Проведение энергетических обследований с целью повышения энергетической эффективности и энергосбережения»	
<b>Курсы по инженерным изысканиям</b>		
<b>И-01</b>	«Инженерно-геодезические изыскания в строительстве»	1
<b>И-02</b>	«Инженерно-геологические изыскания в строительстве»	2,5
<b>И-03</b>	«Инженерно-гидрометеорологические изыскания в строительстве»	3
<b>И-04</b>	«Инженерно-экологические изыскания в строительстве»	4
<b>И-05</b>	«Организация работ по инженерным изысканиям»	7

\*(согласно приказам Минрегионразвития РФ N 624 от 30 декабря 2009 г.)

**По окончании курса слушателю выдается удостоверение о краткосрочном повышении  
квалификации установленного образца (72 ак. часа)**

Для регистрации на курс необходимо выслать заявку на участие, и копию диплома об образовании по телефону/факсу: 8(812) 552-94-60, 535-79-92, , e-mail: [stroikursi@mail.ru](mailto:stroikursi@mail.ru).

[Http://www.engstroy.spb.ru](http://www.engstroy.spb.ru) – полнотекстовая версия журнала в сети Интернет. Бесплатный доступ, обновление с каждым новым выпуском

**Инженерно-строительный журнал**

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

ISSN 2071-4726

Свидетельство о государственной регистрации: ПИ №ФС77-38070, выдано Роскомнадзором

Специализированный научный журнал. Выходит с 09.2008.

Включен в Перечень ведущих периодических изданий ВАК РФ

Периодичность: 8 раз в год

**Учредитель и издатель:**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

**Адрес редакции:**

195251, СПб, ул. Политехническая, д. 29, Гидрокорпус-2, ауд. 227А

**Главный редактор:**

Вера Михайловна Якубсон

**Научный редактор:**

Николай Иванович Ватин

**Литературный редактор:**

Екатерина Игоревна Архипова

**Редакционная коллегия:**

д.т.н., проф. В.В. Бабков;  
д.т.н., проф. М.И. Бальзанников;  
к.т.н., проф. А.И. Боровков;  
д.т.н., проф. Н.И. Ватин;  
PhD, professor М. Вельжкович;  
д.т.н., проф. А.Д. Гиргидов;  
д.т.н., проф. Э.К. Завадскас;  
D.Sc., professor М. Кнежевич;  
д.т.н., проф. В.В. Лалин;  
д.т.н., проф. Б.Е. Мельников;  
д.т.н., проф. Р.Б. Орлович;  
Dr. Sc. Ing., professor  
Л. Пакрастиньш;  
Dr.-Ing. Habil., professor  
Х. Пастернак;  
д.т.н., проф. А.В. Перельмутер;  
к.т.н. А.Н. Пономарев;  
д.ф.-м.н., проф. М.Х. Стрелец;  
д.т.н., проф. О.В. Тараканов;  
Dr.-Ing., professor Д. Унгерман.

Установочный тираж 1000 экз.

Подписано в печать 09.09.15.

Формат 60x84/8, усл. печ. л. 12.  
Заказ №1818.

Отпечатано в типографии СПбПУ.  
СПб, ул. Политехническая, д. 29

**Содержание****МОДЕЛИ**

- Железняк М.И., Кантаржи И.Г., Сорокин М.В., Поляков А.И. Резонансные характеристики акваторий морских портов 3
- Саинов М.П. Пространственная работа противofильтрационной стены 20

**АНАЛИЗ**

- Кириллов А.М., Завьялов М.А. Моделирование процессов энергообмена в системе дорожное покрытие – транспортное средство 34

**РАСЧЕТЫ**

- Герцог В.Н., Долгих Г.В., Кузин Н.В. Расчет дорожных одежд по критериям ровности. Часть 1. Обоснование норм ровности асфальтобетонных покрытий 45
- Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа 58
- Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций 66

**КОНСТРУКЦИИ**

- Синельников А.С. Прочность просечно-растяжного профилля 74
- Хирковский А., Сердюк Д.О., Горемыкин В.В., Пакрастиньш Л., Ватин Н.И. Анализ работы несущих элементов из алюминиевых сплавов (англ.) 86

© ФГАОУ ВО СПбПУ, 2015

На обложке: иллюстрации авторов к статьям номера

**Контакты:**

Тел. +7(812)535-52-47 E-mail: [mce@ice.spbstu.ru](mailto:mce@ice.spbstu.ru)

Web: <http://www.engstroy.spb.ru>

doi: 10.5862/MCE.57.1

## Резонансные характеристики акваторий морских портов

*Канд. физ.-мат. наук, профессор М.И. Железняк,  
Институт радиологии окружающей среды, Университет Фукусима  
д-р техн. наук, профессор И.Г. Кантаржи,  
Московский государственный строительный университет  
научный сотрудник М.В. Сорокин,  
Институт проблем математических машин и систем НАН Украины  
аспирант А.И. Поляков,  
Московский государственный строительный университет*

**Аннотация.** В статье рассмотрены современные методы определения режима низкочастотных колебаний в порту, вызывающих явление тягуна, на примере проектируемых портов: сухогрузного района морского порта Тамань и морского порта Геленджик. Для этих портов была выполнена проверка тягуноопасности согласно существующей нормативной методике, которая использует серьезные упрощения.

С целью получения резонансных характеристик акваторий портов был выполнен расчет низкочастотных волновых процессов в порту с помощью спектральной модели SWASH. В результате были получены данные о резонансных свойствах различных районов акваторий портов, важные для их проектирования. На входе в порт моделировался «белый шум», определялись коэффициенты усиления компонент спектра на важных частотах.

Показано, что предлагаемый подход позволяет получить частотные резонансные характеристики проектируемого порта. При развитии подхода возможно получение и энергетических резонансных характеристик.

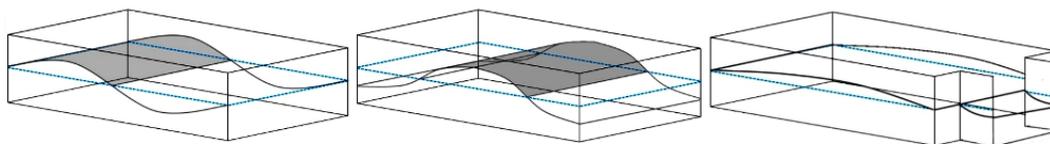
**Ключевые слова:** морские порты; акватория порта; низкочастотные колебания; резонансные свойства; тягун

### Введение

В настоящее время при проектировании морских гидротехнических сооружений практически не учитывается динамический характер волнового воздействия. Основным нормативным документом по определению расчетных нагрузок при проектировании является СП 38.13330.2012 «Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (волновые, ледовые и от судов). Актуализированная редакция СНиП 2.06.04-82\*» [1]. В соответствии с СП расчетный волновой режим принимается в соответствии с методом характерной волны, а величины нагрузок от волнения определяются по формулам, характеризующим расчетные показатели за расчетный период с учетом коэффициентов запаса. Такой подход гарантирует надежность работы сооружения в большинстве реальных ситуаций, однако не учитывает возможные динамические эффекты. Одним из таких эффектов является резонанс собственных частот портовой акватории (сейши [2, 3]) с низкочастотными составляющими входящего волнения.

В естественных условиях для возникновения резонанса – активизации собственных частот акватории порта – необходимо наличие набегающих на порт волн таких же частот или кратных им. Резонансные колебания водной поверхности портовой акватории приводят к усилению стоячих гравитационных колебаний жидкости в замкнутых или полужамкнутых бассейнах [4–14].

При возникновении стоячих волн в бухтах водная поверхность делится на участки с ненулевой амплитудой колебаний уровня и минимальным течением (пучность) и участки с практически нулевой амплитудой, но максимальным течением (узловая линия). При этом точки смежных пучностей колеблются в противофазе. В соответствии с этим проводят классификацию сейш: 1-я мода (одноузловая), 2-я мода (двухузловая) и т. д. Особыми видами сейш являются нулевая мода или мода Гельмгольца [3], колебательная мода или мода «накачки» [9–11]. Они физически характерны только для водоемов с открытым входом и связаны с перетеканием воды из бухты в океан и обратно. В этом случае все точки водной поверхности бассейна колеблются синфазно. На рисунке 1 представлены сейши в простейшем случае прямоугольного бассейна [14].



**Рисунок 1. Сейши в прямоугольном бассейне.  
Слева направо: 1-я мода, 2-я мода, мода Гельмгольца**

Опасность сейшевых колебаний состоит в том, что они могут значительно усилить ветровые сгонно-нагонные колебания в бассейне, создавая повышенную степень опасности подъемов и понижений уровня для береговой инфраструктуры. В бухтах и гаванях сейши могут генерировать интенсивные периодические течения, приводящие к опасному для пришвартованных у причалов судов явлению тягуна. Тягуном принято называть низкочастотные колебания пришвартованного к причалу судна.

Тягуны отрицательно воздействуют на устойчивость портовых сооружений и ритмичность работы портов. Перегрузочные операции во время тягуна прекращаются. Были случаи, когда тягун разрушал причальные сооружения, приводил к обрыву швартовых и даже повреждал пришвартованные суда [9, 14–16]. Способы уменьшения тягуноопасности в портах теоретически и экспериментально рассматривались в [17].

С целью недопущения тягуна в акваториях вновь проектируемых портов необходимо проводить расчеты волновых процессов и проверку тягуноопасности акваторий порта. Такие расчеты для случаев сильнейших штормов из ряда многолетних наблюдений были выполнены авторами для двух проектируемых портов: сухогрузного района морского порта Тамань [18] и морского порта Геленджик [19].

### *Методика определения режима низкочастотных колебаний в порту*

Используемая на практике методика определения режима низкочастотных колебаний в порту, вызывающих явление тягуна, содержится в РД 31.33.02-81 «Методические указания по определению ветровых и волновых условий при проектировании морских портов» [20]. Методика основана на аналитическом решении о резонансе прямоугольной гавани [21].

Согласно РД защищенность порта от тягуна считают неудовлетворительной, если средний период сейшевых колебаний акватории находится в интервале от 0,5 до 2,5 мин, а средняя высота превышает 30 см со средней повторяемостью раз в год и чаще. Такие параметры определяются собственными частотами пришвартованных судов.

Средняя высота сейшевых колебаний акватории порта определяется по формуле:

$$\bar{h}_c = R_n \cdot h_{nc}, \quad (1)$$

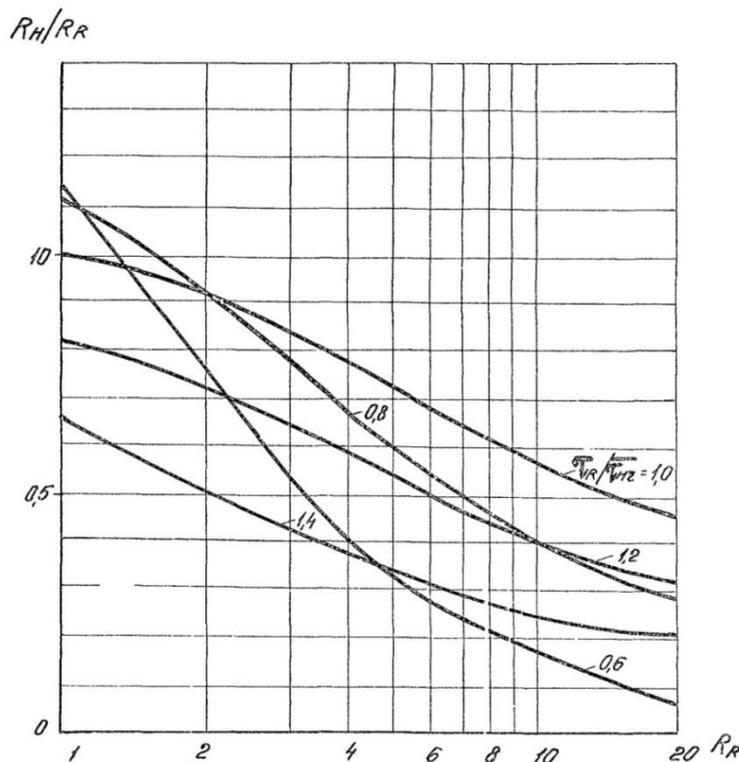
где  $R_n$  – коэффициент усиления низкочастотных колебаний;  $h_{nc}$  – средняя высота низкочастотных колебаний.

Средний период сейшевых колебаний равен резонансному и определяется по формуле:

$$\bar{\tau}_c = \bar{\tau}_r = \frac{2\pi}{K_r \cdot \sqrt{g \cdot H}}, \quad (2)$$

где  $K_r$  – резонансное волновое число;  $H$  – глубина порта.

Коэффициент усиления устанавливается из отношений  $R_n/R_r$  и  $\bar{\tau}_r/\bar{\tau}_{nc}$  по графику (рис. 2), где  $\bar{\tau}_{nc}$  – средний период низкочастотных колебаний акватории.



**Рисунок 2. Зависимость отношения  $R_H / R_r$  от резонансного коэффициента усиления  $R_r$  при различных значениях  $\tau_r / \tau_{Hc}$  [19]**

Средняя высота и средний период резонирующих низкочастотных колебаний на подходах к порту в узкой прибрежной зоне глубоководного водоема с уклонами дна 0,01 и более при разгонах более 100 км и устойчивых продолжительных ветрах (более суток) со скоростями более 15 м/с определяются по формулам:

$$\bar{h}_{Hc} = 11 \cdot \frac{\bar{h}^{-2}}{g \cdot \bar{\tau}^{-2}}, \tag{3}$$

$$\bar{\tau}_{Hc} = 12 \cdot \bar{\tau}. \tag{4}$$

Средняя высота  $\bar{h}$  и средний период  $\bar{\tau}$  ветровых волн определяются на основе режимных сведений об элементах таких волн в соответствии с требованиями СП 38.13330.2012.

Элементы низкочастотных колебаний на подходах к порту в широкой прибрежной зоне при глубине  $H$  (уклоны дна 0,001 и менее) определяются по формулам:

$$\bar{h}_{Hc} = 11 \cdot \frac{\bar{h}^{-2}}{g \cdot \bar{\tau}^{-2}} \cdot f\left(\frac{H}{g \cdot \bar{\tau}^{-2}}\right), \tag{5}$$

$$\bar{\tau}_{Hc} = 12 \cdot \bar{\tau}, \tag{6}$$

где  $f\left(\frac{H}{g \cdot \bar{\tau}^{-2}}\right)$  – значение функции, учитывающей влияние дна моря на высоту низкочастотных колебаний, определяется по графику (рис. 3).

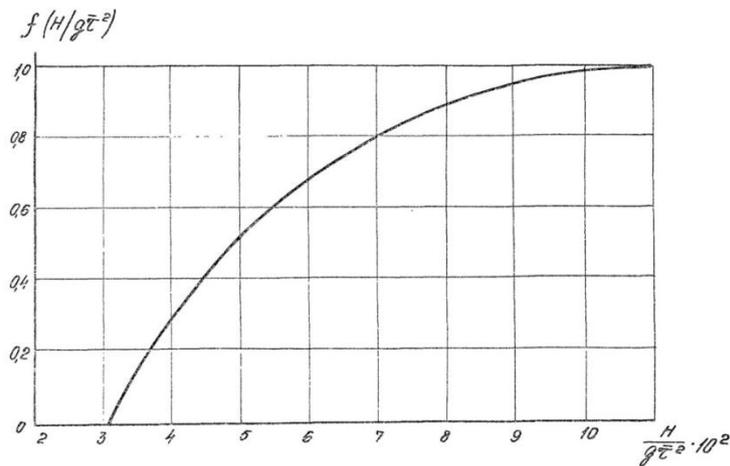


Рисунок 3. Зависимость функции  $f\left(\frac{H}{g \cdot \tau^2}\right)$  от параметра безразмерной глубины моря [19]

Резонансное волновое число и резонансный коэффициент усиления для портовых акваторий, очертания которых близки к прямоугольным, определяются для заданных геометрических параметров порта  $c/2d$  и  $2d/l$  в соответствии со схемой и графиком (рис. 4), где  $c$  – ширина входа в порт,  $2d$  и  $l$  – размеры порта в плане.

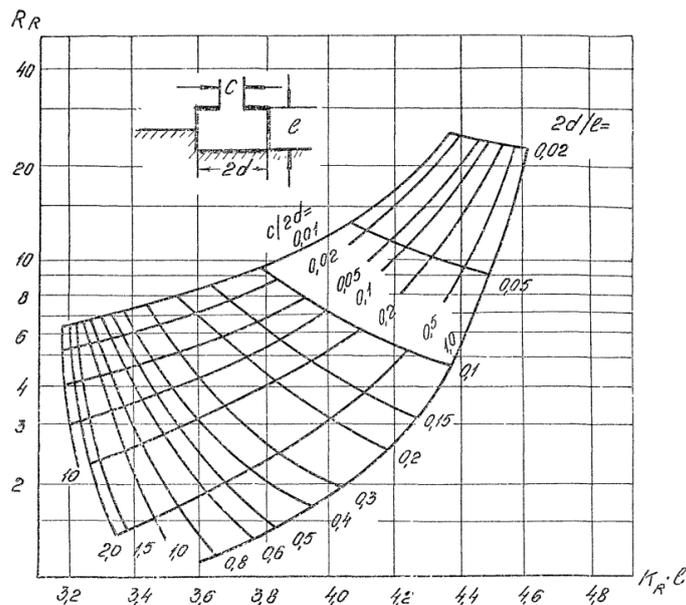


Рисунок 4. Номограмма для определения резонансного волнового числа  $K_r$  и резонансного коэффициента усиления  $R_r$  для акватории прямоугольной формы по заданным линейным размерам порта [19]

Нормативная методика определения режима низкочастотных колебаний в порту РД имеет серьезные допущения [20]: прямоугольная гавань с постоянной глубиной воды, вход в гавань меньше длины волн, все границы являются полными отражателями, применима теория волн малой амплитуды. Для портов, имеющих акватории сложного очертания, предлагается [20] численное решение уравнения Гельмгольца, описывающее линейные колебания в гавани, или моделирование резонансных явлений в лаборатории.

Кроме того, зависимости для связи между элементами низкочастотных и ветровых волн (3)–(6) используют приближенные эмпирические константы.

Более точным и практичным подходом является определение фактора усиления волновых колебаний в портовой акватории на основе спектрального моделирования волн при реальной Железняк М.И., Кантаржи И.Г., Сорокин М.В., Поляков А.И. Резонансные характеристики акваторий морских портов

конфигурации порта, распределении глубин, реальных отражательных характеристиках оградительных сооружений. Для такого моделирования необходимо знать спектр волн на входе в порт.

Для определения характеристик ветровых волн на подходе к портам Тамань и Геленджик применялась спектральная модель Технического университета Дельфт (Дания) SWAN [22, 23], распространяемая в открытых кодах. В последнее десятилетие модель SWAN стала общепринятым в мировой практике береговой инженерии инструментом для расчета трансформации ветровых волн из зон глубоководья в прибрежную зону [24].

Для моделирования низкочастотных волновых процессов в акваториях сухогрузных районов морских портов Тамань и Геленджик использована длинноволновая модель SWASH [25]. Модель SWASH основана на уравнениях нелинейной теории мелкой воды, включающих, в отличие от общепринятой гидростатической версии, интеграл давления по вертикали, расчет которого проводится на каждом временном шаге, что позволяет описывать негидростатическое распределение давления по глубине. Таким образом, численная реализация модели близка к многослойным вариантам моделей, основанных на уравнениях Буссинеска [26, 27] и обеспечивает дисперсионное соотношение модели SWASH, в линеаризованном случае близкое к точному дисперсионному соотношению линейной волновой теории. Программный код модели представлен в открытом доступе. Модель активно развивается в последние годы в приложении к различным задачам волновой гидродинамики прибрежной зоны, в том числе к задачам генерации длинных инфрагравитационных волн ветровыми волнами в прибрежной зоне [28, 29], обрушения волн, формирования вдольбереговых течений, переформирования берегов.

В модели SWASH для расчетов частот собственных колебаний в акватории порта на входе в порт задаются спектральные характеристики волнения, соответствующие «белому шуму», то есть в диапазоне низких волновых частот задается спектр постоянной плотности. По результатам расчетов волновых полей в акватории порта моделью SWASH отслеживается трансформация спектра в акватории – формирование пиков спектральной плотности волновой энергии вблизи частот собственных колебаний [30].

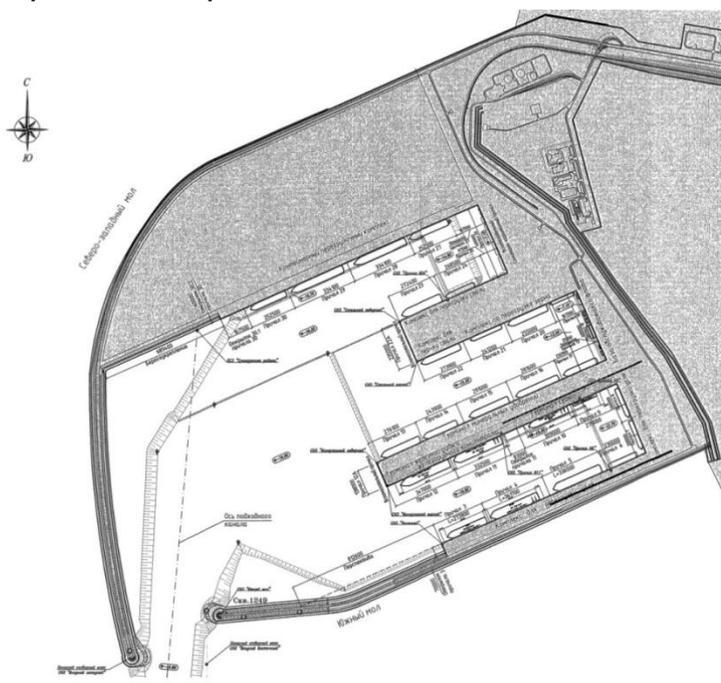
Полученные значения изменения уровня воды не являются реальными, но их спектральный анализ дает значения собственных частот акватории.

## *Расчеты резонансных колебаний в акватории сухогрузного района порта Тамань*

### *Резонансные свойства акватории порта – общие характеристики*

Проектируемый морской порт располагается на Таманском полуострове на открытом побережье Черного моря. Защищенность акватории порта от волнения обеспечивается двумя сходящимися молами (рис. 5) [31].

Для определения характеристик низкочастотных колебаний у входа в порт Тамань для случаев сильных штормов 02.01.1995, 11.04.1997, 11.11.2007 и 22.11.2008 согласно РД, но с учетом спектрального режима волнения, выполнен расчет элементов ветровых волн спектральной моделью SWAN для точек 1–7, расположенных в области подходного канала (рис. 6).



**Рисунок 5. Генплан сухогрузного района порта Тамань**

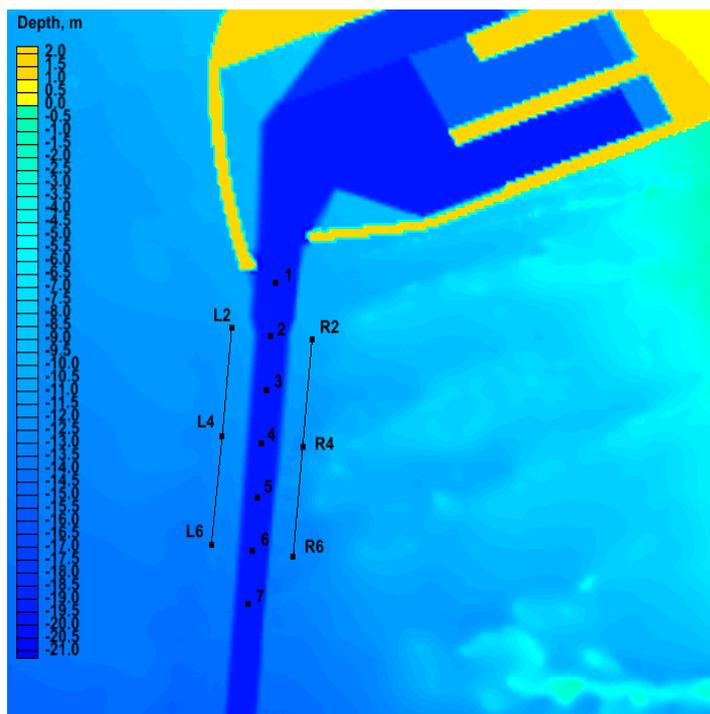


Рисунок 6. Расположение точек 1–7 на входе в проектируемый порт Тамань

Для расчета элементов низкочастотных колебаний в акватории порта  $\overline{h_{нч}}$ ,  $\overline{\tau_{нч}}$  в таблице 1 приведены значения элементов ветровых волн  $\overline{h}$  и  $\overline{\tau}$  (соответствующие 50 % обеспеченности волны), а также среднее пиковое значение периода волны  $\overline{\tau_p}$ , используемое при определении  $\overline{h_{нч}}$ .

Таблица 1. Характеристики низкочастотных колебаний у входа в порт Тамань в периоды самых сильных штормов 1990–2010 гг.

Таблица 1.1. Шторм 02.01.1995

Точки	$\overline{h}$ , м	$\overline{\tau}$ , с	$\overline{\tau_p}$ , с	$\overline{h_{нч}}$ , м	$\overline{\tau_{нч}}$ , с
1	1,91	5,99	10,50	0,037	71,88
2	1,94	6,03	10,53	0,038	72,36
3	2,02	6,16	10,56	0,041	73,92
4	2,12	6,32	10,59	0,045	75,84
5	2,20	6,44	10,62	0,048	77,28
6	2,29	6,57	10,66	0,043	78,84
7	2,35	6,66	10,68	0,054	79,92

Таблица 1.2. Шторм 11.04.1997

Точки	$\overline{h}$ , м	$\overline{\tau}$ , с	$\overline{\tau_p}$ , с	$\overline{h_{нч}}$ , м	$\overline{\tau_{нч}}$ , с
1	2,09	4,01	10,14	0,048	72,24
2	2,12	4,06	10,15	0,049	72,72
3	2,21	4,22	10,22	0,052	74,40
4	2,31	4,40	10,24	0,057	76,20
5	2,41	4,56	10,25	0,062	77,40
6	2,50	4,72	10,44	0,064	79,44
7	2,58	4,85	10,46	0,068	80,52

Таблица 1.3. Шторм 11.11.2007

Точки	$\overline{h}$ , м	$\overline{\tau}$ , с	$\overline{\tau_p}$ , с	$\overline{h_{нч}}$ , м	$\overline{\tau_{нч}}$ , с
1	1,98	6,24	12,55	0,03	74,84
2	2,04	6,24	12,56	0,03	74,88
3	2,13	6,40	12,57	0,03	76,80
4	2,25	6,58	12,58	0,04	78,96
5	2,36	6,73	12,59	0,04	80,76
6	2,47	6,90	12,61	0,04	82,80
7	2,56	7,03	12,61	0,05	84,32

Таблица 1.4. Шторм 22.11.2008

Точки	$\overline{h}$ , м	$\overline{\tau}$ , с	$\overline{\tau_p}$ , с	$\overline{h_{нч}}$ , м	$\overline{\tau_{нч}}$ , с
1	1,88	5,88	11,01	0,033	70,56
2	1,91	5,93	11,01	0,034	71,16
3	2,00	6,10	11,01	0,037	73,20
4	2,12	6,30	11,00	0,042	75,60
5	2,24	6,48	10,99	0,046	77,76
6	2,36	6,65	10,99	0,050	76,20
7	2,45	6,77	10,99	0,056	79,80

Согласно данным таблицы 1, относящимся к четырем самым сильным штормам в районе проектируемого порта за 20-летний период, высота низкочастотных колебаний уменьшается при движении волн вдоль канала к створу входа в порт. У входа в порт (точка 7) высота волн составляет от 5 до 7 см. Период низкочастотных волн, наоборот, растет и достигает в точке 7 от 80 до 84 с, или около 1,4 мин.

Размеры проектируемого порта, приведенные к прямоугольному очертанию, равны:  $c = 420$  м,  $2d = 1450$  м,  $l = 2500$  м. Глубина воды в порту – 20 м.

Для проектируемого порта Тамань резонансный коэффициент усиления равен 2,56, а резонансный период – около 316,8 с, или 5,28 мин.

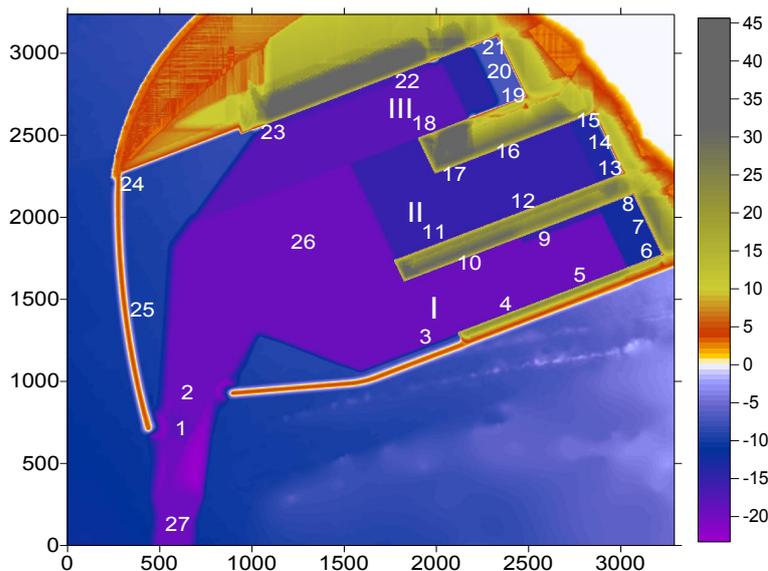
Рассчитанный средний период сейшевых колебаний акватории порта Тамань значительно превышает диапазон тягунопасных периодов. Подсчет по той же методике средней высоты сейшевых колебаний дает 14,9 см, что также меньше опасных высот в 30 см.

Таким образом, в соответствии с РД 31.33.02-81 защищенность проектируемого порта Тамань от тягуна считается удовлетворительной.

Этот вывод подтверждается и данными таблицы 1. Хотя в сильных штормах на входе в порт низкочастотная составляющая имеет периоды в тягунопасном диапазоне, однако они не резонируют с акваторией порта, так как основная частота сейшевых колебаний акватории намного больше.

### Результаты численного моделирования

На рисунке 7 показано положение выбранных точек анализа результатов расчета резонансных характеристик порта Тамань.



**Рисунок 7. Положение контрольных точек анализа резонансных характеристик акватории порта Тамань**

Для определения собственных частот акватории порта с помощью численного моделирования на южной границе задается «белый шум» с диапазоном частот  $0,001 \text{ Гц} < f < 0,05 \text{ Гц}$  ( $20 \text{ с} < T < 500 \text{ с}$ ) и постоянной плотностью энергии  $E = 0,01 \text{ м}^2/\text{Гц}$ . На южной, восточной и западной границах расчетной области задается абсорбирующий слой.

В точках 1–27 (рис. 7) по временному ряду изменения численно моделируемой свободной поверхности с помощью спектрального анализа находятся соответствующие спектры для предполагаемой области генерируемых низких частот  $0,001 \text{ Гц} < f < 0,05 \text{ Гц}$  ( $20 \text{ с} < T < 500 \text{ с}$ ).

На рисунках 8–12 показан рассчитанный спектр частот во всех отмеченных точках, сгруппированных по отдельным секторам внутренней акватории порта Тамань:

Входная область (рис. 8): входная точка 1, точка на подходе 27, серединная точка 26.

Северо-восточный сектор расчетной области (рис. 9): точки 23, 24 и 25.

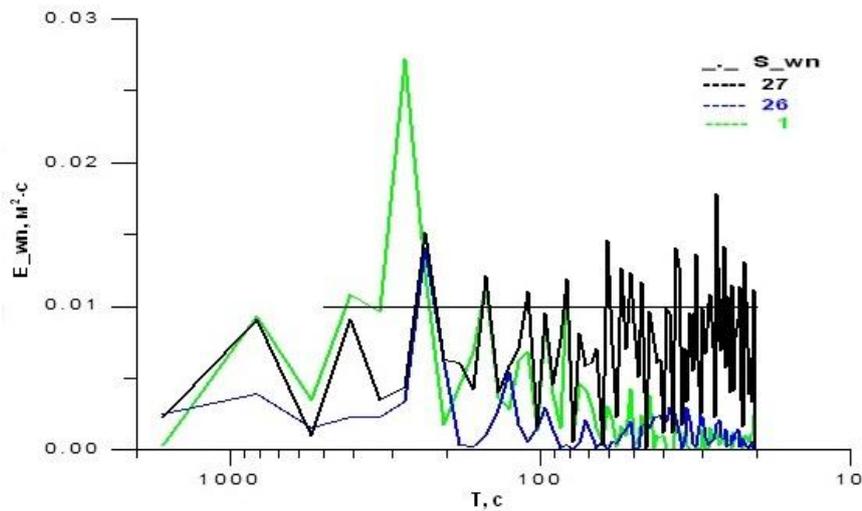
Внутренний порт I (рис. 10): точки 3–10.

Внутренний порт II (рис. 11): точки 11–17.

Внутренний порт III (рис. 12): точки 18–22.

Черная прямая линия на этих рисунках соответствует спектру «белого шума», заданного на входной границе расчетной области.

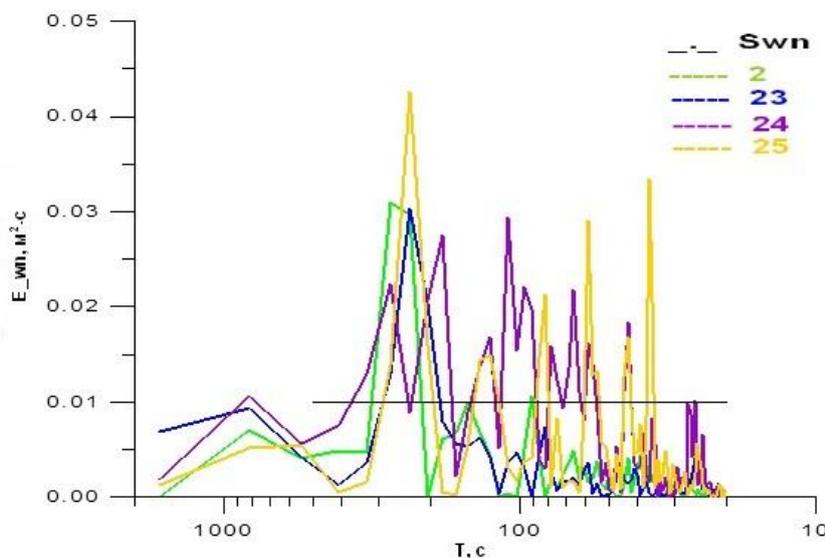
В результате существенной трансформации волн различной длины над подходным каналом и другими неоднородностями донного рельефа начально однородное распределение энергии волн по спектру «белого шума» в заданном диапазоне частот преобразуется к входу в порт (к точке 1) в распределение с четко выраженным пиком энергии для периода 270 с и перераспределением энергии от более коротких волн к длинным с периодом более 200 с, с появлением пика на периодах около 800 с (зеленая кривая на рисунке 8).



**Рисунок 8. Спектры частот для точек входной области порта. Точки 1, 26 и 27**

Для центральной входной зоны внутри порта (точка 26) также характерна ярко выраженная одномодальная форма спектра с близким к входному спектру (точка 1) периодом максимума энергии 240 с. При этом в обоих спектрах появляется локальный максимум на периодах 800...1000 с.

Близкую к спектру точки 26 форму имеет и спектр колебаний у причалов контейнерного порта (точка 23) (рис. 9). В точках внутренней акватории вблизи западного мола 24 и 25 кроме отмеченных пиков в спектре волн появляются, хотя и более низкие, чем в диапазоне 240...270 с, пики в диапазонах периодов 25, 35...45, 55...100 с.



**Рисунок 9. Спектры частот для точек СВ сектора порта 2, 23, 24 и 25**

Железняк М.И., Кантаржи И.Г., Сорокин М.В., Поляков А.И. Резонансные характеристики акваторий морских портов

Наиболее сильная трансформация из начального однородного спектра белого шума в неоднородный происходит у причальных стенок внутреннего порта I (рис. 10), для точек которого характерно распределение с очень сильно выраженным максимумом для периода 819 с. В точке 10 у внутреннего мола у входа в этот внутренний порт в спектре появляется и второй, выраженный максимум спектральной энергии для периода 200 с, близкого к резонансному в центральной части порта.

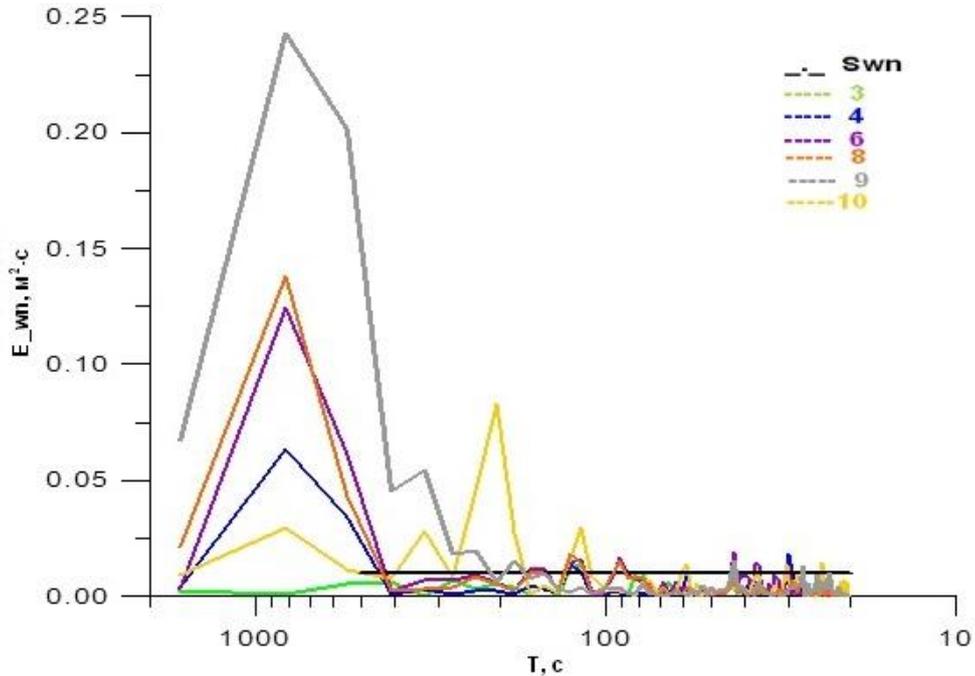


Рисунок 10. Спектры частот для точек внутреннего порта I

Во внутреннем порту II (рис. 11) основная часть энергии перераспределяется к колебаниям с периодами 15...250 с, максимум в длинноволновом диапазоне смещается в область 500...800 с и появляются небольшие пики в спектре на периодах 70, 60, 48, 38, 30 и 20 с.

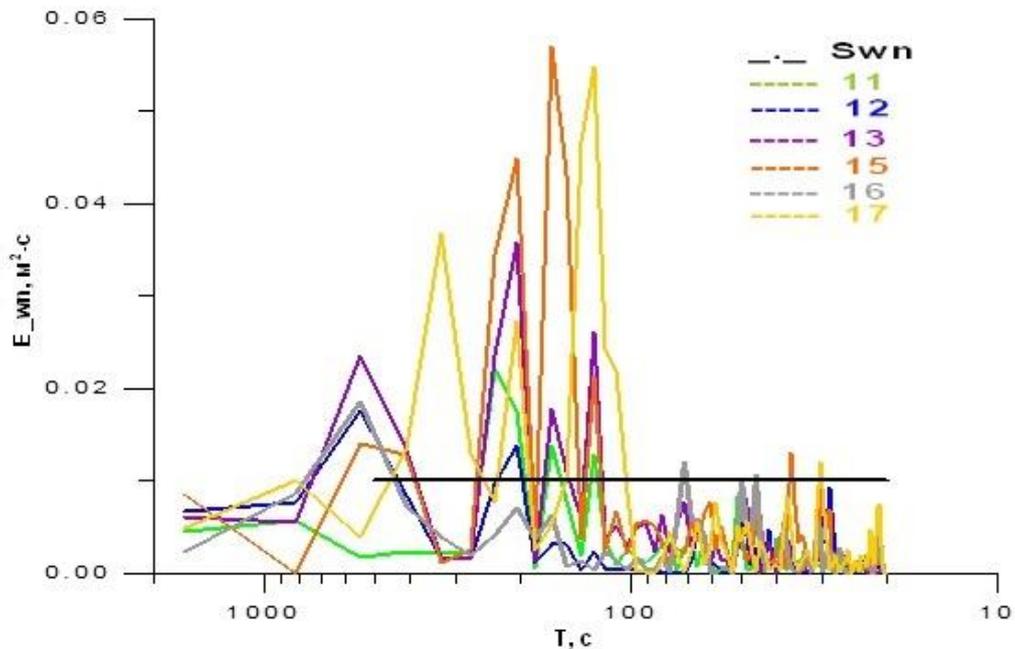
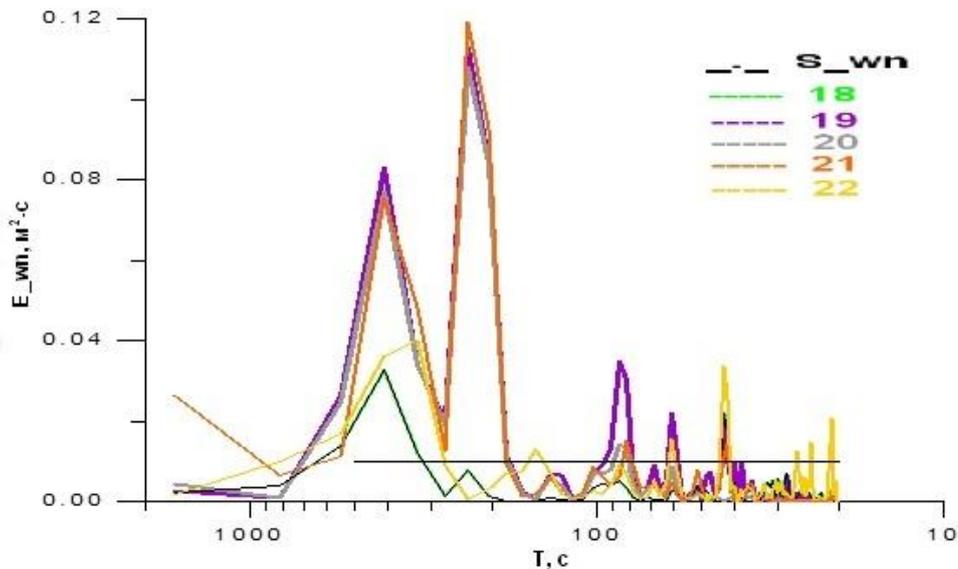


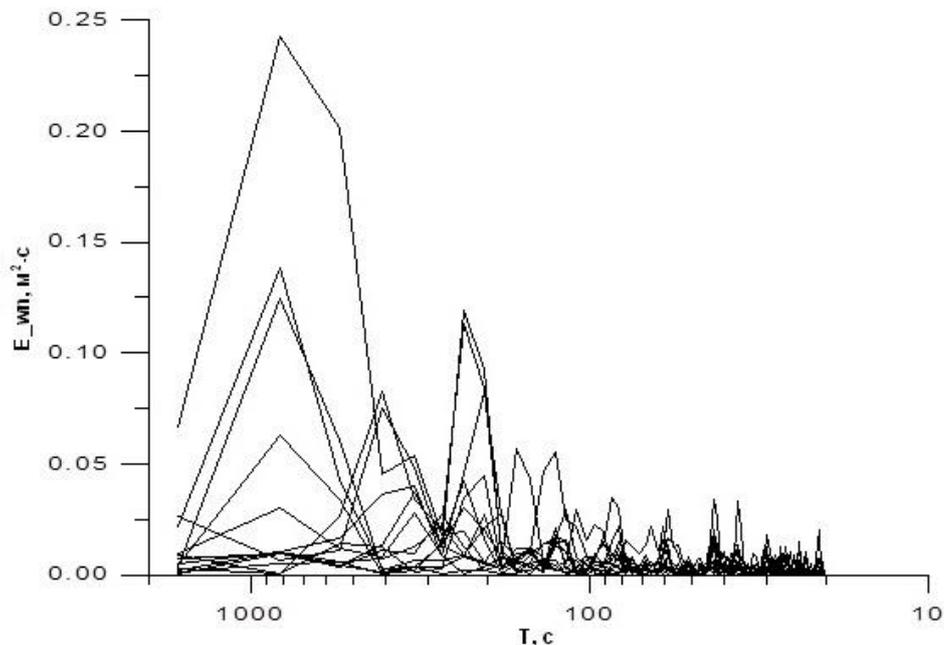
Рисунок 11. Спектры частот для точек внутреннего порта II



**Рисунок 12. Спектры частот для точек внутреннего порта III**

Для внутренних точек порта III (рис. 12) 19, 20, 21 характерны практически одинаковые спектры колебаний с ярко выраженными пиками волновой энергии на периодах 220 с (наибольший пик) и 400 с и с небольшими пиками в зоне более коротких волн с периодами 20, 40, 70 и 80...90 с.

Совмещение спектров всех контрольных точек в одном масштабе плотности энергии на общем графике (рис. 13) позволяет сделать обобщенные выводы о наиболее значимых по концентрации волновой энергии резонансных частотах акватории порта с учетом локализации различных потенциальных резонансных гармоник в различных частях акватории.



**Рисунок 13. Спектры волновой энергии всех контрольных точек в едином масштабе**

Период 820 с – основная резонансная гармоника Гельмгольца – проявляется максимально во внутреннем порту I и в меньшей степени в центральной части акватории. Резонанс на такой низкой частоте может возбуждаться сгонно-нагонными явлениями.

Период 400 с – близкие к полугармонике моды Гельмгольца – проявляется максимально во внутреннем порту III. Резонанс вместе с генерацией моды Гельмгольца.

Период 220 с – близкий к четверти периода моды Гельмгольца – проявляется максимально во внутреннем порту III, на входе в порт I, в порту II у причалов контейнерного порта и Западного мола. Резонанс вместе с генерацией моды Гельмгольца.

Железняк М.И., Кантаржи И.Г., Сорокин М.В., Поляков А.И. Резонансные характеристики акваторий морских портов

Периоды 120 и 150 с проявляются максимально во внутреннем порту III. Резонанс маловероятен, так как эти частоты существенно превышают периоды инфрагравитационных волн, порождаемых экстремальными ветровыми волнами.

Периоды 80...85 с проявляются максимально во внутреннем порту III, у причалов контейнерного порта и у Западного мола. Период близок или совпадает с периодами инфрагравитационных волн, порождаемых экстремальными штормами на входе в порт (табл. 1) и, соответственно, высока вероятность возникновения таких колебаний при экстремальных штормах.

Периоды 60, 45, 38, 30 с – при меньшей концентрации волновой энергии могут генерироваться штормами, меньшими экстремальных, но, соответственно, с более низкой амплитудой порождаемых колебаний и меньшей интенсивностью концентрации энергии на этих частотах.

В работе [32] также делается вывод об отсутствии тягуноопасности для проектируемого порта и выполнен анализ резонансных свойств акватории по методике, близкой к описанной выше. Однако в этой работе недостаточно корректно определялись коэффициенты усиления низкочастотных составляющих спектра волнения.

## Расчеты резонансных колебаний в акватории порта Геленджик

### Резонансные свойства акватории порта – общие характеристики

Проектируемый морской порт располагается в защищенных естественных условиях на побережье Геленджикской бухты Черного моря, расположенной между мысами Тонкий и Толстый. Дополнительная защищенность акватории порта от волнения обеспечивается сходящимися молом и молом-причалом (рис. 14) [33].

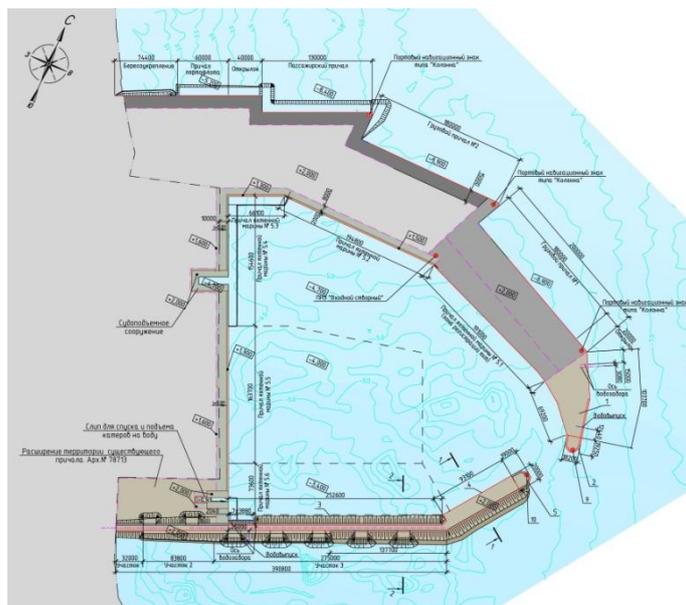


Рисунок 14. Генплан порта Геленджик

Для определения характеристик низкочастотных колебаний у входа в порт Геленджик для случаев выделенных сильных штормов 07.12.1989, 25.01.1993, 30.12.2001, 31.01.2003 и 11.11.2007 согласно РД, но с учетом спектрального режима волнения, выполнен расчет элементов ветровых волн спектральной моделью SWAN для точек 1–5, расположенных в области входа в порт (рис. 15).

Для расчета элементов низкочастотных колебаний акватории порта  $\overline{h_{нч}}$ ,  $\overline{\tau_{нч}}$  в таблице 2 приведены значения элементов ветровых волн  $\overline{h}$  и  $\overline{\tau}$  (соответствующие 50 % обеспеченности волны), а также среднее пиковое значение периода волны  $\overline{\tau_p}$ , используемое при определении  $\overline{h_{нч}}$ .

Железняк М.И., Кантаржи И.Г., Сорокин М.В., Поляков А.И. Резонансные характеристики акваторий морских портов

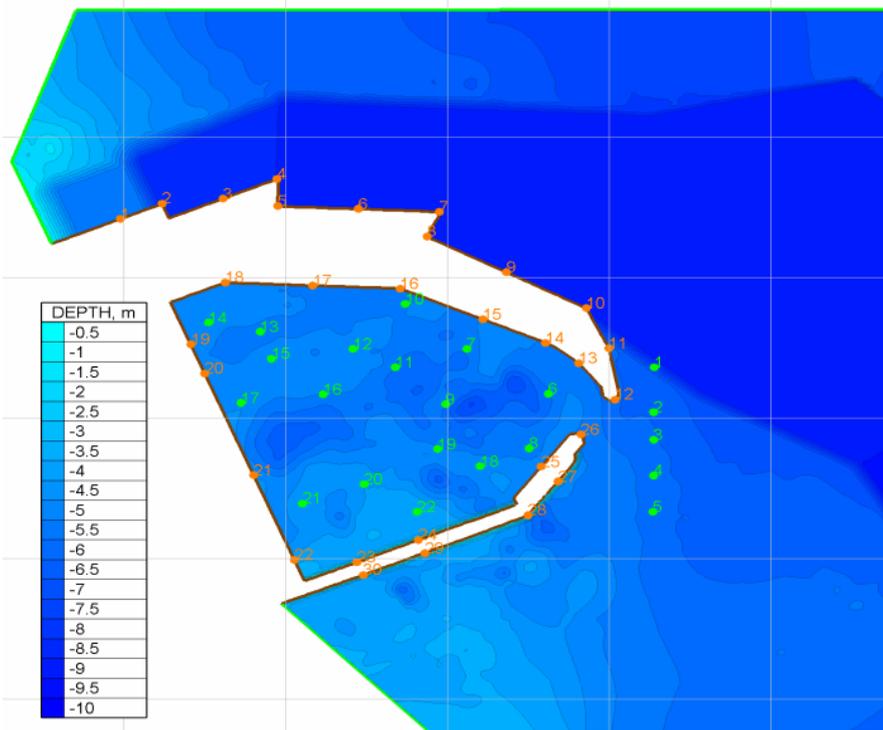


Рисунок 15. Расположение точек 1–5 вблизи проектируемого порта Геленджик

Таблица 2. Характеристики низкочастотных колебаний у входа в порт Геленджик в периоды самых сильных штормов 1989–2012 гг.

Таблица 2.1. Шторм 07.12.1989

Точки	$\bar{h}$ , м	$\bar{\tau}$ , с	$\bar{\tau}_p$ , с	$\bar{h}_{нч}$ , м	$\bar{\tau}_{нч}$ , с
1	1,38	10,54	11,07	0,017	126,48
2	1,39	10,57	11,10	0,017	126,84
3	1,36	10,58	11,11	0,017	126,96
4	1,31	10,57	11,10	0,015	126,84
5	1,28	10,57	11,10	0,015	126,84

Таблица 2.2. Шторм 25.01.1993

Точки	$\bar{h}$ , м	$\bar{\tau}$ , с	$\bar{\tau}_p$ , с	$\bar{h}_{нч}$ , м	$\bar{\tau}_{нч}$ , с
1	1,35	9,82	10,31	0,019	117,84
2	1,36	9,83	10,32	0,019	117,96
3	1,32	9,83	10,33	0,018	117,96
4	1,28	9,83	10,32	0,017	117,96
5	1,25	9,83	10,32	0,016	117,96

Таблица 2.3. Шторм 30.12.2001

Точки	$\bar{h}$ , м	$\bar{\tau}$ , с	$\bar{\tau}_p$ , с	$\bar{h}_{нч}$ , м	$\bar{\tau}_{нч}$ , с
1	1,39	10,64	11,17	0,017	127,68
2	1,40	10,66	11,19	0,018	127,92
3	1,37	10,66	11,20	0,017	127,92
4	1,32	10,67	11,20	0,016	128,04
5	1,29	10,67	11,20	0,015	128,04

Таблица 2.4. Шторм 31.01.2003

Точки	$\bar{h}$ , м	$\bar{\tau}$ , с	$\bar{\tau}_p$ , с	$\bar{h}_{нч}$ , м	$\bar{\tau}_{нч}$ , с
1	1,46	10,32	10,83	0,020	123,94
2	1,47	10,49	11,01	0,020	125,88
3	1,44	10,49	11,01	0,019	125,88
4	1,38	10,49	11,01	0,018	125,88
5	1,35	10,48	11,01	0,017	125,76

Таблица 2.5. Шторм 11.11.2007

Точки	$\bar{h}$ , м	$\bar{\tau}$ , с	$\bar{\tau}_p$ , с	$\bar{h}_{нч}$ , м	$\bar{\tau}_{нч}$ , с
1	1,46	10,19	10,70	0,021	122,28
2	1,47	10,45	10,98	0,020	125,40
3	1,43	10,45	10,98	0,019	125,40
4	1,38	10,45	10,97	0,018	125,40
5	1,35	10,44	10,96	0,017	125,28

Согласно данным таблицы 2, относящимся к пяти самым сильным штормам за 23-летний период в районе проектируемого порта, высота низкочастотных колебаний у входа в порт составляет от 1,5 до 2,1 см, а период – от 118 до 128 с, или около 2,1 мин.

Размеры проектируемого порта, приведенные к прямоугольному очертанию, равны:  $c = 50$  м,  $2d = 300$  м,  $l = 500$  м. Глубина воды в порту – 6 м.

Для проектируемого порта Геленджик резонансный коэффициент усиления равен 3,0, а резонансный период около 118 с, или 1,97 мин. То есть по резонансной частоте проектируемый порт находится в опасной зоне.

Однако подсчет по той же методике средней высоты сейшевых колебаний дает всего 3 см, что значительно меньше опасных высот в 30 см.

Таким образом, в соответствии с РД 31.33.02-81, защищенность проектируемого порта Геленджик от тягуна «нельзя считать неудовлетворительной». Проектируемый порт защищен от тягуна благодаря расположению в бухте, которая фильтрует, в том числе, низкочастотное волнение до входа в порт.

Этот вывод подтверждается и данными таблицы 2. Хотя при сильных штормах на входе в порт низкочастотная составляющая имеет периоды в тягуноопасном диапазоне, их высота составляет всего около 2 см.

Интересно сравнить тягуноопасность проектируемого порта с данными для порта Туапсе, который наиболее подвержен тягуну (резонансный коэффициент усиления  $R_R = 2,5$ , резонансный период около  $T_R = 78$  с), и для порта Сочи в старой конфигурации, который меньше подвержен тягуну, хотя находится в сходных гидрометеорологических условиях с портом Туапсе:  $R_R = 2,0$ , резонансный период около  $T_R = 140$  с.

### Результаты численного моделирования

На рисунке 16 показано положение точек анализа результатов расчета резонансных характеристик акватории порта Геленджик.

Для определения собственных частот акватории порта с помощью численного моделирования на южной границе области  $G_r$  входным условием является однонаправленный спектр «белого шума» с диапазоном частот  $0,001 \text{ Гц} < f < 0,05 \text{ Гц}$  ( $20 \text{ с} < T < 500 \text{ с}$ ) и постоянной плотностью энергии  $E = 0,01 \text{ м}^2/\text{Гц}$ . Кроме того, на южной границе расчетной области  $G_r$  задается абсорбирующий слой, остальные границы являются открытыми.

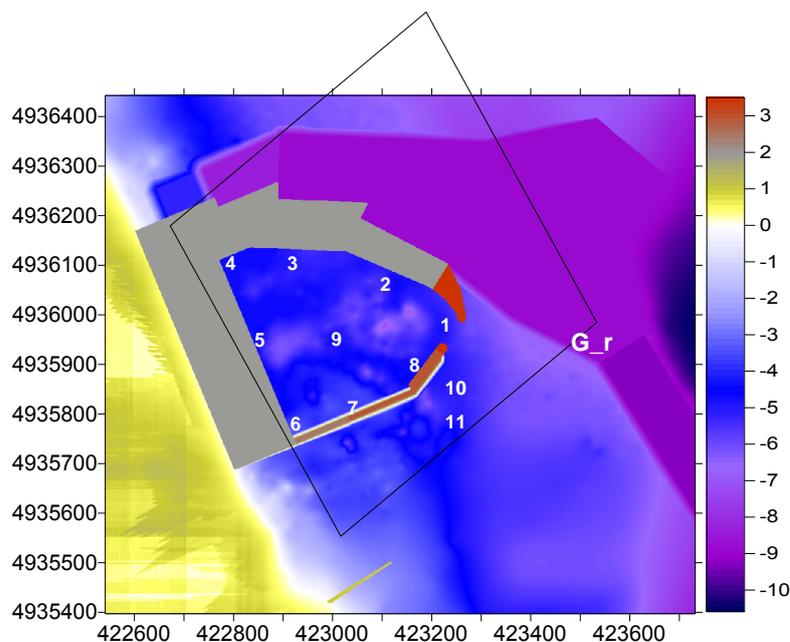


Рисунок 16. Положение контрольных точек анализа резонансных характеристик акватории порта Геленджик

В точках 1–9 (рис. 16) по временному ряду изменения численно моделируемой свободной поверхности с помощью преобразования Фурье и линейного спектрального анализа волн находятся соответствующие спектры для предполагаемой области генерируемых низких частот  $0,001 \text{ Гц} < f < 0,05 \text{ Гц}$  ( $20 \text{ с} < T < 500 \text{ с}$ ).

На рисунках 17 и 18 показано распределение спектральной плотности волновой энергии как функции частот и периодов в контрольных точках соответственно.

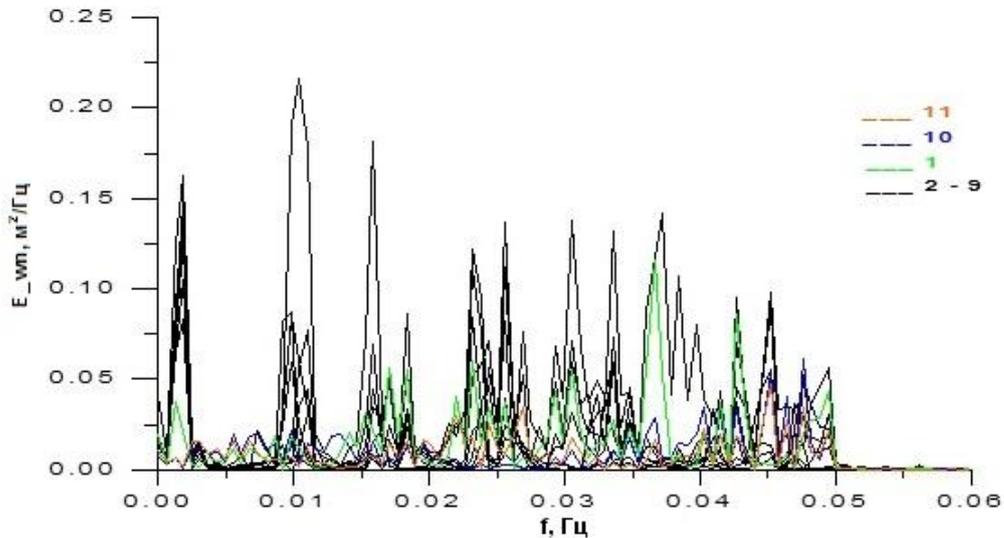


Рисунок 17. Спектры волновой энергии как функции частот в контрольных точках порта

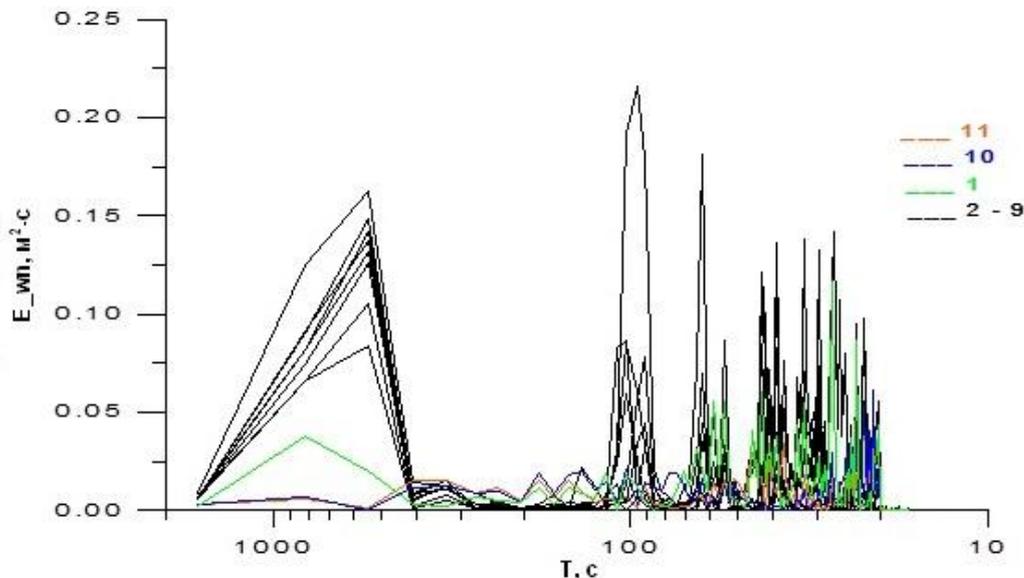


Рисунок 18. Спектры волновой энергии как функции периодов в контрольных точках порта

Совмещение спектров всех контрольных точек в одном масштабе плотности энергии на общем графике (рис. 17, 18) позволяет сделать обобщенные выводы о наиболее значимых по концентрации волновой энергии резонансных частотах акватории порта. Здесь красным цветом выделен спектр в точке окрестности входной границы, синим – спектр в точке между входной границей и входом в порт, зеленым – волновой спектр, соответствующий контрольной точке 1, находящейся у входа в порт с внутренней стороны. Черным цветом обозначены спектры в контрольных точках 2–9 внутри порта. Максимальные значения спектральной плотности достигаются в диапазоне первой и второй моды собственных осцилляций соответственно для 96 с (0,0104 Гц) и 63 с (0,016 Гц). При этом нулевая мода Гельмгольца составляет 546 с (0,0018 Гц).

В таблице 3 представлены диапазоны частот и соответствующих периодов, где наблюдается концентрация спектральной плотности волновой энергии и ее рост по сравнению с заданным ее постоянным значением на входной границе расчетной области.

**Таблица 3. Диапазоны резонансных частот в точках 1–9**

Моды	Диапазон частот (1/с)	Диапазон периодов (с)
0	0,0018	546
1	0,009–0,012	111-83
2	0,015–0,018	67-56
3	0,023–0,026	43-38
4	0,028–0,033	36-30
5	0,036–0,04	28-25
6	0,043–0,045	23-22
7	0,047–0,048	21

Следует отметить, что мода Гельмгольца имеет значительную концентрацию плотности волновой энергии для всех контрольных точек 2–9 внутри порта.

### **Выводы**

1. Для определения резонансных характеристик акваторий портов проектировщики используют РД 31.33.02-81 «Методические указания по определению ветровых и волновых условий при проектировании морских портов» 1981 г. Эти рекомендации разработаны на основе аналитического решения для резонанса акватории гавани. Естественно, аналитическое решение и вслед за ним расчетный метод нормативной методики определения режима низкочастотных колебаний в порту используют серьезные допущения: прямоугольная гавань с постоянной глубиной воды, вход в гавань меньше длины волн, все границы являются полными отражателями, применима теория волн малой амплитуды. Метод не позволяет учесть реальную конфигурацию акватории порта, наличие внутренних районов в порту, конструктивные особенности оградительных и причальных сооружений, приводящие к частичному отражению волн, нелинейные волновые эффекты.

2. Предлагается определять фактор резонансного усиления волновых колебаний в портовой акватории на основе спектрального моделирования волн при реальной конфигурации порта, распределении глубин в порту, реальных отражательных характеристиках оградительных сооружений. Для моделирования низкочастотных волновых процессов в акваториях порта использована длинноволновая модель SWASH. Так как спектр волн на входе в порт неизвестен, то в створе входа задается спектр в виде белого шума, расчет трансформации которого на акватории порта позволяет определить резонансные частоты и коэффициенты усиления для различных внутренних точек порта.

3. Практическая значимость результатов работы в том, что, во-первых, уже на этом этапе метод позволяет сравнить по резонансным характеристикам варианты с различным плановым расположением оградительных сооружений, конструкцией внутренних поверхностей, батиметрией акватории порта. В дальнейшем, при известном спектре волн на входе в порт, методика позволяет получить полную картину резонансных свойств акватории, включая высоты волн низких резонансных частот. Характеристики низкочастотных колебаний волн могут быть получены непосредственно у причалов, а это дает возможность полноценно рассмотреть тягун как резонанс волн с пришвартованным судном.

### **Литература**

1. СП 38.13330.2012 «Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (волновые, ледовые и от судов)». Актуализированная редакция СНиП 2.06.04-82\*. М.: Минрегион России, 2011. 116 с.
2. Rabinovich A.B. Seiches and Harbor Oscillations. In Handbook of Coastal and Ocean Engineering (edited by Y.C. Kim), Chapter 9, World Scientific Publ., Singapore, 2009. Pp. 193–236.
3. Miles J.W. Harbor seiching // Annual Review of Fluid Mechanics. 1974. No. 6. Pp. 17–33.
4. Ефимов В.В. [и др.] Волны в пограничных областях океана. Л.: Гидрометеиздат, 1985. 280 с.
5. Рабинович А.Б. Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение. Л.: Гидрометеиздат, 1993. 322 с.

Железняк М.И., Кантаржи И.Г., Сорокин М.В., Поляков А.И. Резонансные характеристики акваторий морских портов

6. Шахин В.М., Шахина Т.В., Тлявлиная Г.В. Резонанс инфрагравитационных волн в огражденных акваториях // Проблемы устойчивого развития регионов юга России. Сочи: СНИЦ РАН, 2004. С. 208–214.
7. Доценко С.Ф., Иванов В.А. Природные катастрофы Азово-Черноморского региона. Севастополь: МГИ НАН Украины, 2010. 174 с.
8. Kofoed-Hansen H. [et al.] Combined numerical and physical modeling of seiching in exposed new marina // Proc. 27th International of Coastal Engineering. 2000. Pp. 3600–3614.
9. Галенин Б.Г. [и др.] Ветер, волны и морские порты. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 264 с.
10. Gierlevsen T., Hebsgaard M., Kirkegaard J. Wave disturbance modeling in Port of Sines, Portugal – with special emphasis on long period oscillations // Proc. International Conference on Port and Maritime R & D and Technology. 2001. Pp. 337–344.
11. Мурти Т.С. Сейсмические морские волны цунами. Л.: Гидрометеиздат, 1981. 446 с.
12. Platzman G.W. Two-dimensional free oscillations in natural basins // J. Phys. Oceanogr. 1972. No. 2(2). Pp. 117–138.
13. Lee J.J. Wave-induced oscillations in harbors of arbitrary geometry // J. Fluid Mech. 1971. No. 45. Pp. 375–394.
14. Xing X. Computer modeling for wave oscillation problems in harbors and coastal regions. A dissertation presented to the faculty of the graduate school University of Southern California. USA. 2009.
15. Лоскутов А.В. Исследование пространственной структуры собственных колебаний в бухтах Крабовая и Хромова о. Шикотан // Мореходство и морские науки – 2009. Южно-Сахалинск: ИМГиГ ДВО РАН, 2010. С. 161–166.
16. Шлыгин И.А. Популярная гидрометеорология и судовождение. М.: Транспорт, 1987. 192 с.
17. Тлявлиная Г.В. Влияние компоновки и типа оградительных сооружений на резонанс инфрагравитационных волн в портовых акваториях. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. М.: МГСУ. 2006. 128 с.
18. Математическое и физическое моделирование волновых процессов для обеспечения дополнительного обоснования и уточнения проектной документации на строительство объекта «Создание сухогрузного района морского порта Тамань». М.: ОАО «Технопарк МГСУ», 2014. 36 с.
19. Математическое и физическое моделирование волнового режима на подходе к сооружениям порта и взаимодействия волн с оградительными сооружениями порта (остаточное волнение на акватории порта). Расчеты резонансных колебаний в акватории порта. М.: ОАО «Технопарк МГСУ», 2014. 229 с.
20. РД 31.33.02-81 «Методические указания по определению ветровых и волновых условий при проектировании морских портов». М.: СоюзморНИИпроект. 1981. 91 с.
21. Райхлен Ф. Резонанс гавани / Пер.с англ. В кн.: Гидродинамика береговой зоны и эстуариев. Л.: Гидрометеиздат, 1970. С. 114–166.
22. Holthuijsen L. [et al.] SWAN Cycle III version 40.51. User Manual. The Netherlands. 2009. 67 p.
23. Hasselmann K. [et al.] Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). Deutsch. Hydrogr. Institut. Hamburg. 1973. 95 p.
24. Kantardgi I., Zheleznyak M., Demchenko R., Dykyi P., Kivva S., Kolomiets P., Sorokin M. Modeling of Nonlinear Hydrodynamics of the Coastal Areas of the Black Sea by the Chain of the Proprietary and Open Source Models // Proc. EGU 2014. Vienna, 2014. May. 11319 p.
25. Smit P., Stelling G., Zijlema M. Assessment of non-hydrostatic wave-flow model SWASH for directionally spread waves propagating through a barred basin // ACOMEN 2011. 2011. Pp. 1–10.
26. Горюнов А.Ф. Уравнения математической физики в примерах и задачах. М.: МИФИ, 2008. 616 с.
27. Железняк М.К., Пелиновский Е.Н. Физико-математические модели наката цунами на берег // Накат цунами на берег. Сб. науч. тр. Горький: Институт прикладной физики АН СССР, 1985. С. 8-34.
28. Rijnsdorp D.P., Smit P.B., Zijlema M. Non-hydrostatic modelling of infragravity waves using SWASH // Proc. 33rd Conference on Coastal Engineering. 2012. Pp. 1287–1299.
29. Zijlema M., Stelling G., Smit P. SWASH: An operational public domain code for simulating wave fields and rapidly varied flows in coastal waters // Coastal Engineering. 2011. 58(10). Pp. 992–1012.

30. Железняк М., Демченко Р., Дикий П., Сорокин М. Численное моделирование резонансных свойств гаваней с помощью нелинейной негидростатической модели SWASH // Математические машины и системы. 2014. №3. С. 78–87.
31. Создание сухогрузного района морского порта Тамань. Проектная документация. Л.: ОАО «ЛенМорНИИПроект», 2013.
32. Дивинский Б.В., Косьян Р.Д., Куклев С.В. Параметры ветрового волнения на защищенных акваториях // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2010. №4(10). С. 5–16.
33. Комплекс береговой и морской инфраструктуры в морском порту Геленджик. Проектная документация. Л.: ОАО «ЛенморНИИПроект», 2013.

*Марк Иосифович Железняк, г. Фукусима, Япония  
+818058441091; эл. почта: zheleznyak.m@gmail.com*

*Измаил Григорьевич Кантаржи, Москва, Россия  
+7(903)5337830; эл. почта: kantardgi@yandex.ru*

*Максим Викторович Сорокин, Киев, Украина  
+38(067)5034619; эл. почта: maxim.sorockin@gmail.com*

*Алексей Игоревич Поляков, Москва, Россия  
+7(926)1171550; эл. почта: ap.gts@yandex.ru*

© Железняк М.И., Кантаржи И.Г., Сорокин М.В., Поляков А.И., 2015

doi: 10.5862/MCE.57.2

## Пространственная работа противofильтрационной стены

*Канд. техн. наук, доцент М.П. Саинов,  
Московский государственный строительный университет*

**Аннотация.** В статье анализируются результаты численного моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) противofильтрационной завесы, выполненной методом «стена в грунте», в основании и теле грунтовой плотины Юмагузинского гидроузла. Стена длиной 480 м и глубиной до 32 м работает в сложных пространственных условиях. Это связано с неоднородным строением основания и различием в конструкции сечений плотины. На русловом участке стена прорезает не только русловые отложения, но и нижнюю часть плотины. На правобережном участке стена прорезает только верхнюю часть мощной толщи глинистых грунтов.

Параметры численной модели сооружения и основания были подобраны таким образом, чтобы добиться примерного соответствия натурных и расчетных данных об осадках галереи, расположенной над стеной. При калибровке модели было выявлено, что подъем галереи, отмечаемый по натурным данным, связан с наполнением водохранилища. При подъеме уровня грунтовых вод часть массива грунтов основания и тела плотины переходит во взвешенное состояние.

Результаты численного моделирования показали, что основной вид деформаций стены – это деформации вертикального сжатия от осадок окружающего грунта. Они приводят к концентрации в стене сжимающих напряжений. Неравномерное распределение осадок вдоль створа вызывает деформации изгиба в плоскости стены. Этот продольный изгиб приводит к появлению в стене небольших растягивающих напряжений в направлении вдоль створа. Однако в целом НДС стены довольно благоприятное, т.к. она сжата со всех сторон. Изгибные деформации стены от ее прогиба незначительны.

**Ключевые слова:** стена в грунте; напряженно-деформированное состояние; численное моделирование; Юмагузинский гидроузел; натурные данные; осадки; изгиб

### *Введение. Постановка задачи*

«Стены в грунте» довольно часто применяются как противofильтрационный элемент в основании и теле грунтовых плотин [1]. Они выполняются как в скальном, так и в нескальном основании. Первая противofильтрационная стенка в мировой практике была устроена в 1948 г. в США, а в СССР – в 1959 г. на Чурубай-Нуринской плотине [2].

В последнее время противofильтрационные завесы методом «стена в грунте» были устроены в основании плотин Даулиганга (Индия), Мерове (Эфиопия) [3], Перибонка (Канада) [4], Сильвенштейн (Германия) [5], Сялонди (Китай) [6], Сангтудинского гидроузла (Таджикистан) [7] и других. Большие работы по устройству противofильтрационной завесы методом «стена в грунте» были проведены на плотине Керхе в Иране. Ее площадь составляет 190000 м<sup>2</sup> [8]. В России противofильтрационные стены были устроены в основании грунтовых плотин Юмагузинского и Ирганайского гидроузлов.

Противofильтрационные стены выполняют также в теле грунтовых плотин, если требуется их ремонт. Методом «стена в грунте» в 2000–2002 гг. была устроена диафрагма в ядре Курейской плотины, так как в нем образовались трещины и возросшая фильтрация угрожала безопасности плотины [9]. В 2008 г. в дамбе Герберта Гувера вокруг озера Окичоби в США была устроена стена длиной 21,4 мили, то есть более 34 км [10, 11].

В последнее время появились предложения по использованию «стен в грунте» в качестве противofильтрационных диафрагм вновь строящихся грунтовых плотин [12].

Условия работы стен, устроенных в грунтовом массиве, очень сложные. Они тонкостенные, поэтому не в силах сопротивляться воздействию вмещающего их массива грунта. В основном они следуют деформациям грунтового массива. Расчеты, выполненные нами [13–15] и другими авторами [16–18], показали, что такие стены могут испытывать не только изгиб, но и значительные сжимающие усилия. Чтобы в стене не возникало концентрации напряжений, желательно, чтобы деформируемость материала стены приближалась к деформируемости грунта. Вследствие этого чаще всего применяют не жесткие бетонные, а пластичные глиноцементобетонные смеси.

Первая стена из пластичного бетона была применена в 1959 г. на плотине Санта-Люче в Италии [19]. На плотине Керхе применялся материал с расходом 200...220 кг цемента и 30...40 кг бентонита на 1 м<sup>3</sup> [8]. Модуль его деформации составил 700...2000 МПа. На плотине Курейской ГЭС глиноцементобетонные сваи выполнялись из материала, в составе которого 125...156 кг цемента и 120...140 кг бентонита. Модуль деформации такого материала составил всего 10...20 МПа, но прочность – 1...2 МПа [9].

Чтобы оценить прочность материала противофильтрационной стены, необходимо выполнить расчеты напряженно-деформированного состояния (НДС) стен и вмещающего их массива грунта. Сложный характер взаимодействия тонкой стены в грунте с грунтовым массивом можно воспроизвести только с помощью численного моделирования. Эти расчеты позволяют оценить условия формирования НДС стен в грунте. В данной статье нами анализируется работа стены в грунте в основании и теле грунтовой плотины Юмагузинского гидроузла.

### *Объект исследований*

Юмагузинский гидроузел расположен в Республике Башкортостан на реке Белой. Он построен в 2005 году для защиты территории республики от наводнений, но имеет и энергетическое назначение [17]. В состав гидроузла входят грунтовая плотина, правобережный поверхностный водосброс, здание ГЭС и левобережный туннельный водосброс-водоспуск, который также выполняет функции деривационного водовода.

Грунтовая плотина является основным водоподпорным сооружением гидроузла. Она создает водохранилище с НПУ (нормальным подпорным уровнем) 260 м и ФПУ (форсированным подпорным уровнем) 270 м. Максимальная строительная высота плотины составляет 64 м, длина по гребню – 540 м.

Плотина построена в сложных геологических условиях, строение ее основания неоднородно. В створе гидроузла долина реки Белой несимметрична. У крутого левого берега располагается современное русло реки. Правый берег пологий, это участок древнего русла. Коренные борта долины реки Белой сложены закарстованными известняками, но в самой долине коренные породы закрыты слоем нескальных грунтов. На русловом и прирусловом (пойменном) участках (ПК 0+50 ÷ ПК 2+80) мощность нескального основания не превышает 10 м, но на участке древнего русла (прарусла) реки Белой (ПК 2+80 ÷ ПК 5+20) мощность рыхлых отложений достигает 80 м (рис. 1, 2в, 2г). При этом вдоль створа изменяется не только толщина нескального основания, но и его состав. На русловом участке нескальные грунты представлены в основном гравийно-галечниковыми грунтами, а на участке прарусла – переслаиванием различных грунтов, чаще всего заглинизированных.

Из-за сложных геологических условий конструкция плотины, а также ее профиль изменяются вдоль створа (ГИП А.Е. Баранов, ОАО «Институт Гидропроект») [20]. Грунтовая плотина Юмагузинского гидроузла – каменно-земляная. Ее основным противофильтрационным элементом является ядро из дресвяных грунтов с глинистым заполнителем. Упорные призмы в нижней части выполняются из гравийно-галечниковых грунтов, а в верхней (выше ~√249 м) – из горной массы известняков. На русловом участке плотина имеет обжатый профиль с заложением откосов 1:2 ... 1:2,25 (рис. 2а). На пойменном и правобережном участках (от ПК 2+00), на которых в основании залегают глинистые грунты, профиль плотины существенно уширен путем устройства широких берм и пригрузки низового откоса (рис. 2б-г).

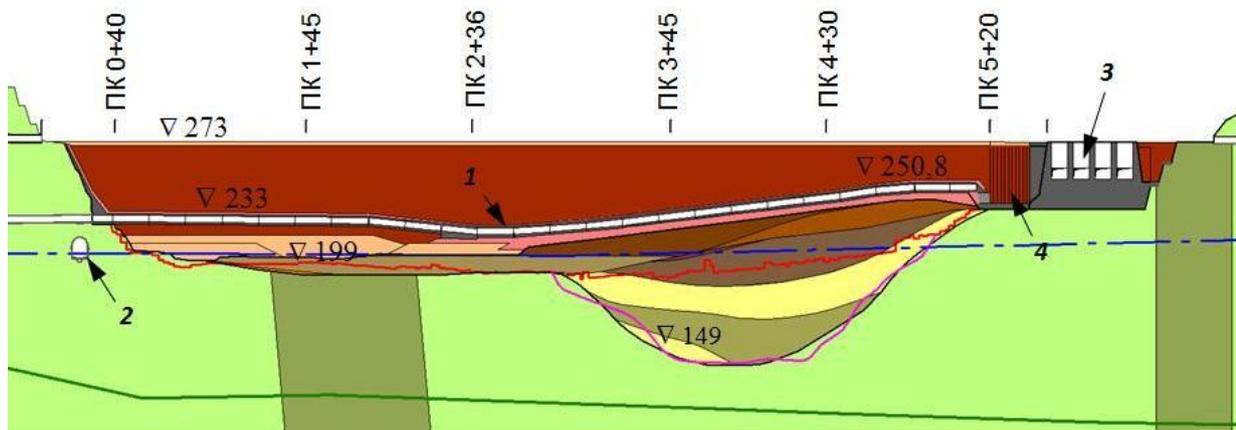
Сопряжение ядра с основанием осуществляется в зависимости от геологических условий с помощью различных противофильтрационных устройств (зуб, стена в грунте, инъекционная и цементационная завесы).

Зуб у ядра выполняется на пойменном и правобережном участках (от ПК 2+18).

Стена в грунте выполнена на участке от ПК 0+38 до ПК 5+14 (рис. 1). Общая протяженность стены составляет 476 м, ее глубина достигает 32 м. Площадь стены в грунте составляет около 11 тыс. м<sup>2</sup>. Стена выполнена из глиноцементобетона, ее толщина 0,6 м. Над оголовком стены располагается бетонная галерея. Со стороны левого берега стена примыкает к скальному борту, а со стороны правого – к глиноцементобетонному зубу, упирающемуся в шпору поверхностного водосброса.

Инъекционная завеса выполнялась на участке прарусла длиной 220 м, под стеной в грунте. Ее глубина достигает 65 м. Цементационная завеса выполнялась в известняках на глубине до 160 м [20].

Условия работы стены в грунте сильно различаются вдоль створа. На русловом и пойменном участках (от ПК 0+38 до ПК 2+27) стена прорезает не только галечниковые отложения основания, но и галечниковую насыпь тела плотины. При этом от ПК 0+38 до ПК 1+04, а также в районе ПК 2+50 стена достигает скального основания, а в остальных сечениях сопрягается со скалой с помощью цементационной завесы. На правобережном участке стена в грунте выполнена в нескальном основании и зубе под ядром. Так как она не могла быть доведена до скалы, под стеной устраивалась инъекционная завеса.



**Рисунок 1. Сооружения Юмагузинского гидроузла и строение его основания в разрезе по створу: 1 – цементационная галерея; 2 – левобережный туннель водосброса и ГЭС; 3 – правобережный поверхностный водосброс; 4 – шпора, сопрягающая водосброс и ядро**

На рисунке 1 красной линией обозначена нижняя граница стены в грунте, розовой – нижняя граница инъекционной завесы, зеленой – нижняя граница цементационной завесы. Синей линией обозначен уровень грунтовых вод до возведения гидроузла.

Цветовые обозначения материалов на рисунках 1 и 2:

	Г-1		Г-4		С-1		ИГЭ-2		ИГЭ-5		ИГЭ-8		бетон
	Г-1a		Г-5		С-2		ИГЭ-3		ИГЭ-6		ИГЭ-9		гцб
	Г-2,3		Г-6		Г-8		ИГЭ-4		ИГЭ-7				

**Г-1 – щебенистые грунты с глинистым заполнителем, использованные для ядра;  
Г-1a – суглинки тела плотины; Г-2, 3, 6 – грунт переходных зон и обратных фильтров;  
Г-4 – галечниковые грунты; Г-5 – горная масса; Г-8 – грунты из полезных выемок;  
С-1, 2 – известняки основания; ИГЭ-1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 – грунты основания (см. табл. 2)**

Возведение Юмагузинской плотины осуществлялось неравномерно. Работы по ее отсыпке были начаты в 1999 г. с устройства зуба под ядро на участке древнего русла. В 2000 г. началось устройство стены в грунте, при этом до 2002 г. оно велось лишь на правом берегу. К 2003 г. был возведен штрабленный профиль плотины максимальной высотой 20 м. Со стороны левого берега плотина была возведена на высоту 10 м (V217 м) на длине 70 м. В русле был оставлен канал шириной около 60 м. Перекрытие реки Белой было осуществлено в июне 2003 года, а к октябрю 2003 г. русловая плотина была возведена до V227 м и в ней была выполнена стена в грунте. В дальнейшем работы по строительству плотины велись одновременно по всему створу. К половодью 2005 г. Юмагузинская плотина была практически завершена.

Наполнение водохранилища происходило в 2003–2005 гг. В конце 2003 г. уровень водохранилища поднялся выше отметки верховой перемычки. Летом 2004 г. он достиг V240 м, а в июне 2005 г. – V251 м (рис. 3).

Так как по длине створа изменяется высота и конструкция плотины Юмагузинского гидроузла, последовательность ее возведения, толщина и геологическое строение основания, то очевидно, что ее напряженно-деформированное состояние формируется в сложных условиях. Особенно сложным представляется НДС стены в грунте, условия работы и глубина которой также сильно изменяются вдоль створа.

Оценить НДС стены и надежность ее работы можно только путем численного моделирования.

Саинов М.П. Пространственная работа противодиффузионной стены

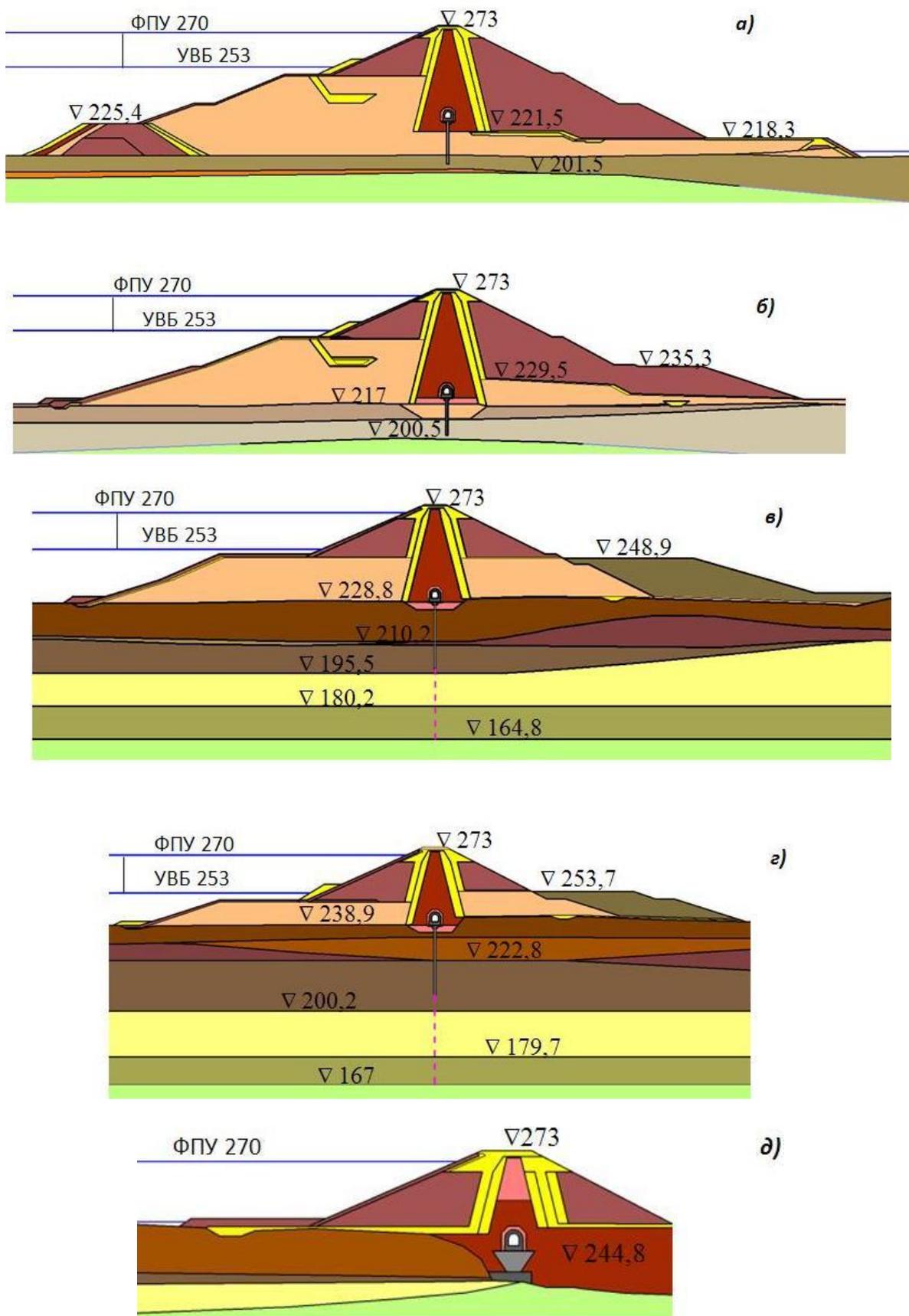


Рисунок 2. Конструкция грунтовой плотины Юмагузинского гидроузла и строение его основания в поперечных разрезах: а) в сечении по ПК 1+40; б) в сечении по ПК 2+36; в) в сечении по ПК 3+45; г) в сечении по ПК 4+30; д) в сечении по ПК 5+20

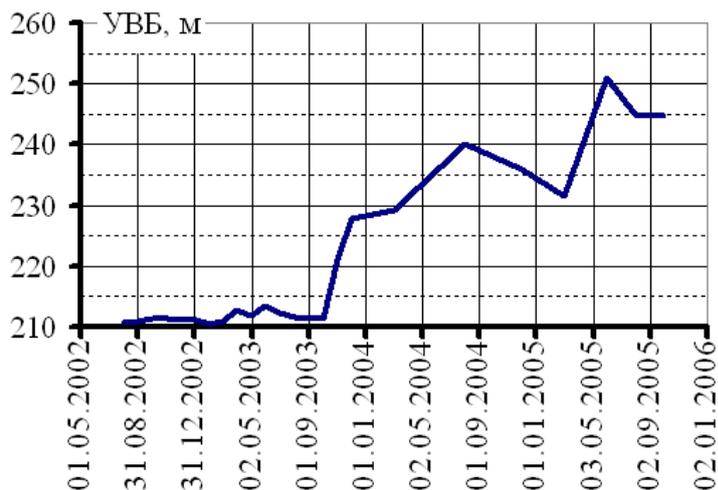


Рисунок 3. Изменение уровня верхнего бьефа (УВБ) Юмагузинского гидроузла во времени

### Данные натуральных наблюдений и их анализ

Смоделировать состояние стены в грунте Юмагузинского гидроузла можно довольно точно, так как имеются натурные наблюдения за осадками грунтовой плотины.

Наблюдения велись за осадками секций цементационной галереи, расположенной над оголовком стены в грунте. Галерея состоит из 24 секций длиной по 20 м каждая. Сопряжение стены и потерны происходит через форшахту. Непосредственного контакта галереи и стены нет.

Точка отсчета для натуральных наблюдений различается для разных секций, так как они возводились в разное время, а некоторые первоначальные марки были уничтожены. На большинстве правобережных секций натурные наблюдения ведутся с августа 2002 г., а на русловых – с октября 2003 г.

Анализ распределения осадок по секциям (рис. 4) показывает, что условия работы поперечных сечений плотины сильно различаются по длине створа. На правобережном участке галерея получает существенные осадки, так как располагается на большой толще нескальных грунтов. Максимальные осадки составляют 202 мм, они наблюдаются в секции №16, где толщина нескального основания составляет 77 м, а высота плотины – 44 м.

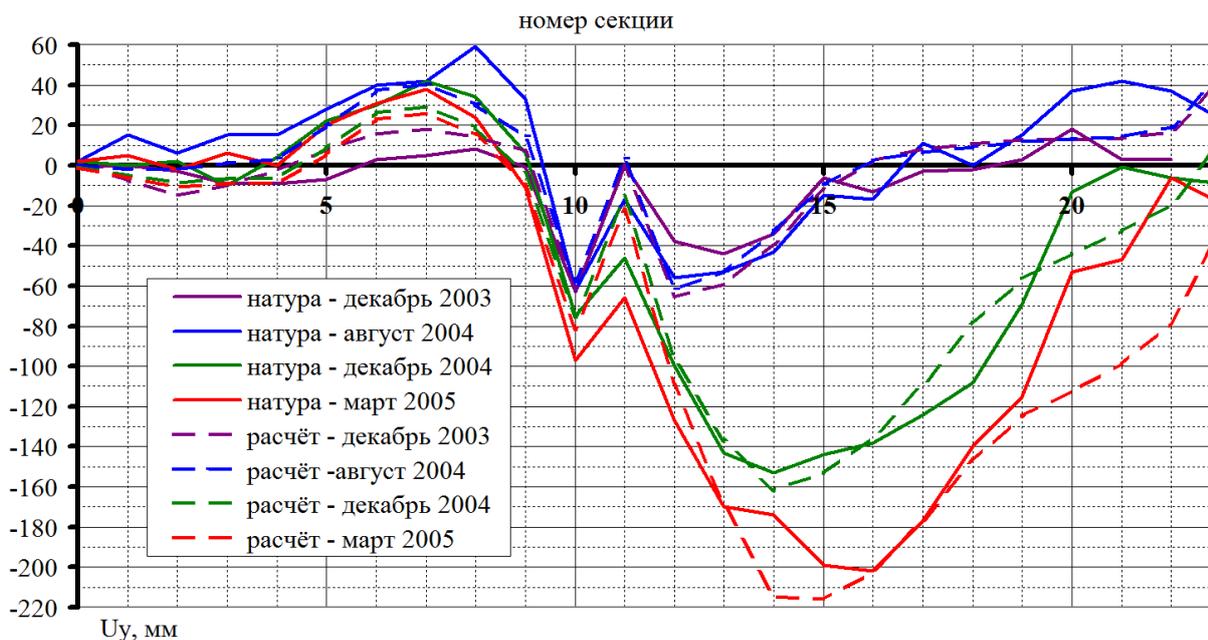


Рисунок 4. Осадки секций галереи

На русловом участке секции галереи испытывают не осадки, а подъем. Максимальный подъем наблюдается в секции №8: в августе 2004 г. он составил 59 мм. Наличие подъема – необычное явление, так как с момента начала наблюдений строительство плотины над галереей продолжалось, а следовательно, росло давление на галерею от веса вышележащего грунта. Объяснить подъем можно наличием вертикального противодавления на подошву ядра при наполнении водохранилища.

Рисунок 5 позволяет сравнить натурные осадки некоторых секций галереи №6 с ходом наполнения водохранилища. Хорошо видно, что подъем секции начался, как только УВБ превысил отметку подошвы ядра ( $\nabla 221,5$  м), а при сработке галерея также опустилась. При втором наполнении (от  $\nabla 231,6$  м до  $\nabla 251$  м) подъем секции был выражен не столь сильно. Это, по-видимому, связано с тем, что к этому времени грунт под ядром был закреплен инъекцией.

В секции №10 влияние наполнения водохранилища на осадки гораздо скромнее. Это, по нашему мнению, связано с тем, что деформируемость галечникового грунта, уложенного под ядром, была уменьшена за счет инъекции цементными растворами.

В правобережных секциях №17–23 на начальных этапах строительства (2003–2004 гг.) наблюдался подъем галереи. Он несколько запаздывает относительно периода наполнения водохранилища. По нашему мнению, в данном случае подъем связан с переходом грунтов основания во взвешенное состояние при наполнении водохранилища. Подъем начинается во время половодья 2004 г., когда происходит рост не только уровня верхнего, но и нижнего бьефа, то есть подъем уровня грунтовых вод.

В секциях №12–16, также расположенных на правобережном участке, подъем практически не наблюдался. Это может быть объяснено тем, что на этом участке рост уровня грунтовых вод запаздывает, поэтому подъем секций накладывается по времени на период роста осадок от дальнейшего возведения грунтовой плотины.

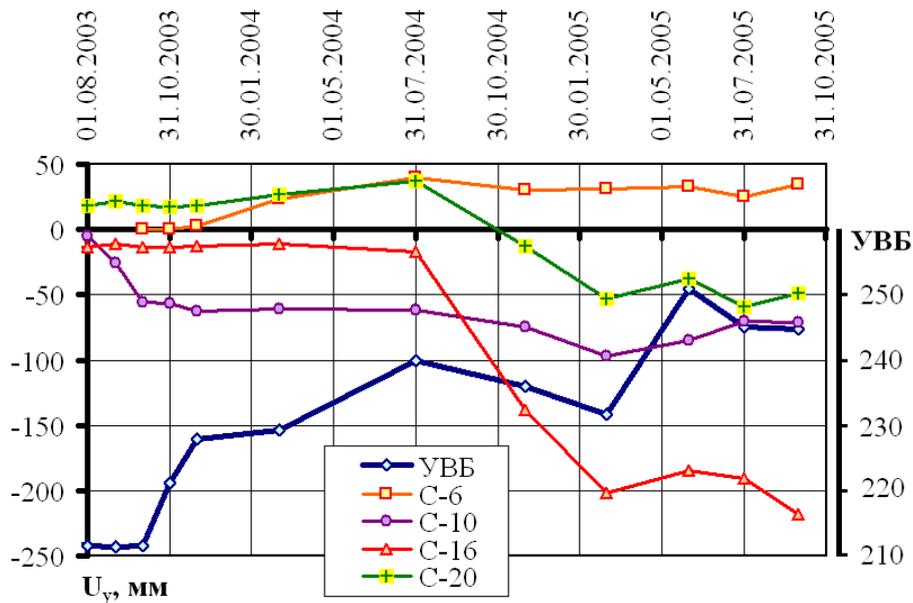


Рисунок 5. Сравнение изменения во времени УВБ и осадок секций галереи

Анализируя характер осадок и его связи с конструкцией плотины, все секции галереи можно разделить на группы в зависимости от условий их работы (таблица 1).

Таблица 1. Характеристика стены в грунте на участках

Участок	Секции	Максимальная высота плотины, м	Максимальная глубина стены в грунте, м	Условия опирания стены
Левобережный	1–4	65	23	на скальное основание
Русловой	5–9	65	22	висячая
Пойменный	10–12	62	20	на скальное основание
Правобережный участок прарусла	13–22	50	32	висячая
Участок правобережного примыкания	23–24	28	23	висячая

Анализ особенностей изменения натуральных осадок сооружения позволил создать адекватную численную модель сооружения.

### Численная модель сооружения

Моделирование производилось методом конечных элементов (МКЭ) с помощью вычислительной программы «NDS\_N», разработанной автором.

В сетку МКЭ были включены тело плотины (с бетонной галереей, форшахтой и стеной в грунте) и нескальное основание. На границах грунтов с жесткими негрунтовыми конструкциями, а также со скальным основанием в сетку МКЭ вводились контактные элементы, чтобы смоделировать возможность их нелинейного поведения (раскрытие, сдвиги). Швы между секциями галереи также моделировались контактными элементами.

Сетка МКЭ состоит из 16754 конечных элементов сплошной среды и 2849 контактных элементов. Количество степеней свободы системы составило 53445.

Расчеты проводились с учетом последовательности возведения плотины, стены в грунте, а также наполнения водохранилища. Рассматривался только строительный период. Было рассмотрено 39 расчетных этапов, на каждом из которых происходило изменение нагрузок на сооружение, а также, возможно, и изменение его геометрии.

Основание плотины принималось проницаемым, а ядро – непроницаемым. Принималось, что при расположении ниже уровня грунтовых вод грунт находится во взвешенном состоянии. Положение депрессионной кривой принималось приблизительно на основе решения задачи фильтрации, приведенного в [21].

Чтобы правильно смоделировать НДС стены в грунте, необходимо было добиться удовлетворительного совпадения натуральных и расчетных осадок галереи.

Свойства грунтов тела плотины принимались на основе данных, полученных при изысканиях, и по объектам-аналогам. Деформативные свойства грунтов тела плотины принимались зависящими от их напряженного состояния в соответствии с моделью, предложенной проф. Л.Н. Рассказовым [22, 23]. Параметры модели принимались по аналогам с учетом соответствия натурным данным. Деформативные свойства грунтов основания определялись подбором из условия соответствия расчетных осадок данным натурных наблюдений. Для упрощения подбора грунты основания принимались линейно деформируемыми. Их свойства приведены в таблице 2. Оказалось, что реальные модули деформации грунтов в 2...4 раза превышают те, которые были получены при геологических изысканиях.

Материал стены – глиноцементобетон – принимался линейно деформируемым. В отсутствии данных о реальном сооружении модуль деформации глиноцементобетона был принят равным 500 МПа, а коэффициент Пуассона 0,20. Инъектирование грунтов цементными растворами моделировалось путем повышения модуля их деформации до 2500 МПа.

Таблица 2. Свойства грунтов основания

№ ИГЭ	Наименование грунта	плотность грунта, т/м <sup>3</sup>	модуль деформации [МПа]		коэф. Пуассона
			изыск.	расч.	
2	Галечниковый грунт	2.13	38	38	0.28
3	Щебенисто-глыбовый грунт	2.10	20	37	0.28
4	Суглинок гравелисто-дресвяный	2.02	20	42	0.35
5	Суглинок галечниково-щебенистый	1.98	15	44	0.35
6	Гравийно-дресвяный грунт с глинистым заполнителем	1.91	20	60	0.35
7	Глина галечниково-щебенистая	1.99	25	100	0.35
8	Галечниково-щебенистый грунт с суглинистым заполнителем и прослоями глины	2.01	30	130	0.35
9	Галечниковый грунт	2.21	40	160	0.28

В процессе подбора параметров деформируемости грунтов основания и плотины было получено удовлетворительное соответствие расчетных данных натурным (рис. 4, 6). Отражены особенности изменения вертикальных осадок галереи:

- наличие подъема русловых и правобережных секций при наполнении водохранилища;
- повышение жесткости грунтов при их закреплении инъекцией (в районе ПК 2+36).

Между тем, в некоторых зонах сооружения не удалось добиться хорошего соответствия расчетных и натуральных данных.

Во-первых, это область секций №20–22. Здесь плотина имеет существенную высоту (28...35 м), толщина сжимаемой толщи также значительна (33...77 м). Тем не менее, по натурным данным осадки галереи здесь значительно меньше, чем у других секций участка прарусла. Натурная осадка секции №20 составляет 53 мм, что почти в 4 раза меньше, чем осадка секции №16 (202 мм), хотя толщина сжимаемой толщи под этими секциями примерно одинакова, а высота плотины отличается лишь на 25 % (34 м против 43 м). По-видимому, столь значительное различие осадок этих секций вызвано иными факторами. Можно предположить, что это связано с влиянием инъекции грунтов основания. Подъем секций №20–22 в 2004 г. на 40 мм вряд ли может быть объяснен наполнением водохранилища, т.к. они располагаются вдали от зоны наполнения.

Во-вторых, по результатам расчетов подъем секций галереи на русловом участке (секции №5–9) оказался меньше наблюдаемого. По натурным данным наибольший подъем испытывала секция №7 (40 мм). По расчетам секция №7 поднялась лишь на 20 мм. Расчеты дают для секций левобережного участка (секции №1–4) осадки на 6...11 мм, в то время как в реальных условиях вертикальные перемещения галереи примерно равны 0. Подъем этих секций не может быть объяснен только противодействием воды на подошву ядра, так как с момента возведения этих секций они были вынуждены воспринять вес вышележащей толщи грунта. Обращает на себя внимание и тот факт, что в левобережных секциях (№1–4) подъем проявляется не столь сильно, как в русловых секциях (№5–9), хотя они все находятся примерно в одинаковых условиях. По-видимому, аномальный подъем русловых секций связан именно с особенностями данного участка. Во-первых, это может быть связано с тем, что цементационные работы на этом участке выполнялись в более поздние сроки и более интенсивно. Во-вторых, можно предположить, что на русловом участке грунт ядра перешел во взвешенное состояние при появлении в нем фильтрационного потока.

Однако в целом математическая модель сооружения неплохо отразила поведение плотины в реальных условиях.

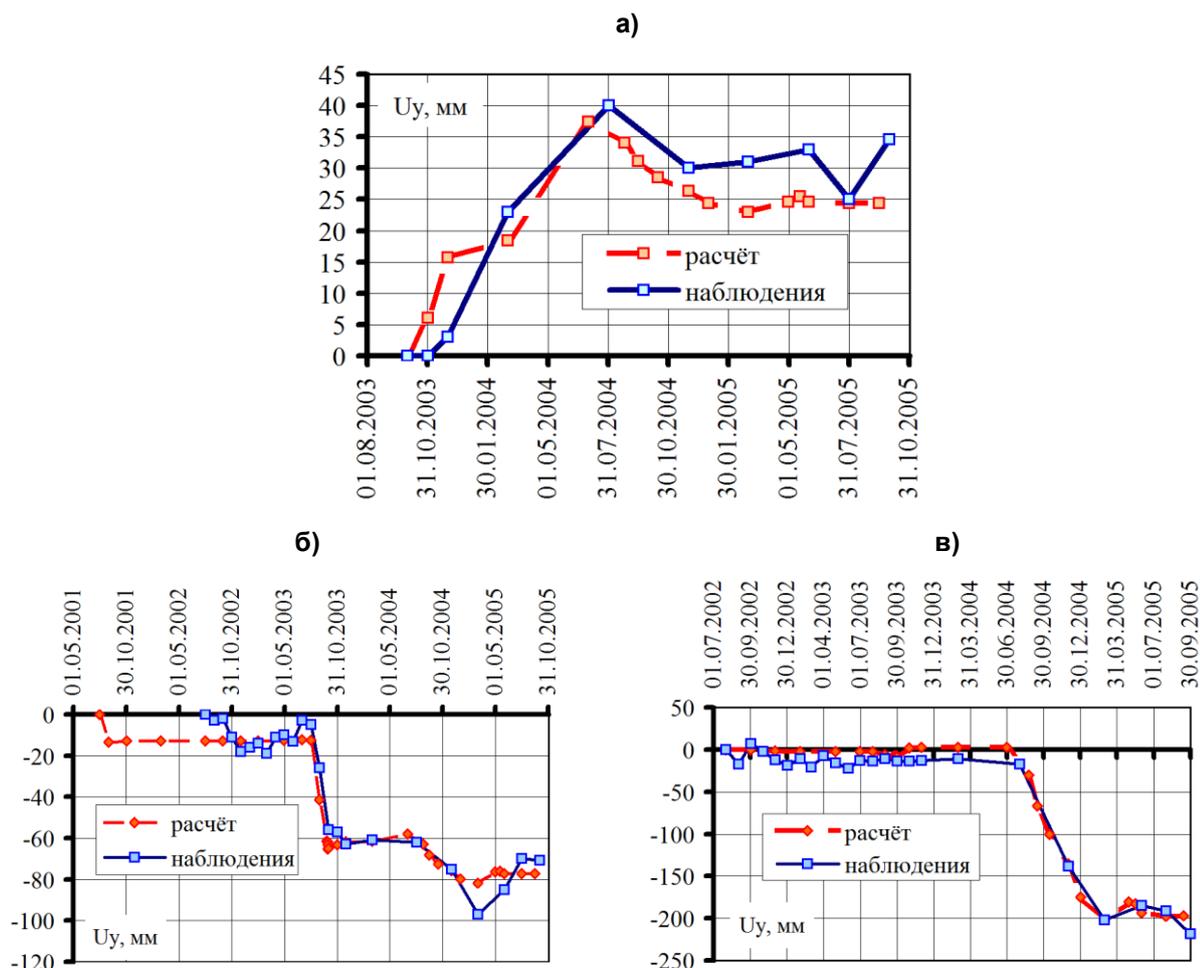


Рисунок 6. Изменение осадок секций галереи во времени

### Напряженно-деформированное состояние стены в грунте

Расчеты показали, что НДС стены довольно благоприятное, хотя оно очень неоднородно по длине створа.

В русловой части осадки стены не превышают 13,3 см, в то время как на правобережном участке достигают 25,4 см (рис. 7б). Максимальные осадки испытывает оголовок стены в районе ПК 3+50 (секция С-16). С глубиной осадки затухают. В сечении по ПК 3+50 подошва стены оседает лишь на 9,4 см. Таким образом, стена испытывает сжатие в вертикальном направлении. Неравномерность в распределении осадок вызывает изгибные деформации в плоскости стены.

Неравномерно распределены и горизонтальные смещения стены  $U_x$  (в направлении из бьефа в бьеф). Под действием фильтрационных сил стена смещается в сторону нижнего бьефа. Максимальное смещение (14,5 см) стена получает в сечении по ПК 3, на правобережном участке (рис. 7а). В русловом участке смещения стены не превышают 4,5 см. Такое различие в смещениях объясняется тем, что на правобережном участке больше толщина нескального основания и она представлена глинистыми грунтами. Неравномерное распределение смещений вызывает прогиб стены и ее изгибные деформации.

Перемещения стены  $U_z$  в направлении от борта к борту существенно меньше по величине, чем осадки и смещения (рис. 7б). Благодаря этому отрыва стены от левобережного борта не происходит, прочность контакта между стеной в грунте и левобережным скальным бортом не нарушается. Однако следует отметить, что перемещения  $U_z$  изменяются вдоль створа не только по величине, но и по направлению. На правобережном участке прарусла, в зоне максимальных осадок, перемещения направлены к правому борту. Они достигают 2,5 см. На участке правобережного примыкания они направлены в сторону левого борта и достигают 2,2 см. Стена как бы проваливается в участок правобережного переуглубления нескальных грунтов. Неравномерность в распределении смещений  $U_z$  говорит о наличии в стене деформаций сжатия и растяжения в направлении от борта к борту.

Саинов М.П. Пространственная работа противифльтрационной стены

Таким образом, стена имеет сложную картину деформаций:

- изгиб во всех возможных направлениях;
- сжатие в вертикальном направлении;
- деформации сжатия и растяжения в направлении от борта к борту.

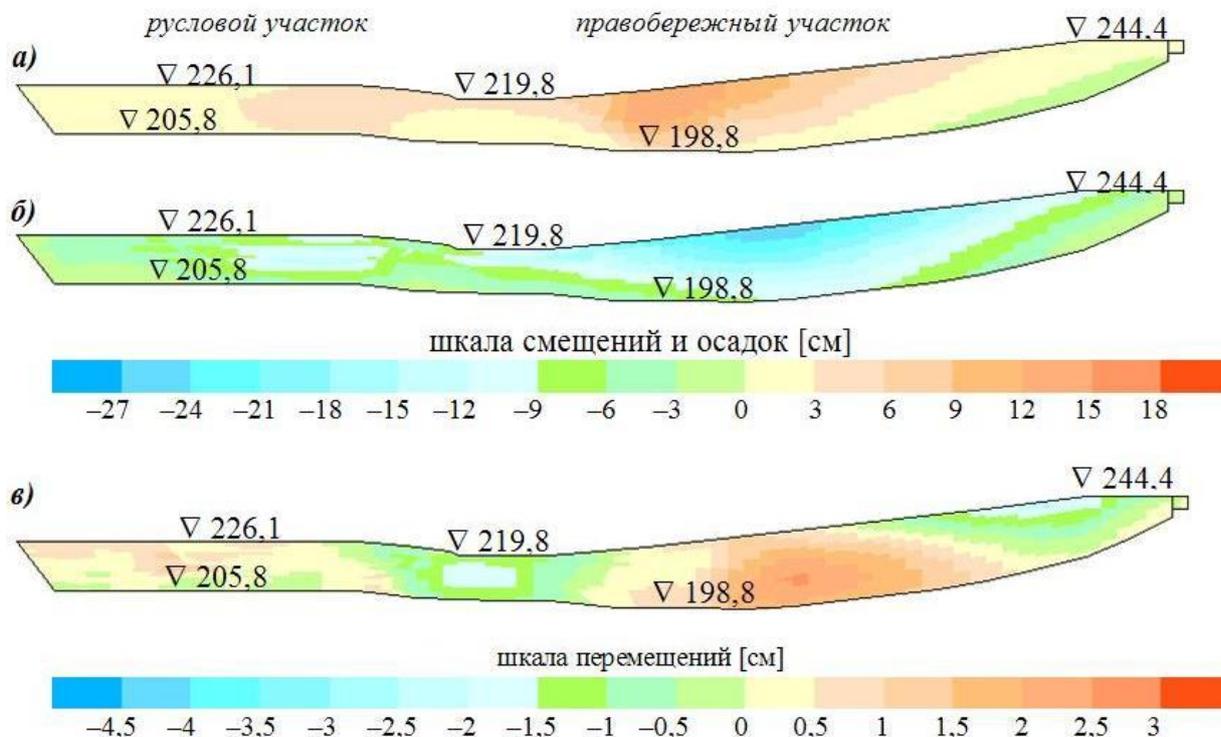


Рисунок 7. Перемещения стены в грунте по результатам расчетов

Однако, несмотря на сложный характер деформирования, стена находится в довольно благоприятном напряженном состоянии. Практически по всей своей площади она сжата со всех сторон. Это объясняется тем, что изгибные деформации стены малы по сравнению с деформациями вертикального сжатия. Сравнение напряжений на верхней и нижней гранях стены показало, что они близки между собой. Поэтому на рисунках приводятся напряжения только на верхней грани. В направлении от борта к борту НДС стены изменяется значительно.

Наибольшее сжатие в стене возникает по напряжениям  $\sigma_y$ , и оно вызвано осадками окружающего грунта. На русловом участке напряжения  $\sigma_y$  достигают 1,8 МПа, а на правобережном участке – 4,4 МПа (рис. 8). Различие в величинах напряжений связано с различием осадок окружающего грунта вокруг стены. Максимум сжатия по  $\sigma_y$  наблюдается в районе ПК 3+00...ПК 3+25, то есть под секциями галереи С-14 и С-15. Именно под этими секциями осадки галереи достигают своего максимума (рис. 4).

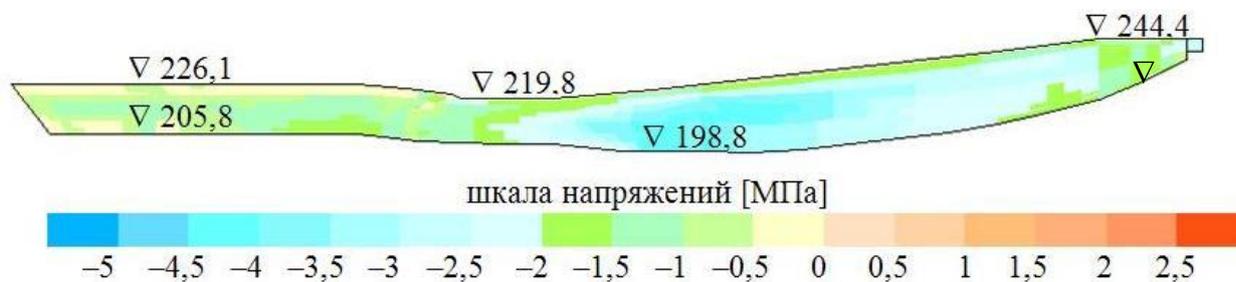
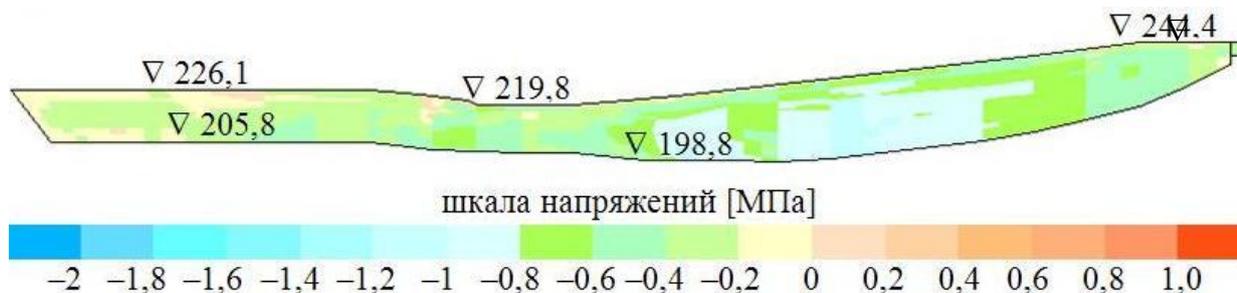


Рисунок 8. Распределение напряжений  $\sigma_y$  в стене в грунте в сечении по створу

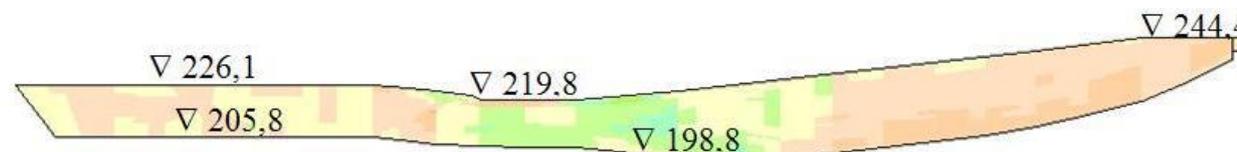
В направлении от борта к борту стена также испытывает сжатие, за исключением небольших зон в верхней ее части. На русловом участке сжимающие напряжения  $\sigma_z$  достигают 0,5 МПа, а на правобережном – 1,2 МПа (рис. 9). Максимум сжатия по  $\sigma_z$  наблюдается в районе ПК 3+65, под секцией С-17, то есть примерно посередине участка пойменного переуглубления. Области растягивающих напряжений  $\sigma_z$  наблюдаются в верхней части стены в районе секций С-5 (ПК 1+20...1+40), С-9 (ПК 2+00...ПК 2+20). Их максимальные значения составляют соответственно 0,2 и 0,4 МПа. Опасность представляет растяжение под С-9, так как оно сопоставимо с прочностью глиноцементобетона на растяжение. Растяжение на этом участке объясняется изгибом в плоскости стены. В этой зоне вероятно образование трещин и может потребоваться ремонт стены.



**Рисунок 9. Распределение напряжений  $\sigma_z$  в стене в грунте в сечении по створу**

Напряжения  $\sigma_x$  также сжимающие. В отдельных зонах они достигают 1,1 МПа.

Несмотря на неравномерность деформаций стены, касательные напряжения в ней оказались довольно небольшими по величине. Касательные напряжения  $\sigma_{xy}$  в большей части стены не превышают 0,3 МПа, в зонах концентрации достигают 0,9 МПа. Интерес представляет распределение напряжений  $\sigma_{yz}$  (рис. 10). Они возникают вследствие неравномерности осадок стены на участке прарусла. Напряжения достигают 0,4 МПа.

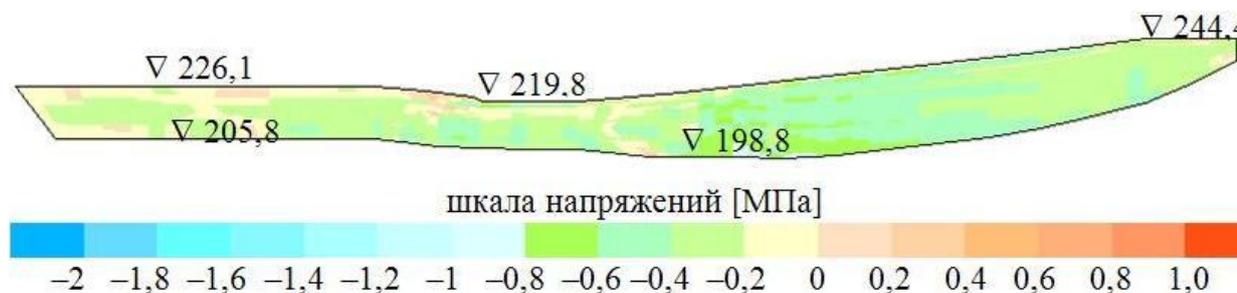


**Рисунок 10. Распределение напряжений  $\sigma_{yz}$  в стене в грунте в сечении по створу (шкалу напряжений см. на рис. 9)**

Вычисление главных напряжений показало, что они близки к осевым по направлению и величине. Максимально сжимающие главные напряжения  $\sigma_3$  (рис. 12) близки к  $\sigma_y$ , а минимально сжимающие  $\sigma_1$  (рис. 11) – к напряжениям  $\sigma_x$ .

Получив картину распределения напряжений в противофильтрационной стене в грунте, можно проанализировать ее прочностное состояние.

По результатам экспериментальных исследований свойств глиноцементобетона различных составов, выполненных А.В. Радзинским [24], можно построить приближенный график зависимости прочности глиноцементобетона на одноосное сжатие и его модуля деформации (рис. 13). Модулю деформации 500 МПа соответствует прочность 2,2 МПа.



**Рисунок 11. Распределение главных напряжений  $\sigma_1$  в стене в грунте в сечении по створу**



Рисунок 12. Распределение главных напряжений  $\sigma_3$  в стене в грунте в сечении по створу

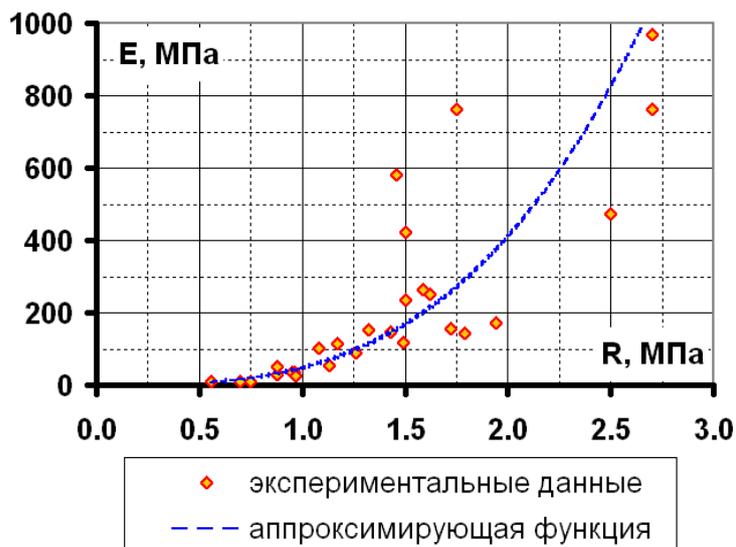


Рисунок 13. Связь между прочностью глиноцементобетона на одноосное сжатие и модулем его деформации

Сравнивая полученные главные напряжения  $\sigma_3$  с прочностью (2,2 МПа), видим, что на большей части правобережного участка (от ПК 2+60 до ПК 4+70) прочность глиноцементобетона на одноосное сжатие не обеспечивается. Однако стена находится в состоянии не одноосного, а трехосного сжатия, и в этих условиях прочность глиноцементобетона несколько увеличится. Как известно, с учетом бокового обжатия  $\sigma_1$  прочность материала на сжатие R может быть вычислена по следующей формуле:

$$R = R_0 + \sigma_1 \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi},$$

где  $R_0$  – прочность при одноосном сжатии;  $\varphi$  – угол внутреннего трения материала.

По исследованиям А.В. Радзинского [25] и других авторов [9], угол внутреннего трения глиноцементобетона составляет примерно 30°. В этом случае при обжатии  $\sigma_1$  прочность будет увеличиваться на величину  $\sigma_3$ . При полученном распределении напряжений  $\sigma_1$  прочность глиноцементобетона на сжатие может достигать 4 МПа. Однако наш анализ показал, что даже тогда прочность стены на участке от ПК 2+60 до ПК 3+70 обеспечена не будет. Для устройства противофильтрационной стены в грунте необходимо применять более прочный материал.

### Выводы

1. Созданная математическая модель плотины Юмагузинского гидроузла и его основания в целом отражает поведение реального сооружения в строительный период. В процессе калибровки модели к данным натурных наблюдений были выявлены некоторые особенности формирования напряженно-деформированного состояния плотины и основания

1.1. Подъем некоторых секций галереи плотины коррелирует с наполнением водохранилища. Это позволяет сделать вывод о том, что этот подъем и вызван силовым действием воды. При наполнении водохранилища возникает противодействие на подошву ядра

русловой плотины, а также переход части грунтов основания во взвешенное состояние. Некоторая часть подъема может быть вызвана цементационными работами, а также связана с переходом грунта ядра во взвешенное состояние;

1.2. На отдельных участках плотины выполнение цементационной завесы в основании привела к снижению деформируемости грунтов основания и плотины под цементационной галереей.

2. Сравнение данных натурных наблюдений за осадками цементационной галереи в плотине с результатами расчетов показывает, что деформируемость грунтов основания оказалась существенно (в 2...5 раз) ниже, чем по данным геологических изысканий.

3. В дальнейшем математическая модель сооружения может быть уточнена с учетом появления при наполнении водохранилища фильтрационных сил в основании и теле плотины.

4. Основной вид деформаций стены в грунте в основании и теле Юмагузинской плотины – это деформации сжатия от осадок окружающего грунта под действием веса построенной плотины. Проскальзывания грунтов относительно стены не происходит. Максимальное сжатие по напряжениям  $\sigma_y$  наблюдается на участке прарусла, где происходят наибольшие осадки грунтов основания. В этой зоне сжимающие напряжения  $\sigma_y$  превышают прочность материала (глиноцементобетон) на одноосное сжатие.

5. Стена в грунте в основании Юмагузинской плотины работает в очень сложных пространственных условиях, она вынуждена испытывать неравномерные деформации по длине створа. Неравномерно распределены осадки и горизонтальные смещения стены.

6. Изгибные деформации стены от ее прогиба (то есть от неравномерности горизонтальных смещений) развиты слабо вследствие большой протяженности створа. Напряжения на верховой и низовой гранях практически не отличаются.

7. Неравномерные осадки основания (и стены) вызывают ее изгиб в плоскости стены. Этот изгиб вызывает появление деформаций растяжения в направлении от борта к борту. Однако, несмотря на это, в большинстве сечений стена остается сжатой по напряжениям  $\sigma_z$  за счет существенного сжатия по напряжениям  $\sigma_y$ . Тем не менее, в оголовке стены, где сжимающие напряжения  $\sigma_y$  малы, в стене могут проявляться растягивающие напряжения  $\sigma_z$ .

8. Для условий, принятых в расчете (модуль деформации материала стены составляет 500 МПа, а его прочность на одноосное сжатие 2,2 МПа), напряжения в глиноцементобетоне, из которого выполнена стена в грунте, превышают его прочность на одноосное сжатие. Для противофильтрационной стены Юмагузинского гидроузла необходимо применить иной материал: либо более прочный, но менее деформируемый, либо наоборот – менее прочный, но более податливый. Кроме того, опасность представляет возможность образования в стене на пойменном участке вертикальных трещин вследствие растяжения в направлении вдоль створа.

## Литература

1. Радченко В.Г., Лопатина М.Г., Николайчук Е.В., Радченко С.В. Опыт возведения противофильтрационных устройств из грунтоцементных смесей // Гидротехническое строительство. 2012. №12. С. 46–54.
2. Ганичев И.А., Мещеряков А.Н., Хейфец В.Б. Новые способы устройства противофильтрационных завес // Гидротехническое строительство. 1961. №2. С. 14–18.
3. Ehrhardt T., Scheid Y., El Tayeb A. Entwurf und ausführung der steinschuttdamme und der schlitzwand des Merowe-Projektes // WasserWirtschaft. 2011. 101 (1-2). Pp. 36–42.
4. Balian S. Cut-off wall construction // International Water Power and Dam Construction. 2007. 59 (2). Pp. 42–44.
5. Noll H., Langhagen K., Popp M., Lang T. Ertüchtigung des Sylvenstein-Staudamms – Planung und Ausführung der Dichtwand // WasserWirtschaft. 2015. 103 (5). Pp. 76–79.
6. Захаров С.В., Радченко В.Г., Семенов Ю.Д., Сулимов В.С., Смоленков В.Ю., Таймасханов А.М. Метод струйной цементации в гидротехническом строительстве // Гидротехническое строительство. 2008. №4. С. 2–11.
7. Цой М.С.Д., Алданов А.Г., Радченко В.Г., Семенов Ю.Д., Данилов А.С., Смоленков В.Ю. Возведение противофильтрационной завесы методом струйной цементации в основании плотины Сангтудинской ГЭС-1 // Гидротехническое строительство. 2008. №5. С. 32–37.

8. Mirghasemi A.A., Pakzad M., Shadravan B. The world's largest cutoff wall at Karkheh dam // *Hydropower & Dams*. 2005. Issue Two. Pp. 2–6.
9. Малышев Л.И., Шишов И.Н., Кудрин К.П., Бардюков В.Г. Технические решения и результаты первоочередных работ по сооружению противофильтрационной стены в грунте в ядре и в основании плотины Курейской ГЭС // *Гидротехническое строительство*. 2001. №3. С. 31–36.
10. *Development of Dam Engineering in the United States* / Edited by E.B. Kollgaard and W.L. Chadwick. 1988, Pergamon Press. 1072 p.
11. Boyer D.D., Wiltshire R.L., Tarbox G.S. *Achievements and Advancements in U.S. Dam Engineering*. Denver, Colorado: USSD. 2013. 792 p.
12. Королёв В.М., Смирнов О.Е., Аргал Э.С., Радзинский А.В. Новое в создании противофильтрационного элемента в теле грунтовой плотины // *Гидротехническое строительство*. 2013. №8. С. 2–9.
13. Рассказов Л.Н., Бестужева А.С., Саинов М.П. Бетонная диафрагма как элемент реконструкции грунтовой плотины // *Гидротехническое строительство*. 1999. №4. С. 10–16.
14. Саинов М.П., Котов Ф.В. Оценка надёжности диафрагмы из буронабивных свай в плотине средней высоты // *Вестник МГСУ*. 2014. №1. С. 153–163.
15. Саинов М.П. Пространственная работа диафрагмы из буронабивных свай в теле каменной плотины // *Приволжский научный журнал*. 2014. №3(31). С. 43–47.
16. Ding Y., Zhang Q., Zhang B. FEM analysis of stress-deformation characteristics of cut-off walls in high core rockfill dam // *Journal of Hydroelectric Engineering*. 2013. 32 (3). Pp. 162–167.
17. Xiong H., Wang Q., Gao X., Zhou W., Gao M. Stress deformation analysis of plastic concrete cutoff wall for the first stage cofferdam of Shawan hydropower station // *Shuilu Fadian Xuebao*. 2010. 29 (2). Pp. 197–203, 189.
18. Mou R., Xu C.-J., Ma X.-H. Analysis on stress and deformation of low elastic modulus concrete cutoff wall inside the dam body // *Applied Mechanics and Materials*. 2012. 130-134. Pp. 3208–3215.
19. Xanthakos P.P., Abramson L.W., Bruce D.A. *Ground Control and Improvement*. New York, USA: John Wiley & Sons. 1994. 936 p.
20. Баранов А.Е. Из опыта проектирования и строительства Юмагузинского гидроузла на р.Белой // *Вестник МГСУ*. 2006. №2. С. 112–122.
21. Анискин Н.А., То Ван Тхань. Прогноз фильтрационного режима грунтовой плотины Юмагузинского гидроузла и ее основания // *Гидротехническое строительство*. 2005. №6. С. 19–25.
22. Рассказов Л.Н., Джха Дж. Деформируемость и прочность грунта при расчете высоких грунтовых плотин // *Гидротехническое строительство*. 1997. №7. С. 31–36.
23. Гольдин А.Л., Рассказов Л.Н. *Проектирование грунтовых плотин*. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: АСВ, 2001. 375 с.
24. Рассказов Л.Н., Радзинский А.В., Саинов М.П. Выбор состава глиноцементобетона при создании «стены в грунте» // *Гидротехническое строительство*. 2014. №3. С. 16–23.
25. Рассказов Л.Н., Радзинский А.В., Саинов М.П. Прочность и деформируемость глиноцементобетона в сложном напряженном состоянии // *Гидротехническое строительство*. 2014. №8. С. 29–33.

*Михаил Петрович Саинов, Москва, Россия  
+7(926)6078931; эл. почта: mp\_sainov@mail.ru*

© Саинов М.П., 2015

doi: 10.5862/MCE.57.3

## Моделирование процессов энергообмена в системе дорожное покрытие – транспортное средство

*Канд. физ.-мат. наук, доцент А.М. Кириллов,  
д-р техн. наук, профессор М.А. Завьялов,  
Сочинский государственный университет*

**Аннотация.** В системе дорожное покрытие – транспортное средство закон сохранения энергии проявляется, прежде всего, в том, что при любых температурных и эксплуатационных режимах дорожного асфальтобетонного покрытия часть потенциальной энергии силы тяжести и кинетической энергии транспортного средства преобразуется при контакте с дорожным покрытием в энергию упругой деформации и тепловую энергию, часть энергии рассеивается. Эти виды энергии в той или иной степени реализуются во внутреннюю энергию дорожного покрытия, изменяя его энергетический баланс и обуславливая деструктивные процессы.

В процессе эксплуатации автомобильной дороги первоначальный уровень внутренней энергии покрытия изменяется: с одной стороны, из-за регулярной подпитки со стороны транспортных средств и солнечного излучения, с другой стороны, расходуясь на компенсационную работу по восстановлению вязкоупругих деформаций. Понимание этих изменений позволит развить новые, более совершенные методы контроля состояния покрытия и научно обоснованную систему назначения сроков ремонтных работ. В данной публикации авторы оценили уровень и значение вклада работы, совершаемой над покрытием движущимся транспортом, и теплового излучения в прирост внутренней энергии дорожного покрытия.

Построена физическая и математическая модель рассеивания и накопления энергии в системе дорожное покрытие – транспортное средство с учетом вязкоупругого деформирования и теплового излучения. Разработан алгоритм, позволяющий определить научно обоснованный межремонтный срок службы асфальтобетонного покрытия. Показано, что максимальная пластичность в некоторых интервалах скоростей и весов транспорта может служить критерием рекомендуемого режима эксплуатации дороги.

**Ключевые слова:** дорожное покрытие; асфальтобетон; силовые параметры транспорта; энергообмен; рассеивание энергии; вязкоупругость; удельная теплоемкость; деформация

### *Введение*

Теплофизические параметры имеют в основном энергетический характер, отражая, например, способность материала к энергообмену с окружающей средой (теплопроводность) или способность к накоплению энергии (теплоемкость) и др. Эти параметры зависят от структуры вещества на макро-, мезо- и микроуровнях, а также от характера и величины сил межмолекулярного взаимодействия в веществе. Однако от этого же зависят и физико-механические параметры материала: модуль упругости, коэффициент пластичности и др. Следовательно, теплофизические и физико-механические параметры материала имеют глубинные связи между собой, и их выявление является актуальной задачей, так как знание подобных связей позволит заменить или дополнить традиционные «механические» методы мониторинга состояния дорожного покрытия «теплофизическими».

Энергетический обмен присущ любой технической системе. Изменение энергообмена является главной количественной характеристикой изменения состояния физической системы. Знание характеристик энергетического обмена, то есть динамики энергообмена между физической системой и окружающей средой и/или соседними системами, дает возможность прогнозирования свойств систем, а также вмешательства в ход протекающих в них процессов с целью управления ими. Транспорт, дорога и окружающая среда являются частями системы, в которой протекают разнообразные энергетические процессы: превращение механической энергии движущегося вещества в тепловую энергию и энергию деформации, рассеяние (диссипация) энергии и перераспределение между частями системы и др. Система дорожное покрытие – транспортное средство по признаку поведения энергоносителей является нестационарной неравновесной, т.к. количество энергоносителей в ней со временем изменяется, а сами энергоносители подвижны.

## Обзор литературы

В настоящее время решением проблемы диссипации энергии в системе дорожное покрытие – транспортное средство активно занимаются зарубежные научные коллективы. Цели, которые ставятся в научных публикациях, посвященных данной теме, можно условно разбить на три крупные группы. К первой, наиболее представительной, относятся исследования по установлению пределов зависимости коэффициента сцепления колеса с покрытием при различных температурах для обеспечения оптимального скоростного режима транспортного средства [1, 2], безопасности [3] и комфортности движения [4] как следствие экономии топлива [5]. Ко второй – исследования, позволяющие осуществить подбор материалов покрытия, обладающих заданными теплофизическими свойствами, способными смягчить тепловое поглощение и высокие температуры поверхности покрытия [6, 7] с целью поддержания вязкопластических свойств асфальтобетона для предотвращения образования как колеейности [8], так и трещин [9]. В третью группу входят исследования, результаты которых дадут возможность регулирования поверхностных радиационных свойств: смещение альbedo и излучаемости для управления температурным градиентом [10, 11] в зависимости от гидрогеологических и климатических условий региона [12] с учетом эффекта «городского острова тепла» (urban heat island effect) [13]. Это позволит развить сеть умных дорог с возможностью кумуляции энергии [14, 15].

В работе [16] авторы получили соотношение, позволяющее определить величину энергии, получаемую дорожным покрытием от контакта с транспортным потоком в течение суток. Развитие этого направления исследований кажется перспективным. Было бы важным для практического использования выполнить численную оценку таких характеристик системы дорожное покрытие – транспортное средство, как динамические силы, работа одиночного колеса над покрытием. Также актуальными являются получение аналитических зависимостей приращения внутренней энергии, энергии упругой деформации, рассеиваемой энергии и численный анализ этих зависимостей.

## Постановка задачи

Помимо вышеуказанных направлений, актуальными являются наблюдение и управление функциональным состоянием покрытия, а также прогнозирование межремонтного срока службы. Возможность учета энергетических изменений, происходящих в системе дорожное покрытие – транспортное средство, и установление закономерностей этих изменений позволит осуществить мониторинг состояния покрытия в любой момент времени, разработать и внедрить датчики учета изменений теплофизических свойств асфальтобетона с целью определения времени проведения ремонтных работ.

Таким образом, целью данной статьи является установление зависимостей между физико-механическими и теплофизическими параметрами системы дорожное покрытие – транспортное средство, а также рассмотрение процессов и закономерностей диссипации механической и тепловой энергии транспортного средства дорожным покрытием. На основании полученных результатов можно будет обосновать оптимальные массо-скоростные режимы транспортного потока, а также предложить алгоритм для определения межремонтного срока службы асфальтобетонного покрытия.

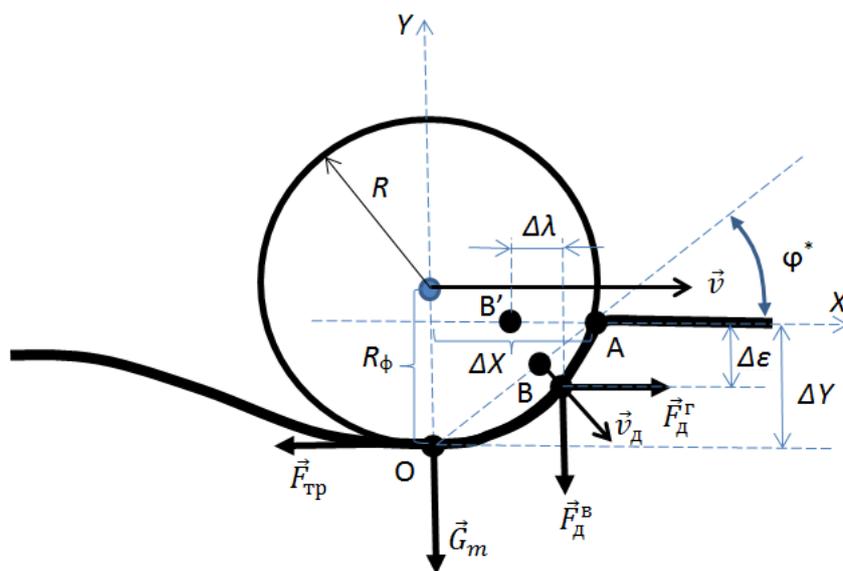
Для последующих работ перспективным является исследование рассматриваемой системы для обоснования направленного структурообразования и формирования заданных свойств материала дорожного покрытия наподобие метаматериала. Также целью дальнейших исследований может быть разработка нанодобавок и композитных составляющих с заданными свойствами, например, обеспечивающих высокое альbedo летом и низкое – зимой.

## Описание исследования

Для получения аналитических зависимостей, характеризующих энергетический баланс в системе дорожное покрытие – транспортное средство, рассмотрим ее силовые параметры. Составим расчетную схему (рис. 1) и охарактеризуем силы, действующие на покрытие со стороны транспортного средства:

- сила тяжести  $\vec{G}_m$  транспортного средства, движущегося со скоростью  $\vec{v}$ , в расчете на одно колесо радиуса  $R$ ;

- сила трения  $\vec{F}_{\text{тр}}$ , действующая со стороны ведущего колеса на дорожное покрытие и направленная по ходу движения (на ведомое колесо сила трения действует против хода движения);
- проекции  $\vec{F}_{\text{дг}}$  и  $\vec{F}_{\text{дв}}$  динамической силы на горизонталь и вертикаль соответственно;
- $R_{\phi}$  – расстояние от оси колеса до нижней контактной точки, чуть меньше радиуса колеса из-за его деформации под нагрузкой;
- абсолютная деформация покрытия  $\Delta Y$  в вертикальном направлении;
- область контакта  $\Delta X$  поверхностей колеса и дорожного полотна, отсчитываемая от проекции центра тяжести колеса на покрытие в направлении движения (динамический коэффициент сопротивления перекачиванию, называемый коэффициентом трения качения);
- деформации,  $\Delta \lambda$  – тангенциальная и  $\Delta \varepsilon$  – нормальная, имеют место только при движении транспортного средства, то есть являются динамическими деформациями.



**Рисунок 1. Расчетная схема (силы, действующие со стороны колеса на дорожное покрытие)**

Так как профиль эпюры напряжений, возникающих при деформации дорожного полотна при контакте с колесом, приближенно представляет собой треугольник, то будем считать, что линия действия динамической силы  $\vec{F}_{\text{д}}$  проходит через точку В («центр тяжести» динамической силы)

перпендикулярно отрезку АВ, причем  $AB = \frac{1}{3} OA$  [16].

Развивая полученные в работе [16] результаты и учитывая, что модули упругости при сжатии  $E$  и при сдвиге  $G$  связаны между собой через коэффициент Пуассона  $\mu$  как  $\frac{E}{G} = 2(1 + \mu)$ , для динамической скорости  $v_{\text{д}}$  получим следующее выражение:

$$v_{\text{д}} = \frac{2}{3} \frac{\Delta Y \sqrt{1 + \frac{2(1 + \mu)}{\sin^2 \varphi}}}{R_{\phi}} \cdot v, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – угол внутреннего трения материала дорожного покрытия:

$$\left( \operatorname{tg} \varphi^* = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{F_{\text{дг}}}{F_{\text{дв}}} = \frac{\sin \varphi}{1 + \mu} \right).$$

Кириллов А.М., Завьялов М.А. Моделирование процессов энергообмена в системе дорожное покрытие – транспортное средство

С учетом (1) формулы для сил приобретают вид:

$$F_{дв} = \frac{2 G_m \langle \Delta Y \rangle v^2}{9 g \Delta \varepsilon R_{\phi}^2} \left[ \frac{1 + \frac{\mu}{\sin^2 \varphi}}{1 + \frac{2 \sin^2 \varphi}{1 + \mu}} \right]; \quad F_{др} = \frac{2 G_m \langle \Delta Y \rangle v^2}{9 g \Delta \varepsilon R_{\phi}^2} \left[ \frac{1 + \frac{\mu}{\sin^2 \varphi}}{2 \sin \varphi + \frac{1 + \mu}{\sin \varphi}} \right], \quad (2)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

Полученные выражения (2) для сил позволяют определить работу  $A$ , производимую транспортом над дорожным покрытием. Ее, в свою очередь, можно разделить на две составляющие [16]:

$$A = A_{\tau} + A_n. \quad (3)$$

Это работа, производимая над дорожным покрытием горизонтальными силами,

$$A_{\tau} = q j \left[ F_{тр} \Delta X + F_{др} \Delta \lambda \right], \quad (4)$$

и работа, производимая вертикальными силами,

$$A_n = q j \left[ F_m \Delta Y + F_{дв} \Delta \varepsilon \right]. \quad (5)$$

В формулах (1)–(5) имеются в виду математические ожидания уже известных величин, а также:  $q$  – математическое ожидание суточной интенсивности транспортных средств ( $\text{сут}^{-1}$ ),  $j$  – математическое ожидание числа колесных осей расчетного транспортного средства.

С учетом того, что сила трения

$$F_{тр} = \left[ F_m + F_{дв} \right] f, \quad (6)$$

где  $f$  – математическое ожидание коэффициента сцепления, а также формул (4) и (5), выражение (3) приобретает вид:

$$A = q j \left\{ \Delta Y \left[ \left( F_m + F_{дв} \right) f \frac{1 + \mu}{\sin \varphi} + G_m \right] + \Delta \varepsilon \left[ F_{дв} + 2 F_{др} \sin \varphi \right] \right\}. \quad (7)$$

В выражении (7) можно выделить две части: деформационного характера  $A_{деф}$  и фрикционного –  $A_{тр}$  (работа сил трения). Соответствующие выражения имеют вид:

$$A_{деф} = q j \left\{ \Delta Y G_m + \Delta \varepsilon \left[ F_{дв} + 2 F_{др} \sin \varphi \right] \right\}, \quad (8)$$

$$A_{тр} = q j \left\{ \Delta Y \left( F_m + F_{дв} \right) f \frac{1 + \mu}{\sin \varphi} \right\}. \quad (9)$$

Полученные зависимости работы над покрытием со стороны транспорта позволяют оценить уровень энергии упругой деформации  $E_y$  дорожного покрытия и рассеиваемой энергии  $E_{рас}$ .

Энергию упругой деформации покрытия можно ориентировочно оценить по следующей формуле:

$$E_y = q j \left( \frac{E \langle \Delta Y \rangle}{2} + \frac{G \langle \Delta \lambda \rangle}{2} \right) h_{эф}, \quad (10)$$

где  $h_{эф}$  – некоторый эффективный линейный размер, который можно приблизительно принять равным толщине слоя покрытия.

С учетом отношения модулей упругости на сжатие и сдвиг выражение (10) можно записать в виде:

$$E_y = q j \frac{E}{2} \left( \Delta Y_{\text{с}} + \frac{2 \Delta \varepsilon_{\text{с}} \sin^2 \varphi}{1 + \mu} \right) h_{\text{эф}}. \quad (11)$$

Согласно закону сохранения энергии, рассеиваемая энергия

$$E_{\text{рас}} = A - E_y. \quad (12)$$

Очевидно, что часть рассеиваемой энергии  $\Delta E_{\text{рас}}$  уходит в окружающую среду. Сюда входит и энергия, уходящая в виде тепла, и энергия, уносимая колебательными (волновыми) процессами. Однако какая-то часть энергии превращается во внутреннюю энергию  $U_A$  дорожного покрытия. То есть

$$E_{\text{рас}} = U_A + \Delta E_{\text{рас}}. \quad (13)$$

Если предположить, что большая часть работы деформации  $A_{\text{деф}}$  превращается в энергию упругой деформации, и принять  $E_y \approx A_{\text{деф}}$ , то можно оценить эффективную толщину верхнего слоя асфальтобетонного покрытия с помощью выражения:

$$h_{\text{эф}} = \frac{\Delta Y G_m + \Delta \varepsilon F_{\text{дв}} + 2 F_{\text{др}} \sin \varphi}{\frac{E}{2} \left( \Delta Y_{\text{с}} + \frac{2 \Delta \varepsilon_{\text{с}} \sin^2 \varphi}{1 + \mu} \right)}. \quad (14)$$

Внутренняя энергия дорожного покрытия прирастает не только за счет совершения над ней работы движущимся транспортом, но также и за счет теплообмена с транспортным средством  $U_Q$ . Тогда согласно первому закону термодинамики общее приращение внутренней энергии дорожного полотна будет равно:

$$U = U_A + U_Q. \quad (15)$$

Теплообмен включает в себя процесс теплопроводности через контакт колес и дорожного полотна  $U_T$  и процесс передачи энергии от транспортного средства полотну за счет теплового излучения  $U_{\text{и}}$ :

$$U_Q = U_T + U_{\text{и}}. \quad (16)$$

Оценим вклад излучения в прирост внутренней энергии. Согласно закону Стефана – Больцмана можно записать:

$$U_{\text{и}} = q r (T_{\text{т}}^4 - T_{\text{д}}^4) S \cdot t_{\text{т}}, \quad (17)$$

где постоянная Стефана – Больцмана  $r = 5.67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);  $T_{\text{т}}$  и  $T_{\text{д}}$  – математические ожидания термодинамических температур транспорта и поверхности дороги;  $S$  – площадь поверхности дороги, поглощающей излучение;  $t_{\text{т}}$  – время прохождения транспортного средства над участком дороги.

Нахождение прироста внутренней энергии за счет теплопроводности в данной работе проводить не будем по двум причинам: во-первых, с точки зрения математики это очень непростая задача, требующая решения уравнения теплопроводности (дифференциальное уравнение в частных производных); во-вторых, теплопроводность – процесс инерционный, и можно предположить, что при тех временах контакта колес транспортного средства, которые имеют место на перегонных участках дорог, вклад этого механизма теплопередачи в общий теплообмен будет относительно невелик. Решение данной задачи может быть проведено в дальнейших исследованиях.

Немаловажную роль в тепловых процессах, происходящих в дорожной конструкции и, в особенности, в ее верхнем слое, играет солнечное излучение. Известно, например, что в городе Кириллов А.М., Завьялов М.А. Моделирование процессов энергообмена в системе дорожное покрытие – транспортное средство

Сочи суточное значение энергии (усредненное за год), падающей на  $1 \text{ м}^2$  площади земной поверхности, равно  $4 \text{ кВт}\cdot\text{ч}/\text{м}^2$ . В этом случае значение энергии, приходящейся на площадь, равную площади колесного пятна транспортного средства ( $\sim 0,025 \text{ м}^2$ ), составит  $360 \text{ кДж}$ . Если сравнить полученное значение энергии солнечной радиации с «транспортным» вкладом в энергетический баланс, то можно видеть, что оно существенно превышает величину энергии, получаемой дорожным покрытием от транспорта. Однако здесь, конечно, необходимо учитывать, что не вся солнечная энергия поглощается покрытием, значительная ее часть отражается. Согласно [17] солнечная абсорбция для асфальтобетонного покрытия составляет порядка 90 %. Тогда поглощаемая солнечная энергия будет равна  $360 \cdot 0.9 = 324 \text{ кДж}$ , что, впрочем, все равно является значительно превышающей «транспортный вклад» величиной. Яркостью (отражающей способностью) дорожного покрытия можно управлять: например, увеличивать ее, применяя осветляющие материалы, вводимые в асфальтобетонную смесь [18].

Следует отметить, что изменение энергетических критериев нужно рассматривать в совокупности с механическими свойствами материала. Величиной, характеризующей упругопластические свойства, служит коэффициент пластичности, и исследование характера его поведения позволит определить критерии условий эксплуатации покрытия. Коэффициент пластичности определяется через деформационные зависимости, однако полученные выше энергетические зависимости позволяют оценить коэффициент пластичности, минуя исследования характера деформационных процессов, так как энергетические величины уже интегрально учитывают эти процессы.

По определению коэффициент пластичности  $\xi$  представляет собой отношение полного прогиба дорожного покрытия  $\varepsilon$  к его упругой составляющей  $\varepsilon_y$ :

$$\xi = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_y}. \quad (18)$$

Если пренебречь рассеянием энергии и считать, что вся совершенная транспортным средством над покрытием работа идет только на упругие и пластические деформации, а энергия пропорциональна квадрату смещения, то минимальное значение коэффициента пластичности можно приблизительно оценить как

$$\xi_{\min} = \sqrt{\frac{A}{E_y}}. \quad (19)$$

Также связь между теплофизическими и механическими свойствами можно выразить через корреляцию теплоемкости  $C$  с модулем упругости  $E$ .

В работе [19] исходя из соотношений между термодинамическими потенциалами (свободная энергия Гельмгольца, потенциал Гиббса и др.) была установлена связь между теплоемкостью и модулем упругости материала. Эта связь показывает, что модуль упругости зависит от температуры материала, и учитывает изменение теплоемкости материала за некоторый рассматриваемый промежуток времени. Однако очевидно, что теплоемкость зависит также и от плотности материала, а она, как известно, меняется в процессе эксплуатации покрытия.

На функциональном уровне связь между модулем упругости, плотностью и теплоемкостью материала можно установить следующим образом. В адиабатическом приближении можно записать пропорцию:

$$C m dT \sim p dV. \quad (20)$$

Из (20) следует:

$$C \sim \frac{p dV}{m dT} = \frac{E \varepsilon \frac{dV}{dT}}{\rho V}, \quad (21)$$

где  $\varepsilon$  – относительная деформация покрытия,  $\rho$  – плотность материала покрытия.

Отношение  $\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dT}$ , входящее в (21), имеет смысл коэффициента температурного расширения  $\alpha$ . Тогда выражение (21) можно представить в виде:

$$C \sim \frac{E \varepsilon \alpha}{\rho}. \quad (22)$$

Соотношение (22) верно объясняет корреляцию плотности материала  $\rho$  и его теплоемкости  $C$ , поскольку известно, что за время эксплуатации асфальтобетонного дорожного покрытия его плотность уменьшается, а теплоемкость, наоборот, растет [20]. Однако корреляцию между модулем упругости  $E$  и теплоемкостью  $C$  соотношение (22) не отражает, так как с течением времени модуль упругости уменьшается, в отличие от теплоемкости.

Решить эту проблему на качественном уровне можно с помощью пропорции

$$C m dT \sim \frac{\sigma^2}{2E}. \quad (23)$$

Правая часть (23) представляет собой удельную (рассчитанную на единицу объема) потенциальную энергию упругой деформации, где  $\sigma$  – нормальное напряжение.

Из (23) можно сделать вывод, что при уменьшении модуля упругости  $E$  теплоемкость  $C$  будет расти. Такая корреляция между указанными величинами в действительности имеет место при эксплуатации асфальтобетонного дорожного покрытия.

Рост теплоемкости асфальтобетонного дорожного покрытия в основной период эксплуатации связан со многими факторами, в том числе и со старением битумного вяжущего. Распад межмолекулярных связей, распад «длинных» молекул на более «короткие» приводит к уменьшению молярной массы  $M$  асфальтобетона. Удельная теплоемкость твердого тела

$$C = \frac{3R}{M}, \quad (24)$$

где  $R = 8.31$  Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Если представить асфальтобетон как смесь двух веществ – минерала и битума – с молярными массами  $M_1$  и  $M_2$ , то его молярная масса будет определяться выражением:

$$M = \frac{(1+k) M_1 M_2}{k M_1 + M_2}, \quad (25)$$

где  $k = m_2/m_1$  – отношение масс соответствующих компонент в смеси.

Если предположить, что скорость распада связей и молекул в битумном вяжущем пропорциональна их числу, то молярная масса битума будет убывать по экспоненциальному закону:

$$M_2 = M_{20} e^{-\frac{t}{t^*}}, \quad (26)$$

где  $M_{20}$  – начальная молярная масса «молодого» битума,  $t^*$  – постоянная времени, то есть промежуток времени, в течение которого молярная масса уменьшается в  $e$  раз.

Зависимость (24) с учетом (25), (26) позволяет установить характер изменения теплоемкости асфальтобетона во времени.

### Численный анализ

Для численной оценки и анализа рассмотренных выше величин необходимо задать исходные параметры, характеризующие асфальтобетонное покрытие, транспортное средство и эксплуатационные режимы работы системы дорожное покрытие – транспортное средство. Выберем следующие значения исходных параметров: коэффициент Пуассона  $\mu = 0,1$ ; синус угла внутреннего трения материала дорожного покрытия  $\sin \varphi = 0,65$ ; динамический радиус колеса

Кириллов А.М., Завьялов М.А. Моделирование процессов энергообмена в системе дорожное покрытие – транспортное средство

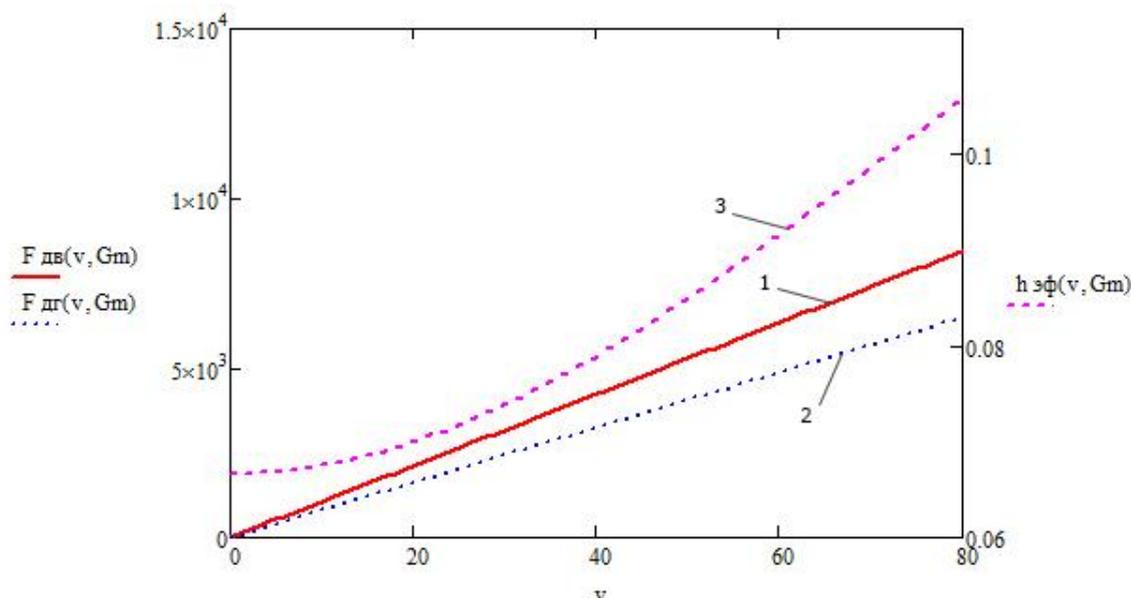
$R_{\phi} = 40$  см; коэффициент сцепления  $f = 0,5$ ; модуль упругости  $E = 1000$  МПа; суточная интенсивность движения транспортных средств  $q = 5000$  авт./сут.; математические ожидания термодинамических температур транспорта и поверхности дороги, соответственно,  $T_T = 300$  К,  $T_d = 280$  К; площадь поверхности дороги, поглощающей излучение,  $S = 0,25$  м<sup>2</sup>; время прохождения транспортного средства над участком дороги  $t_t = 0,5$  с; число колесных осей расчетного транспортного средства  $j = 2,5$ ; коэффициент пропорциональности между силами ( $G_m$ ,  $F_{дв}$  и  $F_{дг}$ ) и деформациями ( $\Delta Y$  и  $\Delta \epsilon$ ) –  $4 \cdot 10^7$  Н/м.

Значения рассчитанных величин приведены в таблице для скорости движения  $v = 20$  м/с и веса, приходящегося на одно колесо транспортного средства,  $G_m = 10$  кН.

**Таблица. Механико-энергетические показатели системы дорожное покрытие – транспортное средство**

Показатель	Значение
Горизонтальная составляющая динамической силы	$F_{дг} = 1,6$ кН
Вертикальная составляющая динамической силы	$F_{дв} = 2,1$ кН
Работа, производимая одиночным расчетным колесом над дорожным покрытием	$A_1 = 6,3$ Дж
Деформационная составляющая работы одиночного колеса	$A_{деф1} = 3,2$ Дж
Фрикционная составляющая работы одиночного колеса	$A_{тр1} = 3,1$ Дж
Суточная работа, производимая над дорожным покрытием	$A = 78,7$ кДж
Приращение внутренней энергии покрытия за счет теплового излучения в процессе передачи энергии от транспортного средства	$U_i = 71$ кДж
Суточная деформационная работа (энергия упругой деформации)	$A_{деф} = 40,3$ кДж $E_v \approx 40,3$ кДж
Суточная фрикционная работа (рассеиваемая энергия)	$A_{тр} = 38,4$ кДж $E_{рас} \approx 38,4$ кДж

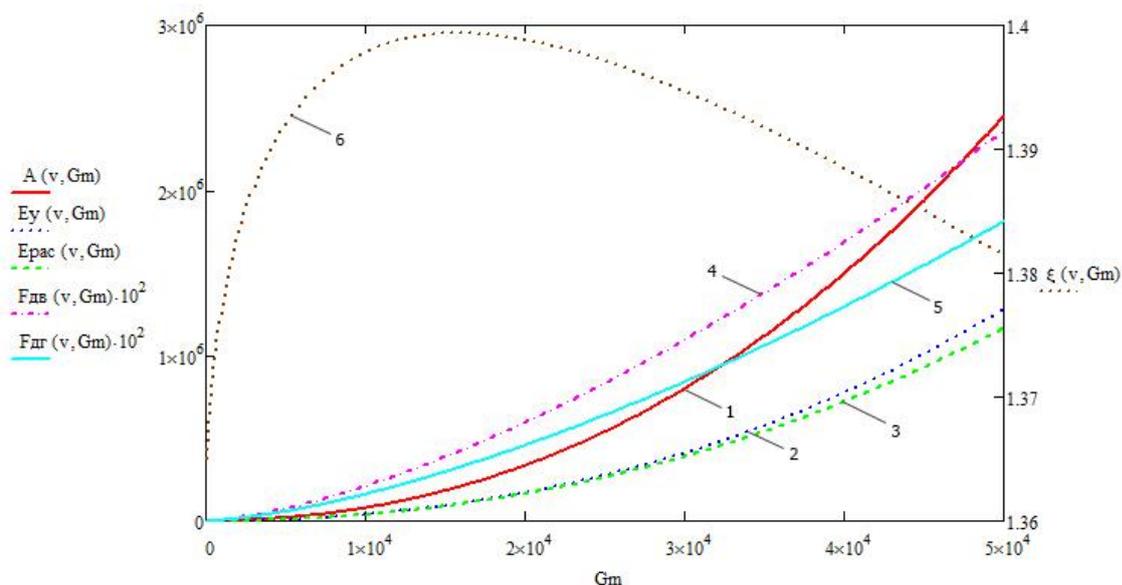
Значения в таблице получены при наиболее вероятных значениях скорости и массы транспортного средства. В реальном режиме эксплуатации дорожного покрытия эти характеристики могут варьироваться в достаточно широких пределах; для оценки их влияния на механико-энергетические показатели исследуемой системы построим графики зависимостей указанных величин. Анализ графической интерпретации полученных зависимостей может позволить найти оптимальные эксплуатационные режимы дорожного покрытия.



**Рисунок 2. Зависимости вертикальной  $F_{дв}$ , Н (1) и горизонтальной  $F_{дг}$ , Н (2) компонент динамической силы ( $G_m = 10$  кН на колесо) и эффективной толщины  $h_{эф}$ , м, (3) дорожного покрытия от скорости  $v$ , м/с, движения транспортного средства**

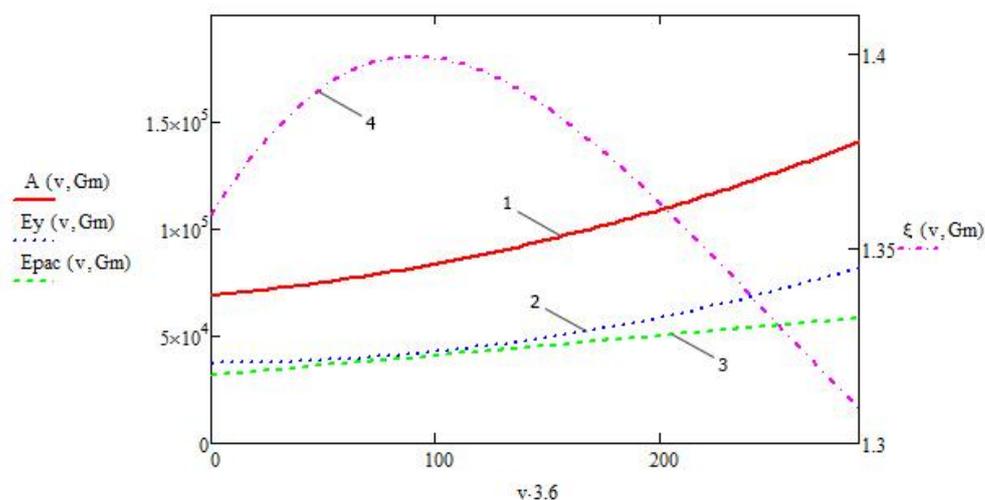
Из построенных выше зависимостей (рис. 2) видно, что динамическая сила линейно зависит от скорости и при скоростях до 150 км/ч не превышает 50 % от веса транспортного средства.

Кириллов А.М., Завьялов М.А. Моделирование процессов энергообмена в системе дорожное покрытие – транспортное средство



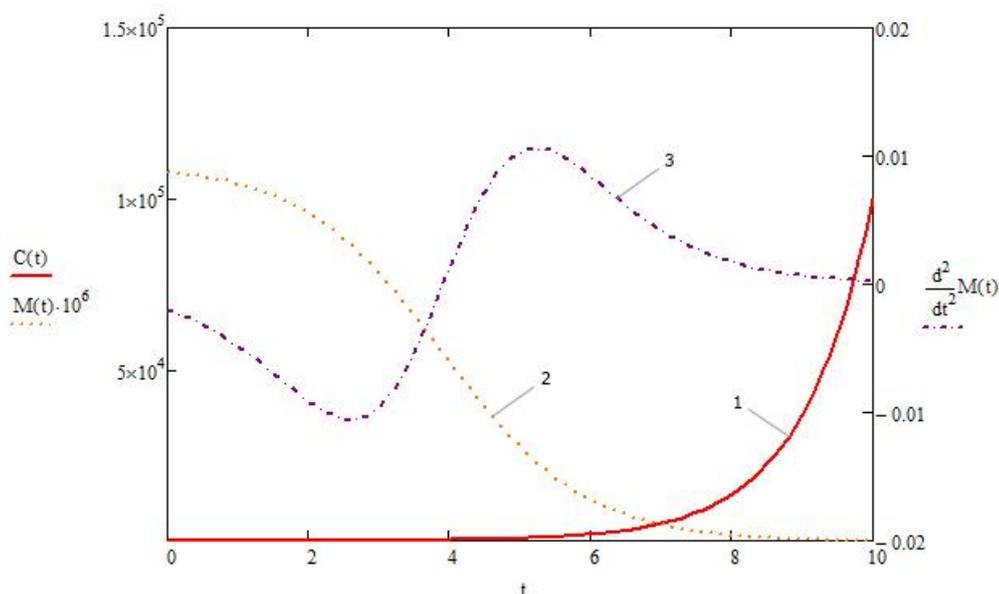
**Рисунок 3. Зависимости работы  $A$ , Н·м, (1) совершаемой транспортом над дорожным покрытием, энергии упругой деформации  $E_y$ , Н·м, дорожного покрытия (2), рассеиваемой энергии  $E_{рас}$ , Н·м (3), вертикальной  $F_{дв}$ , Н, (4) и горизонтальной  $F_{др}$ , Н, (5) компонент динамической силы, а также коэффициента пластичности  $\xi$  (6) дорожного покрытия от веса транспортного средства ( $t = 1$  сут.,  $v = 20$  м/с,  $q = 5000$  авт./сут.)**

Построенные выше зависимости  $A$ ,  $E_y$ ,  $E_{рас}$  от веса транспортного средства имеют параболический характер (с показателем степени, равным 2). На рисунке 3 видно, что коэффициент пластичности  $\xi$  дорожного покрытия достигает максимального значения при некотором значении веса (для рассматриваемого случая  $\sim 15$  кН на одно колесо), а далее убывает, асимптотически стремясь к единице. На дополнительно построенном графике коэффициент пластичности (рис. 4) также имеет максимальное значение при некоторой скорости (для рассмотренного случая  $\sim 100$  км/ч), а далее убывает, асимптотически стремясь к единице. Анализ зависимостей вертикальной  $F_{дв}$  и горизонтальной  $F_{др}$  компонент динамической силы, действующей со стороны транспортного средства на дорожное покрытие, от веса транспортного средства показывает, что они носят нелинейный характер (анализ соответствующих выражений показывает, что это зависимости степени  $3/2$ , то есть  $F_{дв}, F_{др} \sim G_m^{3/2}$ ). Динамическая сила при реальных весах транспортных средств не превышает 50 % от веса.



**Рисунок 4. Зависимости работы  $A$ , Н·м (1), совершаемой транспортом над дорожным покрытием, энергии упругой деформации  $E_y$ , Н·м, дорожного покрытия (2), рассеиваемой энергии  $E_{рас}$ , Н·м (3), коэффициента пластичности  $\xi$  (4) дорожного покрытия от скорости (км/ч) транспортного средства ( $t = 1$  сут.,  $G_m = 10$  кН,  $q = 5000$  авт./сут.)**

Анализ зависимостей на рисунке 4 показывает, что рассеиваемая энергия на всем интервале скоростей меньше энергии упругой деформации. Однако в интервале скоростей от нуля до 150 км/ч, то есть в обычном режиме эксплуатации дороги, энергия упругой деформации и рассеиваемая энергия имеют близкие значения.



**Рисунок 5. График зависимости удельной теплоемкости  $C$  асфальтобетона (1), Дж/(кг·К), молярной массы  $M$  асфальтобетона (2), г/моль, и второй производной  $M$  от времени  $t$  (3), годы**

В расчете теплоемкости асфальтобетона (рис. 5) использованы следующие данные:  $M_1 = 100$  г/моль,  $M_{20} = 500$  г/моль,  $k = 0,1$ ,  $t^* = 1$  год. Используя условие равенства второй производной нулю выражения (25) с учетом (26), находим точки перегиба и значение

$$t = t^* \cdot \ln\left(\frac{M_{20}}{k M_1}\right) \approx 3.9 \text{ года, которое можно интерпретировать как эксплуатационное время}$$

дорожного асфальтобетонного покрытия до момента проведения ремонтных работ.

## Выводы

Оценка уровней вклада в прирост внутренней энергии дорожного покрытия за счет работы, совершаемой над покрытием движущимся транспортом, и за счет теплового излучения позволяет сделать вывод об их равноценности. Однако здесь следует различать значение вклада во внутреннюю энергию. Вклад теплообмена в большей степени идет на повышение температуры покрытия, которая будет, таким образом, выше, чем температура окружающей среды. А вклад работы обуславливает реструктуризацию, деструкцию покрытия.

Анализ зависимостей коэффициента пластичности покрытия от скорости и веса транспортного средства показывает, что максимальная пластичность в некоторых интервалах скоростей и весов транспорта может служить критерием рекомендуемого режима эксплуатации дороги. Численные значения границ оптимальных интервалов зависят от параметров дорожного покрытия, например, модуля упругости, угла внутреннего трения, коэффициента Пуассона и др.

Разработан алгоритм, позволяющий определить момент начала катастрофического уменьшения молярной массы асфальтобетона в покрытии. Интервал времени от ввода покрытия в эксплуатацию до полученного момента можно интерпретировать как межремонтный срок службы дорожного покрытия.

## Литература

1. Chupin O., Piau J.M., Chabot A. Effect of bituminous pavement structures on the rolling resistance // Proc., 11th Int. Conf. on Asphalt Pavements. 2010. Pp. 73–82.
2. Louhghalam A., Akbarian M., Ulm F. J. Flügge's conjecture: dissipation-versus deflection-induced pavement–vehicle interactions // Journal of Engineering Mechanics. 2013. Vol. 140. No. 8. Pp. 171–179.
3. Anupam K. [et al.] Influence of Temperature on tire-pavement friction // Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board. 2013. Vol. 2369. No. 1. Pp. 114–124.
4. Lu T., Thom N. H., Parry T. Numerical simulation of the influence of pavement stiffness on energy dissipation // Computing in Civil and Building Engineering, Proceedings of the International Conference. 2010. Vol. 30. Pp. 483.
5. Pouget S. [et al.] Viscous energy dissipation in asphalt pavement structures and implication for vehicle fuel consumption // Journal of Materials in Civil Engineering. 2011. Vol. 24. No. 5. Pp. 568–576.
6. Gui J. [et al.] Impact of pavement thermophysical properties on surface temperatures // Journal of Materials in Civil Engineering. 2007. Vol. 19. No. 8. Pp. 683–690.
7. Feng D. [et al.] Impact of asphalt pavement thermophysical property on temperature field and sensitivity analysis // Journal of Highway and Transportation Research and Development. 2011. Vol. 11. Pp. 12–19.
8. Hansson J., Lenngren C. A. Using deflection energy dissipation for predicting rutting // 10th International Conference on Asphalt Pavements – August 12 To 17, 2006, Quebec City, Canada. 2006. Pp. 112–123.
9. Zhang Q., Lu Y., Jia X. The Deformation characteristics of asphalt mixture based on dissipation energy // International Conference on Transportation Engineering 2009. ASCE, 2009. Pp. 1250–1255.
10. Graczyk M. [et al.] Analytical solution for the heat propagation with infinite speed in the multilayer pavement system // ARRB Conference, 26th, 2014, Sydney, New South Wales, Australia. 2014. No. 6.1.
11. Marc P., Belc F., Lucaci G. Modeling road pavements taking into consideration the thermo-physical characteristics of the layers // Energy and Clean Technologies, Proceedings of the 13th International Multidisciplinary Scientific Geoconference, SGEM. 2013. Pp. 709–716.
12. Hall M.R. [et al.] Influence of the thermophysical properties of pavement materials on the evolution of temperature depth profiles in different climatic regions // Journal of Materials in Civil Engineering. 2011. Vol. 24. No. 1. Pp. 32–47.
13. Chen B.L., Bhowmick S., Mallick R.B. A laboratory study on reduction of the heat island effect of asphalt pavements // Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists. 2009. Vol. 78. Pp. 209–248.
14. Mallick R.B. [et al.] Capturing solar energy from asphalt pavements // International symposium on asphalt pavements and environment, international society for asphalt pavements, Zurich, Switzerland. 2008. Pp. 161–172.
15. Loomans M. [et al.] Design tool for the thermal energy potential of asphalt pavements // Eighth International IBPSA Conference, Eindhoven, Netherlands. 2003. Pp. 745–752.
16. Завьялов М.А., Завьялов А.М. Энергетический баланс дорожного покрытия // Известия вузов. Строительство. 2005. №6. С. 61–64.
17. Кирюхин Г.Н. Температурные режимы работы асфальтобетонных покрытий автомобильных дорог // Дороги и мосты. 2013. 2(30). С. 309–328.
18. Степанов А.В., Корягин О.Г. Осветленные асфальтобетонные покрытия и возможности энергосбережения в наружном освещении // Энергосбережение. 2001. №2. С. 10–11.
19. Завьялов М.А., Завьялов А.М. Математическая модель изменения объемной теплоемкости дорожной одежды с асфальтобетонными покрытиями в процессе эксплуатации // Омский научный вестник. 2006. №1. С. 51–52.
20. Завьялов М.А., Завьялов А.М. Теплоемкость асфальтобетона // Строительные материалы. 2009. №7. С. 6–9.

*Андрей Михайлович Кириллов, г. Сочи, Россия  
+7(918)1302257; эл. почта: kirill806@gmail.com*

*Михаил Александрович Завьялов, г. Сочи, Россия  
+79676468875; эл. почта: zavyalov.m.a@gmail.com*

© Кириллов А.М., Завьялов М.А., 2015

doi: 10.5862/MCE.57.4

## Расчет дорожных одежд по критериям ровности. Часть 1. Обоснование норм ровности асфальтобетонных покрытий

*Аспирант В.Н. Герцог,  
канд. техн. наук, доцент Г.В. Долгих,  
канд. техн. наук, доцент Н.В. Кузин,  
Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия*

**Аннотация.** В статье выполнен обзор и анализ работ, направленных на поиск эмпирических зависимостей, связывающих показатели продольной и поперечной ровности с параметрами деформируемости дорожных конструкций и ее отдельных элементов. В рамках этого анализа приведены данные натурных экспериментов и лабораторных исследований деформируемости материалов трехосным сжатием многократно прикладываемой нагрузкой.

Выполнен анализ методов расчетов деформаций, базирующихся на реологических моделях, в том числе теории наследственной ползучести. Приведены результаты работ по обоснованию допускаемых и предельных неровностей, формирующихся в продольном и поперечном направлении.

Предложен новый способ расчета допускаемой глубины неровности, учитывающий характеристики транспортного средства, в том числе время контактного взаимодействия колеса с покрытием, зависящее от скорости движения автомобиля. Предложенный способ расчета предельных величин неровностей позволяет обеспечить требуемый уровень потребительских свойств (скорость и безопасность движения) на протяжении всего срока службы дорожной конструкции.

**Ключевые слова:** ровность; глубина неровности; глубина колеи; время контактного взаимодействия шины и покрытия

### *Введение*

От показателей ровности покрытий дорожных одежд зависят потребительские свойства дороги: скорость и безопасность движения. Действующие нормативные документы не регламентируют расчет дорожных одежд по критериям продольной и поперечной ровности. Этот недостаток в некоторой степени компенсируется расчетом по сопротивлению сдвигу в грунте земляного полотна и в песчаном дополнительном слое основания дорожной одежды. Отметим, что обеспечение сопротивления сдвигу не гарантирует отсутствие деформаций уплотнения грунтов и дискретных материалов, которые носят пластический характер и влияют на ровность. Расчеты по сопротивлению сдвигу гарантируют, что в рассчитываемом элементе конструкции не возникнут касательные напряжения, превышающие предельные значения по условию пластичности, положенному в основу расчета, но при этом возможно возникновение определенных пластических деформаций сдвига. Также отметим, что при относительно высоких температурах асфальтобетона и толщине покрытия в нем наряду с напряжениями и деформациями от изгиба возникают вертикальные нормальные напряжения и соответствующие им деформации сжатия. Этот вывод подтверждают специалисты РГСУ [1, 2] и СибАДИ [3–5].

Из этого становится очевидной необходимость дополнения расчетов дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу методами их проектирования по критериям ровности. Поэтому работы, направленные на разработку таких способов расчета и обоснование норм ровности покрытий, являются актуальными для дорожной отрасли.

### *Обзор литературы*

Ровность покрытий нежестких дорожных одежд на стадии их проектирования можно обеспечивать расчетом по двум принципиально разным критериям сопротивления:

- сдвигу в грунте земляного полотна и слое основания дорожной одежды из дискретных материалов;
- развитию пластических деформаций, обуславливающих величину неровностей.

Таким образом, задача проектирования дорожных одежд с требуемой ровностью покрытий сводится к их проектированию по двум предельным состояниям. Методы расчета по сопротивлению сдвигу можно разделить на три группы.

1. Основанные на применении модели линейно деформируемого полупространства. К ним относят решение Н.П. Пузыревского, допускающее возникновение предельного состояния в крайних точках фундамента, а также решения Н.Н. Маслова, И.В. Яропольского и др., допускающие развитие неустойчивых областей определенной глубины в грунтовом полупространстве. К этой же группе относятся и методы расчета грунтов земляного полотна, разработанные специалистами дорожной отрасли [6–10].

2. Базирующиеся на применении криволинейных поверхностей скольжения, которые применяются в практике расчета оснований фундаментов и откосов грунтовых сооружений, в том числе насыпей и выемок земляного полотна. Основы этого направления заложены В.Феллениусом, предложившим считать, что сдвиг грунта происходит по поверхности круглоцилиндрического очертания [11].

3. Полученные в рамках теории предельного равновесия грунта и предназначенные для расчета грунтовых оснований различных фундаментов [12–18].

Несмотря на глубокую проработку вопросов проектирования земляных сооружений по сопротивлению сдвигу, основная масса работ специалистов дорожной отрасли выполнена в области совершенствования расчета дорожных конструкций по критериям ровности и прогнозированию пластического деформирования. К таким работам относятся исследования, выполненные:

- в Московском государственном автомобильно-дорожном университете (МАДИ-ТУ) под руководством проф. Ю.М. Яковлева (кандидатские диссертации З.А. Мевлетдинова [19], М.Г. Горячева [20]) и проф. М.С. Коганзона (кандидатские диссертации А.В. Эдельмана [21], С.Ю. Каныгиной [22], В.Б. Фадеева [23], Е.В. Жустаревой [24]);
- в Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии под руководством проф. А.В. Смирнова (кандидатские диссертации А.С. Александрова [25], Н.В. Кузина [26]);
- в СоюздорНИИ под руководством проф. В.Д. Казарновского (кандидатская диссертация А.С. Пилипенко [27]);
- в Ростовском государственном строительном университете (докторская диссертация В.П. Матуа [28] и кандидатская диссертация Д.В. Чирва [29]).

В общем виде критерий расчета записывают в виде условий [19–29]

$$h_{\phi} \leq h_{\text{пр}}; \quad S_{\phi} \leq S_{\text{пр}}, \quad (1)$$

где  $h_{\phi}$  – глубина неровности, формирующейся в продольном или поперечном направлении, мм;  $h_{\text{пр}}$  – предельное значение глубины неровности, мм;  $S_{\phi}$  и  $S_{\text{пр}}$  – фактическое и предельное значение остаточной деформации, мм.

Условия (1) представляют собой сравнения разных параметров. Согласно первому условию фактическая глубина неровности, формирующейся в продольном или поперечном направлении, не должна превышать ее предельное значение. Второе условие требует, чтобы остаточная деформация, накапливаемая дорожной конструкцией, не превышала ее предельного значения. В работе [30] показано, что эти условия можно связать, представив глубину неровности разностью остаточных деформаций, накапливаемых в расчетной точке и в точке, в которой эта деформация имеет минимальное значение. Тогда критерий расчета принимает вид [30]:

$$S_{\phi\text{max}} - S_{\phi\text{min}} \leq h_{\text{пр}}. \quad (2)$$

Разработке методов расчета остаточных деформаций посвящено много работ. Отметим, что в некоторых из них предпринимаются попытки классифицировать разработанные методы [31–33]. Общим недостатком этих методов является то, что остаточная деформация рассчитывается либо в грунте земляного полотна и слоях дорожной одежды из дискретных материалов, либо в слоях из монолитных материалов (асфальтобетон и т.п.). Переход от этих деформаций к деформации, накапливаемой на поверхности покрытия, выполняется путем ввода коэффициентов, определяемых опытным путем. Для этого при ремонтах и реконструкциях дорог в местах их пересечения с различными коммуникациями, требующими переустройства, отрываются траншеи, в которых полностью виден поперечный профиль дорожной конструкции. В таких разрезах

выполняют измерение смещений поверхностей слоев и определяют вклад пластического перемещения поверхности слоя в общую глубину неровности.

По мнению авторов, рациональнее использовать эмпирические методики, основанные на экспериментальных данных [34]. Появление и развитие эмпирических методов расчета принято связывать с экспериментами, выполненными специалистами США на тестовых дорогах, по которым пропускали тяжелый транспорт и вели учет движения. Первый подобный эксперимент был поставлен в 1951 г. специалистами WASHO в г. Малад штата Айдахо [35, 36]. После реорганизации WASHO в AASHO<sup>1</sup> в 1958–1960 гг. были проведены аналогичные испытания дорог г. Оттава штата Иллинойс [37]. Эти испытания дали большой толчок для развития методов проектирования дорожных конструкций. Исследования возглавил В.Н. Кэри-младший, а данные о работоспособности дорожных конструкций были тщательно задокументированы и заархивированы для возможности последующего доступа и анализа. В это же время аналогичные испытания были проведены в Великобритании [38].

С момента проведения эксперимента по испытанию дорожных одежд потоком транспортных нагрузок, поставленного специалистами AASHTO, прошло достаточно много времени, но эмпирические методы расчета конструкций во многих штатах США применяются до сих пор. Для совершенствования этих методов разрабатывается новое оборудование, способное имитировать воздействие современных транспортных средств. Эмпирические методы проектирования приобрели популярность во всем мире, а в экспериментальных исследованиях работоспособности дорожных одежд возникла острая необходимость. В связи с этим разработана и принята международная программа полномасштабных ускоренных испытаний покрытий (*full-scale accelerated pavement testing, сокращенно «f-sAPT»*).

В рамках программы запланированы и частично выполнены испытания дорожных конструкций в Австралии, Бразилии, Германии, Голландии, Китае, США (штаты Виргиния, Дакота, Индиана, Калифорния, Канзас, Луизиана, Миннесота, Флорида), Швеции, ЮАР, Японии. Безусловно, экспериментальные данные, полученные в рамках этой программы, уникальны и могут быть использованы во многих странах мира.

Математические модели, созданные за рубежом, связывают глубину неровности с параметрами нагрузки и материала [39]. Глубина неровностей, формирующихся на поверхности покрытий в результате транспортных нагрузок, определяется экспериментально при помощи передвижных или стационарных имитаторов.

Ранее в СССР были кольцевые стенды для испытаний дорожных одежд тяжелой нагрузкой. Один из лучших таких стендов был построен в г. Омске на базе Омского филиала СоюздорНИИ и применен для исследования процесса упругопластического деформирования в диссертациях А.В. Смирнова [40] и В.Н. Кускова [41]. После распада СССР в 90-х гг. XX в. оборудование было демонтировано, а стенд перестроен в автостоянку. За рубежом отношение к испытательным стендам иное: так, австралийский аналог омского оборудования – кольцевой стенд в г. Крайстчер, применявшийся в исследованиях 1969–1983 гг., – подвергся реконструкции и в новом исполнении используется с 1986 г. до настоящего времени.

В связи с этим в настоящее время имеется возможность анализа данных только зарубежных исследований. Эти данные можно использовать для математического моделирования процесса изменения ровности покрытий дорожных одежд. Работы специалистов РФ можно применять для определения предельной глубины неровностей.

### *Постановка цели и задач*

Выполненный анализ работ предшественников позволяет авторам сформулировать цель публикации и поставить задачи, решение которых необходимо для ее достижения.

Цель работы состоит в математическом обосновании норм ровности асфальтобетонных покрытий автомобильных дорог.

<sup>1</sup> В настоящее время реорганизована в AASHTO

Герцог В.Н., Долгих Г.В., Кузин Н.В. Расчет дорожных одежд по критериям ровности. Часть 1. Обоснование норм ровности асфальтобетонных покрытий

Задачи:

- 1) разработать математическую модель расчета предельной глубины продольных неровностей;
- 2) выполнить обоснование предельной глубины колеи на асфальтобетонном покрытии из условий обеспечения прочности дорожной конструкции скорости и безопасности движения.

### Описание исследования

В первых работах глубину колеи  $h_k$  связывали с числом проходов нагрузки, температурой асфальтобетонного покрытия и рядом параметров математической модели. В общем виде такие математические модели [34, 42, 43] можно представить формулой

$$h_k = a \cdot N^b \cdot T^Q, \quad (3)$$

где  $N$  – число приложенных нагрузок, ед.;  $T$  – температура асфальтобетона;  $a$ ,  $b$  и  $Q$  – параметры модели, являющиеся параметрами напряженного состояния (коэффициент  $b$  зависит от величины, возникающих напряжений) и материала (коэффициенты  $a$  и  $Q$  зависят от вида асфальтобетона).

Последующие эксперименты, выполненные Л. Саном и соавт. [34, 44], показали, что параметр  $b$  модели (3) является мерой напряженного состояния, определяемой степенной функцией отношения касательных напряжений в асфальтобетоне  $\tau$  к их предельному значению  $\tau_{пр}$ , то есть прочности на сдвиг:

$$b = \left( \frac{\tau}{\tau_{пр}} \right)^c, \quad (4)$$

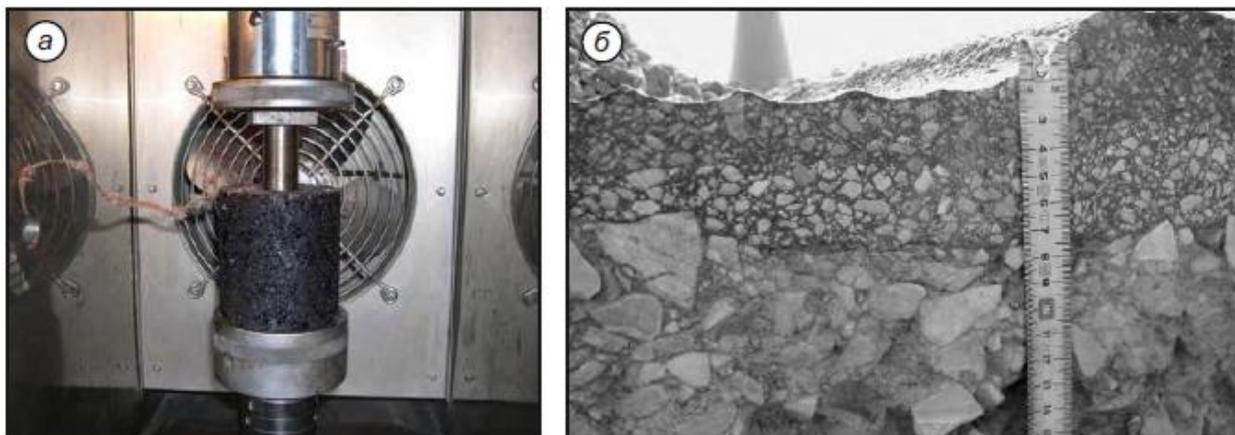
где  $c$  – параметр модели, зависящий от вида асфальтобетона.

Дальнейшим развитием модели (3) стал учет влияния на глубину колеи скорости движения транспортного средства [39], который достигнут применением принципа эквивалентности Пела – Тейлора [45]. В результате этого зависимость (3) с учетом (4) приобрела вид [39]:

$$h_k = a \cdot \left( \frac{\vartheta_{\phi}}{\vartheta_{HVS}} \cdot N \right) \left( \frac{\tau}{\tau_{пр}} \right)^c \cdot T^Q, \quad (5)$$

где  $\vartheta_{\phi}$  и  $\vartheta_{HVS}$  – фактическая скорость движения транспортного средства и скорость имитатора нагрузки при испытании.

Прочность на сдвиг определяется статическими испытаниями путем вдавливания металлического плунжера в образец асфальтобетона (рис. 1, а). Прочность на сдвиг вычисляется произведением максимальной величины усилия проникновения плунжера  $P_{max}$  на коэффициент  $k$ , принимаемый равным 0,339. Рассмотренные модели (3) и (5) применимы только в тех случаях, когда колея является поверхностной, то есть формируется вследствие сдвига асфальтобетона в покрытии. Для такой колеи характерны выпоры асфальтобетона по ее краям, вдоль траектории движения (рис. 1, б).



**Рисунок 1. Схемы лабораторных и полевых испытаний:**  
**а – вдавливание металлического плунжера для определения прочности на сдвиг [27];**  
**б – измерение глубины поверхностной колеи**

Для расчета величины глубинной колеи тоже применяют эмпирические методы, отличающиеся от моделей (3) и (5) тем, что глубина колеи связывается с пластической деформацией грунтов или дискретных материалов [46]. Пластические деформации определяются экспериментально с применением динамических приборов трехосного сжатия, позволяющих прикладывать сколь угодно много повторных нагрузок [46]. Н. Одермат с соавт. [47] выполнили испытания четырех одинаковых дорожных конструкций имитатором HVS. Эксперименты проведены в грунтовом канале испытанием специально созданной модели дорожной конструкции. Земляное полотно модели глубиной 3 м отсыпано послойно из пылеватого песка, влажность и плотность которого в момент испытаний были близки к оптимальным значениям. Дорожная одежда выполнена двухслойной с покрытием из асфальтобетона толщиной 7,6 см и щебеночного основания толщиной 22,8 см. Для измерения деформаций в земляном полотне на различных горизонтах размещены катушки  $\varepsilon$ -ти. Выполнен анализ экспериментальных данных, авторы работы [47] пришли к выводу, что глубину колеи на поверхности можно вычислить по формуле

$$h_k = 10^{-12} \cdot \varepsilon_{zy}^{3,55}, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_{zy}$  – упругая вертикальная деформация пылеватого песка, возникающая в верхней точке земляного полотна сечения, расположенного по оси симметрии нагрузки, д.е.

Если в зависимости (6) выполнить преобразования, то можно получить:

$$h_k = 10^{-12} \cdot 10^{21,3} \cdot \varepsilon_{zy}^{3,55} = 10^{9,3} \cdot \varepsilon_{zy}^{3,55}. \quad (6.1)$$

В этой же работе предложена эмпирическая формула, связывающая глубину колеи с пластической деформацией, накапливаемой грунтом земляного полотна  $\varepsilon_{zp}$ . В соответствии с этой формулой глубина колеи определяется как

$$h_k = 0,0545 \cdot \varepsilon_{zp}^{0,49}. \quad (7)$$

Исследование Н. Одермата открыло возможность расчета глубины колеи через упругие и пластические деформации грунта земляного полотна, которые можно вычислять, применяя аналитические решения теории упругости и пластичности, а также различные математические модели [33]. Отметим, что для вычисления этих деформаций возможно применение обобщающих моделей, разработанных на основе теории наследственной ползучести, в которой функция времени заменена функцией числа нагрузок [48, 49]. Таким образом, специалистам дорожной отрасли открывается хорошая перспектива разработки эмпирических методов расчета дорожных конструкций по критериям глубинного и поверхностного колееобразования, но для реализации этого требуется глубокий и тщательный анализ литературных данных.

В рамках решения этой задачи нами получена модель пластического деформирования грунтов [31, 32], подстановка которой в зависимость (7) позволяет вычислять глубину колеи. Таким образом, задача пластического деформирования решена нами в предыдущих исследованиях.

Второй не менее важной задачей расчета дорожных конструкций по критериям ровности является обоснование предельных значений неровностей. Решению этой задачи посвящено достаточно много работ, их общим недостатком является слабое математическое обоснование или его отсутствие вообще.

В настоящее время известно большое количество эмпирических зависимостей, связывающих показатели ровности покрытия по ПКРС-2У или толчкомеру ТХК-2 с прочностью дорожной одежды и ее сроком службы. Такие зависимости приведены в таблице 1.

**Таблица 1. Формулы прогнозирования изменения продольной ровности асфальтобетонного покрытия**

Авторы		Формула	Прибор
Демишкан В.Ф. (ХАДИ) [50]		$S_T = \frac{0,5 \cdot S_0}{\sqrt[3]{0,12 \cdot K_{пр}}} \cdot \exp(0,08 \cdot T)$	ПКРС-2У или ТХК
где $S_0$ – начальное значение показателя ровности, соответствующее вводу дороги в эксплуатацию, измеренное либо ПКРС-2У, либо ТХК-2, см/км; $K_{пр}$ – коэффициент прочности дорожной одежды; $T$ – продолжительность периода эксплуатации, соответствующая моменту времени расчета показателя $S_T$ , годы.			
Жабин В.И., Мельницкий М.А., Герасимов О.В. [51, с. 84]		$S_T = 2,358 \cdot S_0^{0,82} \cdot K_{пр}^{-0,053} \cdot \exp(0,089 \cdot T)$	ПКРС-2У или ТХК-2
Комбинированная модель Золотаря – Каленовой	Золотарь И.И. [52]	$S_{ТХК} = 3,58 \cdot \left( h_p^{1,7} + 6,74 \right)^{1,042};$	толчкомер ТХК
		$S_{ПКРС} = 2,81 \cdot S_{ТХК} + 294;$	ПКРС-2У
	Каленова Е.В. [53]	$E_{\min} = 294,77 - 11,477 \cdot h_p$	Связывает модуль упругости $E_{\min}$ и просвет под рейкой $h_p$
	Выводы авторов	$S_{ТХК} = 3,58 \cdot \left( \left[ \frac{294,77 - E_{\min}}{11,477} \right]^{1,7} + 6,74 \right)^{1,042};$	толчкомер ТХК-2
$S_{ПКРС} = 10,06 \cdot \left( \left[ \frac{294,77 - E_{\min}}{11,477} \right]^{1,7} + 6,74 \right)^{1,042} + 294;$		ПКРС-2У	
где $h_p$ – просвет под трехметровой рейкой			

Решение для предельной глубины продольных неровностей получить несложно. Для этого из зависимостей И.И. Золотаря достаточно выразить просвет под рейкой, который равен:

$$h_p = \left[ \left( \frac{S_{ТХК}}{3,58} \right)^{\frac{1}{1,042}} - 6,74 \right]^{\frac{1}{1,7}}; \quad h_p = \left[ \left( \frac{S_{ПКРС} - 294}{10,06} \right)^{\frac{1}{1,042}} - 6,74 \right]^{\frac{1}{1,7}}. \quad (8)$$

Если в формулах (8) значения показателей ровности по ТХК и ПКРС принять соответствующими их предельным значениям, то из полученных формул можно рассчитать предельную глубину продольных неровностей. При этом мы получим значения, близкие к данным табл. 1 и не зависящие от скорости движения, которая при оценке ровности приборами ТХК и ПКРС-2У обеспечивается практически постоянной, равной  $50 \pm 5$  км/ч. Поэтому такой путь решения

задачи приводит к тому, что нормы ровности учитывают не все параметры, обуславливающие потребительские свойства дороги.

В работе [23] установлено, что между просветами под рейкой, прикладываемой в продольном и поперечном направлениях, существует корреляционная связь. На основе этого нормы ровности в прямом направлении были пересчитаны на ровность в поперечном направлении [23]. И.А. Золотарь [52] получил эмпирические зависимости, связывающие показания приборов ТК-2У и ПКРС-2 с просветами под рейкой, что позволило вычислить предельные значения неровностей на поверхности покрытий, устраиваемых на дорогах различных технических категорий. В таблице 2 приведены предельные значения неровностей.

**Таблица 2. Предельные значения неровностей**

Категория дороги	Тип конструкции	Предельные значения неровностей при состоянии покрытия, мм			Автор
		отличное	хорошее	удовлетворительное	
I–IV	Не классифицируется	1,5	3,0	5,0	А.В. Смирнов
I	Капитальный	Нет	Нет	4,6	В.Б. Фадеев
II	Капитальный	Нет	Нет	4,9	
III	Капитальный	Нет	Нет	5,4	
	Облегченный	Нет	Нет	6,1	
IV	Облегченный	Нет	Нет	15,3	
I	Не классифицируется	Нет	2	5	И.А. Золотарь
II		Нет	3	7	
III		Нет	4	9	
IV		Нет	6	12	
I	Не классифицируется	Нет	3,1	5,3	М.С. Коганзон
II		1,4	4,8	6,7	
III		2,5	5,5	7,5	
IV		6,0	7,7	8,5	

Примечание: значения, рекомендуемые В.Б. Фадеевым, показывают предельную глубину колеи, нормы ровности других авторов ограничивают глубину продольных неровностей.

Специалистами предпринимались попытки математического обоснования допускаемых и предельных глубин неровностей.

Так, обоснование глубины неровности было проведено А.С. Александровым [30, 54, 55]. В качестве отправной идеи использовалась известная зависимость динамического коэффициента от вертикальной скорости в точке соударения и деформации тела при статическом действии груза. Динамический коэффициент без учета массы ударяемого тела определим по классической формуле

$$K_{\text{дин}} = 1 + \sqrt{\frac{\vartheta_0^2}{g \cdot U}}, \quad (9)$$

где  $\vartheta_0$  – скорость в точке соударения тел, м/с;  $g$  – ускорение свободного падения тела, м/с<sup>2</sup>;  $U$  – деформация тела при статическом действии груза (прогиб покрытия), м.

Используя зависимость А.К. Бируля, позволяющую определить скорость в точке соударения колеса с покрытием через скорость движения, величину и шаг неровности в формуле (9), авторы [30, 54, 55] дают ее в виде

$$K_{\text{дин}} = 1 + \sqrt{\frac{1}{g \cdot U} \cdot \left( \frac{2 \cdot h \cdot \vartheta}{S} \right)^2}, \quad (10)$$

где  $\vartheta$  – скорость горизонтального движения автомобиля, м/с;  $S$  – расстояние между неровностями (шаг неровностей), м.

Уравнение (10) решают относительно величины  $h$ :

$$h = \frac{S}{2 \cdot g} \sqrt{g \cdot U \cdot (-K_{\text{дин}})^2} \quad (11)$$

Для определения допустимой величины неровности в формулу (11) подставляют требуемое значение скорости движения, наиболее вероятную величину динамического коэффициента, принимаемую равной 1,3, а также выражение для определения упругого прогиба. В результате вычисляют допустимые значения неровностей [30, 54, 55], которые являются функцией скорости движения, протяженности (шага) неровности и общего модуля упругости дорожной одежды.

Для более объективного обоснования норм продольной ровности воспользуемся работой [56], в которой получена формула для определения динамического усилия, передаваемого колесом автомобиля на покрытие, в зависимости от величины неровности. Согласно этой работе давление от колеса на покрытие определяется по формуле

$$p = \frac{m_k \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_n}}{t \cdot \pi \cdot R^2}, \quad (12)$$

где  $m_k$  – масса, приходящаяся на колесо автомобиля, кг;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $h_n$  – глубина неровности (амплитуда волны), м;  $t$  – время контактного воздействия, с;  $R$  – радиус отпечатка колеса, м.

Решив уравнение (12) относительно величины неровности, получим формулу

$$h_n = \frac{\Delta h_n}{2 \cdot g} \cdot \left( \frac{p \cdot t \cdot \pi \cdot R^2}{m_k} \right)^2, \quad (13)$$

где  $\Delta h_n$  – множитель перехода от размерности в м к другим единицам длины (при расчете в мм  $\Delta h_n = 10^3$ , а при расчете в см  $\Delta h_n = 100$ ).

Для упрощения зависимости (13) введем в нее выражение для определения массы  $m_k$ , которое имеет вид:

$$m_k = \frac{p \cdot \pi \cdot R^2}{g}. \quad (14)$$

Выполнив подстановку (14) в (13) и преобразования, получим:

$$h_n = \frac{\Delta h_n \cdot t^2 \cdot g}{2}. \quad (15)$$

Время контактного воздействия шины на покрытие определим как продолжительность ее проезда через точку, то есть отношением диаметра контакта  $D = 2 \cdot R$  к скорости движения

$$t = \frac{2 \cdot R}{g}. \quad (16)$$

Подставив зависимость (16) в выражение (15), получим формулу

$$h_n = \frac{\Delta h_n \cdot 2 \cdot R^2 \cdot g}{g^2}. \quad (17)$$

Предельная глубина продольной неровности  $h_{\text{пр}}$  определяется при подстановке в формулу (17) требуемой скорости движения  $g_{\text{тр}}$ . Выполнив такую подстановку, получим:

$$h_{\text{пр}} = \frac{\Delta h_n \cdot 2 \cdot R^2 \cdot g}{g_{\text{тр}}^2}. \quad (18)$$

Для определения требуемой скорости движения воспользуемся данными И.И. Золотаря, регламентирующими минимально допустимую скорость движения смешанного транспортного потока в начале и конце эксплуатации [52, с. 24], которые приведены в таблице 3.

Отметим, что в настоящее время предельная величина просвета под трехметровой рейкой при сдаче в эксплуатацию асфальтобетонного покрытия составляет 3 мм. Данные таблицы 3 позволяют дифференцировать предельные значения просветов под трехметровой рейкой для покрытий дорог различных категорий.

**Таблица 3. Требуемая скорость движения смешанного транспортного потока**

Категория дороги	В начале эксплуатации		В конце эксплуатации		Предельная глубина неровностей, мм	
	км/ч	м/с	км/ч	м/с	в начале эксплуатации	в конце эксплуатации
I	100	27,8	65	18,1	0,87	2,06
II	85	23,6	50	13,9	1,20	3,48
III	75	20,8	45	12,5	1,55	4,30
IV	60	16,7	35	9,7	2,42	7,10
V	45	12,5	30	8,3	4,30	9,67

В.Б. Фадеев провел многочисленные измерения просветов под двухметровой рейкой, прикладываемой в поперечном направлении, и трехметровой – в продольном. В результате установлено, что между просветами под двухметровой рейкой  $S_2$  и трехметровой рейкой  $S_3$  существует корреляционная связь, определяемая уравнением [23, с. 9]:

$$S_2 = 5,4 + 2,56 \cdot S_3. \quad (19)$$

Подставив в выражение (19) зависимость (18), получим:

$$h_k = 5,4 + 2,56 \cdot \frac{\Delta h_n \cdot 2 \cdot R^2 \cdot g}{g_{тр}^2}. \quad (20)$$

Вычисленные по формуле (20) предельные значения глубины колеи приведены в таблице 4, в которой также указаны значения, регламентируемые ОДН218.0.006-2002.

**Таблица 4. Предлагаемые и нормативные предельные значения глубины колеи**

Категория дороги	Нормы поперечной ровности, мм		
	Глубина колеи по ОДН218.0.006-2002		Предельная глубина колеи по формуле (18)
	Допустимая	Предельная	
I	4	20	10,7
II	7	20	14,3
III	12	20	16,4
IV	25	30	23,6
V	30	35	30,2

Из сопоставления данных таблицы 4 следует, что рекомендуемые авторами значения норм поперечной ровности меньше предельных значений, но больше допускаемых значений, регламентируемых ОДН218.0.006-2002. Значения, предлагаемые в данной публикации, учитывают скорость движения транспортного потока, поэтому являются более обоснованными.

## Заключение

Выполненный обзор показал следующее.

1. Известно большое количество работ, анализ которых позволяет разработать методы прогнозирования процессов развития поверхностной и глубинной колеи на асфальтобетонных покрытиях автомобильных дорог. При этом в качестве отправной идеи при разработке метода прогнозирования развития поверхностной колеи может быть принята зависимость (5).

Разрабатывая метод прогнозирования развития глубинной колеи, можно отталкиваться от зависимости (7), в которой возможно применение:

- аналитических решений теории пластичности;
- различных математических моделей, связывающих величину накапливаемой пластической деформации с числом приложенных нагрузок и значениями главных напряжений;
- обобщающих моделей, разработанных на основе применения принципа теории наследственной ползучести, в которой функция времени заменена функцией числа нагрузок [48, 50].

Таким образом, открывается перспектива разработки эмпирических методов расчета дорожных конструкций по критериям глубинного и поверхностного колееобразования.

Одним из возможных вариантов решения является предложенная нами модель пластического деформирования грунта [31, 32], которая при  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$  имеет вид

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1 - 2 \cdot \mu \cdot \sigma_3}{E_{\text{ПН}}} \cdot \left( + a \cdot \lg N \right); \quad (21)$$

$$E_{\text{ПН}} = M \cdot p_a \cdot \left[ \left( \frac{\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3}{p_a} \right)^2 + \frac{6 \cdot \left( + \mu \right)}{1 - 2 \cdot \mu} \cdot \frac{\left( \sigma_1 - \sigma_3 \right)^2}{3 \cdot p_a^2} \right]^\lambda,$$

где  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  – главные напряжения в наиболее опасной точке земляного полотна, Па;  $E_{\text{ПН}}$  – нелинейный продольный модуль пластической деформации, определяемый экспериментально по данным трехосных испытаний и являющийся аналогом модулей упругости и деформации, Па;  $N$  – число нагрузок;  $p_a$  – атмосферное давление;  $a$ ,  $M$  и  $\lambda$  – параметры грунта, определяемые по данным трехосных испытаний, зависящие от показателей физических свойств (плотности, влажности) и гранулометрического состава.

Зависимости (21) могут быть записаны в виде формулы

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1 - 2 \cdot \mu \cdot \sigma_3}{M \cdot p_a} \cdot \left[ \left( \frac{\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3}{p_a} \right)^2 + \frac{6 \cdot \left( + \mu \right)}{1 - 2 \cdot \mu} \cdot \frac{\left( \sigma_1 - \sigma_3 \right)^2}{3 \cdot p_a^2} \right]^{-\lambda} \cdot \left( + a \cdot \lg N \right); \quad (22)$$

Подстановка модели (22) в зависимость (7) приводит к формуле

$$h_k = 0,0545 \cdot \left\{ \frac{\sigma_1 - 2 \cdot \mu \cdot \sigma_3}{M \cdot p_a} \cdot \left[ \left( \frac{\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3}{p_a} \right)^2 + \frac{6 \cdot \left( + \mu \right)}{1 - 2 \cdot \mu} \cdot \frac{\left( \sigma_1 - \sigma_3 \right)^2}{3 \cdot p_a^2} \right]^{-\lambda} \cdot \left( + a \cdot \lg N \right) \right\}^{0,49}. \quad (23)$$

После преобразований получим:

$$h_k = 0,0545 \cdot \left( \frac{\sigma_1 - 2 \cdot \mu \cdot \sigma_3}{M \cdot p_a} \right)^{0,49} \cdot \left[ \left( \frac{\sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3}{p_a} \right)^2 + \frac{6 \cdot \left( + \mu \right)}{1 - 2 \cdot \mu} \cdot \frac{\left( \sigma_1 - \sigma_3 \right)^2}{3 \cdot p_a^2} \right]^{-0,49 \cdot \lambda} \cdot \left( + a \cdot \lg N \right)^{0,49}. \quad (24)$$

Формулы (22) и (23) связывают глубину колеи с пластической деформацией грунта или дискретного материала в наиболее опасной точке, то есть в точке с наиболее неблагоприятной комбинацией главных напряжений. В настоящее время нами при помощи трехосных испытаний разработана экспериментальная методика для определения параметров грунта  $a$ ,  $M$  и  $\lambda$  в моделях (21)–(24). Для некоторых глинистых и песчаных грунтов эти параметры определены. Суть этой методики авторы приведут в следующей публикации, в которой также обсудят влияние параметров грунта  $a$ ,  $M$  и  $\lambda$  на величину пластической деформации.

2. Разработан способ расчета предельных значений глубин продольных неровностей и колеи. При этом учитывается требуемая скорость движения транспортного потока, что является более обоснованным с позиции обеспечения требуемого уровня потребительских свойств автомобильной дороги. Отметим, что пересмотр требуемых скоростей движения транспортного Герцог В.Н., Долгих Г.В., Кузин Н.В. Расчет дорожных одежд по критериям ровности. Часть 1. Обоснование норм ровности асфальтобетонных покрытий

потока не вызывает затруднений при вычислении предельных глубин неровностей. В случае увеличения требуемой скорости предельные значения глубины уменьшаются, а при уменьшении – возрастают.

### Литература

1. Матуа В.П., Чирва Д.В., Матуа Р.В. Влияние упруговязкопластических свойств асфальтобетонов на накопление остаточных деформаций в слоях покрытий автомобильных дорог // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2009. №10. С. 71–77.
2. Углова Е.В., Илиополов С.К., Селезнев М.Г. Усталостная долговечность эксплуатируемых асфальтобетонных покрытий. Ростов-на-Дону: РГСУ, 2009. 244 с.
3. Александров А.С. Расчет пластических деформаций материалов и грунтов дорожных конструкций при воздействии транспортной нагрузки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2009. №2. С. 3–11.
4. Кузин Н.В., Александров А.С. Расчет упругих, упруговязких и упруговязкопластических деформаций асфальтобетонных покрытий и оснований при воздействии транспортных нагрузок // Вестник ТГАСУ. 2007. №4. С. 155–164.
5. Александров А.С. Нелинейное пластическое деформирование материалов при воздействии повторных кратковременных нагрузок // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2008. №10. С. 74–84.
6. Кривисский А.М. Принципы назначения конструкций дорожных одежд нежесткого типа на магистральных автомобильных дорогах: автореф. дисс....д-ра техн. наук. Л.: ЛИСИ, 1963. 31 с.
7. Калинин А.Л. Применение модифицированных условий пластичности для расчета безопасных давлений на грунты земляного полотна // Инженерно-строительный журнал. 2013. №4. С. 35–45.
8. Александров А.С., Долгих Г.В., Калинин А.Л. О допускаемых давлениях на грунты земляного полотна и слои дорожной одежды // Наука и техника в дорожной отрасли. 2012. №2. С. 10–13.
9. Долгих Г.В. Расчет грунтов земляного полотна по критерию безопасных давлений // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. 2013. Вып. 6 (34). С. 43–49.
10. Александров А.С., Долгих Г.В., Калинин А.Л. Применение критерия Друкера – Прагера для модификации условий пластичности // Наука и техника в дорожной отрасли. 2013. №2. С. 26–29.
11. Феллениус В. Статика грунтов / пер. с нем. П.С. Рубан. М.; Л. : НКТП-СССР-Гостройиздат, 1933. С. 45–93.
12. Prandtl L. Uber die Eindringungs-festigkeit (Harte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden // Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik. 1921. Vol. 1 (1). Pp. 15–20.
13. Reissner H. Zum Erddruck problem (Concerning the earth-pressure problem) // Proceedings of the First International Congress on Applied Mechanics. Ed. C.B. Biezeno and J.M. Burgers, Delft. 1926. Pp. 295–311.
14. Meyerhof G. G. Discussion, Proc., Fifth intern. // Conf. on Soil Mech. and Found. Engr. 1961. Vol. 3. Pp. 193–194.
15. Shakibarad S., Heshmati A.A., Salehzadeh H. Application of Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) to Predict the Ultimate Bearing Capacity of Shallow Foundation on Cohesionless Soil // Electronic Journal of Geotechnical Engineering (EJGE). 2011. Vol. 16. Pp. 1459–1469.
16. Vesic A.S. Analysis of ultimate loads of shallow foundations. // Journal of The Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE. 1973. Vol. 99(1). Pp. 45–73.
17. Королев К.В. Начальная несущая способность водонасыщенного основания ленточного фундамента при различных коэффициентах порового давления // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2013. № 1. С. 6–9.
18. Королев К.В. Конечная (максимальная) несущая способность водонасыщенного основания ленточного фундамента // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2013. №4. С. 8–12.
19. Мевлетдинов З.А. Обоснование основных показателей, учитывающих влияние остаточных деформаций при расчёте дорожных одежд нежесткого типа: автореф. дисс....канд. техн. наук. М., МАДИ (ТУ), 1997. 17 с.
20. Горячев М.Г. Обоснование суммарного размера движения для расчета нежестких дорожных одежд с учетом процесса накопления остаточных деформаций: автореф. дисс....канд. техн. наук. М., МАДИ (ТУ), 1999. 17 с.

Герцог В.Н., Долгих Г.В., Кузин Н.В. Расчет дорожных одежд по критериям ровности. Часть 1. Обоснование норм ровности асфальтобетонных покрытий

21. Эдельман А.В. Оценка влияния неупругих свойств грунта земляного полотна на работоспособность дорожных одежд нежесткого типа: автореф. дисс...канд. техн. наук. М., МАДИ (ТУ), 1993. 20 с.
22. Каныгина С.Ю. Прогнозирование остаточных деформаций дорожных одежд нежесткого типа на земляном полотне из глинистых грунтов: автореф. дисс...канд. техн. наук. М.: Изд-во МАДИ (ТУ), 1999. 20 с.
23. Фадеев В.Б. Влияние остаточных деформаций грунта земляного полотна на колеобразование на проезжей части дорог с нежесткими дорожными одеждами: автореф. дисс...канд. техн. наук, М.: МАДИ (ТУ), 1999. 21 с.
24. Жустарева Е.В. Влияние плотности связного грунта в рабочем слое земляного полотна на остаточные деформации нежестких дорожных одежд: автореф. дисс...канд. техн. наук. М.: МАДИ (ТУ), 2000. 20 с.
25. Александров А.С. Учет упруговязкопластических свойств связных грунтов при проектировании дорожных одежд: автореф. дисс... канд. техн. наук. Омск: СибАДИ, 2001. 24 с.
26. Кузин Н.В. Учет упруговязкопластических свойств асфальтобетонных покрытий и оснований при проектировании дорожных одежд: автореф. дисс...канд. техн. наук. Омск: СибАДИ, 2008. 19 с.
27. Пилипенко А.С. Сдвигоустойчивость глинистых грунтов в основании дорожных одежд под действием кратковременных многократных нагрузок: автореф. дисс...канд. техн. наук. М.: СоюздорНИИ, 1990. 20 с.
28. Матуа В.П. Исследование напряженно-деформированного состояния дорожных конструкций с учетом их неупругих свойств и пространственного нагружения: Автореф. дисс...д-ра техн. наук. Ростов-на-Дону: РГСУ, 2002. 40 с.
29. Чирва Д.В. Влияние упруго-вязко-пластических свойств асфальтобетона на накопление остаточных деформаций при пространственном динамическом нагружении дорожных конструкций: автореф. дисс... канд. техн. наук. Волгоград: ВолгГАСУ, 2010. 22 с.
30. Александров А. С., Сиротюк В. В. Обоснование величины допустимой необратимой деформации покрытий // Наука и техника в дорожной отрасли. 2002. №1. С. 7–8.
31. Семенова Т.В., Гордеева С.А., Герцог В.Н. Определение пластических деформаций материалов, используемых в дорожных конструкциях // Вестник ТГАСУ. 2012. №4. С. 249–257.
32. Семенова Т.В., Герцог В.Н. Пластическое деформирование материалов с дискретной структурой в условиях трехосного сжатия при воздействии циклических нагрузок // Вестник СибАДИ. 2013. С. 68–73.
33. Александров А.С. Применение теории наследственной ползучести к расчету деформаций при воздействии повторных нагрузок: монография. Омск: СибАДИ, 2014. 150 с.
34. Su K., Sun L.J., Hachiya Y. Rut Prediction for Semi-rigid Asphalt Pavements // First International Symposium on Transportation and Development Innovative Best Practices. 2008. Beijing. Pp. 486–491.
35. Highway Research Board. The WASHO Road Test, Part I: Design, Construction, and Testing Procedures. Special Report 18, National Academy of Science, National Research Council, Publication 310. Washington, D.C. 1954. 121 p.
36. Highway Research Board. The WASHO Road Test, Part II: Test Data, Analysis, Findings. Special Report 22, National Academy of Science, National Research Council, Publication 360. Washington, D.C. 1955. 143 p.
37. Highway Research Board. The AASHO Road Test. Special Report 79, Publication No. 1012, National Academy of Sciences – National Research Council, Washington, D.C. 1962. 117 p.
38. Lee A.R., Croney D. British Full-Scale Pavement Design Experiments // Proceedings, International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements, Univ. of Michigan, Ann Arbor, MI, August 1962. Pp. 114–136.
39. Eisenmann J., Hilmer A. Influence of wheel load and inflation pressure on the rutting effect at asphalt pavement experiments and theoretical investigations // Proceedings of the sixth international conference on the structural design of asphalt pavements. 1987. Pp. 392–403.
40. Смирнов А.В. Теоретические и экспериментальные исследования работоспособности нежестких дорожных одежд: дисс...д-ра. техн. наук, Москва, 1991. 389 с.
41. Кусков В.Н. Прогноз сроков службы дорожных одежд на основе стендовых испытаний: дисс...канд. техн. наук. 1986. 179 с.

42. Myers L.A., Drakos C., Roque R. The combined effects of tire contact stresses and environment on surface rutting and cracking performance // Proceedings of the ninth international conference on asphalt pavements, Copenhagen, Denmark. 2002. Pp. 1–15.
43. Sousa J.B., Craus J., Monimith C. L. Summary report on permanent deformation on asphalt concrete // SHRP-A-318, Strategic Highway Research Program, National Research Council, Washington D.C., 1994. Pp. 40–60.
44. Sun L.J., Bi Y. Top-down cracking analysis and control for asphalt pavements // Proceedings of the tenth international conference on the structural design of asphalt pavements, Quebec, Canada. 2006. Pp. 110–116.
45. Pell P.S., Taylor F. Fatigue characteristic of bituminous materials // Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists. 1974. Vol. 43. Pp. 310–323.
46. Balay J.M., Kerzreho J.P. Assessment of French design method for flexible pavement by mean of the LCPC.s ALT facility // 3rd International Conference APT'08. Madrid, Spain, 1-3 Octobre. 2008. Pp. 1–12.
47. Odermatt N., Janoo V., Magnusson R. Analysis of Permanent Deformation in Subgrade Material Using a Heavy Vehicle Simulator (CD-ROM) // Proceedings of the First International Conference on Accelerated Pavement Testing, Reno, Nev., Oct. 18–20, 1999. Pp. 247–302.
48. Александров А.С., Киселева Н.Ю. Пластическое деформирование гнейс и диабазматериалов при воздействии повторяющихся нагрузок // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2012. №6. С. 49–59.
49. Александров А.С. Пластическое деформирование гранодиоритового щебня и песчано-гравийной смеси при воздействии трехосной циклической нагрузки // Инженерно-строительный журнал. 2013. №4. С. 22–34.
50. Демишкан В.Ф. Усовершенствование управления состоянием автомобильных дорог при условиях ограниченных ресурсов: автореф. дисс. ... канд. техн. наук. ХАДИ (ТУ). Харьков, 2000. 17 с.
51. Жабин В.И., Мельницкий М.А., Герасимов О.В. Эмпирическая оценка прочностных характеристик нефтегравийных покрытий автодорог // Лесной журнал. 2013. №3. С. 79–85.
52. Золотарь И.А. К определению остаточных деформаций в дорожных конструкциях при многократных динамических воздействиях на них подвижных транспортных средств. СПб.: Изд-во ВАТТ, 1999. 31 с.
53. Каленова Е.В. Совершенствование методики расчета при проектировании нежестких дорожных одежд с асфальтобетонным покрытием: автореф. дисс. ... канд. техн. наук. М., 2009. 22 с.
54. Александров А.С., Гордеева С.А. О допустимых и предельных значениях неровностей асфальтобетонных покрытий дорожных одежд жесткого типа // Автомобильная промышленность. 2011. №2. С. 31–35.
55. Александров А.С. Критерии расчета дорожных конструкций по ровности, допускаемые и предельные неровности // Вестник гражданских инженеров. 2008. №4. С. 97–104.
56. Буртыль Ю., Леонович И. Взаимозависимости ровности покрытия и прочности дорожной одежды [Электронный ресурс]. URL: <http://bsc.by/story/vzaimozavisimosti-rovnosti-pokrytiya-i-prochnosti-dorozhnoy-odezhdy> (дата обращения 10.12.2012).

*Виталий Николаевич Герцог, г. Омск, Россия  
+7(3812)651563; эл. почта: vitgerc@bk.ru*

*Геннадий Владимирович Долгих, г. Омск, Россия  
+7(3812)651563; эл. почта: gennadiy1987\_87@mail.ru*

*Николай Владимирович Кузин, г. Омск, Россия  
+7(3812)651563; эл. почта: vitgerc@bk.ru*

© Герцог В.Н., Долгих Г.В., Кузин Н.В., 2015

doi: 10.5862/MCE.57.5

## Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа

*Д-р физ.-мат. наук, профессор М.Н. Кирсанов,  
Национальный исследовательский университет «МЭИ»*

**Аннотация.** Получена аналитическая зависимость прогиба плоской упругой статически определимой фермы при равномерном нагружении верхнего пояса. Усилия определялись методом вырезания узлов. Система уравнений равновесия составлена в матричной форме. Использована формула Максвелла-Мора для вычисления прогиба середины пролета.

Все символьные преобразования выполнены в системе компьютерной математики Maple. Использован метод индукции по числу панелей фермы. Рекуррентные уравнения для общих членов последовательностей коэффициентов получались и решались с помощью операторов пакета genfunc системы Maple.

Отмечается характерная для решетчатых распорных конструкций немонотонность зависимости усилий в стержнях фермы и ее прогиба от числа панелей. Показано также, что для нечетного числа панелей ферма мгновенно изменяема. Приведено распределение возможных скоростей узлов для этого случая.

**Ключевые слова:** ферма; прогиб; кинематическая изменяемость; метод индукции; точное решение; Maple

### Введение

Балочные фермы под действием вертикальной нагрузки, как правило, не создают горизонтальной реакции в опорах. Исключение составляют статически определимые фермы со сложной решеткой и двумя неподвижными опорами [1, 2]. Решетки таких ферм без опор представляют собой механизмы с одной степенью свободы. Две неподвижные опоры создают одну дополнительную связь, превращая механизм в статическую конструкцию. Фермы такого рода являются распорными и обладают, помимо всего прочего, еще одной особенностью: напряженное состояние и деформации в них зависят от четности числа панелей. Зависимость периодичности от четности числа ячеек замечена также и в пространственных фермах [3]. Аналитические зависимости прогиба от числа панелей для различных схем ферм исследовались в [4–9], практические проблемы расчета и оптимизации стержневых систем (численными и аналитическими методами) анализировались в [10–17]. Отдельно следует выделить зарубежные работы [18–20], в которых аналитическим решениям уделяется особое внимание. В учебнике под редакцией В.В. Горева [21] приводится достаточно распространенная [22] формула для оптимальной высоты фермы, косвенно учитывающая тип решетки.

Обзор доступной отечественной и зарубежной литературы показывает, что аналитическим решениям уделялось мало внимания, а известные решения относятся к простым безраспорным (как правило, балочным) конструкциям и построены на не очень убедительном приближенном представлении дискретной структуры в виде балки с неизменно сопутствующей при этом потерей точности. Особенно это относится к фермам, подобным ниже рассмотренной, которые в отсутствии опор представляют собой механизм, а усилия в стержнях заметно отличаются от усилий в аналогичных фермах с простой решеткой. Представление такой конструкции в виде балки в корне противоречит распорному характеру этой системы. Именно этот факт вызывает необходимость применять дискретные методы расчета с индукцией по числу панелей.

### Схема фермы

Рассмотрим ферму с раскосной решеткой (рис. 1). Панели в традиционном их понимании в такой ферме выделить трудно. Будем условно понимать под панелью ячейку периодичности стержней и узлов между двумя соседними наклонными раскосами. В крайних панелях (по две с каждого края) стержней меньше. Таким образом, число панелей совпадает с числом стержней нижнего (верхнего) пояса. Обе опоры фермы – шарнирно неподвижные. Конструкция при этом статически определимая. Действительно, в ферме, состоящей из  $n = 2k$  панелей, число стержней  $m = 4n + 4$ , включая четыре стержня, моделирующие неподвижные опоры. Число шарниров равно  $2n + 2$ , следовательно, система уравнений равновесия узлов (по два уравнения на каждый узел в проекциях на оси координат) замкнута.

Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа

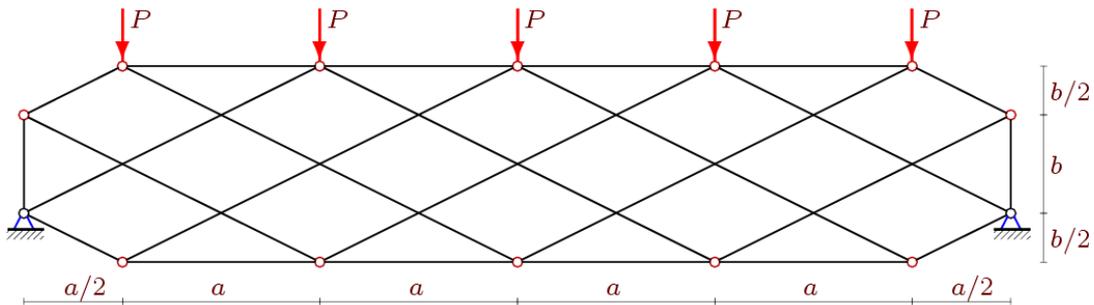


Рисунок 1. Ферма.  $n = 6$

Предлагаемая схема фермы относится к ограниченному числу ферм с периодической структурой, поиск которых представляет отдельную задачу механики [19].

### Математическая модель. Система уравнений

Усилия в стержнях фермы, нагруженной по верхнему поясу равномерной нагрузкой, определим методом вырезания узлов. Для вычисления проекций усилий на оси координат потребуются направляющие косинусы усилий, которые удобно находить, зная координаты концов стержня. Шарниры фермы пронумеруем сначала по нижнему поясу слева направо, затем по верхнему. Начало координат расположим в левой опоре:

$$x_1 = x_{n+2} = 0, y_1 = b/2, x_{i+1} = x_{i+n+2} = (i-1/2)a, y_{i+1} = 0, y_{i+n+2} = 2b, i = 1, \dots, n-1,$$

$$x_{n+1} = x_{2n+2} = x_n + a/2, y_{n+1} = y_1, y_{n+2} = y_{2n+2} = 3b/2.$$

Порядок соединения узлов и стержней решетки фермы зададим условными векторами  $\bar{V}_i, i = 1, \dots, m$ . Компонентами этих векторов являются номера шарниров по их концам. Направления конфигурационных векторов произвольны, служат только для задания структуры соединений стержней и шарниров и не влияют на правило знаков усилий в стержнях, которое остается общепринятым: сжатые стержни имеют отрицательные усилия, растянутые – положительные. Для стержней решетки имеем следующие векторы:

$$V_i = [i, i + n + 3], V_{i+n-1} = [i + 2, i + n + 1], i = 2, \dots, n-1.$$

Для стержней нижнего и верхнего пояса:

$$\bar{V}_{i+2n-2} = [i, i + 1], \bar{V}_{i+3n-2} = [i + n + 1, i + n + 2], i = 1, \dots, n,$$

$$\bar{V}_{4n-1} = [1, n + 2], \bar{V}_{4n} = [n + 2, 2n + 2].$$

Длины стержней и проекции их векторных представлений на оси координат:

$$l_i = \sqrt{l_{1,i}^2 + l_{2,i}^2}, l_{1,i} = x_{V_{2,i}} - x_{V_{1,i}}, l_{2,i} = y_{V_{2,i}} - y_{V_{1,i}}, i = 1, \dots, m,$$

где  $m$  – число стержней фермы; в номере  $V_{i,j}$  первый индекс  $i$  – это номер стержня, второй – номер компоненты вектора  $\bar{V}_i$  и принимает значение 1 (условное начало стержня-вектора) или 2 (условный конец стержня). Матрица направляющих косинусов  $\mathbf{G}$  имеет следующие элементы

$$G_{k,i} = -l_{j,i} / l_i, k = 2V_{i,2} - 2 + j, k \leq m, j = 1, 2, i = 1, \dots, m,$$

$$G_{k,i} = l_{j,i} / l_i, k = 2V_{i,1} - 2 + j, k \leq m, j = 1, 2, i = 1, \dots, m.$$

Систему линейных уравнений равновесия узлов запишем в матричной форме:

$$\mathbf{G}\bar{S} = \bar{Y}. \quad (1)$$

Здесь  $\bar{S}$  – вектор неизвестных усилий длиной  $m$ ;  $\bar{Y}$  – вектор нагрузок. Горизонтальные нагрузки, приложенные к узлу  $i$ , записываются в нечетные элементы  $Y_{2i-1}$ , вертикальные – в четные  $Y_{2i}$ .

Решение находим с помощью обратной матрицы  $\bar{S} = \mathbf{G}^{-1}\bar{Y}$ . Метод обратной матрицы особенно удобен при неоднократном решении системы с разными правыми частями. При определении перемещения узлов система уравнений решается дважды: один раз при вычислении усилий от действия внешней нагрузки, второй раз – от действия единичной силы, приложенной к заданному узлу, перемещение которого определяется.

### Расчет

Пробное вычисление усилий в стержнях по системе (1) сразу же выявило закономерность: для нечетного числа панелей определитель системы линейных уравнений обращается в ноль. Это явилось указанием на кинематическую изменяемость конструкции с нечетным числом панелей. Действительно, при  $n=5$  существует поле возможных скоростей узлов (рис. 2). Скорости узлов 3, 4, 6, 7, 10 и 11 горизонтальны и равны  $v$ , скорости узлов 2, 5, 8 и 9 равны  $v'$  и наклонены к горизонту под углом  $\alpha$ . При этом стержни 6-7, 2-9, 3-4, 4-11, 10-11 совершают мгновенно поступательное движение, а стержни 1-2, 1-6, 1-8, 12-5, 12-11, 12-9 – вращательное движение вокруг соответствующих опор. Остальные стержни 7-8, 8-9, 9-10, 2-3 и 4-5 совершают плоское движение. Исходя из теоремы о проекции скоростей точек на отрезок, соединяющий точки, очевидно соотношение  $v = v' \cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = a/b$ . Оно доказывает непротиворечивость поля возможных скоростей узлов.

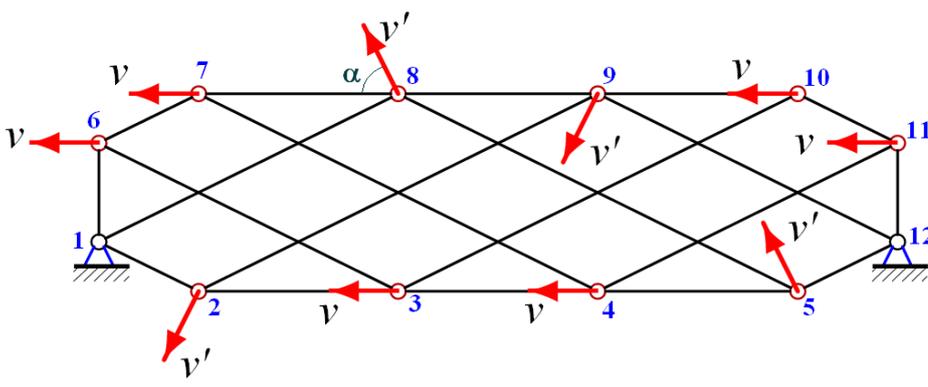


Рисунок 2. Схема возможных скоростей в мгновенно изменяемой ферме,  $n = 5$

Аналогичную схему скоростей можно привести для любого нечетного числа панелей, в то время как для четного числа такого поля нет. Далее будем рассматривать фермы с четным числом панелей  $n = 2k$ .

Выведем зависимость прогиба середины пролета фермы от числа панелей и ее геометрических параметров. Для получения символической формы решения используем систему компьютерной математики Maple [23, 24]. Обозначим усилия в стержнях фермы от внешней нагрузки, приложенной к верхнему поясу,  $S_{i,p}$ , усилия от единичной вертикальной нагрузки, приложенной к центральному узлу в середине пролета, –  $s_i$ . Жесткости  $EF$  всех стержней принимаем одинаковыми, деформациями опорных стержней пренебрегаем.

Прогиб центрального узла нижнего пояса фермы определяем по формуле Максвелла – Мора:

$$\Delta = \frac{1}{EF} \sum_{i=1}^m S_i s_i l_i = P \frac{C_1 a^3 + C_2 b^3 + C_3 (a^2 + b^2)^{3/2}}{2b^2}. \quad (2)$$

Коэффициенты  $C_1, C_2, C_3$  получены индуктивным методом и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} C_1 &= (72(1+k)\zeta_1 + 72(2-k)\zeta_2 + (1-2k)(4k^2 - 4k + 75)\zeta_3 + 10k^4 - 20k^3 + 8k^2 + 2k - 147) / 48, \\ C_2 &= (2-k)\zeta_1 - (k+1)\zeta_2 - (3\zeta_3 + 1) / 2, \\ C_3 &= ((6k-1)\zeta_1 + (5-6k)\zeta_2 + 3(1-2k)\zeta_3) / 4, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\zeta_1 = \cos(\pi k / 2)$ ,  $\zeta_2 = \sin(\pi k / 2)$ ,  $\zeta_3 = \cos(\pi k)$ . Общие члены последовательностей получены обобщением решений 26 ферм с числом панелей от 2 до 52. Последовательность коэффициентов  $C_1$ , например, имеет вид: 0, -12, 16, 16, 104, 128, 436, 568, 1192, ..., 85108. Рекуррентное уравнение для общего члена последовательности найдено с помощью специального оператора **rgf\_findrecur** из состава пакета **genfunc** системы Maple и имеет вид

$$C_{1,k} = C_{1,k-1} + 2C_{1,k-2} - 2C_{1,k-3} + C_{1,k-4} - C_{1,k-5} - 4C_{1,k-6} + 4C_{1,k-7} + C_{1,k-8}.$$

Для коэффициента  $C_2$  последовательность имеет, на первый взгляд, более сложный вид: 0, 0, 8, 0, 0, 8, 16, 0, 0, 16, 24, 0, 0, ..., 48; однако полученное уравнение имеет седьмой порядок. Наиболее трудной для обобщения оказалась немонотонная последовательность коэффициентов  $C_3$ : 0, -5, 8, 3, 5, -10, 29, 14, 18, -7, 58, ..., 150, 85. Соответствующее рекуррентное уравнение для членов этой последовательности имеет девятый порядок. Для сравнения заметим, что в работе [2], где также был обнаружен эффект влияния четности числа панелей на состояние фермы, порядок аналогичного уравнения был всего лишь пятый. Увеличение порядка уравнения приводит к резкому увеличению времени аналитических преобразований. Программа Maple, в которой производились вычисления, позволяет фиксировать и анализировать затраченное время (оператор **time()**). Приближенная зависимость затраченного времени от числа панелей в рассматриваемом случае оказалась четвертой степени:  $t = 5,6 \cdot 10^{-4} k^4$ , где  $t$  – время в секундах,  $k = n / 2$ . С помощью оператора **rsolve** были найдены решения рекуррентных уравнений (3).

### Анализ решения

Аналитическое решение (2) ценно не только своей простотой, но и возможностью его использования как тестового при отладке численных методов и для функционального анализа характерных для конструкции зависимостей. Можно, например, провести предельный анализ решения (2). Если зафиксировать суммарную нагрузку  $P_{sum}$  на ферму, положив усилие на каждый узел верхнего пояса зависящим от числа панелей, и задать некоторую длину пролета, то есть

$$L = a(n-1), \quad P = P_{sum} / (n-1), \quad (4)$$

то получим следующий предел:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta / k = P_{sum} b / 16.$$

Зависимость (3) при  $L = 20$  м отображена на графике (рис. 3). Здесь введено обозначение  $\tilde{\Delta} = \Delta EF / P_{sum}$ . Далее все величины  $\tilde{\Delta}$  – в метрах.

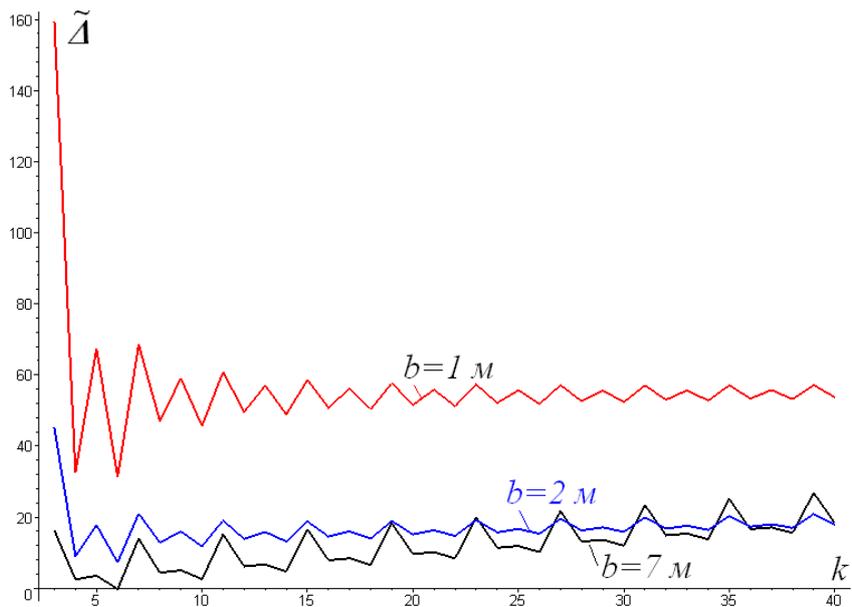


Рисунок 3. Зависимость прогиба от числа панелей

Скачкообразные зависимости на рисунке объясняются наличием характерных «мигающих» слагаемых в коэффициентах (3). Кроме того, не следует забывать, что значения прогиба вычисляются лишь для целых  $k$ , а кривые изображены условно, для наглядности. Другой замеченной особенностью решения является факт пересечения кривых при  $b = 7\text{ м}$  и  $b = 2\text{ м}$ , что означает равную жесткость ферм со значительной разностью высот и с одинаковым (хотя и большим) числом панелей.

При малом значении  $k$  также имеется особенность. При  $b = 1\text{ м}$  различие прогиба фермы с шестью панелями (рис. 2),  $\tilde{\Delta} = 159,3$ , и с восемью,  $\tilde{\Delta} = 32,6$  (рис. 4), многократно. С увеличением высоты это различие уменьшается. Уменьшается размах колебаний значений прогиба и с увеличением  $k$ . Для сравнения отметим, что если в рассматриваемой ферме рост прогиба линейный, то в других аналогичных фермах (с простой решеткой) рост квадратичный или даже кубический. Характерно в полученной зависимости также то, что увеличение числа панелей на единицу длины пролета, начиная с некоторых значений  $k$ , почти не сказывается на жесткости конструкции.

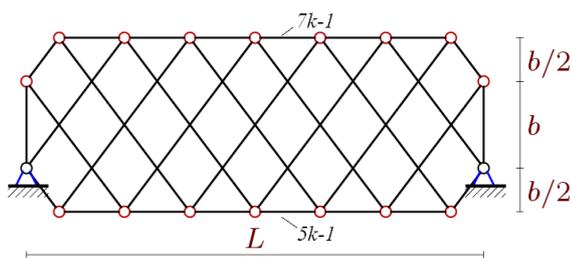


Рисунок 4. Ферма.  $n = 8$

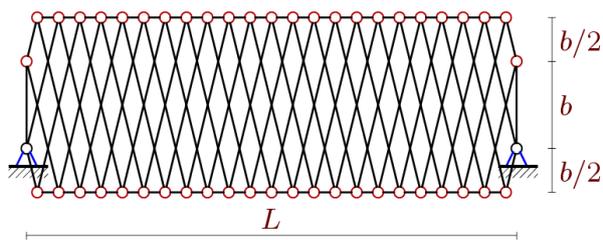


Рисунок 5. Ферма.  $n = 24$

Материала на ферму с 24 панелями (рис. 5,  $\tilde{\Delta} = 49,6$ ) затрачивается значительно больше, чем на ферму с восемью панелями (рис. 4,  $\tilde{\Delta} = 32,6$ ), однако жесткости этих ферм вполне сопоставимы.

### Усилия в стержнях

Индуктивный метод позволяет при необходимости получить формулу для усилия в каждом из стержней фермы. Такая необходимость возникает при расчете прочности стержней на разрыв и анализе устойчивости сжатых стержней. Зависимости  $S_i(k)$ ,  $i=1, \dots, m$  можно было получить перед тем, как составить сумму (2), а прогиб получить, вычислив эту сумму. Однако для нахождения прогиба было значительно проще сразу найти сумму, избежав нахождения целого ряда разнообразных формул: отдельно для стержней нижнего пояса, отдельно – для верхнего и т. д. Если предположить, что наиболее сжатый стержень при заданной нагрузке находится в середине пролета (в соответствии с принятой нумерацией это стержень с номером  $7k-1$ , рис. 4), а наиболее растянутый – в середине нижнего пояса (номер  $5k-1$ ). Опуская промежуточные выкладки, запишем результат индукции:

$$S_{5k-1} = Pa \frac{k^2 - k - 3(\zeta_1 + \zeta_2 - 1)}{4b}, \quad S_{7k-1} = -Pa \frac{k^2 - k + 3(\zeta_1 + \zeta_2 - 1)}{4b}.$$

Кривые усилий на рисунке 6, построенные по этим зависимостям при заданной длине фермы и нагрузке (4), обнаруживают асимптоты. Усилия отнесены к суммарной нагрузке:

$\tilde{S} = S / P_{sum}$ . Предельные значения легко находятся:  $\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{S}_{5k-1} = L / (16b)$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{S}_{7k-1} = -L / (16b)$ . Вычисление усилий в стержнях, соседних с центральными, то есть  $\tilde{S}_{7k}$  и  $\tilde{S}_{5k}$ , показало, что предположение о том, что в центральных стержнях поясов усилия экстремальны, неверно. Методом индукции получим:

$$S_{5k} = Pa \frac{k^2 - k + 3(\zeta_1 + \zeta_2) + 1}{4b}, \quad S_{7k} = -Pa \frac{k^2 - k - 3(\zeta_1 + \zeta_2) - 5}{4b}.$$

На рисунке показано, что при различных числах панелей номера стержней с экстремальными усилиями чередуются, однако предельные значения остаются теми же:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{S}_{5k} = L / (16b), \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{S}_{7k} = -L / (16b).$$

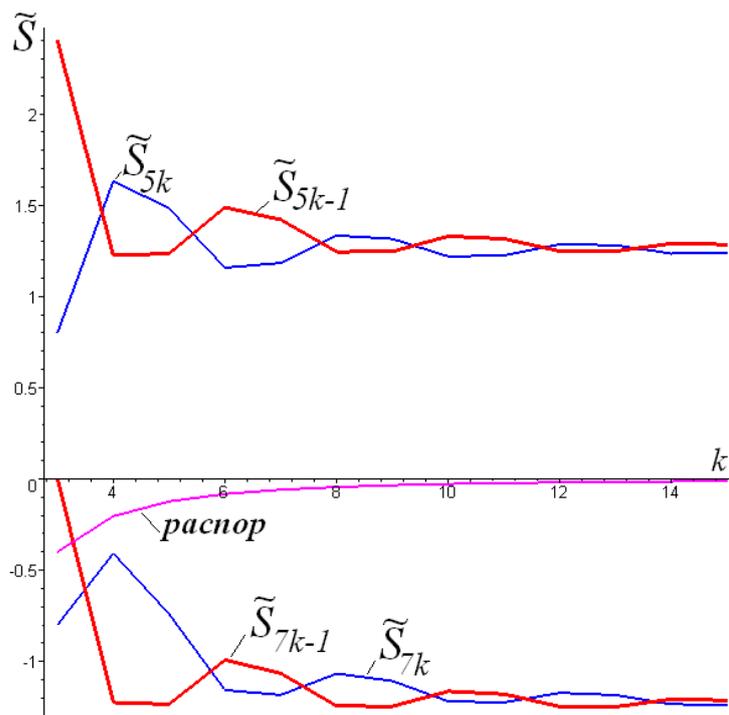


Рисунок 6. Усилия в стержнях.  $L = 20\text{м}$ ,  $h = 1\text{м}$

На рисунке 6 показана также кривая изменения распора конструкции в зависимости от числа панелей. Интересно отметить, что при фиксированных нагрузках и длине панели эта величина не зависит от числа панелей и равна  $-Pa / (2b)$ . С предположением (4) распор стремится к нулю с увеличением числа панелей – в пределе система становится безраспорной.

### Выводы

Расчет статически определимой фермы в аналитической форме, помимо искомым зависимостей прогиба и усилий в стержнях от нагрузки, размеров и числа панелей, выявил также и интересные особенности конструкции. Первое и главное то, что для нечетного числа панелей конструкция неработоспособна, она превращается в мгновенно изменяемый механизм. Сразу же это заметить невозможно. Более того, численный счет с не очень большой точностью может ввести исследователя в заблуждение относительно возможностей этой фермы. Дело в том, что в случае нечетного числа панелей определитель метода вырезания узлов равен нулю. А показать это для систем с большим числом стержней можно либо в символьной форме (предпочтительно), либо численно, но при очень аккуратных вычислениях и с большой точностью. Иначе можно получить распределение усилий в стержнях и даже прогиб, не соответствующие действительности.

Другая особенность этой системы, замеченная ранее для более простых распорных ферм [1, 2, 4], состоит в немонотонности большинства зависимостей в этой конструкции от числа панелей. При этом если в простейших случаях в зависимости входят слагаемые вида  $(-1)^n$ , нарушающие монотонность с периодом 2, то в данной задаче появляются слагаемые  $\sin(\pi n / 2)$ , имеющие уже период 4. Следствием является удлинение последовательности анализируемых коэффициентов и увеличение времени аналитических преобразований. Сами же конечные формулы не меняют свой характерный для таких задач полиномиальный вид, вполне обозримы и удобны в практических расчетах.

### Литература

1. Кирсанов М.Н. Балочная ферма, чувствительная к четности числа панелей // Актуальные вопросы в научной работе и образовательной деятельности. Сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции. 30 апреля 2014 г. Часть 2. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 52-53.
2. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. №4. С. 9–12.
3. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. №3. С. 48–51.
4. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба плоской решетчатой фермы треугольного очертания // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М. 2015. Т. 1. С. 28–30.
5. Жакетов Д.Д., Яцков В.Б. Прогиб плоской балочной фермы с треугольной решеткой // Наука и образование в XXI веке: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 октября 2014 г. в 17 частях. Часть 7. Тамбов, 2014. С. 34–36.
6. Тиньков Д.В. Анализ влияния условий закрепления на прогиб плоской балочной фермы с нисходящими раскосами // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М, 2015. Т. 1. С. 52–56.
7. Афанасьев В.А., Бойко О.О. Прогиб составной плоской балочной фермы с параллельными поясами // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г.: в 11 частях. Часть 10. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 15–16.
8. Ахмедова Е.Р. Аналитический расчет прогиба плоской фермы со шпренгельной решеткой // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М, 2015. Т. 1. С. 62–65.
9. Заборская Н.В. О горизонтальном смещении опоры плоской балочной фермы // Перспективы развития науки и образования: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 28 февраля 2015 г.: в 13 частях. Часть 9. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2015. С. 58–60. DOI: 10.17117/2015.02.28.09.
10. Клячин А.З. Металлические решетчатые пространственные конструкции регулярной структуры. Екатеринбург: Диамант, 1994. 276 с.

11. Марутян А.С., Григорьян М.Б., Глухов С.А. Пространственные решетчатые несущие конструкции (модули типа «Пятигорск»-2) // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. №1. С. 64–71.
12. Алпатов В. Ю., Холопов И. С. Оптимизация геометрической формы пространственно-стержневых конструкций // Металлические конструкции. 2009. Т. 15. №1. С. 47–57.
13. Bacinskas D., Kamaitis Z., Jatulis D., Kilikevicius A. Field Testing of Old Narrow-Gauge Railway Steel Truss Bridge // Procedia Engineering. 2013. Vol. 57. Pp. 136–143.
14. Pholdee N., Bureerat S. Comparative performance of meta-heuristic algorithms for mass minimisation of trusses with dynamic constraints // Advances in Engineering Software. 2014. Vol. 75. Pp. 1–13.
15. Kaveh A, Shahrouzi M. Farshi B., Alinia-ziazi A. Sizing optimization of truss structures by method of centers and force formulation // International Journal of Solids and Structures. 2010. Vol. 47. Pp. 2508–2524.
16. Toklu Y.C., Bekdas G., Temur R. Analysis of trusses by total potential optimization method coupled with harmony search // Structural Engineering and Mechanics. 2013. Vol. 45. No. 2. Pp. 183–199.
17. Heyman J. Design of a simple steel truss // Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings. 2010. Vol. 163. No. 1. Pp. 53–56.
18. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2006. Vol. 54, Issue 4. Pp. 756–782.
19. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses // ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 2005. Vol. 85. No. 9. Pp. 607–617.
20. Kmet S., Kokorudova Z. Nonlinear Analytical Solution for Cable Truss // J. Eng. Mech. 2006. 132(1). Pp. 119–123.
21. Металлические конструкции. Том 1(3). Элементы конструкций / Под. ред. Горева В.В. М.: Высшая школа, 2004. 551 с.
22. Марутян А.С. Оптимизация высот стропильных перекрестных стальных ферм // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. №4(255). С. 25–34.
23. Кирсанов М.Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Лань, 2012. 512 с.
24. Голоскоков Д.П. Практический курс математической физики в системе Maple. СПб.: ПаркКом, 2010. 644 с.

*Михаил Николаевич Кирсанов, Москва, Россия  
+7(495)3627314; эл. почта: mpei2004@yandex.ru*

© Кирсанов М.Н., 2015

doi: 10.5862/MCE.57.6

## Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций

*Инженер-конструктор Д.В. Тиньков,  
ОАО «ГосМКБ „Радуга“ им. А. Я. Березняка»*

**Аннотация.** Находятся новые и анализируются известные точные аналитические выражения прогиба плоских ферменных конструкций различного вида. Прогибы ферм вычисляются по формуле Максвелла-Мора из предположения упругой работы ее элементов и при помощи метода индукции по числу панелей.

Проводится сравнение с известными решениями, исследуются их качественные и количественные особенности, предельные по числу панелей характеристики.

Исследования выполняются при поддержке системы компьютерной математики Maple в символьном виде. Для сравнения решений и их проверки применяется многофункциональный программный комплекс Lira, который предназначен для проектирования и расчета строительных и машиностроительных конструкций.

**Ключевые слова:** плоская ферма; прогиб; аналитическое решение; индукция; Maple; Lira

Разнообразие ферм весьма велико, что приводит к затруднениям при выборе проектировщиком оптимальной конструкции. Численные расчеты в программных инженерных системах (MSC.Nastran, Ansys, Abaqus, SAP2000, Lira) упрощают работу, но не позволяют выявить скрытые возможности конструкции.

Заметим, что существующие методы решения некоторых задач о ферме также не позволяют получить аналитическое выражение функции прогиба. Речь идет о следующих методах: генетический [1–4], матричный [5], метод поисковой системы на основе IMCSS алгоритма [6], метод топологической оптимизации на основе клеточных автоматов [7], метод роя частиц [8], метод на основе FA алгоритма, позволяющий одновременно оптимизировать по размеру, форме, топологии [9], метод оптимизации со случайными несовершенствами геометрии и материала [10], метод на основе роевого интеллекта и теории хаоса [11],

Возможность получить точные аналитические решения предоставляют современные системы компьютерной математики: Maple, Mathematica, Maxima.

В частности, при расчете регулярной плоской шарнирно-стержневой конструкции на жесткость можно определить прогиб как функцию не только геометрических размеров стержней, но и количества панелей или числа стержней. При большом числе панелей использование аналитических решений – единственный надежный способ избежать потерь точности, обусловленных неизбежным накоплением ошибок округления при численном решении.

Такие расчеты, в которых найдены обобщающие выражения прогиба как функции числа панелей, проведены для различных ферм в работах [12–21].

В данных работах рассмотрены статически определимые плоские фермы с прямыми стержнями одинаковой жесткости  $EF$  и идеальными шарнирами в узлах. Прогиб вычисляется по формуле Максвелла – Мора:

$$\Delta = \frac{\sum S_i^p \cdot S_i^1 \cdot \ell_i}{EF},$$

где  $S_i^p$  – силы в стержнях от действия внешних сил;  $S_i^1$  – силы в стержнях от единичной нагрузки, приложенной в узле в направлении, в котором требуется найти перемещение. Силы в стержнях определены методом вырезания узлов. Итоговые функции прогиба как функции числа панелей определены на основе конечного числа частных функций прогиба методом индукции (в работах применялись функции `rgf_findrecur`, `rsolve` пакета `genfunc` системы Maple [22]).

Дополним работы [12–21] несколькими характерными плоскими фермами (№2, 6, 10, 12), выведем формулы прогиба и проведем сравнительный анализ.

Исследуемые фермы разделены на три категории:

Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций

- 1) арочные (две опоры неподвижные);
- 2) балочные (одна опора неподвижная, вторая подвижная);
- 3) решетчатые (две опоры неподвижные; ферма без подъема).

Для удобства сравнения всех типов ферм формулы можно записать в одном виде.

Величина прогиба для всех рассматриваемых ферм, кроме №7:

$$\Delta = \frac{P}{EF} \cdot \frac{Aa^3 + Bb^3 + Cc^3}{Db^2},$$

где для всех ферм кроме №4  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ , для фермы №4  $c = \sqrt{a/2^2 + b^2}$ .

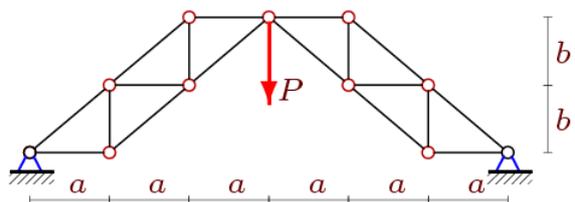
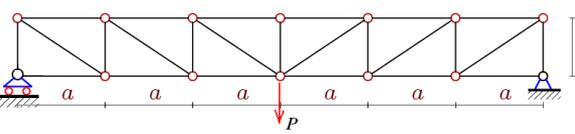
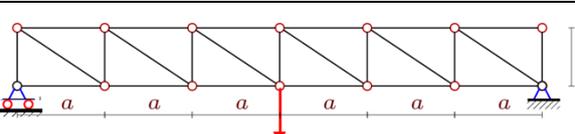
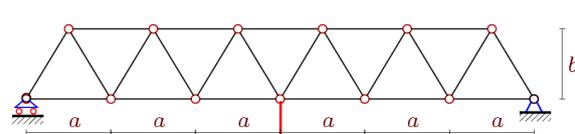
Величина прогиба фермы №7:

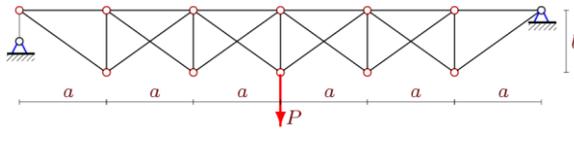
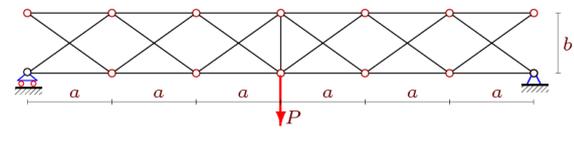
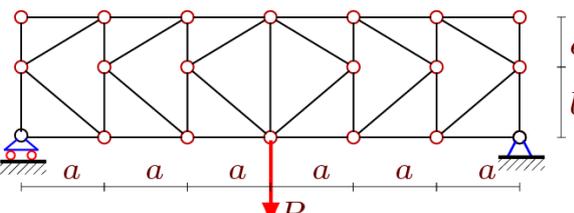
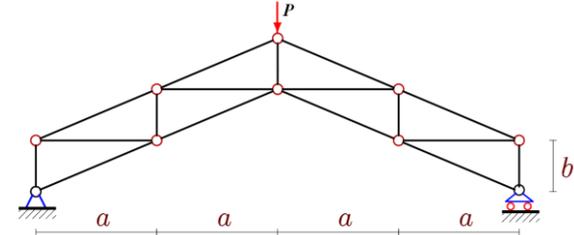
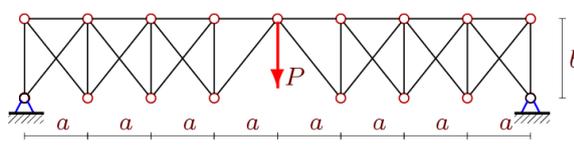
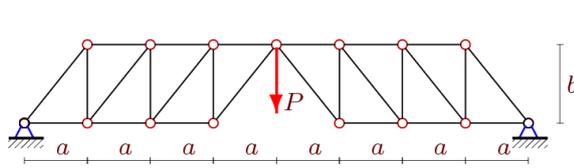
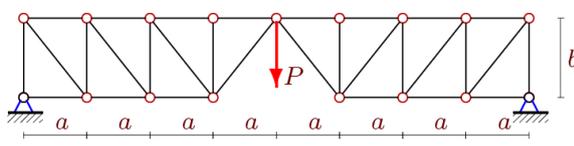
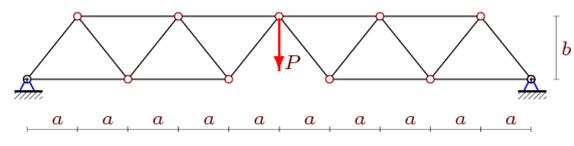
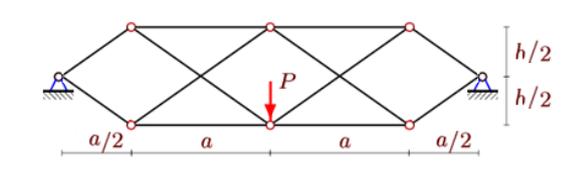
$$\Delta = \frac{P}{EF} \cdot \frac{n c^3 + d^3 + Aa^3 + nb^3 + n + 1 e^3 + 2b^2e + 3e^2b}{2 b + e^2},$$

где  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $d = \sqrt{a^2 + e^2}$ .

Общие виды ферм и соответствующие им коэффициенты при членах  $a^3, b^3, c^3, b^2$  в формуле прогиба занесены в сводную таблицу 1 (для прогибов ферм №4, 8 и 14 в статьях были обнаружены опечатки, в таблице приводятся исправленные варианты соответствующих формул).

**Таблица 1. Общие виды ферм и коэффициенты при членах  $a^3, b^3, c^3, b^2$  в формулах прогиба**

№	Ссылки	Общий вид	Коэффициенты
1	[1]		$A = n + 1$ $B = n$ $C = n \cdot n + 1 \cdot 2n + 1 / 3$ $D = 2n^2$
<b>Балочные фермы</b>			
2			$A = n \cdot 2n^2 + 1 / 3$ $B = n$ $C = n$ $D = 2$
3	[2]		$A = n \cdot 2n^2 + 1 / 3$ $B = n$ $C = n$ $D = 2$
4	[3]		$A = n \cdot 8n^2 + 1 / 24$ $B = 0$ $C = n$ $D = 1$

№	Ссылки	Общий вид	Коэффициенты
5	[4]		$A = n \cdot 4n^2 - 1$ $B = 2 \cdot n - 1 \cdot 2n^2 + 2n - 3$ $C = n \cdot 2n^2 + 1$ $D = 6$
6			$A = n \cdot 2n^2 + 1 \cdot \sqrt{3}$ $B = 1 - (-1)^n$ $C = n$ $D = 2$
7	[5]		$A = n \cdot n - 1 \cdot 2n - 1 \cdot \sqrt{3}$
8	[6]		$A = 3n$ $B = 3n \cdot 2n - 3 + 6$ $C = n \cdot 2n^2 + 1$ $D = 6$
<b>Решетчатые фермы</b>			
9	[7]		$A = n \cdot n + 1 \cdot n + 2$ $B = n \cdot n + 2 \cdot 4n + 1$ $C = n + 1 \cdot 2n^2 + 4n + 3$ $D = 6$
10			$A = n \cdot n + 1 \cdot 2n + 1 \cdot \sqrt{3}$ $B = n$ $C = n + 1$ $D = 2$
11	[8]		$A = n \cdot n + 1 \cdot 2n + 7 \cdot \sqrt{3}$ $B = n$ $C = n + 1$ $D = 2$
12			$A = 8n \cdot n + 1 \cdot 2n + 1 \cdot \sqrt{3}$ $B = 0$ $C = 2n + 1$ $D = 2$
13	[9]		$A = 2n \cdot 4 + 3n + 2n^2 + 3 - 3 \cdot (-1)^n \cdot \sqrt{12}$ $B = 0$ $C = 2n + 1 \cdot \sqrt{4}$ $D = 1$

№	Ссылки	Общий вид	Коэффициенты
14	[10]		$A = n \cdot 2n + 5 \cdot n + 2 \cdot n + 1 / 3$ $B = n \cdot n + 4$ $C = n + 1^2$ $D = 2$

Зададим для всех ферм одинаковую величину пролета ( $L$ ), общую высоту ферм ( $H$ ) и одинаковую суммарную нагрузку. Для фермы №14 сделаем замену:

$$F = P / (2n + 3) .$$

В разных фермах под числом  $n$  подразумеваются разные понятия: в одних  $n$  – это число панелей в половине пролета, в других – число однотипных панелей в половине пролета за исключением крайних или центральных панелей. Поэтому, для того чтобы сравнивать фермы одинакового пролета и высоты, необходимо сделать замену переменных согласно таблице 2.

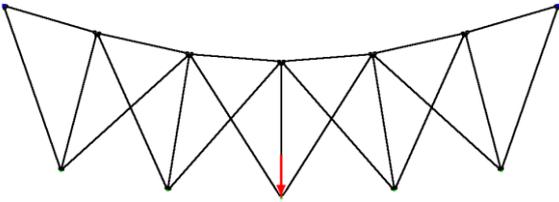
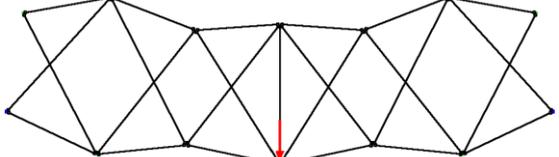
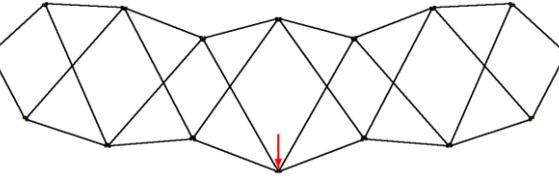
Таблица 2. Переобозначение переменных

№	Переменные	
Арочные фермы		
1	$a = \frac{L}{2n + 1}$	$b = \frac{H}{n}$
Балочные фермы		
2-6	$a = L / 2n$	$b = H$
7	$a = L / 2n$	$b = H - e$
8	$a = L / 2n$	$h = \frac{H}{n + 1}$
Решетчатые фермы		
9-11	$a = \frac{L}{2n + 1}$	$b = H$
12	$a = \frac{L}{2 \cdot 2n + 1}$	$b = H$
13	$a = \frac{L}{2n + 1}$	$h = \frac{H}{2}$
14	$a = \frac{L}{2n + 1}$	$b = H$

Для дополнительной проверки формул в многофункциональном программном комплексе Lira [23], который предназначен для проектирования и расчета строительных и машиностроительных конструкций, были смоделированы соответствующие фермы с параметрами:  $EF = 1000 \text{ кг}$ ,  $P = 1 \text{ кг}$ ,  $a = 2 \text{ м}$ ,  $b = 3 \text{ м}$ ,  $n = 3$ .

Для всех типов приведенных ферм выявлено полное совпадение решения программного комплекса Lira и численного решения на основе аналитических формул. Приведем наиболее интересные формы деформированного состояния ферм и величины прогиба в точках приложения сил, полученные численно по программе Lira (таблица 3).

Таблица 3. Общие виды в деформируемом состоянии и величины прогиба, полученные численно в программе Lira

№	Общий вид в деформируемом состоянии	Пролет, L, м	Прогиб, мм
5		12	107.032
6		12	19.2565
13		14	23.3363

Построим на основе аналитических формул графики относительного вертикального прогиба фермы ( $\tilde{\Delta} = \Delta EF/P$ ) для конструкций одинакового пролета  $L = 20$  м и одинаковой высоты  $H = 3$  м (см. рис. 1–4).

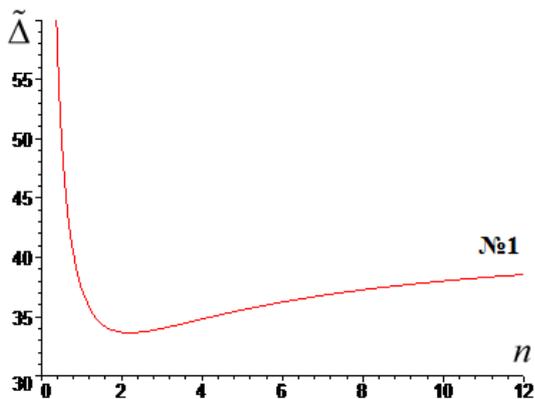


Рисунок 1. График прогиба фермы №1 в зависимости от числа панелей

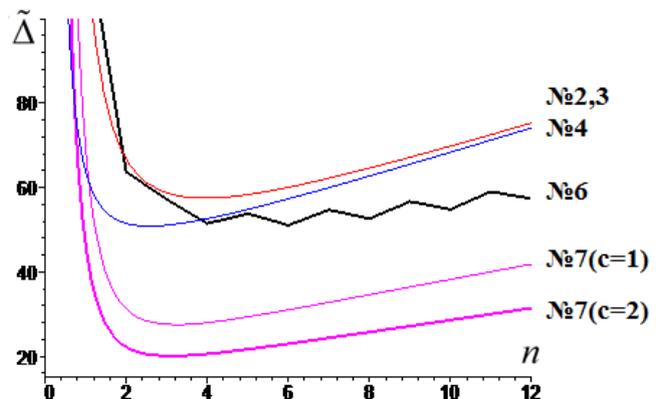


Рисунок 2. Графики прогиба ферм №2–4, 6, 7 в зависимости от числа панелей

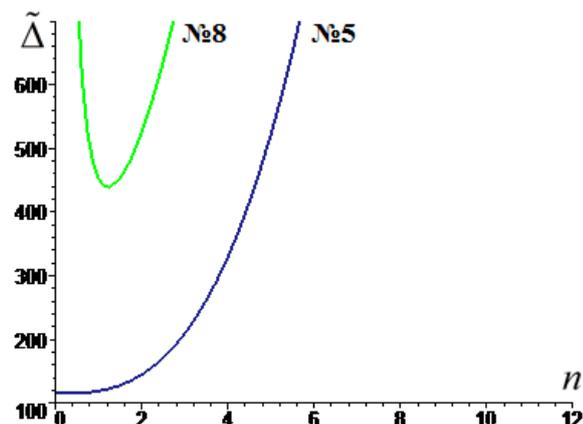


Рисунок 3. Графики прогиба ферм №5, 8 в зависимости от числа панелей

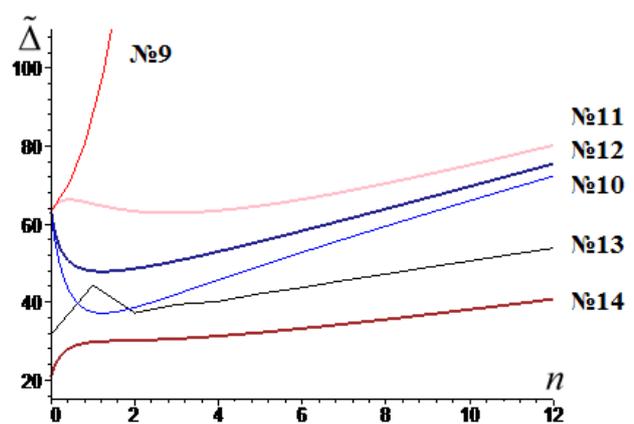


Рисунок 4. Графики прогиба ферм №10–14 в зависимости от числа панелей

На рисунках даны сравнительные кривые для прогиба в зависимости от числа панелей. В найденных зависимостях обнаруживается минимум, что позволяет выбрать не только рациональное число панелей, но и тип фермы. Часть кривых пересекается, следовательно, на разных интервалах значений  $n$  меньшим прогибом (большей жесткостью) обладают различные типы ферм.

Заметим, что с увеличением числа панелей величина прогиба устремляется к некоторой предельной величине (табл. 4).

**Таблица 4. Асимптоты функций прогиба**

№	Величина предела
Арочные фермы	
1	$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta = \frac{1}{24} \frac{P}{EF} \frac{L^2 + 4H^2}{H^2}^{3/2}$
Балочные фермы	
2-4	$\lim \frac{\Delta}{n} = \frac{HP}{EF}$
5	$\lim \frac{\Delta}{n^3} = \frac{HP}{EF}$
6	$\lim \frac{\Delta}{n} = \frac{1}{2} \frac{HP}{EF}$
7	$\lim \frac{\Delta}{n} = \frac{P}{EF} \frac{b^2 - be + e^2}{b + e}$
8	$\lim \frac{\Delta}{n^2} = \frac{1}{24} \frac{P}{EF} \frac{L^2 + 4H^2}{H^2}^{3/2}$
Решетчатые фермы	
9	$\lim \frac{\Delta}{n^3} = \frac{HP}{EF}$
10-12	$\lim \frac{\Delta}{n} = \frac{HP}{EF}$
13, 14	$\lim \frac{\Delta}{n} = \frac{1}{2} \frac{HP}{EF}$

Для больших значений  $n$ , очевидно, меньшими деформациями обладает арочная ферма, прогиб которой стремится к константе, а прогибы остальных конструкций с разной степенью возрастают. Наибольший прогиб характерен для фермы №8.

При одинаковой топологии ферм №11 и №14 под точечной нагрузкой прогиб больше, чем под распределенной нагрузкой – ферма №14. Для данной топологии прогиб в пределе различается в два раза.

Заметим, что найденные оптимальные величины однотипных панелей при заданных геометрических параметрах не гарантируют физическую возможность существования и безопасную работоспособность конструкции. Для полноценного расчета необходимо также проверить элементы на прочность, а сжатые дополнительно – на устойчивость [24].

Метод индукции, используемый в рассмотренных работах, применим также для минимизации массы конструкции или даже минимизации отношения прогиба к массе. Аналитические решения для прогиба плоских статических определимых ферм даны также в работах [25–27].

## Заключение

Символьные вычисления производятся значительно медленнее с ростом сложности системы, в отличие от численного анализа. Но для регулярных конструкций символьные вычисления и индуктивный метод позволяют получить формулу, которая может быть использована без ограничения для ферм с произвольным числом панелей. Однако вывод аналитических выражений возможен лишь в специальных случаях и требует некоторого опыта работы с пакетом **genfunc** [22].

Выведены функции прогиба от числа панелей для ферм №2, 6, 10, 12. Проведен сравнительный анализ ферм. В рассматриваемых работах выявлены и исправлены ошибки в формулах прогиба ферм №4 [14], 8 [17] и 14 [25].

## Литература

1. Кирсанов М.Н. Генетический алгоритм оптимизации стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2010. №2. С. 60–63.
2. Cazacu R., Grama L. Steel truss optimization using genetic algorithms and FEA // Procedia Technology. 2014. No. 12. Pp. 339–346.
3. Finotto V.C., Silva W.R.L., Valasek M., Stemberk P. Hybrid fuzzy-genetic system for optimising cabled-truss structures // Advances in Engineering Software. 2013. Vol. 62–63. Pp. 85–96.
4. Frans R., Arfiadi Y. Sizing, shape, and topology optimizations of roof trusses using hybrid genetic algorithms // 2nd International Conference on Sustainable Civil Engineering Structures and Construction Materials 2014. Procedia Engineering 2014. 95. Pp. 185–195.
5. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses // ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 2005. 85, No. 9. Pp. 607–617.
6. Kaveh A., Mirzai B., Jafarvand A. An improved magnetic charged system search for optimization of truss structures with continuous and discrete variables // Applied Soft Computing. 2015. Vol. 28. Pp. 400–410.
7. Faramarzi A., Afshar M.H.. Application of cellular automata to size and topology optimization of truss structures. Scientica Iranica. 2012. 19. Pp. 373–380.
8. Felkner J., Chatzi E., Kotnik T.. Interactive Particle Swarm Optimization for the Architectural Design of Truss Structures // IEEE Symposium on Computational Intelligence for Engineering Solutions (CIES). 2013. Pp. 15–22.
9. Miguela L., Lopeza R. Multimodal size, shape, and topology optimisation of truss structures using the Firefly algorithm // Advances in Engineering Software. 2013. Vol.53. Pp. 23–37.
10. Jalalpour M., Guest J. K., Igusa T. Reliability-based topology optimization of trusses with stochastic stiffness // Structural Safety. 2013. Vol. 43. Pp. 41–49.
11. Kaveh A., Sheikholeslami R., Talatahari S., Keshvari-Ilkhichi M. Chaotic swarming of particles: A new method for size optimization of truss structures // Advances in Engineering Software. 2014. Vol. 67. Pp. 136–147.
12. Сайпулаев Г.Р. Расчет регулярных стержневых систем на примере арочной фермы // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г.: в 11 частях. Часть 4. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 128–130.
13. Бадертдинов Р.Р. Формула для прогиба плоской балочной фермы // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г.: в 11 частях. Часть 7. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 21–22.
14. Жакетов Д.Д., Яцков В.Б. Прогиб плоской балочной фермы с треугольной решеткой // Наука и образование в XXI веке: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 октября 2014 г. в 17 частях. Часть 7. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 34–36.
15. Дегтярев Н.Р., Трошило А.П. Прогиб балочной фермы шпренгельного типа // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г.: в 11 частях. Часть 10. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 52–54.

16. Ерзунов И.А., Гудожников Р.А. Прогиб плоской статически определимой шпренгельной фермы с произвольным числом панелей // Наука и образование в XXI веке: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 октября 2014 г. в 17 частях. Часть 4. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 55–56.
17. Дзабиев А.А., Черепанов С.П. Формулы для расчета прогиба арочной фермы. // Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 мая 2014 г.: в 11 частях. Часть 4. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 63–64.
18. Шикин К.С., Китаев С.С. Деформация составной балочной фермы шпренгельного типа // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г.: в 11 частях. Часть 7. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 154–155.
19. Афанасьев В.А., Бойко О.О. Прогиб составной плоской балочной фермы с параллельными поясами // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г.: в 11 частях. Часть 10. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 15–16.
20. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. №4. С. 9–12.
21. Лебедев А.В. Аналитическое исследование деформации составной фермы с прямоугольной решеткой под действием равномерной нагрузки // Наука и образование в жизни современного общества: сб. науч. тр. по мат-лам Междунар. науч.-практ. конф. 30 апреля 2015 г.: Часть 13. Тамбов, 2015. С. 93–94.
22. Кирсанов М. Н. Практика программирования в системе Maple. М.: Издательский дом МЭИ, 2011. 208 с.
23. Городецкий Д.А., Барабаш М.С., Водопьянов Р.Ю., Титок В.П., Артамонова А.Е. ЛИРА-САПР 2013. Учебное пособие. М.: Москва, 2013. 376 с.
24. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014, N 6. С. 2–6.
25. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова 2015. №3(31). С. 42–48.
26. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. №4(255). С. 9–13.
27. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. №5(31). С. 38–42.

*Дмитрий Владимирович Тиньков, г. Дубна, Россия*

*+7(926)1715492; эл. почта: dvtinkov@yandex.ru*

© Тиньков Д. В., 2015

doi: 10.5862/MCE.57.7

## Прочность просечно-растяжного профиля

*Аспирант А.С. Синельников,**Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого*

**Аннотация.** Применение тонкостенных холодногнутых профилей в каркасном строительстве имеет ряд преимуществ: всепогодность и точность монтажа, легкость надземного каркаса, экономичность. Перфорированный профиль в составе стеновых ограждающих конструкций позволяет снизить теплопроводность наружных стен.

Новым типом перфорированных профилей является просечно-растяжной. Обзор литературы показал отсутствие научных исследований его работы как сжатой стойки. Численный анализ просечно-растяжного профиля на основе метода конечных элементов показал напряженно-деформированное состояние и позволил определить значения критических сжимающих сил. Подтверждена зависимость преобладающей формы потери устойчивости от толщины сечения, соотношения жесткостных характеристик стенки и полки сечения. Вычислены коэффициенты редукации, предназначенные для выполнения прочностных расчетов на основе нормативных методик согласно Еврокоду 3 и руководству Э.Л. Айрумяна.

**Ключевые слова:** тонкостенный холодногнутый профиль; прочность; метод конечных элементов; Еврокод; эффективное сечение

### Введение

Одним из факторов национального благосостояния в масштабе страны является степень обеспеченности ее граждан жильем. Доступность жилья для заданной локации может быть обеспечена финансовыми механизмами, технологическими и техническими решениями [1, 2]. Финансовые механизмы представляют собой различные программы субсидирования, кредитования и социальных выплат. Снизить стоимость квадратного метра может применение современных технологий, эффективных строительных конструкций, которые позволяют уменьшить количество издержек на этапе строительства.

Проведенные исследования [3] показали, что наиболее оптимальной конструктивной системой малоэтажных зданий, которая отвечает всем нормативным требованиям, включая параметры энергоэффективности [4], является каркасная система. Самый распространенный материал каркасных зданий – дерево [5]. Легкие строительные тонкостенные конструкции (ЛСТК) являются относительно новой технологией каркасного строительства, более 50 лет активно используются в западных странах при строительстве малоэтажных зданий, мансардных этажей при реконструкции [6] и в основе каркаса фасадных систем.

Энергоэффективность зданий определяется показателем теплопроводности наружных ограждающих конструкций [7]. Наличие перфорации в стенке холодногнутого тонкостенного профиля позволяет избежать появления мостика холода и снизить его теплопроводность, но отрицательно сказывается на его несущей способности. Технические решения, которые нивелируют отрицательное влияние просечек, позволили бы применить равнозначный по несущей способности профиль меньшей толщины сечения. Классический вариант перфорированного профиля, просечной, широко распространен, применяется в качестве стоек в стеновых конструкциях. Геометрические размеры перфорации, марка стали и оцинкованного покрытия могут отличаться в зависимости от завода-производителя.

Просечно-растяжной профиль является новым типом перфорированного профиля. Его производство предусматривает способ получения просечек, отличный от известных. Конструктивное отличие заключается в наличии в стенке сечения срединного ребра жесткости, задача которого состоит в улучшении прочностных характеристик.

Развитие строительства из ЛСТК сдерживается отсутствием методики расчета холодногнутого тонкостенного профиля в отечественных национальных нормативных документах [8, 9]. В отличие от толстостенных сечений горячекатаного металлопроката, для тонкостенного холодногнутого профиля характерна местная потеря устойчивости и потеря формы сечения, которая проявляется до общей потери устойчивости. Европейские нормы содержат методику учета данных факторов путем определения геометрии эффективного сечения сплошностенчатого профиля, без выключенных из работы участков сечения [10]. Определение геометрических характеристик эффективного сечения перфорированного профиля не предусмотрено. В России

производители для собственных сортаментов на базе институтов разработали руководства и рекомендации [11–13], которые содержат расчетные характеристики профилей. Методика определения параметров эффективного сечения в них отсутствует.

### Обзор литературы

Теоретическая основа работы тонкостенных холодногнутых профилей была разработана в XX веке. Неоценимый вклад в развитие общей теории изгиба, кручения и устойчивости тонкостенных стержней произвольного открытого профиля внес С.П. Тимошенко [14, 15]. Развитие эмпирической формулы И. Ходкинсона и теоретических выводов Дж. Брайана задачи устойчивости сжатых прямоугольных пластин с различными граничными условиями, включая пластины с продольными ребрами жесткости, были подробно изложены в его исследованиях [16]. С.П. Тимошенко вывел точное решение определения центра изгиба сечения. В. Ритц дал приближенное решение этой задачи, также данным вопросом занимался Б.Г. Галеркин. Работы С.П. Тимошенко стали основополагающими в исследовании К. Вебера, Г. Вагнера, Ф. и Г. Блейхи. К. Вебер, решив задачу в более общем виде, расширил теорию стесненного кручения для балок швеллерного, Z-образного, двутаврового сечения с различной шириной полок. Развитием теории стесненного кручения также занимались Д.В. Бычков [17], В.Н. Беляев и другие. П.М. Знаменский и Г. Вагнер [18] независимо друг от друга вывели формулу для определения критической сжимающей силы при кручении.

Большой вклад в теорию тонкостенных стержней внес советский ученый В.З. Власов. Он разработал бессдвиговую теорию произвольно нагруженных тонкостенных стержней открытого профиля в 1930-х гг. [19]. Построенная им теория позволила дать исчерпывающее решение задачи об изгибно-крутильной форме потери устойчивости и колебаниях тонкостенных упругих стержней.

В настоящее время отечественными учеными, теоретиками и практиками, развивается теория и решаются задачи поведения тонкостенного холодногнутого профиля: к ним относятся Э.Л. Айрумян [20, 21], А.Р. Туснин [22, 23], Г.И. Белый [24], В.В. Лалин [25], В.И. Сливкер [26], И.И. Крылов, В.В. Катюшин [27], В.В. Егоров [28], В.В. Зверев [29] и другие [30–37]. Среди них следует отметить работы А.Р. Туснина [38–40], в которых предложен новый численный метод расчета тонкостенных стержней открытого профиля (метод тонкостенных элементов, ТКЭ), разработанный на основе теории В.З. Власова. Метод ТКЭ заключается в том, что в узлах стержней рассматривается 7 степеней свободы (линейные перемещения, угловые повороты и деформация). Разработанные матрицы жесткости и преобразования позволяют учитывать как чистое, так и стесненное кручение. Результаты работы имеют теоретическое и экспериментальное подтверждения, что позволило практически реализовать ТКЭ при разработке нового вычислительного комплекса для расчета тонкостенных конструкций [41]. Работы Г.И. Белого [42–44] известны тем, что предложенный им аналитически-численный подход позволил решить задачу пространственной устойчивости стержневого элемента в упругой и упруго-пластической стадии работы материала. Для учета физической нелинейности был применен специальный алгоритм с введением добавочных пространственных перемещений.

За последние десять лет интерес молодых ученых к исследованию тонкостенных конструкций значительно усилился. Особое внимание привлекают исследования И.В. Астахова [45], И.Г. Катранова [46], А.Ю. Кузнецова [47], О.А. Тусниной [48], В.А. Рыбакова [49], А.Г. Холкина [50], В.М. Шишкина [51] и другие [52–61].

За рубежом развитием расчетных методов анализа несущей способности холодногнутого тонкостенного профиля занимаются такие известные ученые как Г. Хэнкок [62], М. Хейнисуо [63], Р. Ландольфо [64], Б. Шафер [65, 66], Х. Пастернак [67], К. Расмуссен [68].

В последние годы было проведено большое количество экспериментальных исследований холодногнутого профиля различного сечения [69–72]: двутавровых составных, С-образных, Z-образных, швеллерных, в том числе сплошных и перфорированных. Однако лабораторные испытания и теоретический анализ действительной работы просечно-растяжного профиля не выполнялись.

Таким образом, в силу отсутствия экспериментально-теоретических данных по работе просечно-растяжного профиля тема исследования является актуальной.

### Постановка задачи

Объектом исследования является просечно-растяжной профиль (рис. 1). Маркировка профиля согласно технической спецификации производителя (ООО «Арсенал СТ») АИ-ТСс- $h$ -45-t. Высота стенки профиля  $h$  может быть равна 150, 175, 200 и 250 мм, толщина – 1,5 и 2,0 мм.

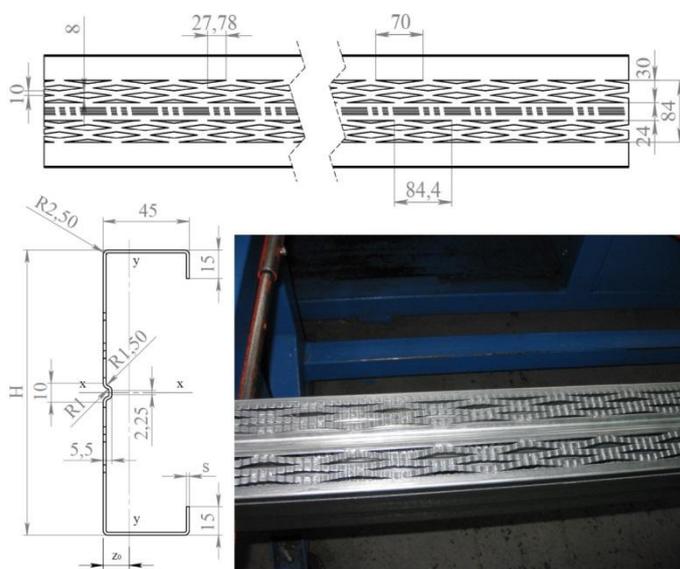


Рисунок 1. Просечно-растяжной профиль

**Цель работы** – исследование работы просечно-растяжного профиля при сжатии и разработка рекомендаций по инженерному расчету несущей способности по потере устойчивости как сжатого стержня.

Для достижения указанной цели решались следующие задачи:

- 1) аналитический обзор научно-технического материала отечественных и зарубежных исследований работы холодногнутого тонкостенного профиля;
- 2) численное моделирование и анализ работы просечно-растяжного профиля при сжатии;
- 3) разработка рекомендаций и определение коэффициентов редукции для проведения инженерных расчетов просечно-растяжного профиля при сжатии.

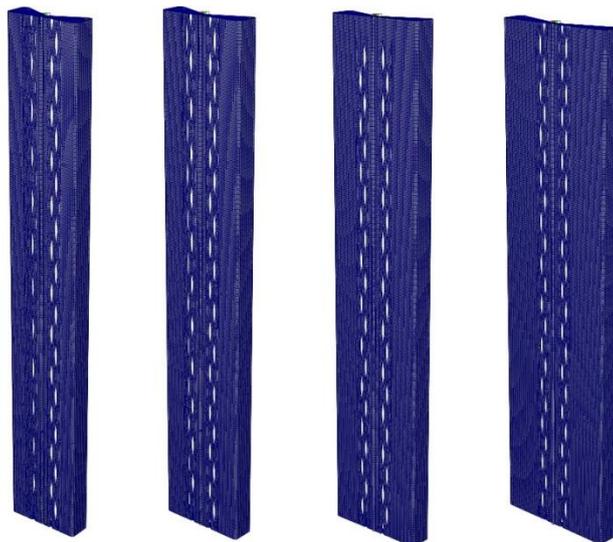
### Численное исследование

Работа просечно-растяжного профиля в виде сжатой стойки является приближенной к реальной при высоте от 1,0 до 3,0 м; такой диапазон наиболее часто встречается в строительной практике. Высота стойки с заданным сечением определяет величину гибкости сжатого стержня. Учет влияния данного параметра на характер напряженно-деформированного состояния, а именно на форму потери устойчивости, был выявлен в работе А.Ю. Кузнецова [47]. Исследование прочностных характеристик просечно-растяжного профиля было выполнено на основе численных расчетов (МКЭ) сжатой стойки высотой 1000, 2000 и 3000 мм.

Согласно сортаменту просечно-растяжного профиля на базе КЭ «оболочка» были построены модели следующих марок профилей:

- АИ ТСс 150-45-1.5 (2.0);
- АИ ТСс 175-45-1.5 (2.0);
- АИ ТСс 200-45-1.5 (2.0);
- АИ ТСс 250-45-1.5 (2.0).

Задача решалась в общей пространственной схеме. Шаг конечных элементов составил 3 мм. Конечноразностные модели стоек просечно-растяжного профиля представлены на рисунке 2.



**Рисунок 2. Зависимость  $K_{\sigma}$  от соотношения  $\gamma$  для сжатой пластины с продольными ребрами жесткости**

Граничные условия были приняты шарнирными на обоих концах стержня. Связи устанавливались на два узла, расположенных в плоскости сечения верхнего и нижнего концов стержня. Координаты данных узлов были определены с учетом центра тяжести заданных сечений, а также случайного эксцентриситета приложения нагрузки. Объединение совместной работы всех узлов сечения моделировалось твердым телом на каждом из концов стержня. Мастер-узлом был принят узел с установленными связями, ведомыми – все узлы, принадлежащие сечению.

Сжимающая нагрузка прикладывалась на мастер-узел по направлению вдоль стержня в виде сосредоточенной силы  $P = 100$  кН.

Значение случайного эксцентриситета было задано согласно пособию к СНиП II-23-81\*,  

$$e_o = \frac{l}{750} + \frac{i}{20}$$
( $l$  – высота стойки,  $i$  – минимальный радиус инерции). Радиус инерции для каждого типа сечения был определен согласно формуле 1:

$$i = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}, \quad (1)$$

где  $I_{min}$  – минимальный момент инерции сечения,  $mm^4$ ;  $A$  – площадь сечения профиля,  $mm^2$ .

Площадь и минимальный момент инерции были определены согласно общим правилам геометрии и сопротивления материалов.

Анализ работы просечно-растяжного профиля как сжатой стойки выполнялся для моделей различной длины (1000, 2000 и 3000 мм), высоты сечения профиля (150, 175, 200 и 250 мм) и толщины сечения (1,5 и 2,0 мм).

Обработка исходных данных и полученных результатов в рассматриваемой задаче выполнялась в следующем порядке. Исходя из заданной высоты стойки и радиуса инерции сечения, гибкость сжатого стержня определялась по формуле 2:

$$\lambda = \frac{l}{i_{min}}, \quad (2)$$

где  $l$  – высота стойки, мм;  $i_{min}$  – минимальный радиус инерции сечения, мм.

Значение критической силы вычислялось согласно формуле:

$$P_{cr.} = K_{buckl.} \cdot P, \quad (3)$$

где  $K_{buckl.}$  – коэффициент запаса устойчивости сжатой стойки;  $P$  – сжимающая сосредоточенная сила, кН.

В результате решения задачи устойчивости вычислительный программный комплекс получал графическое изображение формы потери устойчивости сжатой стойки, по которой определялся ее тип.

Значения критических сил, тип формы потери устойчивости и гибкости для каждого профиля приведены в таблице 1. Из таблицы видно, что гибкость стержней рассматриваемых сечений длиной 1000 мм,  $\lambda_{\max} = 60 \dots 70$ ; длиной 2000 мм,  $\lambda_{\max} = 120 \dots 140$ ; длиной 3000 мм,  $\lambda_{\max} = 180 \dots 200$ .

**Таблица 1. Критические силы и форма потери устойчивости просечно-растяжного профиля при сжатии**

№	Марка профиля	Длина, м	$e_0$ , мм	$\lambda$	Центральное сжатие		Внецентренное сжатие	
					Критич. сила, кН	Форма п.у.	Критич. сила, кН	Форма п.у.
1	ТСс 150-45-1.5	1000	4,28	61	44,6	Местная	37,7	Местная
2		2000	5,61	122	42,9	Местная	36,2	Местная
3		3000	6,95	183	30,2	<b>Общая</b>	26,6	<b>Общая</b>
4	ТСс 150-45-2.0	1000	4,27	62	83,9	Местная	71,3	Местная
5		2000	5,60	124	78,4	<b>Общая</b>	69,0	Местная
6		3000	6,94	185	41,6	<b>Общая</b>	36,9	<b>Общая</b>
7	ТСс 175-45-1.5	1000	4,71	62	36,6	Местная	31,4	Местная
8		2000	6,05	125	34,2	Местная	29,1	Местная
9		3000	7,38	187	29,0	<b>Общая</b>	25,1	<b>Общая</b>
10	ТСс 175-45-2.0	1000	4,70	63	69,6	Местная	60,2	Местная
11		2000	6,04	126	65,8	Местная	56,0	Местная
12		3000	7,37	190	40,8	<b>Общая</b>	35,6	<b>Общая</b>
13	ТСс 200-45-1.5	1000	5,14	64	29,2	Местная	24,8	Местная
14		2000	6,47	128	27,2	Местная	22,8	Местная
15		3000	7,80	192	26,2	Местная	21,2	Местная
16	ТСс 200-45-2.0	1000	5,13	65	55,8	Местная	47,7	Местная
17		2000	6,46	130	53,1	Местная	44,3	Местная
18		3000	7,79	194	39,7	<b>Общая</b>	34,1	<b>Общая</b>
19	ТСс 250-45-1.5	1000	5,96	67	19,8	Местная	16,4	Местная
20		2000	7,29	134	18,3	Местная	14,7	Местная
21		3000	8,62	201	17,9	Местная	13,9	Местная
22	ТСс 250-45-2.0	1000	5,95	68	38,2	Местная	31,8	Местная
23		2000	7,28	136	36,9	Местная	29,8	Местная
24		3000	8,61	204	35,9	Местная	28,1	Местная

Формы потери устойчивости для стоек высотой 1000, 2000 и 3000 мм представлены на рисунках 3, 4, 5 соответственно. Численные расчеты показали, что исчерпание несущей способности стержней просечно-растяжного профиля высокой гибкости ( $\lambda_{\max} = 180 \dots 200$ ) длиной 3000 мм происходит в основном по общей потере устойчивости (рис. 5).

Для стержней малой и средней гибкости ( $\lambda_{\max} = 40 \dots 60, 120 \dots 140$ ) длиной 1000...2000 мм характерна местная потеря устойчивости стенки сечения (рис. 3, 4). Анализ полученных данных показывает:

- увеличение толщины сечения повышает вероятность возникновения общей потери устойчивости для сжатого стержня;
- увеличение высоты стенки сечения понижает вероятность возникновения общей потери устойчивости для сжатого стержня.

Данный результат согласуется с ранее сделанным выводом [73] при определении зависимости формы потери устойчивости от соотношения  $\gamma$  для сжатой пластины с продольными ребрами жесткости. Увеличение толщины сечения повышает соотношение изгибной жесткости полок с отгибами к цилиндрической жесткости стенки. Увеличение высоты сечения, напротив,

увеличивает знаменатель в выражении  $\gamma = \frac{2 \cdot B}{C \cdot b}$  ( $B$  – изгибная жесткость отгиба по отношению к плоскости стенки сечения;  $C$  – цилиндрическая жесткость стенки;  $b$  – ширина стенки) и снижает соотношение изгибной жесткости полок с отгибами к цилиндрической жесткости стенки.

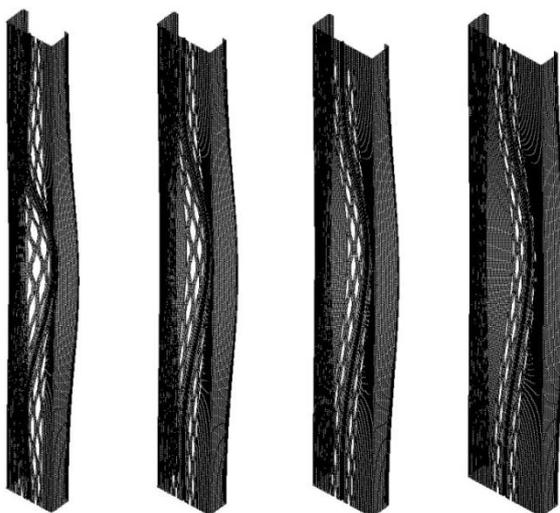


Рисунок 3. Формы потери устойчивости,  $l = 1000$  мм

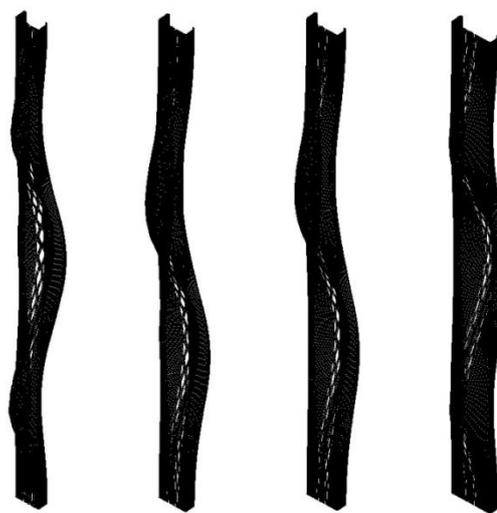


Рисунок 4. Формы потери устойчивости,  $l = 2000$  мм

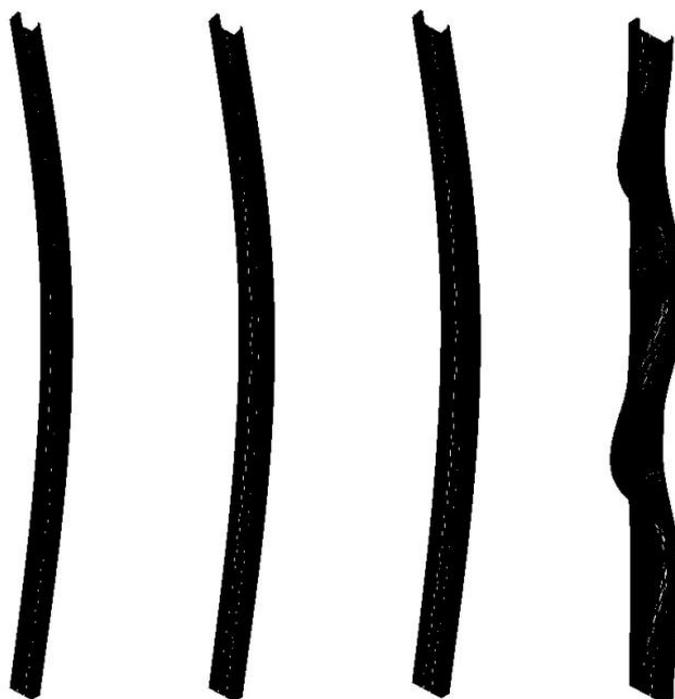


Рисунок 5. Формы потери устойчивости,  $l = 3000$  мм

Поля продольных напряжений вдоль направления действия сосредоточенной силы для сжатого просечно-растяжного профиля представлены на рисунке 6. Концентрация напряжений отмечена на концах профиля в месте приложения нагрузки и опоры, а также в зоне перфорации стенки по всей длине стержня. Распределение напряжений по сечению симметрично.

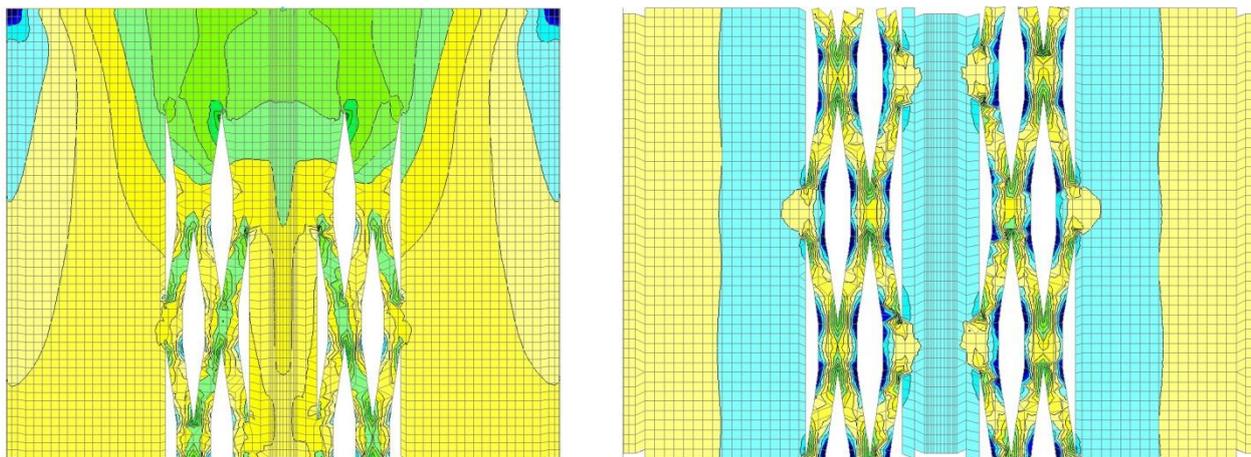


Рисунок 6. Поля продольных напряжений на концах (слева) и в середине высоты (справа) сжатого просечно-растяжного профиля

### Аналитическое исследование

Аналитическое исследование несущей способности центрально и внецентренно сжатого просечно-растяжного профиля было проведено согласно требованиям нормативных методик Eurocode 3 (EN 1993-1-1, EN 1993-1-3, EN 1993-1-5) [74] и руководства Э.Л. Айрумяна, основанного на СНиП II-23-81\* [12]. Указанные нормативные методики основаны на приведении полного сечения холодногнутого тонкостенного профиля к эффективному (редуцированному). Под эффективным сечением подразумевается сечение профиля без учета выключившихся из работы участков стенки и полки вследствие местной потери устойчивости. Редуцирование сечения профиля позволяет учесть влияние местной потери устойчивости и потери формы сечения на несущую способность сжатого стержня. Дальнейшие расчеты выполняются по аналогии с методикой, разработанной для толстостенных сечений горячекатаного проката.

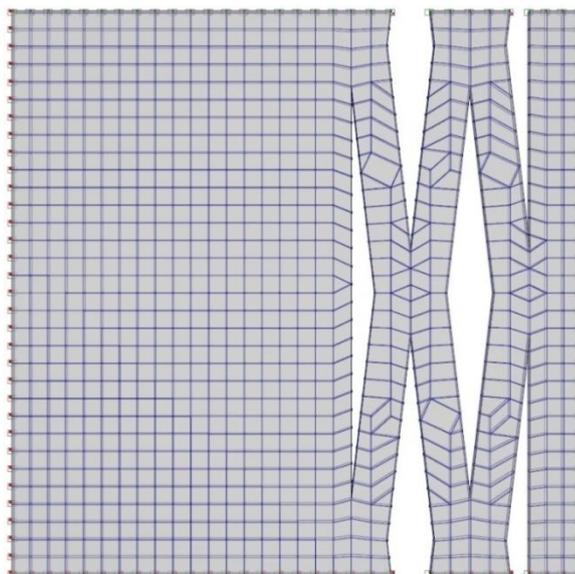
Учет ослабленных наличием просечек участков стенки сечения не предусмотрен. Классический способ учета просечек основан на приведении стенки с просечками к сплошностенчатой путем редуцирования толщины. Решение задачи определения коэффициента редукиции строится на предположении равенства величин критических сжимающих напряжений для опертых по всем сторонам пластин с просечками и редуцированной сплошностенчатой (далее по тексту РСП). Коэффициент редукиции находится при решении нетривиального выражения 4 при известном значении коэффициента устойчивости сжатой пластины с просечками,  $K_{perf.}$ . Коэффициент устойчивости РСП известен из решения классической задачи для опертой по всему периметру сжатой пластины,  $K_{gr.} = 4$ .

$$k = \sqrt{\frac{K_{perf.}}{K_{gr.}}} \quad (4)$$

Определение  $K_{perf.}$  для просечно-растяжного профиля было выполнено решением задачи устойчивости сжатой пластины на базе метода конечных элементов. Шаг конечных элементов 3 мм. Геометрические размеры моделируемой пластины (95.5x95.5 мм) соответствовали участку ослабленной просечками стенки между полкой и срединным ребром жесткости стенки профиля АИ ТСс 200-45-t (рис. 7).

Толщина сечения изменялась от 0,75 мм до 1,95 мм, учитывая толщину оцинкованного покрытия, с шагом 0,1 мм.

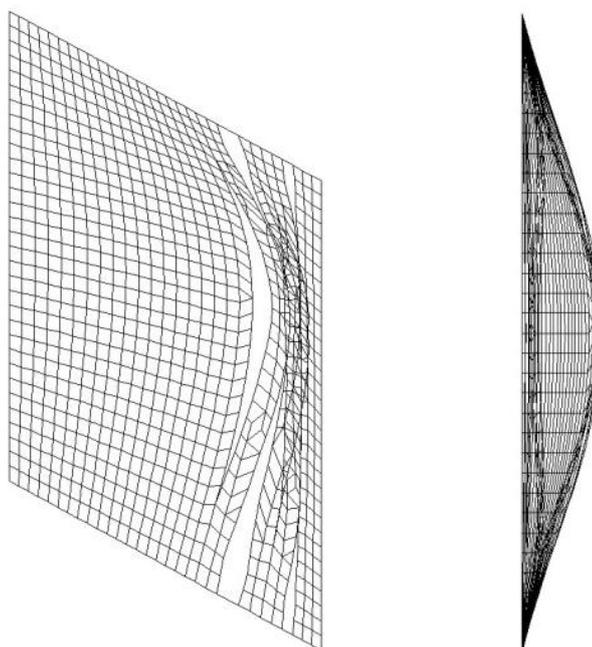
Анализ нормативных методик показал, что необходимым параметром для проведения аналитического расчета просечно-растяжного профиля является коэффициент редукиции стенки сечения  $k$ . Определение значений коэффициента  $k$  было произведено на основании равенства критических напряжений стенки с просечно-растяжной перфорацией и сплошной стенки с редуцированной толщиной сечения. Численный расчет проводился на базе метода конечных элементов и заключался в решении задачи устойчивости при заданных граничных условиях и нагрузках. В результате определялся коэффициент запаса устойчивости  $K_{buckl.}$



**Рисунок 7. Пластина с просечно-растяжной перфорацией,  $\frac{1}{2}$  стенки сечения**

Получение значений  $K_{perf.}$  выполнялось по аналогии с решением предыдущих задач согласно порядку, описанному в начале настоящей главы. Форма потери устойчивости сжатой пластины представлена на рисунке 8.

Коэффициенты редукции стенки сечения для просечно-растяжного профиля марки АИ ТСс 200-45- $t$  приведены в таблице 2. Значения параметра  $k$  находятся в диапазоне от 0,75 до 0,85, увеличиваясь с уменьшением толщины сечения.



**Рисунок 8. Форма потери устойчивости просечно-растяжной пластины**

Сравнительный анализ методом конечных элементов несущей способности на сжатие просечно-растяжного профиля и профиля с редуцированной стенкой сечения показал, что исчерпание несущей способности приведенного сплошностенчатого профиля по потере устойчивости происходит при значениях сосредоточенной нагрузки, на 20 % меньших. Данное явление обусловлено наличием упругого поворота стенки, который не учитывался при определении коэффициентов редукции.

**Таблица 2. Коэффициенты редукции для АИ ТСс 200-45- $t$**

$t, \text{ мм}$	0,75	0,85	0,95	1,05	1,15	1,25	1,35	1,45	1,55	1,65	1,75
$k$	0,835	0,814	0,798	0,785	0,775	0,767	0,761	0,756	0,752	0,748	0,746

Синельников А.С. Прочность просечно-растяжного профиля

**Таблица 3. Аналитические расчеты. Критическая сила просечно-растяжного профиля при сжатии**

№	Марка профиля	Длина, м	Критическая сила при центральном сжатии, кН		Критическая сила при внецентренном сжатии, кН	
			Eurocode 3	Э.Л. Айрумян	Eurocode 3	Э.Л. Айрумян
1	ТСс 200-45-1.5	1000	32,4	40,3	26,2	23,2
2		2000	23,4	20,1	17,3	13,4
3		3000	14,5	10,4	10,8	7,8
4	ТСс 200-45-2.0	1000	50,5	64,9	40,6	36,4
5		2000	33,5	30,9	25,1	20,5
6		3000	19,9	15,9	15,0	11,9

Аналитические расчеты были произведены для просечно-растяжного профиля марки ТСс 200-45-t толщиной сечения 1,5 и 2,0 мм, с длиной стержня 1000, 2000 и 3000 мм. Результаты аналитического расчета просечно-растяжного профиля на сжатие согласно Eurocode 3 и руководству Э.Л. Айрумяна с учетом классической методики приведения стенки с просечками к редуцированной сплошностенчатой представлены в таблице 3. Согласно расчету Eurocode 3, потеря устойчивости сжатой стойки происходит по изгибной форме. Сравнительный анализ результатов аналитических и численных расчетов показал удовлетворительную сходимость. Относительная погрешность составляет не более 10%.

### Заключение

В качестве общих выводов и результатов выполненного исследования можно отметить следующее:

1. Исследован новый тип тонкостенного холодногнутого профиля (просечно-растяжной) с получением просечек в стенке сечения способом прорезания и последующего растяжения на профилегибочном оборудовании.

2. На основании анализа результатов численных расчетов просечно-растяжного профиля показано, что проявление местной потери устойчивости характерно для сжатых стоек высотой до 2.0 м, общей потери устойчивости – для сжатых стоек высотой более 3.0 м. Увеличение толщины сечения при неизменных остальных геометрических размерах повышает вероятность возникновения общей потери устойчивости для сжатого стержня. Увеличение высоты стенки сечения при неизменных остальных геометрических размерах понижает вероятность возникновения общей потери устойчивости для сжатого стержня.

3. Разработаны рекомендации и получены значения коэффициентов редукиции стенки сечения, необходимые для проведения инженерных расчетов согласно Eurocode 3 и руководству Э.Л. Айрумяна.

4. На основании теоретических расчетов установлено, что методы расчета тонкостенных холодногнутого профилей на сжатие согласно руководству Э.Л. Айрумяна, Eurocode 3 и на базе оболочечной конечно-элементной модели верны и могут применяться в инженерном проектировании конструкций из просечно-растяжного профиля с учетом результатов данной работы.

### Литература

1. Теличенко В.И., Король Е.А., Каган П.Б., Сборщиков С.Б., Дмитриев А.Н., Карданская Н.Л. Основы управления инвестиционно-строительными программами в условиях мегаполиса. М.: Издательство АСВ, 2008. 240 с.
2. Вильман Ю.А., Синенко С.А., Грабовый П.Г., Грабовый К.П., Король Е.А., Каган П.Б. Особенности технологии и механизации возведения многоэтажных зданий // Вестник МГСУ. 2012. №4. С. 170–174.
3. Жмарин Е.Н. Международная ассоциация легкого стального строительства // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2012. №2. С. 27–30.

4. Грабовый П.Г., Король Е.А., Грабовый К.П., Семенов В.Н., Каган П.Б., Пугач Е.М. Инновационные технологии разработки программно-целевой системы управления энергосбережением в строительстве. М.: Издательство НТО ПМУ, 2014. 235 с.
5. Ушаков А.Ю., Долганов А.И. Автоматизация проектирования деревянных конструкций в малоэтажном строительстве // Научное обозрение. 2014. №7-1. С. 140–143.
6. Теличенко В.И., Король Е.А., Каган П.Б., Сборщиков С.Б. Управление проектами реконструкции и реновации жилой застройки. М.: Издательство АСВ, 2009. 208 с.
7. Михайлин М.В., Соловьёв А.К. Применение энергоэффективных технологий при реконструкции зданий и сооружений современные тенденции и особенности // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. 2008. №11. С. 62.
8. СНиП II-23-81\*. Стальные конструкции. Взамен СНиП II-В.3-74. Введ. 01-01-1987. М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1990. 96 с.
9. СП 16.13330.2011. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81\*. Введ. 2011-05-20. М.: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 2011. 172 с.
10. Алмазов В.О. Проблемы использования Еврокодов в России // Промышленное и гражданское строительство. 2012. №7. С. 36–38.
11. Рекомендации по проектированию, изготовлению и монтажу ограждающих и несущих конструкций из стальных гнутых профилей повышенной жесткости. Введ. 1999-07-07. М.: ЦНИИПСК им. Мельникова, 1999. 32 с.
12. Рекомендации по проектированию, изготовлению и монтажу конструкций каркаса малоэтажных зданий и мансард из холодногнутой стальной оцинкованной профилей производства ООО «БалтПрофиль». Введ. 2004-01-01. М.: ЦНИИПСК им. Мельникова, 2004. 69 с.
13. СТО 0061-2008. Прогонь и ригели стальные оцинкованные из холодногнутой профилей С-образного и Z-образного сечений для систем покрытий и стен зданий. Введ. 2008-12. М.: ЦНИИПСК им. Мельникова, 2008. 90 с.
14. Тимошенко С.П. Прочность и колебания элементов конструкций. М.: Наука, 1975. 704 с.
15. Тимошенко С.П. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 575 с.
16. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. М.: Наука, 1971. 807 с.
17. Бычков Д.В. Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций. М.: Гостройиздат, 1962. 476 с.
18. Wagner C., Pretscher W. Verdrehung und Knickung von offenen Profilen // Luftfahrtforschung. 1934. №6. Рр. 174–180.
19. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни. М.: Физматлит, 1959. 568 с.
20. Айрумян Э.Л. Исследования действительной работы тонкостенных холодногнутой прогонь из оцинкованной стали // Промышленное и гражданское строительство. 2002. №6. С. 31–34.
21. Айрумян Э.Л., Белый Г.И. Исследование работы стальной фермы из холодногнутой профилей с учетом их местной и общей устойчивости // Промышленное и гражданское строительство. 2010. №5. С. 41–44.
22. Туснин А.Р. Расчет и проектирование конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля: дис. докт. тех. наук. М., 2003. 353 с.
23. Туснин А.Р. Конечный элемент для численного расчета конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля // Металлические конструкции. 2009. №1(15). С. 73–78.
24. Белый Г.И. Пространственная работа и предельные состояния стержневых элементов металлических конструкций: дис. докт. тех. наук. Л., 1987. 464 с.
25. Лалин В.В., Рыбаков В.А., Морозов С.А. Исследование конечных элементов для расчета тонкостенных стержневых систем // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 1 (27). С. 53–73.
26. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. М.: ДМК Пресс, 2002. 618 с.
27. Катюшин В.В. Здания с каркасами из стальных рам переменного сечения (расчет, проектирование, строительство). М.: Стройиздат, 2005. 656 с.
28. Егоров В.В. Свободные колебания тонкостенных криволинейных стержней произвольного профиля, нагруженных параметрической нагрузкой: автореф. дис. канд. тех. наук. СПб., 2001. 127 с.
29. Зверев В.В. Эффективные строительные металлоконструкции на основе объемно-формованного тонколистового проката: исследование, проектирование, изготовление: автореф. дис. докт. тех. наук. Липецк, 2000. 395 с.

30. Белый А.Г. Деформационный расчет и устойчивость тонкостенных призматических стержней произвольного профиля сжатых с двухосным эксцентриситетом: автореф. дис. канд. тех. наук. СПб., 2000. 114 с.
31. Бобарыкина О.Б. Работа изгибаемых стержней из тонкостенных гнутых профилей с учетом влияния редуцирующих и конструктивных факторов: автореф. дис. канд. тех. наук. М., 1995. 202 с.
32. Гуркова А.Г. Кручение тонкостенного стержня открытого и замкнутого профиля и автоматизация процесса расчета: автореф. дис. канд. тех. наук. М., 2000. 168 с.
33. Кретинин А.Н. Тонкостенные балки из гнутых оцинкованных профилей: составных поясов коробчатого сечения и гофрированных стенок: автореф. дис. канд. тех. наук. Новосибирск, 2008. 138 с.
34. Осокин А.В. Развитие метода конечных элементов для расчета систем, включающих тонкостенные стержни открытого профиля: автореф. дис. канд. тех. наук. М., 2010. 134 с.
35. Пашалишвили С.Т. Напряженно-деформированное состояние тонкостенных составных стержней открытого профиля с учетом ползучести бетона: автореф. дис. канд. тех. наук. Тбилиси, 1984. 132 с.
36. Тугаев А.С. Устойчивость пластин и тонкостенных стержней: автореф. дис. канд. тех. наук. Харьков, 1984. 151 с.
37. Белов И.Д., Юрченко В.В. Про проверку устойчивости центрально-сжатых стержней из одиночных тонкостенных холодногнутой профилей открытого сечения // Металлические конструкции. 2010. №4(16). С. 239–250.
38. Туснин А.Р. Численный расчет конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля. М.: МГСУ, АСВ, 2009. 143 с.
39. Туснин А.Р. Точность расчета тонкостенного стержня открытого профиля методом конечных элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2003. №6. С. 59–60.
40. Туснин А.Р. Особенности численного расчета конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля // Промышленное и гражданское строительство. 2010. №11. С. 60–63.
41. Туснин А.Р., Туснина О.А. Вычислительная система «Сталькон» для расчета и проектирования стержневых конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля // Промышленное и гражданское строительство. 2012. №8. С. 62–64.
42. Белый Г.И. Влияние эксцентричного опирания концов и уровня приложения нагрузки на устойчивость плоской формы изгиба тонкостенного криволинейного стержня // Сб. трудов ЛИСИ. 1974. С. 18–25.
43. Белый Г.И., Родиков Н.Н. О пространственной деформации тонкостенных стержней, сжатых с двухосными эксцентриситетами // Исследования по механике строительных конструкций и материалов. 1982. С. 30–36.
44. Белый Г.И. Расчет упругопластических тонкостенных стержней по пространственно-деформируемой схеме // Межвуз. темат. сб. тр., №42 (Строительная механика сооружений). 1983. С. 40–48.
45. Астахов И.В. Пространственная устойчивость элементов конструкций из холодногнутой профилей: автореф. дис. канд. тех. наук. СПб., 2006. 24 с.
46. Катранов И.Г. Несущая способность винтовых и заклепочных соединений стальных тонкостенных конструкций: автореф. дис. канд. тех. наук. М., 2011. 202 с.
47. Кузнецов А.Ю. Прочность и пространственная устойчивость составных стержневых элементов конструкций из холодногнутой профилей: автореф. дис. канд. тех. наук. СПб., 2013. 25 с.
48. Туснина О.А. Несущая способность тонкостенных холодногнутой прогонов покрытия с учетом влияния жесткости соединения с сэндвич-панелями: дис. канд. тех. наук. 2015. 168 с.
49. Рыбаков В.А. Применение полусдвиговой теории В.И. Сливкера для анализа напряженно-деформированного состояния систем тонкостенных стержней: автореф. дис. канд. тех. наук. СПб., 2012. 184 с.
50. Холкин А.Г. Исследование местной устойчивости тонкостенных трапециевидных профилей при продольно-поперечном изгибе: автореф. дис. канд. тех. наук. Омск, 2010. 118 с.
51. Шишкин В.М. Разработка эффективных методов расчета тонкостенных конструкций с учетом пластических и демпфирующих свойств материала: дис. докт. тех. наук. Казань, 2008. 440 с.
52. Жилкин В.А. Численный расчет тонкостенных стержней открытого профиля в MSC Patran-Nastran // Вестник ЧГАА. 2013. №65. С. 84–95.

53. Кикоть А.А., Григорьев В.В. Влияние ширины пояса и параметров стенки на эффективность стального тонкостенного холодногнутого профиля Сигма-образного сечения при работе на изгиб // Инженерно-строительный журнал. 2013. №1(36). С. 97–102.
54. Колесов А.И., Лапшин А.А., Валов А.В. Современные методы исследования тонкостенных стальных конструкций // Проволжский научный журнал. 2007. №1. С. 28–33.
55. Недвига П.Н., Рыбаков В.А. Эмпирические методы оценки несущей способности стальных тонкостенных просечно-перфорированных балок и балок со сплошной стенкой // Инженерно-строительный журнал. 2009. №8(10). С. 27–30.
56. Саламахин С.В., Синельников А.С. Моделирование узла винтового соединения тонкостенных стальных перфорированных профилей методом конечных элементов // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2013. №4(9). С. 53–63.
57. Смазнов Д.Н. Устойчивость при сжатии составных колонн, выполненных из профилей из высокопрочной стали // Инженерно-строительный журнал. 2009. №3(5). С. 42–49.
58. Туснин А.Р., Прокич М. Прочность двутавровых профилей при стеснённом кручении с учётом развития пластических деформаций // Вестник МГСУ. 2014. №1. С. 75–82.
59. Шатов Д.С. Конечно-элементное моделирование перфорированных стоек открытого сечения из холодногнутого профилей // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 3 (21). С. 32–35.
60. Vatin N.I., Havula J., Martikainen L., Sinelnikov A.S., Orlova A.V., Salamakhin S.V. Thin-walled cross-sections and their joints: tests and FEM-modelling // Advanced Materials Research. 2014. Vols. 945–949. Pp. 1211–1215.
61. Ведяков И.И., Соловьев Д.В., Одесский П.Д. Несущая способность болтовых соединений легких конструкций из холодногнутого профилей малых толщин // Промышленное и гражданское строительство. 2010. №10. С. 19–22.
62. Hancock G.J., Cao Hung Pham. Shear buckling of channel sections with simply supported ends using the Semi-Analytical Finite Strip Method // Thin-Walled Structures. 2013. No. 71. Pp. 72–80.
63. Heinisuo M., Kukkonen J. Resistance of cold-formed steel members by new eurostandard // Structural Mechanics. 2006. No.2. Pp. 3–21.
64. Landolfo R., Cascini L., Portioli F. Sustainability of steel structures: towards an integrated approach to lifetime engineering design // Frontiers of Architecture and Civil Engineering in China. 2011. No.3. Pp. 304–314.
65. Li Z., Ádány S., Schafer, B.W. Modal identification for shell finite element models of thin-walled members in nonlinear collapse analysis // Thin-Walled Structures. 2013. No.67. Pp. 15–24.
66. Schafer B.W. Review: The Direct Strength Method of cold-formed steel member design // Journal of Constructional Steel Research. 2008. No.64. Pp. 766–778.
67. Pasternak H., Ermopoulos J. Design of steel frames with slender joint-panels // Journal of Constructional Steel Research. 1995. No.2. Pp. 165–187.
68. Rossi B., Rasmussen K.J.R. Carrying capacity of stainless steel columns in the low slenderness range. Journal of Structural Engineering (United States). 2013. No.139 (6). Pp. 1088–1092.
69. Ungermann D., Lübke S., Brune B. Tests and design approach for plain channels in local and coupled local-flexural buckling based on Eurocode 3 // Thin-Walled Structures. 2014. Vol. 81. Pp. 108–120.
70. Moen C.D., Schafer B.W. Experiments on cold-formed steel columns with holes // Thin-Walled Structures. 2008. No.46. Pp. 1164–1182.
71. Tarigopula V., Langseth M., Hopperstad O.S., Clausen A.H. Axial crushing of thin-walled high-strength steel sections // International Journal of Impact Engineering. 2006. No.32. Pp. 847–882.
72. Vatin N.I., Nazmeeva T., Guslinsky R. Problems of cold-bent notched c-shaped profile members // Advanced Materials Research. 2014. Vol. 941–944. Pp. 1871–1875.
73. Vatin N.I., Havula J., Martikainen L., Sinelnikov A.S., Shurovkina L.L. Reticular-stretched thermo-profile: buckling of the perforated web as a single plate // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vols. 725-726. Pp. 722–727.
74. EN 1993-1-3: 2006. Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-3: General rules. Supplementary rules for cold-formed members and sheeting. CEN, Brussels, 2006. 130 p.

*Алексей Сергеевич Синельников, Санкт-Петербург, Россия  
+79500411815; эл. почта: alexey\_sinelnikov@mail.ru*

doi: 10.5862/MCE.57.8

## Behaviour analysis of load-bearing aluminium members

**A. Hirkovskis;****D. Serdjuks;****V. Goremikins;****L. Pakrastins,***Riga Technical University;***N.I. Vatin,***Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

**Abstract.** Aluminium is one of the traditional structural materials. Structures made of aluminium alloys are widely used in the civil engineering for erection of new civil and industrial buildings and reconstruction of the existing ones. Increased corrosion resistance, stability of mechanical properties at negative temperatures, lightness and increased durability are the main advantages of aluminium alloys as the structural materials.

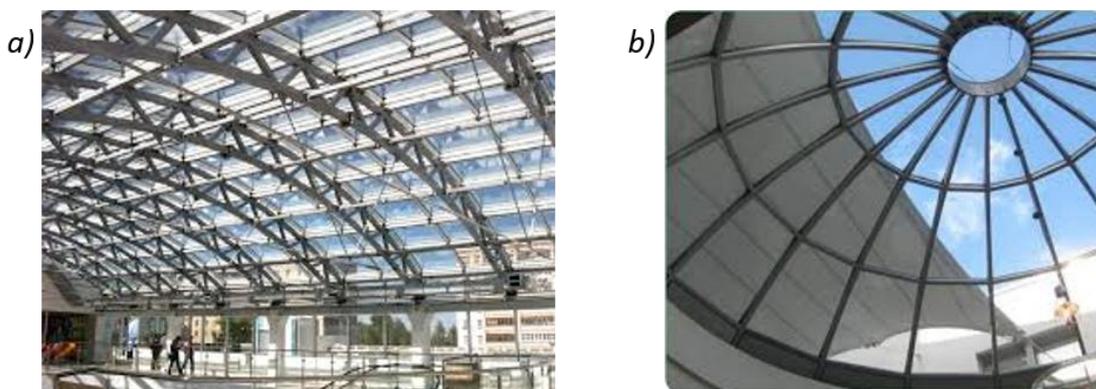
Design approaches described in EN 1999 and SNiP 2.03.06-85 for the aluminium elements, subjected to bending and combined bending and compression, were compared analytically and on the base of laboratorial experiment for the simple beams with the rectangular hollow cross-sections with the heights 65, 85 and 105 mm loaded by the two concentrated forces. It was stated, that the difference between the results is within the limits from 5.82 % to 12.92 %. The differences between the experimental and numerical results are within the limits from 3 % to 7 % for both methods. Rational values of height of the transversal arch, amount of the arch's segments and a spacing of transversal arches of load-bearing framework for spacious exterior structure were determined by the response surface method for the structure with the span equal to 9 m.

It was shown, that the rational height of the transversal arch and amount of the arch's segments changes from 1.76 to 1.94 m and from 10.70 to 11.97 m, correspondingly. The corresponding minimum materials consumptions were equal to 6.16, 5.38 and 5.54 kg/m<sup>2</sup>.

**Key words:** rational parameters; spacious aluminum structure; response surface method

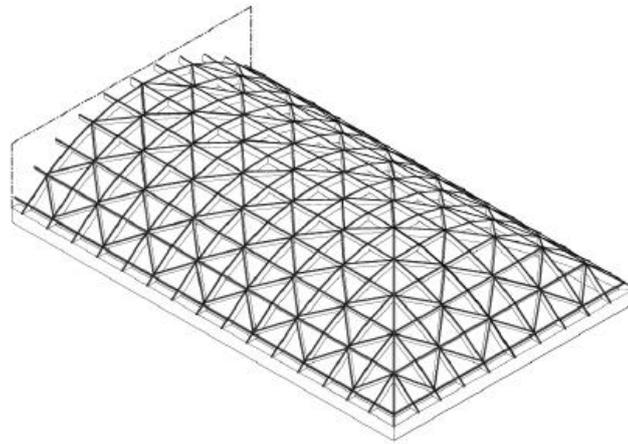
### Introduction

Aluminium is a structural material widely used in civil engineering. The main application fields of aluminium alloys are the erection of new civil and industrial buildings and the reconstruction of existing ones. Structures made of aluminium alloys have the following advantages: increased corrosion resistance, stability of mechanical properties at negative temperatures, lightness and increased durability. Aluminium alloys are used for load-bearing structures of light frameworks, for structures of facades, molds of columns, floors and load-bearing walls, structures of stairs, doors, partitions, balconies and other structures (Fig. 1).



**Figure 1. Examples of structures from aluminium alloys:**  
**a) light framework from aluminium alloys; b) spacious framework for exterior structures**

But the most material consuming field of application of structural aluminium elements are flat and spacious frameworks for exterior structures (Fig. 1b). These structures combine load-bearing and decorative functions. Choice of rational geometrical parameters for these structures is a very important aspect of a designing process because it enables to obtain the structural solution, which is characterized both by the rational using of structural materials and good appearance. In this connection, the framework of exterior structure of a residential building in Oslo (Fig. 2) is considered to be a prototype of the object of investigation.



**Figure 2. Object of investigation – spacious framework for exterior structure of residential building in Oslo**

So, it can be concluded, that structural units made of aluminium alloys are mostly subjected to bending and combined bending and compression. The EN 1999 and SNiP 2.03.06-85 are structural codes, which are used for the designing of aluminium structures in Latvia and neighbouring states. Comparison of the approaches described in both codes causes a certain interest because the structures designed by both codes can be available in the Latvian structural market.

Therefore, the aim of this paper is to evaluate the rational geometrical parameters from the point of view of materials consumption of load-bearing spacious external structure in Oslo, made of the aluminium alloys. Corresponding methods for design or calculation of main load-bearing elements of considered framework must be suggested and checked by the experiment. Approaches for the design of load-bearing aluminium elements, described in EN 1999 and SNiP 2.03.06-85 must be compared for this purpose.

## *1. Design methods description for structural aluminium elements*

### *1.1. Elements subjected to combined bending and compression*

Let us start with the consideration of design methods for structural aluminium elements, which are subjected to combined bending and compression. Approaches for the designing of load-bearing aluminium elements, which are described in the sources [1, 2] will be considered, as it was mentioned above. Let us consider the main peculiarities of designing of structural aluminium elements subjected to combined bending and compression [1]. The determinant check is a check of stability, which can be conducted by the equations (1) and (2) or (3) dependently on the parameters of the elements cross-sections. For open cross-sections, such as T and double-T profiles, U-shape and symmetric about both major axes cross-sections stability of the element subjected to combined bending and compression must be checked by the equations (1) and (2). Equation (1) is used for check of elements stability about the major axis, where the element has maximum rigidity in bending. Equation (2) is used for check of elements stability about another major axis, [1].

$$\left( \frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot \omega_x \cdot N_{Rd}} \right)^{\zeta_{yc}} + \frac{M_{y,Ed}}{\omega_0 \cdot M_{y,Rd}} \leq 1, \quad (1)$$

$$\left( \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot \omega_x \cdot N_{Rd}} \right)^{\eta_c} + \left( \frac{M_{z,Ed}}{\omega_0 \cdot M_{z,Rd}} \right)^{\zeta_{zc}} \leq 1, \quad (2)$$

where  $N_{Ed}$ ,  $M_{y,Ed}$ ,  $M_{z,Ed}$  are the design values of axial compression force and bending moments which act about the both major axes  $y$  and  $z$ ;  $N_{Rd}$ ,  $M_{y,Rd}$ ,  $M_{z,Rd}$  are the design resistances of the elements cross-sections in compression and bending about the both major axes;  $\chi_y$ ,  $\chi_z$  are reduction factors about the both major axes;  $\zeta_{yc}$ ,  $\zeta_{zc}$ ,  $\eta_c$  are the factors which depend on the slenderness of the element about the both major axes and geometrical parameters of elements cross-section. The factors  $\zeta_{yc}$ ,  $\zeta_{zc}$ ,  $\eta_c$  are bigger or equal to 0,8;  $y$  – major horizontal axis of cross-section;  $z$  – major vertical axis of cross-section.

The value of coefficient  $\omega_0$  can be taken equal to 1. For closed cross-sections such as SHS and RHS stability of the element subjected to combined bending and compression must be checked by the equation (3).

$$\left( \frac{N_{Ed}}{\chi_{\min} \cdot \omega_x \cdot N_{Rd}} \right)^{\psi_c} + \frac{1}{\omega_0} \left[ \left( \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} \right)^{1.7} + \left( \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \right)^{1.7} \right]^{0.6} \leq 1, \quad (3)$$

where factor  $\psi_c$  depends on the slenderness of considered element. The factor  $\psi_c$  is bigger or equal to 0,8.

Let us consider approach to design of the elements subjected to combined bending and compression in accordance with the source [2]. The determinant check is a check of stability, which can be conducted by the equation (4).

$$\frac{N}{\varphi_e \cdot A} + \frac{M_x}{I_{xn}} \cdot y + \frac{M_y}{I_{yn}} \cdot x \leq R \cdot \gamma_c, \quad (4)$$

where  $N$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  are the design values of axial compression force and bending moments about both major axes;  $x$ ,  $y$  – distances from the corresponding major axes to the considered points;  $A$  – cross-sectional area;  $I_{xn}$  and  $I_{yn}$  – cross-sections moments of inertia about major axes  $x$  and  $y$ , correspondingly;  $\varphi_e$  – reduction factor;  $R$  – design resistance of material;  $\gamma_c$  – safety factor.

The reduction factor  $\varphi_e$  is a function of the elements slenderness and reduced relative eccentricity, which must be determined in accordance with recommendations of [2] dependently on the relation of the bending moment and axial force and shape of the elements cross-section.

### 1.2. Elements subjected to bending

Let us consider design methods for structural aluminium elements, which are subjected to bending. Approaches for the designing of load-bearing aluminium elements described in [1, 2] will be considered, as it was mentioned above. Let us consider the main peculiarities of designing of structural aluminium elements subjected to bending by [2]. Checks of the elements strength at the action of bending moment and shear forces can be done by the equations (5) and (6), respectively.

$$\frac{M}{W_{n.\min}} \leq R \cdot \gamma_c, \quad (5)$$

$$\frac{Q \cdot S}{I \cdot b} \leq R_s \cdot \gamma_c, \quad (6)$$

where  $M$  and  $Q$  are design values of bending moment and shear force;  $R$  – design strength of aluminium alloy in bending, compression and tension;  $R_s$  – design strength of aluminium alloy in shear;  $I$  – moment of inertia of cross-section;  $S$  – static moment of cross-section;  $b$  – width of cross-section in the zone where shear stresses are determined;  $W_{n,min}$  – minimum modulus of section.

Additional condition (7) must be satisfied for the webs of the structural elements subjected to bending.

$$\sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}} \leq R \cdot \gamma_c, \quad (7)$$

where  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  are the normal stresses, which act parallel to the axes  $x$  and  $y$ ,  $\tau_{xy}$  – shear stresses in the considered cross-section.

Let us consider the approach to design of the elements subjected to bending in accordance with the [1]. Checks of the elements strength at the action of bending moment can be done by the equation (8).

$$\frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \leq 1, \quad (8)$$

where  $M_{Rd}$  – resistance of cross-section in bending;  $M_{Ed}$  – design value of bending moment acting in the considered member.

Resistance of the elements cross-section in bending must be determined by the formula (9) taking into account influence of the cross-section's shape by the coefficient  $\alpha_y$ :

$$M_{y,Rd} = \frac{\alpha_y \cdot W_y \cdot f_0}{\gamma_{M1}}, \quad (9)$$

where  $W_y$  is elastic modulus of section about  $y$  axis;  $f_0$  is design resistance of the considered aluminium alloy in bending;  $\gamma_{M1}$  is partial safety factor.

Determinations of the cross-section shape coefficient  $\alpha_y$  and partial safety factor  $\gamma_{M1}$  are described in details in [1]. Checks of the elements strength at the action of shear force can be done by the equation (10).

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} \leq 1, \quad (10)$$

where  $V_{Rd}$  – resistance of cross-section in shear;  $V_{Ed}$  – design value of shear force acting in the considered member.

Resistance of the elements cross-section in shear must be determined by the equation (11):

$$V_{Rd} = A_v \cdot \frac{f_0}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}, \quad (11)$$

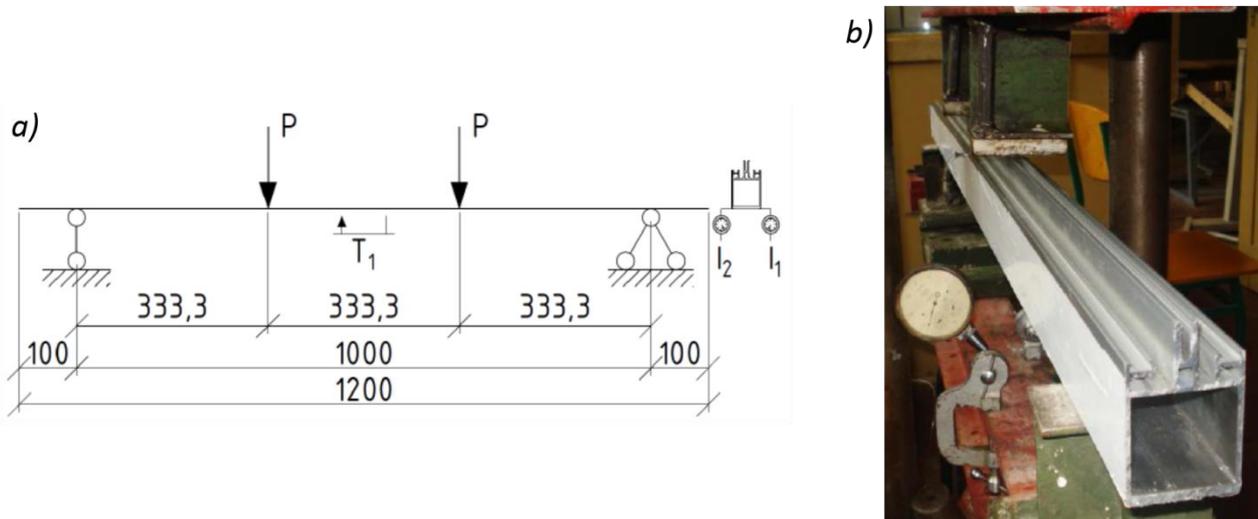
where  $A_v$  – cross-sectional area, which works in shear.

Area of cross-section working in shear is determined as a product of gross area of the elements cross-section at the coefficient  $\eta_v$ , which can be equal to 0,6 or 0,8 dependently on the elements type [1].

Comparison of both the methods enables to conclude that both the approaches are comparable. The approach, described in the source [2], is characterized by the decreased workability, but the approach described in the source [1], is characterized by the increased precision. Materials work dependently on the geometrical parameters of cross-section is taken into account by its classification. Influence of the cross-sectional shape on the elements behaviour is evaluated by the cross-sectional shape coefficient  $\alpha_y$ , which takes into account influence of the welding as well. Both methods will be treated by a laboratory experiment in the next chapter of the paper.

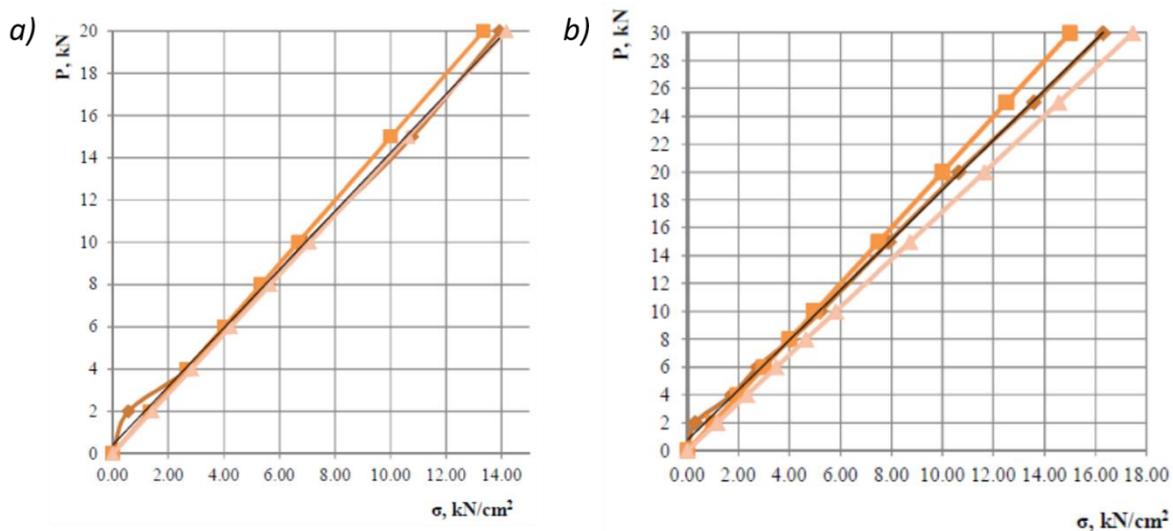
## 2. Experimental verification of design methods for structural aluminium elements

The profiles made of the aluminium alloy EN-AW-6060 T66 [3] produced by the Schuco company with the rectangular hollow cross-sections with the heights equal to 65 mm, 85 mm and 105 mm were used for experimental verification of design approaches described in [1, 2]. The beam subjected to four-point bending was considered as a scheme for the experiment (Fig. 3).



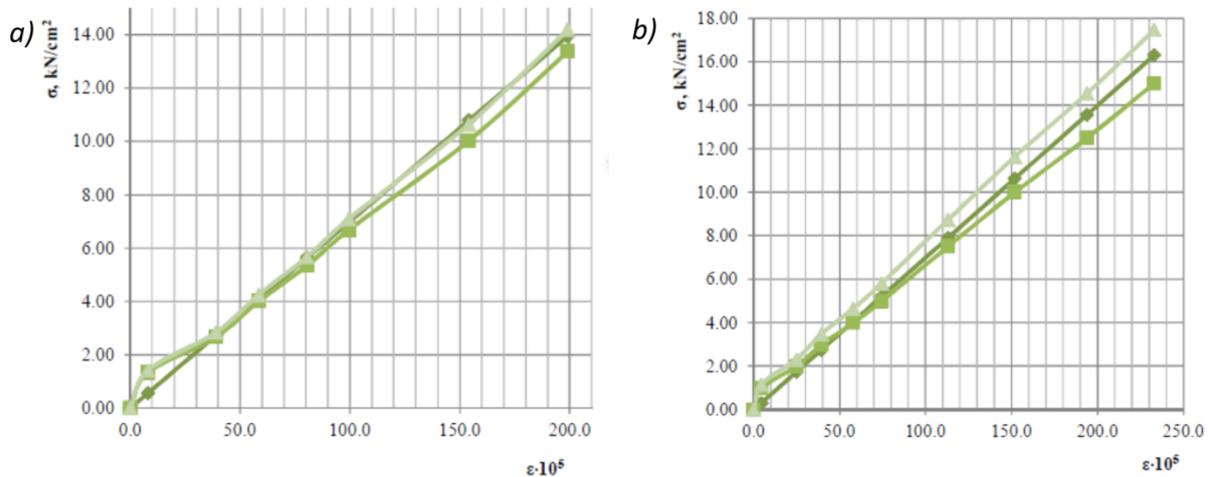
**Figure 3. Scheme of the laboratory experiment:**  
**a) scheme of laboratory experiment; b) profile placement in the hydraulic jack**

Three elements with the lengths equal to 1200 mm each were simply supported with the spans equal to 1000 mm and loaded by two concentrated forces, which divided the span at three equal parts (Fig. 3). The value of total vertical load changed within the limits from 2 kN to 12 kN with the step equal to 2 kN. The vertical load was applied by the hydraulic jack with capacity of 3 tons. Two mechanical deflectometers I-1 and I-2 and one strain gauge T-1 were placed in the middle of the span. The specimens were also analyzed by the approaches explained in [1, 2]. Normal stresses as a function of the vertical load obtained for the rectangular hollow cross-sections with the heights equal to 85 mm and 105 mm are shown in Figure 4.



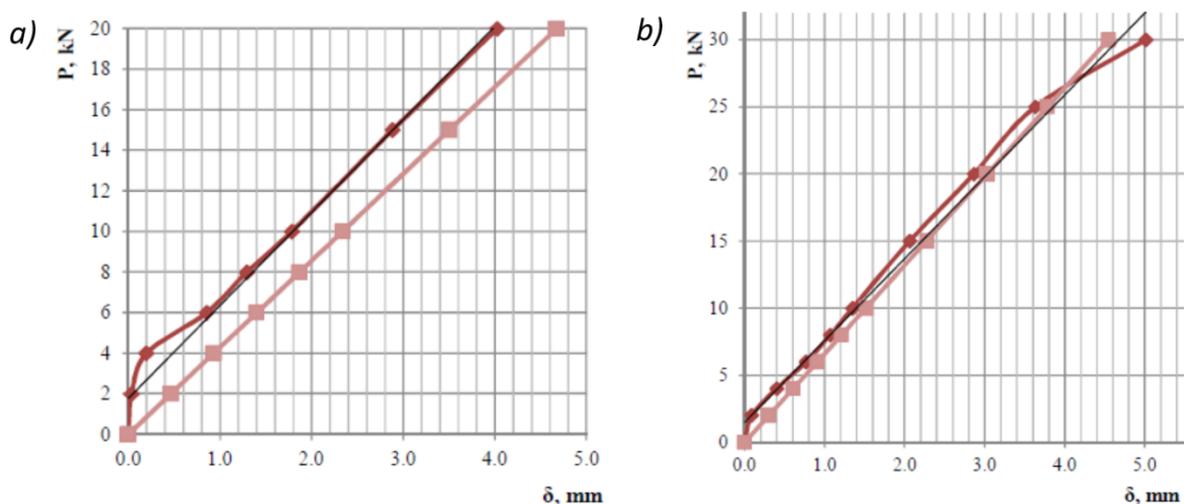
**Figure 4. Normal stresses as a function of the vertical load obtained for the rectangular hollow cross-sections: a) cross-section with the height of 85 mm; b) cross-sections with the height of 105 mm**

The dependence for the profile with the height of 65 mm has the similar character. Normal stresses as a function of the strains obtained for the rectangular hollow cross-sections with the heights equal to 85 mm and 105 mm are shown in Figure 5.



**Figure 5. Normal stresses as a function of the strains obtained for the rectangular hollow cross-sections a) cross-section with the height of 85 mm; b) cross-sections with the height of 105 mm**

Maximum vertical displacements as a function of the vertical load obtained for the rectangular hollow cross-sections with the heights equal to 85 mm and 105 mm are shown in Figure 6.



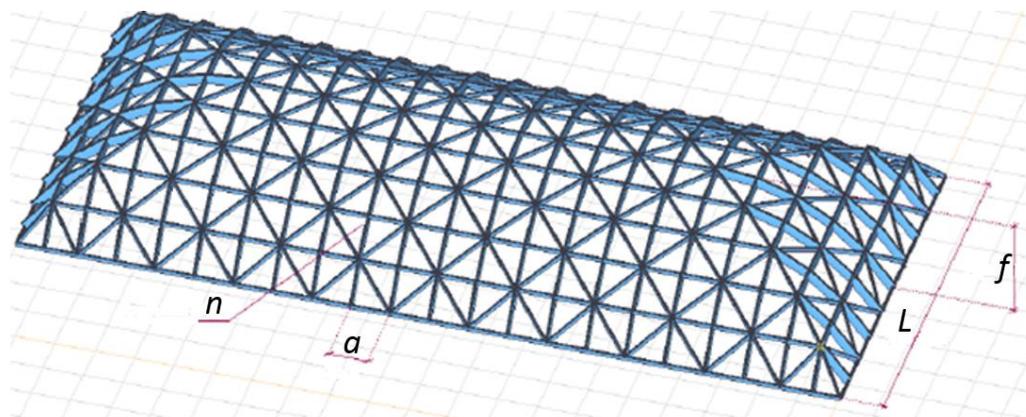
**Figure 6. Maximum vertical displacement as a function of the vertical load obtained for the rectangular hollow cross-sections with the heights equal to 85 mm: a) cross-section with the height of 85 mm; b) cross-sections with the height of 105 mm**

The comparison of the results obtained analytically by the approaches described in [1, 2] and by experiment enables us to conclude, that the difference is insufficient for both considered approaches and is within the limits from 3 % to 7 % for both approaches. The difference between the results obtained by the approaches described in [1, 2] changes within the limits from 5.82 % to 12.92 % for the considered profiles with the heights 65 mm, 85 mm and 105 mm. So it can be concluded, that both methods enable to predict behaviour of the considered element with available precision, but the approach described in [1] allows to take into account a number of additional parameters in comparison with the approach considered in [2]. So, approach described in [1] will be used next in frames of this current investigation.

### 3. Evaluation of rational geometrical parameters of load-bearing framework of spacious exterior structure

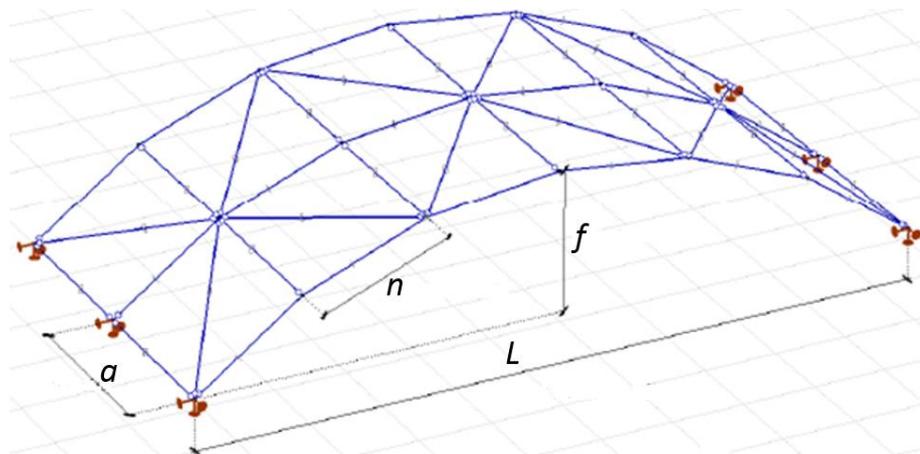
#### 3.1. Approach to the solution of the problem

The framework of exterior structure of a residential building in Oslo (Fig. 2) is considered to be a prototype of the object of investigation. The considered object of investigation is shown on Figure 7.



**Figure 7. Load-bearing framework of spacious exterior structure with the main geometrical parameters:  $f$  – height of the transversal arch;  $n$  – amount of the arch's segments;  $a$  – spacing of transversal arches;  $L$  – span**

The dependence of the main geometrical parameters of the load-bearing framework of spacious exterior structure on the materials consumption were determined as the second order polynomial equations for three grades of aluminium alloys [4–6]. The considered grades are EN-AW-5454, EN-AW-6060 T66 and EN-AW-7020 T6 [3]. The main geometrical parameters of considered load-bearing framework of spacious exterior structure are height of the transversal arch ( $f$ ), amount of the arch's segments ( $n$ ) and a spacing of transversal arches ( $a$ ) (Fig. 8).



**Figure 8. The main geometrical parameters of considered load-bearing framework of spacious exterior structure**

The response surface method was used for evaluation of rational values of height of the transversal arch, amount of the arch's segments and spacing of transversal arches [7–9]. Materials consumption of the framework, related to the covered area, was considered as a criterion of rationality [10–12]. The mentioned geometrical parameters of the load-bearing framework were considered as the variables [13–17].

### 3.2. Numerical results

The span of the considered framework was equal to 9 m. The height of the transversal arch and the amount of the arch's segments changed from 1.29 to 3 m and from 5 to 10, correspondingly. The height of the transversal arch was taken in such a way, that the relation between the span of considered framework and the height of the transversal arch changed from 3 to 7. The spacing of transversal arches changed from 0,7 to 2,1 m.

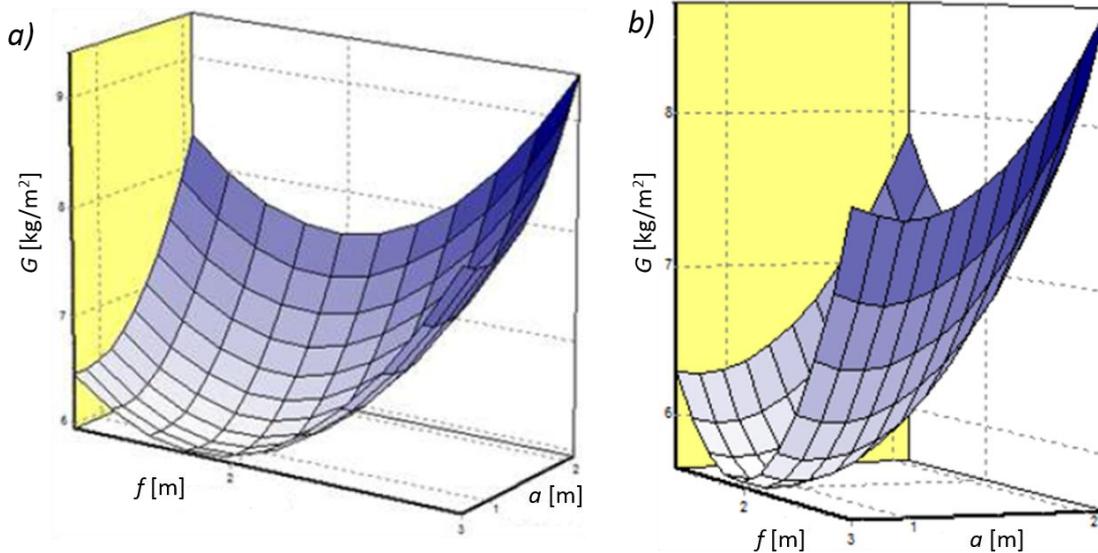
The load-bearing framework of spacious exterior structure was analyzed by the FEM, realized by the program Axis VM 12 at the action of the dead weight and uniformly distributed snow load. Design values of the dead weight and snow loads were equal to 0,66 and 1,35 kPa, correspondingly. The dead weight of the structure consisted of the dead weight of aluminium profiles and glass [18]. The snow load was determined for Riga climatic conditions [19]. The following parameters were taken for the considered grades of aluminium alloys [3]: modulus of elasticity 7000 kN/cm<sup>2</sup>, Poisson's ratio 0,32 and density 2700 kg/m<sup>3</sup>.

The separate structural block, shown in Figure 8, was considered for evaluation of rational parameters of the whole framework. Comparison of the internal forces was conducted for the separate structural block and for the whole load-bearing framework for the variant with the height of the transversal arch and the amount of the arch's segments equal to 3 m and 10, correspondingly. The difference between the obtained results does not exceed 20 %. It enables us to make a conclusion, that the separate structural block can be considered for evaluation of rational parameters of the whole framework. It enables to decrease considerably the workability of the numerical experiment because the total amount of considered variants of the framework was equal to 27 for each of three considered grades of aluminium alloys. The values of coefficients of second power polynomial equations of the main geometrical parameters of the load-bearing framework of spacious exterior structure are given in Table 1. The coefficients were determined by the computer program EdaOpt [20].

**Table 1. The coefficients of second power polynomial equations**

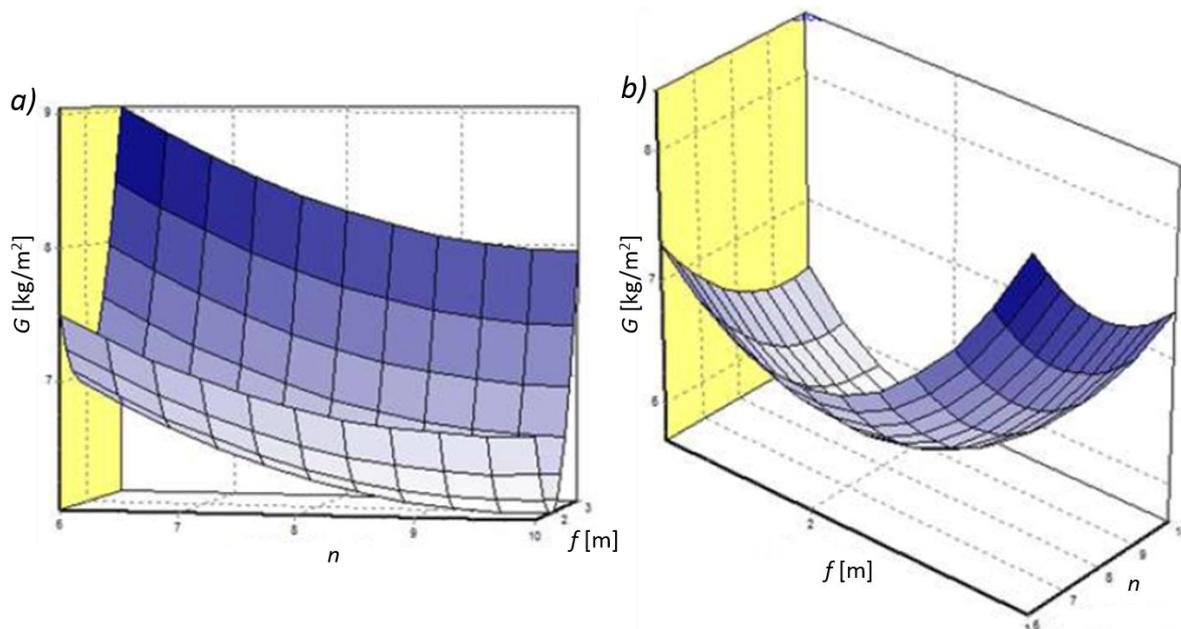
Coefficients of second power polynomial equations	Aluminium alloy of grade EN-AW-5454	Aluminium alloy of grade EN-AW-6060 T66	Aluminium alloy of grade EN-AW-7020 T6
$b_0$	21.06	19.78	20.04
$b_1$	-5.90	-5.49	-5.59
$b_2$	-3.42	-3.17	-3.09
$b_3$	-1.52	-1.50	-1.57
$b_{11}$	1.82	1.61	1.57
$b_{12}$	-0.33	-0.23	-0.17
$b_{13}$	-0.03	-0.04	-0.04
$b_{22}$	1.24	1.09	1.02
$b_{23}$	0.26	0.21	0.20
$b_{33}$	0.06	0.06	0.07

Let us consider a graphical view of the obtained dependences. The dependences of the materials consumption on the height and spacing of the transversal arch obtained for the aluminium alloy of grade EN-AW-6060 T66 and EN-AW-7020 T6 are given in Figure 9.



**Figure 9. The materials consumption as a function of the height and spacing of the transversal arch: a) for the aluminium alloy of grade EN-AW-6060 T66; b) for the aluminium alloy of grade EN-AW-7020 T6**

The dependences of the materials consumption on the height of the transversal arch and the amount of the arch's segments obtained for the aluminium alloy of grade EN-AW-6060 T66 and EN-AW-7020 T6 are given in Figure 10.



**Figure 10. The materials consumption as a function of the height of the transversal arch and the amount of the arch's segments: a) for the aluminium alloy of grade EN-AW-6060 T66; b) for the aluminium alloy of grade EN-AW-7020 T6**

The obtained dependences indicate that the materials consumption changes from 5,14 to 11,50 kg/m<sup>2</sup> while the height of the transversal arch and the amount of the arch's segments change from 1,29 to 3 m and from 5 to 10, correspondingly. At the same time, the spacing of transversal arches changes from 0,7 to 2,1 m.

The rational height of the transversal arch, the amount of the arch's segments and the spacing of the transversal arches were determined by the systems of equations, which were obtained by taking the partial derivatives from each parameter and making them equal to zero.

$$\begin{cases} \frac{\partial G}{\partial f} = b_1 + b_{12} \cdot n + b_{13} \cdot a + 2 \cdot b_{11} \cdot f = 0, \\ \frac{\partial G}{\partial n} = b_2 + b_{12} \cdot f + b_{23} \cdot a + 2 \cdot b_{22} \cdot n = 0, \\ \frac{\partial G}{\partial a} = b_3 + b_{13} \cdot f + b_{23} \cdot n + 2 \cdot b_{33} \cdot a = 0. \end{cases} \quad (12)$$

The values of the height of the transversal arch, the amount of the arch's segments and the spacing of the transversal arches were obtained by the system of equations (12), and then was corrected by the inspection. It was shown, that the rational spacing of transversal arches changed from 0,37 to 0,67 m for the aluminium alloys of grades EN-AW-5454, EN-AW-6060 T66 and EN-AW-7020 T6. It was also shown, that the rational height of the transversal arch and the amount of the arch's segments changed from 1,76 m to 1,94 m and from 10,70 m to 11,97 m, correspondingly. The corresponding minimum materials consumptions were equal to 6,16, 5,38 and 5,54 kg/m<sup>2</sup> for the aluminium alloys of grades EN-AW-5454, EN-AW-6060 T66 and EN-AW-7020 T6, correspondingly.

### Conclusions

The design approaches described in EN 1999 and SNiP 2.03.06-85 for the aluminium elements, subjected to bending and combined bending and compression were compared analytically and experimentally for the simple beams with the rectangular hollow cross-sections with the heights of 65 mm, 85 mm and 105 mm loaded by the two concentrated forces with the load intensity from 2 to 12 kN. It was stated, that the difference between the results obtained out of EN 1999 and SNiP 2.03.06-85 was within the limits from 5.82 % to 12.92 %. The differences between the experimental and numerical results are within the limits from 3 % to 7 % for both methods.

Rational values of the height of the transversal arch, the amount of the arch's segments and the spacing of the transversal arches of load-bearing framework for spacious exterior structure were determined by the response surface method. The span of the considered framework was equal to 9 m. The height of the transversal arch and the amount of the arch's segments changed from 1,29 to 3 m and from 5 to 10, correspondingly. The spacing of transversal arches changed from 0,7 to 2,1 m. The dependences between the height of transversal arch, the amount of the arch's segments, the spacing of transversal arches and the materials consumption were obtained for the framework made of the aluminium alloys of grades EN-AW-5454, EN-AW-6060 T66 and EN-AW-7020 T6. It was shown, that the rational height of the transversal arch and the amount of the arch's segments changes from 1,76 m to 1,94 m and from 10,70 to 11,97, correspondingly. The corresponding minimum materials consumptions were equal to 6,16, 5,38 and 5,54 kg/m<sup>2</sup>.

*The research leading to these results has received the funding from Latvia state research program under the grant agreement "Innovative Materials and Smart Technologies for Environmental Safety, IMATEH". Project Nr.3, PVS ID1854, Task Nr.3.*

### References

1. EN1999-1-1. Eurocode 9: Design of aluminium structures. Part 1-1: General structural rules. Brussels: European Committee for Standardisation, 2007. 209 p.
2. SNiP 2.03.06-85. Alyuminiyevyye konstruksii [Russian building codes 2.03.06-85. Aluminum structures]. Moscow: GOSSTROY SSSR, 1986. 48 p. (rus)
3. Polmear I.J. Light Alloys. Arnold, 1995. 362 p.
4. Artemyeva I. N. Alyuminiyevyye konstruksii [Aluminum structures]. Leningrad: Stroyizdat, 1976. 204 p. (rus)
5. Goremikins V. Rational Large Span Prestressed Cable Structure. Doctoral Thesis. Riga: RTU, 2013. 155 p.
6. Bonet J., Wood R.D., Mahaney J., Heywood P. Finite element analysis of air supported membrane structures. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2000. No. 190. Pp. 579-595.

Hirkovskis A., Serdjuks D., Goremikins V., Pakrastins L., Vatin N.I. Behaviour analysis of load-bearing aluminium members

7. Xianzhong Z., Yiyi C., Zuyan S., Yangji C., Dasui W., Jian Z. Prestressing and Loading Tests on Full-Scale Roof Truss of Shanghai Pudong International Airport Terminal. In Proc. of the Second International Conference on Advances in Steel Structures, 15–17 December, 1999, Hong Kong, China. 1999. Pp. 731–738.
8. Kikot A.A., Grigoriev V.V. Vliyaniye shiriny poyasa i parametrov stenki na effektivnost stalnogo tonkostennogo kholodnognutogo profilya Sigma-obraznogo secheniya pri rabote na izgib [Influence of Flange Width and Wall Parameters on Effectiveness of Cold-Formed Steel Sigma-Profile in Bending Behaviour]. Magazine of Civil Engineering. 2013. No. 1(360). Pp. 97–102. (rus)
9. Pakrastins L., Rocens K., Serdjus D. Deformability of Hierarchic Cable Roof. Journal of Constructional Steel Research. 2006. No. 62. Pp. 1295–1301.
10. Goremikins V., Rocens K., Serdjus D. Cable Truss Analyses for Suspension Bridge. In Proc. of 10th International Scientific Conference “Engineering for Rural Development”, 24–25 May, 2012, Jelgava, Latvia. 2012. Pp. 228–233.
11. Chen W.F., Lui E.M. Handbook of structural engineering. Boca Raton: CRC Press, 2005. 625 p.
12. Cai J., Feng J., Jiang C. Development and analysis of a long-span retractable roof structure. Journal of Constructional Steel Research. 2014. No. 92. Pp. 175–182.
13. Goremikins V., Rocens K., Serdjus D. Decreasing Displacements of Prestressed Suspension Bridge. Journal of Civil Engineering and Management. 2012. No. 18(6). Pp. 858–866.
14. Semenov A.A., Porivajev I.A., Safiullin M.N. Issledovaniya vetrovoy i snegovoy nagruzok na pokrytiya vertikalnykh tsilindricheskikh rezervuarov [Research of Wind and Snow cover loads on the Roofs of the Vertical Cylindrical Tanks]. Magazine of Civil Engineering. 2012. No. 5(31). Pp. 12–22. (rus)
15. Lisicins M., Mironovs V. Analysis of Perforated Steel Tape Usage Possibility in Construction. In Proc. of 3rd International Scientific Conference “Civil Engineering’ 11”, 2011, Jelgava, Latvia. 2011. Pp. 95–102.
16. Goremikins V., Rocens K., Serdjus D. Decreasing of Displacements of Prestressed Cable Truss. World Academy of Science, Engineering and Technology. 2012. No. 63. Pp. 554–562.
17. Goremikins V., Rocens K., Serdjus D., Pakrastins L., Vatin N. Decreasing of Displacements of Prestressed Cable Truss. Advances in Civil Engineering and Building Materials. 2015. No. 4. Pp. 363–367.
18. EN1991–1–1. Eurocode 1: Action on structures. Part 1–1: General actions – Densities, self-weight and imposed loads for buildings. Brussels: European Committee for Standardisation, 2003. 47 p.
19. EN1991–1–3. Eurocode 1: Action on structures. Part 1–3: General actions – Snow loads. Brussels: European Committee for Standardisation, 2003. 59 p.
20. Auzukalns J. Manual of software EdaOpt. Riga: RTU, 2007.

*Arturs Hirkovskis, Riga, Latvia*  
+37112345678; e-mail: arturs.hirkovskis@rtu.lv

*Dmitrijs Serdjus, Riga, Latvia*  
+37126353082; e-mail: Dmitrijs.Serdjus@rtu.lv

*Vadims Goremikins, Riga, Latvia*  
+37129231772; e-mail: goremikins@gmail.com

*Leonids Pakrastins, Riga, Latvia*  
+37129452138; e-mail: leonids.pakrastins@rtu.lv

*Nikolai I. Vatin, St. Petersburg, Russia*  
+79219643762; e-mail: vatin@mail.ru

© Hirkovskis A., Serdjus D., Goremikins V., Pakrastins L., Vatin N.I.

## Требования к материалам, представляемым к публикации

Материалы принимаются только через систему электронной редакции журналов СПбГПУ. Авторам необходимо зарегистрироваться в системе (<http://journals.spbstu.ru/>) и подать статью через нее, предварительно ознакомившись с нижеприведенными требованиями и условиями опубликования. Публикация в журнале бесплатна для авторов.

### Этические нормы и авторские права

Подавая статью в журнал, автор соглашается на условия лицензионного договора, в частности, на то, что все статьи без исключения публикуются в открытом доступе на сайте журнала и в Научной электронной библиотеке России. Также автор подтверждает, что статья является оригинальной, ранее не опубликованной, содержит только проверенные и точные данные; любые данные, полученные не автором, имеют соответствующие ссылки на источник.

### Тематика статей

В «Инженерно-строительном журнале» публикуются оригинальные, ранее не опубликованные статьи, содержащие полученные авторами новые научные результаты, по тематике «Строительство». Статьи принимаются в тот или иной номер в соответствии с тематикой на текущее полугодие.

№	Дата выхода	Срок подачи материалов	Тема номера
6(58)	12.10.2015	04.09.2015	Теплогазоснабжение и вентиляция. Водоснабжение и канализация. Гидравлика
7(59)	16.11.2015	09.10.2015	Строительные материалы и изделия. Технология и организация строительства
8(60)	21.12.2015	13.11.2015	Ограждающие конструкции. Энергоэффективность зданий
1(61)	12.02.2015	25.12.2014	Строительные конструкции. Строительная механика

### Структура и содержание статей

Обязательны следующие элементы статьи: введение, включающее обзор иностранной и отечественной литературы и постановку задачи; основная часть (описание исследования); заключение, включающее нумерованные выводы; список литературы; источник финансирования (если есть).

### Технические требования к статьям

Статьи подаются в формате docx (MS Word 2007–2013). Файл статьи, подаваемый через электронную редакцию, должен содержать только сам текст, без названия, списка литературы, фамилий и данных авторов. Все эти поля заполняются отдельно при подаче через электронную редакцию.

Рекомендуемый объем статей: от 15000 до 30000 знаков с пробелами. Таблицы выполняются средствами Word (не рисунками) и располагаются внутри текста статьи. Иллюстрации должны быть представлены в отдельных графических файлах (один рисунок – один файл). Допустимые форматы: JPEG, TIFF, BMP. В текстовый файл иллюстрации можно вставить для обозначения рекомендуемого места их использования.

Список литературы на русском языке должен быть оформлен в соответствии с ГОСТ 7.0.5-2008. Цитируемая литература приводится общим списком в конце статьи в порядке упоминания. Порядковый номер в тексте заключается в квадратные скобки. Текст статьи должен содержать ссылки на все источники из списка литературы. Также к статье прилагается список литературы на латинице, оформленный в соответствии с инструкцией по транслитерации списка литературы, размещенной на сайте издания.

### Аннотация к статье

В журнал подается расширенная аннотация на двух языках: русском и английском. Особое внимание следует уделить аннотации на английском языке (если статья на русском). Аннотация должна повторять структуру статьи: актуальность, цель, методика, результаты, выводы. Аннотация должна содержать от 100 до 250 слов.

**Подробные требования к статьям см. на сайте журнала:**

<http://www.engstroy.spb.ru/autors.html>



Инженерно-строительный институт  
Центр дополнительных профессиональных программ

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29,  
тел/факс: 552-94-60, [www.stroikursi.spbstu.ru](http://www.stroikursi.spbstu.ru),  
[stroikursi@mail.ru](mailto:stroikursi@mail.ru)

Приглашает специалистов проектных и строительных организаций,  
**не имеющих базового профильного высшего образования**  
на курсы профессиональной переподготовки (от 500 часов)  
по направлению «Строительство» по программам:

**П-01 «Промышленное и гражданское строительство»**

Программа включает учебные разделы:

- *Основы строительного дела*
- *Инженерное оборудование зданий и сооружений*
- *Технология и контроль качества строительства*
- *Основы проектирования зданий и сооружений*
- *Автоматизация проектных работ с использованием AutoCAD*
- *Автоматизация сметного дела в строительстве*
- *Управление строительной организацией*
- *Управление инвестиционно-строительными проектами. Выполнение функций технического заказчика*

**П-02 «Экономика и управление в строительстве»**

Программа включает учебные разделы:

- *Основы строительного дела*
- *Инженерное оборудование зданий и сооружений*
- *Технология и контроль качества строительства*
- *Управление инвестиционно-строительными проектами. Выполнение функций технического заказчика и генерального подрядчика*
- *Управление строительной организацией*
- *Экономика и ценообразование в строительстве*
- *Управление строительной организацией*
- *Организация, управление и планирование в строительстве*
- *Автоматизация сметного дела в строительстве*

**П-03 «Инженерные системы зданий и сооружений»**

Программа включает учебные разделы:

- *Основы механики жидкости и газа*
- *Инженерное оборудование зданий и сооружений*
- *Проектирование, монтаж и эксплуатация систем вентиляции и кондиционирования*
- *Проектирование, монтаж и эксплуатация систем отопления и теплоснабжения*
- *Проектирование, монтаж и эксплуатация систем водоснабжения и водоотведения*
- *Автоматизация проектных работ с использованием AutoCAD*
- *Электроснабжение и электрооборудование объектов*

**П-04 «Проектирование и конструирование зданий и сооружений»**

Программа включает учебные разделы:

- *Основы сопротивления материалов и механики стержневых систем*
- *Проектирование и расчет оснований и фундаментов зданий и сооружений*
- *Проектирование и расчет железобетонных конструкций*
- *Проектирование и расчет металлических конструкций*
- *Проектирование зданий и сооружений с использованием AutoCAD*
- *Расчет строительных конструкций с использованием SCAD Office*

**П-05 «Контроль качества строительства»**

Программа включает учебные разделы:

- *Основы строительного дела*
- *Инженерное оборудование зданий и сооружений*
- *Технология и контроль качества строительства*
- *Проектирование и расчет железобетонных конструкций*
- *Проектирование и расчет металлических конструкций*
- *Обследование строительных конструкций зданий и сооружений*
- *Выполнение функций технического заказчика и генерального подрядчика*

По окончании курса слушателю выдается диплом о профессиональной переподготовке  
установленного образца, **дающий право на ведение профессиональной деятельности**

