

doi: 10.5862/MCE.57.6

Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций

*Инженер-конструктор Д.В. Тиньков,
ОАО «ГосМКБ „Радуга“ им. А. Я. Березняка»*

Аннотация. Находятся новые и анализируются известные точные аналитические выражения прогиба плоских ферменных конструкций различного вида. Прогибы ферм вычисляются по формуле Максвелла-Мора из предположения упругой работы ее элементов и при помощи метода индукции по числу панелей.

Проводится сравнение с известными решениями, исследуются их качественные и количественные особенности, предельные по числу панелей характеристики.

Исследования выполняются при поддержке системы компьютерной математики Maple в символьном виде. Для сравнения решений и их проверки применяется многофункциональный программный комплекс Lira, который предназначен для проектирования и расчета строительных и машиностроительных конструкций.

Ключевые слова: плоская ферма; прогиб; аналитическое решение; индукция; Maple; Lira

Разнообразие ферм весьма велико, что приводит к затруднениям при выборе проектировщиком оптимальной конструкции. Численные расчеты в программных инженерных системах (MSC.Nastran, Ansys, Abaqus, SAP2000, Lira) упрощают работу, но не позволяют выявить скрытые возможности конструкции.

Заметим, что существующие методы решения некоторых задач о ферме также не позволяют получить аналитическое выражение функции прогиба. Речь идет о следующих методах: генетический [1–4], матричный [5], метод поисковой системы на основе IMCSS алгоритма [6], метод топологической оптимизации на основе клеточных автоматов [7], метод роя частиц [8], метод на основе FA алгоритма, позволяющий одновременно оптимизировать по размеру, форме, топологии [9], метод оптимизации со случайными несовершенствами геометрии и материала [10], метод на основе роевого интеллекта и теории хаоса [11],

Возможность получить точные аналитические решения предоставляют современные системы компьютерной математики: Maple, Mathematica, Maxima.

В частности, при расчете регулярной плоской шарнирно-стержневой конструкции на жесткость можно определить прогиб как функцию не только геометрических размеров стержней, но и количества панелей или числа стержней. При большом числе панелей использование аналитических решений – единственный надежный способ избежать потерь точности, обусловленных неизбежным накоплением ошибок округления при численном решении.

Такие расчеты, в которых найдены обобщающие выражения прогиба как функции числа панелей, проведены для различных ферм в работах [12–21].

В данных работах рассмотрены статически определимые плоские фермы с прямыми стержнями одинаковой жесткости EF и идеальными шарнирами в узлах. Прогиб вычисляется по формуле Максвелла – Мора:

$$\Delta = \frac{\sum S_i^p \cdot S_i^1 \cdot \ell_i}{EF},$$

где S_i^p – силы в стержнях от действия внешних сил; S_i^1 – силы в стержнях от единичной нагрузки, приложенной в узле в направлении, в котором требуется найти перемещение. Силы в стержнях определены методом вырезания узлов. Итоговые функции прогиба как функции числа панелей определены на основе конечного числа частных функций прогиба методом индукции (в работах применялись функции **rgf_findrecur**, **rsolve** пакета **genfunc** системы Maple [22]).

Дополним работы [12–21] несколькими характерными плоскими фермами (№2, 6, 10, 12), выведем формулы прогиба и проведем сравнительный анализ.

Исследуемые фермы разделены на три категории:

Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций

- 1) арочные (две опоры неподвижные);
- 2) балочные (одна опора неподвижная, вторая подвижная);
- 3) решетчатые (две опоры неподвижные; ферма без подъема).

Для удобства сравнения всех типов ферм формулы можно записать в одном виде.

Величина прогиба для всех рассматриваемых ферм, кроме №7:

$$\Delta = \frac{P}{EF} \cdot \frac{Aa^3 + Bb^3 + Cc^3}{Db^2},$$

где для всех ферм кроме №4 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, для фермы №4 $c = \sqrt{(a/2)^2 + b^2}$.

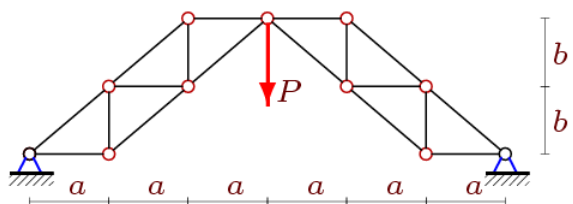
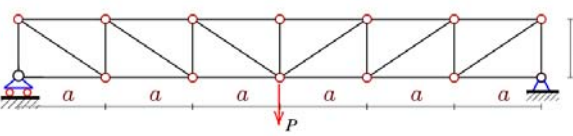
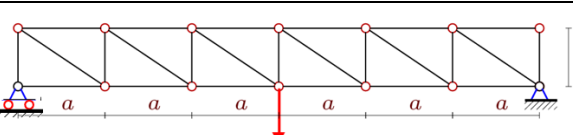
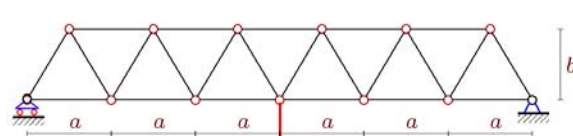
Величина прогиба фермы №7:

$$\Delta = \frac{P}{EF} \cdot \frac{n(c^3 + d^3) + Aa^3 + nb^3 + (n+1)e^3 + 2b^2e + 3e^2b}{2(b+e)^2},$$

где $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, $d = \sqrt{a^2 + e^2}$.

Общие виды ферм и соответствующие им коэффициенты при членах a^3, b^3, c^3, b^2 в формуле прогиба занесены в сводную таблицу 1 (для прогибов ферм №4, 8 и 14 в статье были обнаружены опечатки, в таблице приводятся исправленные варианты соответствующих формул).

Таблица 1. Общие виды ферм и коэффициенты при членах a^3, b^3, c^3, b^2 в формулах прогиба

№	Ссылки	Общий вид	Коэффициенты
1	[1]		$A = n + 1$ $B = n$ $C = n(n+1)(2n+1)/3$ $D = 2n^2$
Балочные фермы			
2			$A = n(2n^2 + 1)/3$ $B = n$ $C = n$ $D = 2$
3	[2]		$A = n(2n^2 + 1)/3$ $B = n$ $C = n$ $D = 2$
4	[3]		$A = n(8n^2 + 1)/24$ $B = 0$ $C = n$ $D = 1$

№	Ссылки	Общий вид	Коэффициенты
5	[4]		$A = n(4n^2 - 1)$ $B = 2(n-1)(2n^2 + 2n - 3)$ $C = n(2n^2 + 1)$ $D = 6$
6			$A = n(2n^2 + 1)/3$ $B = 1 - (-1)^n$ $C = n$ $D = 2$
7	[5]		$A = n(n-1)(2n-1)/3$
8	[6]		$A = 3n$ $B = 3n(2n-3) + 6$ $C = n(2n^2 + 1)$ $D = 6$
Решетчатые фермы			
9	[7]		$A = n(n+1)(n+2)$ $B = n(n+2)(4n+1)$ $C = (n+1)(2n^2 + 4n + 3)$ $D = 6$
10			$A = n(n+1)(2n+1)/3$ $B = n$ $C = n+1$ $D = 2$
11	[8]		$A = n(n+1)(2n+7)/3$ $B = n$ $C = n+1$ $D = 2$
12			$A = 8n(n+1)(2n+1)/3$ $B = 0$ $C = 2n+1$ $D = 2$
13	[9]		$A = (2n(4 + 3n + 2n^2) + 3 - 3(-1)^n) / 3$ $B = 0$ $C = (2n+1)/4$ $D = 1$

№	Ссылки	Общий вид	Коэффициенты
14	[10]		$A = n(2n+5)(n+2)(n+1)/3$ $B = n(n+4)$ $C = (n+1)^2$ $D = 2$

Зададим для всех ферм одинаковую величину пролета (L), общую высоту ферм (H) и одинаковую суммарную нагрузку. Для фермы №14 сделаем замену:

$$F = P/(2n+3).$$

В разных фермах под числом n подразумеваются разные понятия: в одних n – это число панелей в половине пролета, в других – число однотипных панелей в половине пролета за исключением крайних или центральных панелей. Поэтому, для того чтобы сравнивать фермы одинакового пролета и высоты, необходимо сделать замену переменных согласно таблице 2.

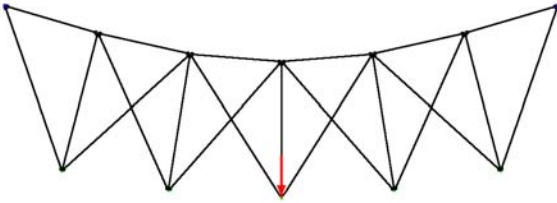
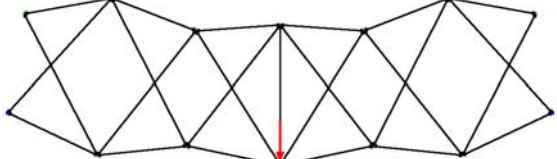
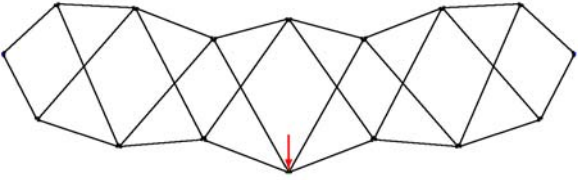
Таблица 2. Переобозначение переменных

№	Переменные	
Арочные фермы		
1	$a = \frac{L}{2(n+1)}$	$b = \frac{H}{n}$
Балочные фермы		
2-6	$a = L/(2n)$	$b = H$
7	$a = L/(2n)$	$b = H - e$
8	$a = L/(2n)$	$h = \frac{H}{n+1}$
Решетчатые фермы		
9-11	$a = \frac{L}{2(n+1)}$	$b = H$
12	$a = \frac{L}{2(2n+1)}$	$b = H$
13	$a = \frac{L}{2n+1}$	$h = \frac{H}{2}$
14	$a = \frac{L}{2(n+1)}$	$b = H$

Для дополнительной проверки формул в многофункциональном программном комплексе Lira [23], который предназначен для проектирования и расчета строительных и машиностроительных конструкций, были смоделированы соответствующие фермы с параметрами: $EF = 1000 \text{ кГ}$, $P = 1 \text{ кГ}$, $a = 2 \text{ м}$, $b = 3 \text{ м}$, $n = 3$.

Для всех типов приведенных ферм выявлено полное совпадение решения программного комплекса Lira и численного решения на основе аналитических формул. Приведем наиболее интересные формы деформированного состояния ферм и величины прогиба в точках приложения сил, полученные численно по программе Lira (таблица 3).

Таблица 3. Общие виды в деформируемом состоянии и величины прогиба, полученные численно в программе Lira

№	Общий вид в деформируемом состоянии	Пролет, L, м	Прогиб, мм
5		12	107.032
6		12	19.2565
13		14	23.3363

Построим на основе аналитических формул графики относительного вертикального прогиба фермы ($\tilde{\Delta} = \Delta EF/P$) для конструкций одинакового пролета $L = 20$ м и одинаковой высоты $H = 3$ м (см. рис. 1–4).

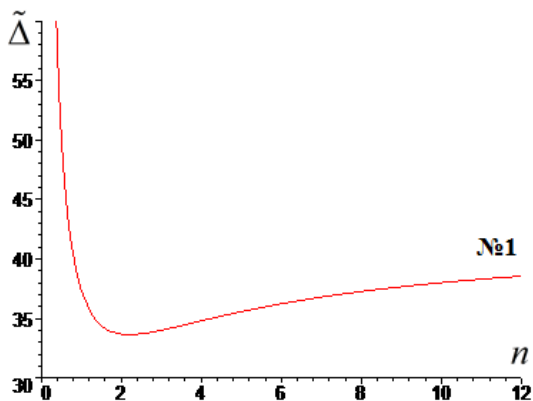


Рисунок 1. График прогиба фермы №1 в зависимости от числа панелей

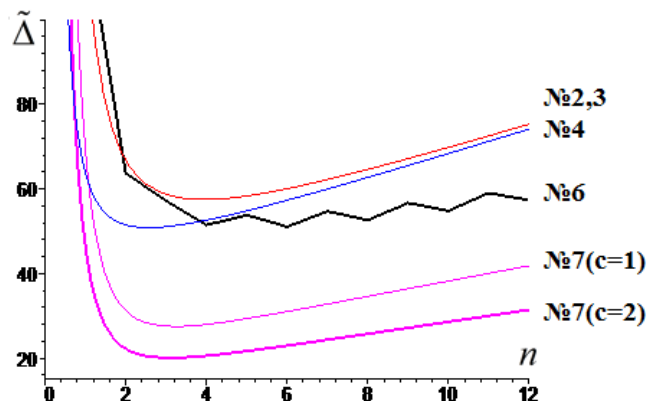


Рисунок 2. Графики прогиба ферм №2–4, 6, 7 в зависимости от числа панелей

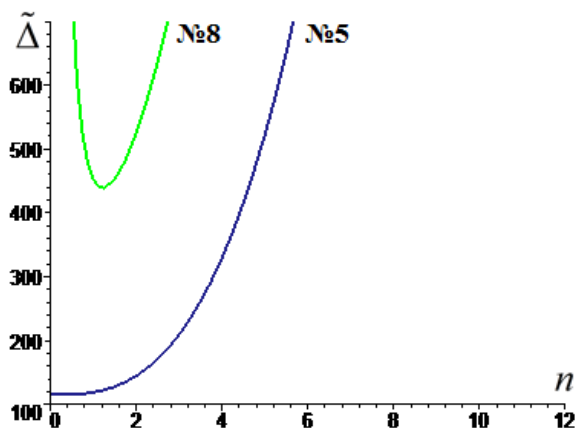


Рисунок 3. Графики прогиба ферм №5, 8 в зависимости от числа панелей

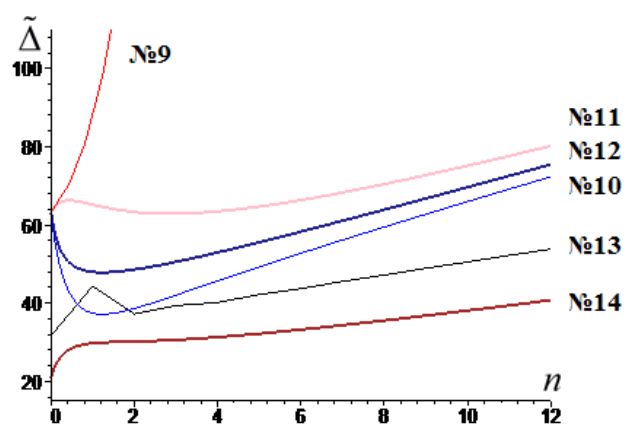


Рисунок 4. Графики прогиба ферм №10–14 в зависимости от числа панелей

На рисунках даны сравнительные кривые для прогиба в зависимости от числа панелей. В найденных зависимостях обнаруживается минимум, что позволяет выбрать не только рациональное число панелей, но и тип фермы. Часть кривых пересекается, следовательно, на разных интервалах значений n меньшим прогибом (большей жесткостью) обладают различные типы ферм.

Заметим, что с увеличением числа панелей величина прогиба устремляется к некоторой предельной величине (табл. 4).

Таблица 4. Асимптоты функций прогиба

№	Величина предела
Арочные фермы	
1	$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta = \frac{1}{24} \frac{P}{EF} \frac{(L^2 + 4H^2)^{3/2}}{H^2}$
Балочные фермы	
2-4	$\lim \frac{\Delta}{n} = \frac{HP}{EF}$
5	$\lim \frac{\Delta}{n^3} = \frac{HP}{EF}$
6	$\lim \frac{\Delta}{n} = \frac{1}{2} \frac{HP}{EF}$
7	$\lim \frac{\Delta}{n} = \frac{P}{EF} \frac{(b^2 - be + e^2)}{(b + e)}$
8	$\lim \frac{\Delta}{n^2} = \frac{1}{24} \frac{P}{EF} \frac{(L^2 + 4H^2)^{3/2}}{H^2}$
Решетчатые фермы	
9	$\lim \frac{\Delta}{n^3} = \frac{HP}{EF}$
10-12	$\lim \frac{\Delta}{n} = \frac{HP}{EF}$
13, 14	$\lim \frac{\Delta}{n} = \frac{1}{2} \frac{HP}{EF}$

Для больших значений n , очевидно, меньшими деформациями обладает арочная ферма, прогиб которой стремится к константе, а прогибы остальных конструкций с разной степенью возрастают. Наибольший прогиб характерен для фермы №8.

При одинаковой топологии ферм №11 и №14 под точечной нагрузкой прогиб больше, чем под распределенной нагрузкой – ферма №14. Для данной топологии прогиб в пределе различается в два раза.

Заметим, что найденные оптимальные величины однотипных панелей при заданных геометрических параметрах не гарантируют физическую возможность существования и безопасную работоспособность конструкции. Для полноценного расчета необходимо также проверить элементы на прочность, а сжатые дополнительно – на устойчивость [24].

Метод индукции, используемый в рассмотренных работах, применим также для минимизации массы конструкции или даже минимизации отношения прогиба к массе. Аналитические решения для прогиба плоских статических определимых ферм даны также в работах [25–27].

Заключение

Символьные вычисления производятся значительно медленнее с ростом сложности системы, в отличие от численного анализа. Но для регулярных конструкций символьные вычисления и индуктивный метод позволяют получить формулу, которая может быть использована без ограничения для ферм с произвольным числом панелей. Однако вывод аналитических выражений возможен лишь в специальных случаях и требует некоторого опыта работы с пакетом **genfunc** [22].

Выведены функции прогиба от числа панелей для ферм №2, 6, 10, 12. Проведен сравнительный анализ ферм. В рассматриваемых работах выявлены и исправлены ошибки в формулах прогиба ферм №4 [14], 8 [17] и 14 [25].

Литература

1. Кирсанов М.Н. Генетический алгоритм оптимизации стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2010. №2. С. 60–63.
2. Cazacu R., Grama L. Steel truss optimization using genetic algorithms and FEA // Procedia Technology. 2014. No. 12. Pp. 339–346.
3. Finotto V.C., Silva W.R.L., Valasek M., Stemberk P. Hybrid fuzzy-genetic system for optimising cabled-truss structures // Advances in Engineering Software. 2013. Vol. 62–63. Pp. 85–96.
4. Frans R., Arfiadi Y. Sizing, shape, and topology optimizations of roof trusses using hybrid genetic algorithms // 2nd International Conference on Sustainable Civil Engineering Structures and Construction Materials 2014. Procedia Engineering 2014. 95. Pp. 185–195.
5. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses // ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 2005. 85, No. 9. Pp. 607–617.
6. Kaveh A., Mirzai B., Jafarvand A. An improved magnetic charged system search for optimization of truss structures with continuous and discrete variables // Applied Soft Computing. 2015. Vol. 28. Pp. 400–410.
7. Faramarzi A., Afshar M.H.. Application of cellular automata to size and topology optimization of truss structures. Scientica Iranica. 2012. 19. Pp. 373–380.
8. Felkner J., Chatzi E., Kotnik T.. Interactive Particle Swarm Optimization for the Architectural Design of Truss Structures // IEEE Symposium on Computational Intelligence for Engineering Solutions (CIES). 2013. Pp. 15–22.
9. Miguela L., Lopeza R. Multimodal size, shape, and topology optimisation of truss structures using the Firefly algorithm // Advances in Engineering Software. 2013. Vol.53. Pp. 23–37.
10. Jalalpour M., Guest J. K., Igusa T. Reliability-based topology optimization of trusses with stochastic stiffness // Structural Safety. 2013. Vol. 43. Pp. 41–49.
11. Kaveh A., Sheikholeslami R., Talatahari S., Keshvari-Ilkhichi M. Chaotic swarming of particles: A new method for size optimization of truss structures // Advances in Engineering Software. 2014. Vol. 67. Pp. 136–147.
12. Сайпулаев Г.Р. Расчет регулярных стержневых систем на примере арочной фермы // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г.: в 11 частях. Часть 4. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 128–130.
13. Бадертдинов Р.Р. Формула для прогиба плоской балочной фермы // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г.: в 11 частях. Часть 7. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 21–22.
14. Жакетов Д.Д., Яцков В.Б. Прогиб плоской балочной фермы с треугольной решеткой // Наука и образование в XXI веке: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 октября 2014 г. в 17 частях. Часть 7. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 34–36.
15. Дегтярев Н.Р., Трошило А.П. Прогиб балочной фермы шпренгельного типа // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г.: в 11 частях. Часть 10. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 52–54.

16. Ерзунов И.А., Гудожников Р.А. Прогиб плоской статически определимой шпренгельной фермы с произвольным числом панелей // Наука и образование в XXI веке: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 октября 2014 г. в 17 частях. Часть 4. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 55–56.
17. Дзабиев А.А., Черепанов С.П. Формулы для расчета прогиба арочной фермы. // Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 мая 2014 г.: в 11 частях. Часть 4. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 63–64.
18. Шикин К.С., Китаев С.С. Деформация составной балочной фермы шпренгельного типа // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г.: в 11 частях. Часть 7. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 154–155.
19. Афанасьев В.А., Бойко О.О. Прогиб составной плоской балочной фермы с параллельными поясами // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 30 сентября 2014 г.: в 11 частях. Часть 10. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 15–16.
20. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. №4. С. 9–12.
21. Лебедев А.В. Аналитическое исследование деформации составной фермы с прямоугольной решеткой под действием равномерной нагрузки // Наука и образование в жизни современного общества: сб. науч. тр. по мат-лам Междунар. науч.-практ. конф. 30 апреля 2015 г.: Часть 13. Тамбов, 2015. С. 93–94.
22. Кирсанов М. Н. Практика программирования в системе Maple. М.: Издательский дом МЭИ, 2011. 208 с.
23. Городецкий Д.А., Барабаш М.С., Водопьянов Р.Ю., Титок В.П., Артамонова А.Е. ЛИРА-САПР 2013. Учебное пособие. М.: Москва, 2013. 376 с.
24. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014, N 6. С. 2–6.
25. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова 2015. №3(31). С. 42–48.
26. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. №4(255). С. 9–13.
27. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. №5(31). С. 38–42.

Дмитрий Владимирович Тиньков, г. Дубна, Россия

+7(926)1715492; эл. почта: dvtinkov@yandex.ru

© Тиньков Д. В., 2015

doi: 10.5862/MCE.57.6

Comparative analysis of analytical solutions to the problem of truss structure deflection

D.V. Tinkov,

"Raduga" State Engineering Design Bureau JSC named after A.Y. Bereznyak
+7(926)1715492; e-mail: dvtinkov@yandex.ru

Key words

plane trusses; deflection; analytical solution; induction; Maple, Lira

Abstract

We have found new exact analytical expressions of the deflection of various plane truss structures and analyzed the existing ones. Truss deflections have been calculated by the Maxwell-Mohr formula assuming the elastic behavior of the truss elements using the method of induction on the number of panels.

We have carried out a comparative analysis with known solutions and studied the quantitative and qualitative features of solutions. Characteristic features and limits on the number of panels have been identified.

The studies have been carried out with the support of the Maple computer mathematics system in symbolic form. We used the Lira multifunctional software package aimed at designing and calculating civil and engineering structures for comparing the solutions and testing them.

References

1. Kirsanov M.N. Geneticheskiy algoritm optimizatsii sterzhnevnykh sistem [Genetic algorithm for optimization of bar system]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2010. No. 2. Pp. 60–63. (rus)
2. Cazacu R., Grama L. Steel truss optimization using genetic algorithms and FEA. *Procedia Technology*. 2014. No. 12. Pp. 339–346.
3. Finotto V.C., Silva W.R.L., Valasek M., Stemberk P. Hybrid fuzzy-genetic system for optimising cabled-truss structures. *Advances in Engineering Software*, Vol.62–63. 2013. Pp. 85–96.
4. Frans R., Arfiadi Y. Sizing, shape, and topology optimizations of roof trusses using hybrid genetic algorithms. *2nd International Conference on Sustainable Civil Engineering Structures and Construction Materials 2014, Procedia Engineering 95*. 2014. Pp.185–195.
5. Hutchinson R. G., Fleck N. A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses. *ZAMM Z. Angew. Math. Mech.* 2005. 85. No. 9. Pp. 607–617.
6. Kaveh A., Mirzai B., Jafarvand A. An improved magnetic charged system search for optimization of truss structures with continuous and discrete variables. *Applied Soft Computing*. 2015. Vol. 28. Pp. 400–410. (rus)
7. Faramarzi A., Afshar M.H. Application of cellular automata to size and topology optimization of truss structures. *Scientica Iranica*. 2012. No. 19. Pp. 373–380.
8. Felkner J., Chatzi E., Kotnik T. Interactive Particle Swarm Optimization for the Architectural Design of Truss Structures. *IEEE Symposium on Computational Intelligence for Engineering Solutions (CIES)*. 2013. Pp. 15–22.
9. Miguela L., Lopeza R. Multimodal size, shape, and topology optimisation of truss structures using the Firefly algorithm. *Advances in Engineering Software*. 2013. Vol.53. Pp. 23–37.
10. Jalalpour M., Guest J. K., Igusa T. Reliability-based topology optimization of trusses with stochastic stiffness. *Structural Safety*. 2013. Vol. 43. Pp. 41–49.
11. Kaveh A., Sheikholeslami R., Talatahari S., Keshvari-Ilkhichi M. Chaotic swarming of particles: A new method for size optimization of truss structures. *Advances in Engineering Software*. 2014. Vol. 67. Pp. 136–147.
12. Saypulayev G.R. Raschet regul'yarnykh sterzhnevnykh sistem na primere arochnoy fermy [Computation of regular rod systems in terms of arched truss]. *Aktualnyye voprosy obrazovaniya i nauki: sbornik nauchnykh trudov po materialam Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii 30 sentyabrya 2014 g.: v 11 chastyakh. Chast 4*. Tambov: OOO «Konsaltingovaya kompaniya Yukom». 2014. Pp. 128–130.(rus)

Tinkov D.V. Comparative analysis of analytical solutions to the problem of truss structure deflection

13. Badertdinov R.R. Formula dlya progiba ploskoy balochnoy fermy [Equation for deflection of a flat truss beam]. *Aktualnyye voprosy obrazovaniya i nauki: sbornik nauchnykh trudov po materialam Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii 30 sentyabrya 2014 g.: v 11 chastyakh. Chast 7.* Tambov: OOO «Konsaltingovaya kompaniya Yukom». 2014. Pp. 21–22. (rus)
14. Zhaketov D.D., Yatskov V.B. Progib ploskoy balochnoy fermy s treugolnoy reshetkoy [Deflection of a flat truss beam with triangular framing]. *Nauka i obrazovaniye v XXI veke: sbornik nauchnykh trudov po materialam Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii 31 oktyabrya 2014 g. v 17 chastyakh. Chast 7.* Tambov: OOO «Konsaltingovaya kompaniya Yukom». 2014. Pp. 34–36. (rus)
15. Degtyarev N.R., Troshchilo A.P. Progib balochnoy fermy shprengelnogo tipa [Deflection of a beam strut-framed truss]. *Aktualnyye voprosy obrazovaniya i nauki: sbornik nauchnykh trudov po materialam Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii 30 sentyabrya 2014 g.: v 11 chastyakh. Chast 10.* Tambov: OOO «Konsaltingovaya kompaniya Yukom». 2014. Pp.52–54. (rus)
16. Yerzunov I.A., Gudozhnikov R.A. Progib ploskoy staticheskoi opredelimoj shprengelnoy fermy s proizvolnym chislom paneley [Deflection of a flat statistically defined strut-framed truss with unconditioned quantity of panels]. *Nauka i obrazovaniye v XXI veke: sbornik nauchnykh trudov po materialam Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii 31 oktyabrya 2014 g. v 17 chastyakh. Chast 4.* Tambov: OOO «Konsaltingovaya kompaniya Yukom». 2014. Pp. 55–56. (rus)
17. Dzabiyev A.A., Cherepanov S.P. Formuly dlya rascheta progiba arochnoy fermy [Equation for deflection of a arched truss]. *Voprosy obrazovaniya i nauki: teoreticheskij i metodicheskij aspekty: sbornik nauchnykh trudov po materialam Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii 31 maya 2014 g.: v 11 chastyakh. Chast 4.* Tambov: OOO «Konsaltingovaya kompaniya Yukom». 2014. Pp. 63–64. (rus)
18. Shikin K.S., Kitayev S.S. Deformatsiya sostavnoy balochnoy fermy shprengelnogo tipa [Deformation of a long-span strut-framed truss beam]. *Aktualnyye voprosy obrazovaniya i nauki: sbornik nauchnykh trudov po materialam Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii 30 sentyabrya 2014 g.: v 11 chastyakh. Chast 7.* Tambov: OOO «Konsaltingovaya kompaniya Yukom». 2014. Pp. 154–155. (rus)
19. Afanasyev V.A., Boyko O.O. Progib sostavnoy ploskoy balochnoy fermy s parallelnymi poyasami [Deflection of a flat truss beam with parallel band]. *Aktualnyye voprosy obrazovaniya i nauki: sbornik nauchnykh trudov po materialam Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii 30 sentyabrya 2014 g.: v 11 chastyakh. Chast 10.* Tambov: OOO «Konsaltingovaya kompaniya Yukom». 2014. Pp.15–16. (rus)
20. Kirsanov M.N. Skrytaya osobennost i asimptoticheskiye svoystva odnoy ploskoy balochnoy fermy [Undetected singularity and asymptotic properties of the one flat truss beam]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy.* 2014. No. 4. Pp. 9–13. (rus)
21. Lebedev A.V. Analiticheskoye issledovaniye deformatsii sostavnoy fermy s pryamougolnoy reshetkoy pod deystviyem ravnomernoy nagruzki [Analytical study of deformation long-span rectangular -framed truss under the influence of even load]. *Nauka i obrazovaniye v zhizni sovremennogo obshchestva: sb. nauch. tr. po mat-lam Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. 30 aprelya 2015 g.: Chast 13.* Tambov. 2015. Pp. 93–94. (rus)
22. Kirsanov M. N. *Praktika programirovaniya v sisteme Maple [Practice of programming in Maple system].* Moscow: Izdatelskiy dom MEI. 2011. 208 p. (rus)
23. Gorodetskiy D.A., Barabash M.S., Vodopyanov R.Yu., Titok V.P., Artamonova A.Ye. *LIRA-SAPR 2013. Uchebnoye posobiye.* Moscow: Izd-vo Moskva. 2013. 376 p. (rus)
24. Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet mnogoreshchatoy fermy [Analytical computation of a rosette truss]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy.* 2014. No. 6. Pp. 2–6. (rus)
25. Kirsanov M.N. Analiticheskoye issledovaniye deformatsiy ploskoy fermy arochnogo tipa [Analytical study of deformation flat arched truss]. *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S. O. Makarova.* 2015. No. 3 (31). Pp. 42–48. (rus)
26. Kirsanov M.N. Skrytaya osobennost i asimptoticheskiye svoystva odnoy ploskoy balochnoy fermy [Undetected singularity and asymptotic properties of the one flat truss beam]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy.* 2014. No. 4 (255). Pp. 9–13. (rus)
27. Kirsanov M.N. Induktivnyy analiz vliyaniya pogreshnosti montazha na zhestkost i prochnost ploskoy fermy [Inductive analysis of the effect of error mounting on the stiffness and strength of a plane truss]. *Magazine of Civil Engineering.* 2012. No. 5(31). Pp. 38–42. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 66–73