

Н.Б. Мельникова<sup>1</sup>, А.А. Осман<sup>2</sup>, Е.В. Кудряшов<sup>3</sup>

## АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРОВОЛОК НА ЖЕСТКОСТЬ СПИРАЛЬНОГО КАНАТА



<sup>1</sup>Наталья Борисовна Мельникова,  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра  
Великого  
Россия, Санкт-Петербург  
Тел.: (812)552-7770, E-mail: [melnikova\\_nb@spbstu.ru](mailto:melnikova_nb@spbstu.ru)



<sup>2</sup>Александра Андреевна Осман,  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра  
Великого  
Россия, Санкт-Петербург  
Тел.: (812)552-7770, E-mail: [osman.aa@edu.spbstu.ru](mailto:osman.aa@edu.spbstu.ru)



<sup>3</sup>Евгений Владимирович Кудряшов,  
«Инжиниринговый центр железнодорожного транспорта»  
Россия, Сколково  
Тел.: (921)957-87-43, E-mail: [eugeniy.kudryashov@ecrt.ru](mailto:eugeniy.kudryashov@ecrt.ru)

### Аннотация

В работе проведен конечно-элементный анализ изгибной и осевой жесткости спирального каната с учетом контактного взаимодействия проволок. Рассмотрены два варианта контакта проволок в канате: контакт абсолютно гладких поверхностей без трения и контакт с жесткой заделкой по линиям контакта. Результаты численного эксперимента показывают, что расчетная жесткость каната с учетом контактного взаимодействия примерно на 30 % выше аналитической оценки, как для «приработанного» каната, работающего как единый стержень сложного сечения, так и для случая нулевого трения между проволоками.

*Ключевые слова:* спиральный канат, изгибная и осевая жесткости, конечно-элементный анализ контактного взаимодействия

## Введение

Витые металлические канаты широко применяются в строительстве и машиностроении как элементы, воспринимающие осевую растягивающую нагрузку [1]. Помимо растяжения, канаты работают также на изгиб (например, при подвешивании груза поперек каната или при наматывании каната на катушку) и кручение.

Канаты являются важными структурными элементами железнодорожной контактной подвески: гибкая подвеска включает несущий трос как основной несущий элемент; к нему крепятся рессорный трос и мерные струны (для подвешивания контактного провода), также являющиеся спиральными канатами [2]. Несущий трос монтируется с предварительным натяжением порядка 20-35 кН, в зависимости от рабочей скорости линии. Проектирование железнодорожных линий включает в себя анализ качества токосъема, для чего необходимо моделирование динамики взаимодействия контактной подвески с токоприёмником [2], [3], [4]. Железнодорожная контактная подвеска фактически представляет собой систему предварительно натянутых гибких нитей. При высоких скоростях движения поезда учет изгибной жесткости проводов подвески, часть из которых являются металлическими канатами, необходим для корректного моделирования волновых процессов распространения поперечных колебаний в подвеске при движении токоприемника [5],[6],[7]. Правильная оценка изгибной жесткости требуется для определения частотного спектра свободных и вынужденных колебаний подвески [8], [9], [10].

Различают канаты следующих видов [1]:

- одинарной свивки или спиральные, состоящие из одного или нескольких слоев проволок;
- канаты двойной свивки, состоящие из слоев спиральных канатов (прядей);
- канаты тройной свивки (стренги), состоящие из слоев канатов двойной свивки.

Контакт проволок в смежных слоях может происходить как по линии, так и в отдельных точках, в зависимости от того, совпадает ли шаг свивки разных слоев. Для прочности и жесткости каната важно хорошее сцепление между проволоками и жилами, которое обеспечивается, в том числе, за счет натяжения каната. В ненапрянутом канате проволоки могут работать независимо, как параллельные спиральные пружины.

Напряженно-деформированное состояние каната теоретически является трехмерным, и упругие свойства каната как трехмерного тела характеризуются винтовой анизотропией. При практических расчетах используется идеализированная модель одномерной гибкой нити, которая

должна опираться на экспериментальные данные и учитывать зависимость жесткостных характеристик каната от силы натяжения и, возможно, других факторов, таких как коэффициент трения проволок, характеризующий степень «приработки» каната.

Аналитические формулы для оценки изгибной жесткости каната дают значения в интервале, ограниченном двумя крайними вариантами. Первый вариант – проволоки жестко связаны по линиям контакта, и тогда сечение работает на изгиб как единое целое, а канат представляет собой стержень сложного по форме сечения. Следует отметить, что в этом варианте влияние контактного взаимодействия между проволоками и жилами может быть недооценено, поскольку область контакта в реальности не ограничивается линией и представляет собой поверхность. То есть изгибная жесткость каната в этом варианте может оказаться как завышенной (вследствие введения жесткой связи по линиям контакта), так и заниженной по вышеуказанной причине. Во втором варианте аналитической оценки изгибной жесткости контакт между проволоками не учитывается, они работают на изгиб независимо (параллельно). В этом случае момент инерции сечения каната определится как сумма моментов инерции сечений отдельных проволок. В [11] предложена следующая эмпирическая формула для оценки изгибной жесткости каната:

$$J = k \sum_{i=1}^n J_i, \quad (1)$$

где  $n$  – число проволок в канате;

$k$  – коэффициент, учитывающий конструкцию каната. Для спиральных канатов  $k=1.8$ , для канатов двойной свивки  $k=1.2$ ;

$J_i$  – момент инерции сечения  $i$ -й проволоки.

Спиральная форма оси проволок в аналитических выражениях для изгибной жесткости каната не учитывается, поскольку радиус витка значительно больше диаметра проволоки.

Жесткость каната на растяжение определяется формулой [12]:

$$A = E_{eff} S = \sum_i E_i S_i \cos^3 \alpha_i \cos^3 \beta_i,$$

где  $E_{eff}$  – эффективный модуль Юнга;

$S$  – общая площадь сечения;

$E_i, \alpha_i, \beta_i$  – модуль Юнга, угол свивки проволоки и угол свивки пряди для  $i$ -й проволоки, соответственно. Для спирального каната  $\beta_i=0$ .

Если принять, что все проволоки одинаковы и подставить в формулу выше наклонные площади сечения проволок  $S_i \cos \alpha_i \cos \beta_i$ , модуль упругости каната по Диннику получает следующее выражение [13]:

$$E_{eff} = E \cos^4 \alpha \cos^4 \beta \quad (2)$$

В [11] для предварительно вытянутых канатов рекомендуется принимать следующие значения модуля упругости каната в зависимости от модуля упругости материала составляющих его проволок:

- для 7-проволочных канатов – 90%;
- для прочих спиральных канатов диаметром до 55 мм – 75-85%;
- для многопрядных канатов – 65-75%.

Согласно [11],[14], при расчетах многопроволочных проводов, состоящих из однородных проволок, физико-механические характеристики, кроме временного сопротивления при растяжении, принимают те же, что для отдельных проволок. Иногда модули упругости многопроволочных проводов принимают равными 85% модулей упругости проволок [14].

В [15] для модуля упругости медных контактных проводов приводятся значения 120 ГПа, для двухслойных многопроволочных ( $S=50 \text{ мм}^2$ ) 113 ГПа (94% от медных), для трехслойных ( $S=70-150 \text{ мм}^2$ ) – 105 ГПа (87,5 %).

В целом источники [11],[14],[15] согласуются, и для расчетов контактной сети на их основе можно принять следующие значения модуля упругости тросов, в зависимости от модуля упругости материала составляющих его проволок:

- для 7-проволочных – 90%;
- для 19-проволочных – 85%;
- для многопрядных (МГ, гибкие струны) – 75%.

Целью данного исследования является оценка влияния контактного взаимодействия проволок каната на его изгибную и осевую жесткости. На данной начальной стадии исследования анализировалась жесткость ненапрянутого 7-проволочного спирального каната, используемого в составе подвески железнодорожной контактной сети.

## **Методы**

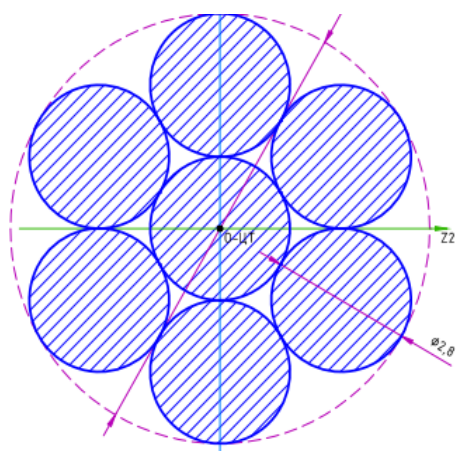
### ***Конечно-элементная модель спирального каната***

Исследуются изгибная и осевая жесткости спирального каната, представленного на рис. 1, слева. Канат состоит из семи проволок, каждая диаметром 2.8 мм. Общий диаметр каната равен 8.4 мм.

Коэффициент кратности каната, определяемый по формуле  $k = H / d$ , где  $H$  – шаг свивки,  $d$  – диаметр каната, для рассматриваемого каната составляет 10. Угол свивки каната  $\alpha = \arctg(\pi d / H) = 11,8^\circ$ .

Материал каната – медь (модуль Юнга  $E=120 \text{ ГПа}$ ; коэффициент Пуассона  $\nu=0.35$ ).

Расчетные характеристики жесткости каната представлены на рис. , справа.



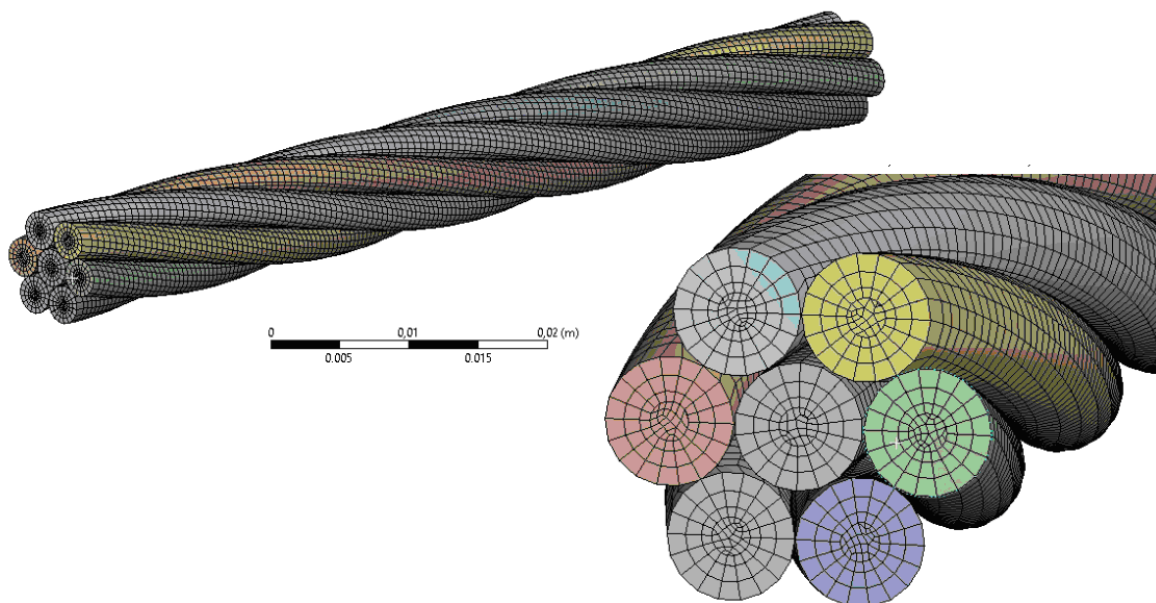
Параметры	Обозначения	Значения	Ед.изм.
<b>1. Общие параметры:</b>			
Полный периметр	Pal1	61.575216	мм
Периметр внешнего контура	Pext	26.389378	мм
Периметр внутренних контуров	Pint	0	мм
Площадь	S	0.43102651	см <sup>2</sup>
<b>2. Параметры во вспомогательной центральной СК OZ2Y2:</b>			
Габаритная ширина и высота	w2 h2	7.6497423	8.4 мм
Координаты границ (отн. ЦТ)	Z2+ Y2+	3.8248711	4.2 мм
	Z2- Y2-	-3.8248711	-4.2 мм
Радиусы инерции	Rz2 Ry2	1.9621417	1.9621417 мм
Осевые моменты инерции	Jz2 Jy2	0.016594521	0.016594521 см <sup>4</sup>
Центробежный момент инерции	Jz2y2		0 см <sup>4</sup>
Моменты сопротивления изгибу	Wz2+ My2+	0.039510764	0.04338583 см <sup>3</sup>
	Wz2- My2-	-0.039510764	-0.04338583 см <sup>3</sup>
Угол наклона главных осей	alpha		0°
<b>3. Параметры в локальной главной центральной СК OZ1Y1 (совпадает с OZ2Y2)</b>			
Габаритная ширина и высота	w1 h1	7.6497423	8.4 мм
Координаты границ (отн. ЦТ)	Z1+ Y1+	3.8248711	4.2 мм
	Z1- Y1-	-3.8248711	-4.2 мм
Ядровые расстояния	Az1+ Ay1+	1.0065699	0.91666667 мм
	Az1- Ay1-	-1.0065699	-0.91666667 мм
Главные радиусы инерции	Rz1 Ry1	1.9621417	1.9621417 мм
Главные осевые моменты инерции	Jz1 Jy1	0.016594521	0.016594521 см <sup>4</sup>
Центробежный момент инерции	Jz1y1		0 см <sup>4</sup>
Моменты сопротивления изгибу	Wz1+ My1+	0.039510764	0.04338583 см <sup>3</sup>
	Wz1- My1-	-0.039510764	-0.04338583 см <sup>3</sup>
<b>7. Уточняющие параметры для многопроволочного провода:</b>			
Расчетный диаметр	Dcalc		8.4 мм
Мин. возможный момент инерции	Jm1na	0.0021120299	см <sup>4</sup>
Расчетный момент инерции	Jcalc	0.0038016538	см <sup>4</sup>
Макс. возможный момент инерции	Jmaxa	0.016594521	см <sup>4</sup>
Примечания: 1. Периметр Pext провода приведен на основе расчетного диаметра. 2. Момент инерции на кручение Jt дан приближенно как сумма Jt проволок.			

Рис. 1. Сечение спирального каната (слева) и характеристики сечения (справа)

В программном пакете ANSYS была создана трехмерная конечно-элементная модель, представленная на рис. . Тип элемента — четырехугольная призма с квадратичной аппроксимацией. Длина модели каната равна 84 мм, что соответствует соотношению 10:1 длины к диаметру модели. Сетка элементов для каждой проволоки имеет слоистую структуру (рис. ). Максимальный размер конечного элемента составляет 0.4 мм. Общее число конечных элементов равно 84 450.

При моделировании рассматривались два варианта контакта проволок в канате: «bonded» (контакт с жесткой заделкой по линии соприкосновения проволок, имитирующий бесконечно большой коэффициент трения между проволоками) и «frictionless» (контакт без трения). Для расчета контактного взаимодействия был выбран дополненный метод Лагранжа, сочетающий в себе метод штрафа и метод Лагранжа.

В задаче на изгиб, канат нагружался в поперечной сосредоточенной силой величиной 100 Н, приложенной в центральном по длине сечении каната к одной из внешних проволок. В задаче на растяжение, образец каната нагружался продольной растягивающей силой величиной 100 Н, приложенной к свободному торцу. Закрепленные торцы каната фиксировались по всем степеням свободы, чтобы исключить раскручивание проволок. Далее решалась контактная задача и, исходя из полученных перемещений, анализировалась жесткость каната (изгибная и осевая).

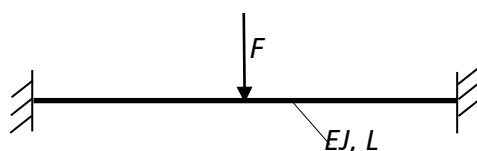


**Рис. 2.** Конечно-элементная модель каната. Вверху: общий вид расчетной сетки.  
Внизу: вид расчетной сетки в сечении проволок

Аналитическая оценка максимального изгибного перемещения каната может быть получена по формуле для прогиба центрального сечения балки, жестко защемленной по торцам (рис. )::

$$u_{\max} = \frac{FL^3}{192EJ}, \quad (3)$$

где  $J$  – расчетный момент инерции сечения каната.



**Рис. 3.** Расчетная схема изгиба балки для определения изгибной жесткости каната

Для случая, когда проволоки жёстко связаны, сила трения принимает максимальное значение, в оценке перемещения по формуле (3) учитывается максимально возможный момент инерции сечения каната:

$$J_{\max} = \int_S y^2 dS = 1.659 \cdot 10^{-10} \text{ м}^4. \quad (4)$$

Для случая, когда проволоки не взаимодействуют и работают независимо, в формуле (3) учитывается минимально возможный момент инерции сечения каната:

$$J_{\min} = \sum_i J_i = 2.112 \cdot 10^{-11} \text{ м}^4, \quad (5)$$

где  $J_i$  – момент инерции  $i$ -й проволоки.

Также рассматривается оценка жесткости каната по формуле (1):

$$J_{calc} = 1.8 \sum_i J_i = 3.802 \cdot 10^{-11} \text{ м}^4. \quad (6)$$

## Результаты

*Задача на изгиб.* Образец нагружался поперечной сосредоточенной силой величиной 100 Н, приложенной в центральном по длине сечении к одной из внешних проволок.

Результаты численного и аналитического расчётов для случая изгиба приведены в таблице 1.

Максимальное перемещение в центральном сечении модели составило  $9.84 \cdot 10^{-6}$  м для контакта с жесткой заделкой по линиям и  $8.11 \cdot 10^{-5}$  м для идеального контакта без трения (таблица 1). При этом аналитический прогиб по формуле (3) составил  $1.55 \cdot 10^{-5}$  м для  $J_{max}$ ,  $1.22 \cdot 10^{-4}$  м для  $J_{min}$  и  $6.77 \cdot 10^{-5}$  м для  $J_{calc}$ , соответственно.

Таким образом, расчетная жесткость каната в случае жесткой связи по линиям оказалась на 36 % выше аналитической оценки, полученной с использованием формулы (3) и максимального момента инерции  $J_{max}$ . При вычислении процентной разницы за базу принималось аналитическое решение.

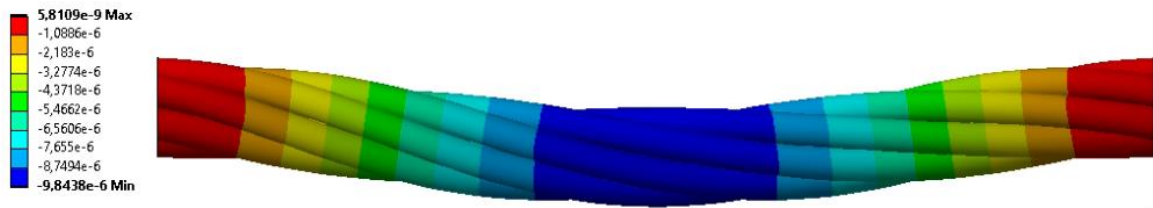
Для контакта без трения, расчетная жесткость каната оказалась на 33 % выше аналитической оценки, полученной с использованием формулы (3) и минимального момента инерции  $J_{min}$  (таблица 1). При этом аналитическая оценка изгибной жесткости по формуле (6) с использованием  $J_{calc}$  дает, наоборот, более высокую жесткость, чем конечно-элементное решение (разница составила 20%).

Поля перемещений в направлении изгиба для двух расчетных случаев представлены на рис. 4-5.

**Таблица 1.** Изгиб каната. Результаты конечно-элементного решения и аналитические оценки прогиба.

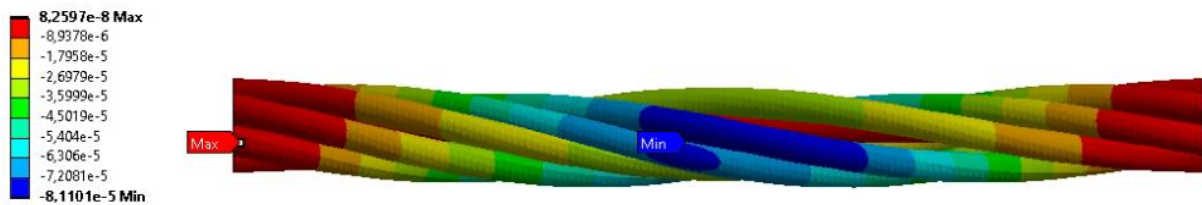
Тип контакта	Изгибное перемещение каната, м		Отличие расчетной жесткости от аналитической, %
	КЭ решение	Аналитическая оценка (в скобках указан расчетный момент инерции)	
Bonded	$9.84 \cdot 10^{-6}$	$1.55 \cdot 10^{-5} (J_{max})$	+36
Frictionless	$8.11 \cdot 10^{-5}$	$1.22 \cdot 10^{-4} (J_{min}); 6.77 \cdot 10^{-5} (J_{calc})$	+33( $J_{min}$ ); -20( $J_{calc}$ )

**A: Modified Bonded (bend)**  
Directional Deformation  
Type: Directional Deformation(Y Axis)  
Unit: m  
Global Coordinate System  
Time: 1  
15.03.2023 21:31



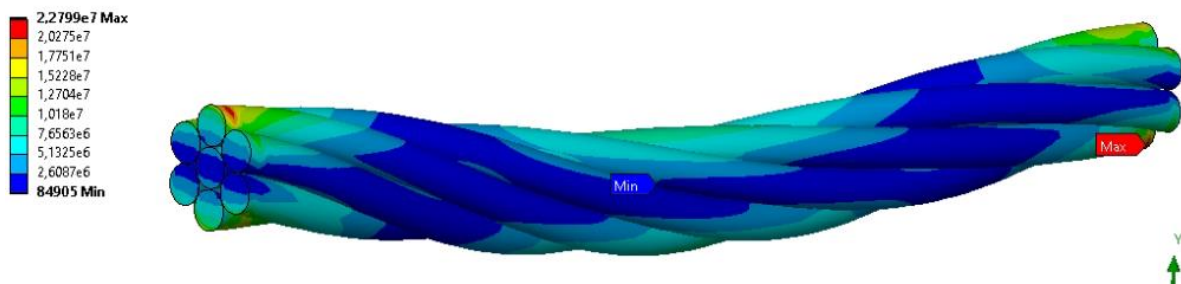
**Рис. 4.** Поперечный изгиб каната. Распределение перемещений, м, в контактной модели с жесткой связью по линии («bonded contact»)

**C: Modified Frictionless (bend)**  
Directional Deformation  
Type: Directional Deformation(Y Axis)  
Unit: m  
Global Coordinate System  
Time: 1  
17.03.2023 0:16



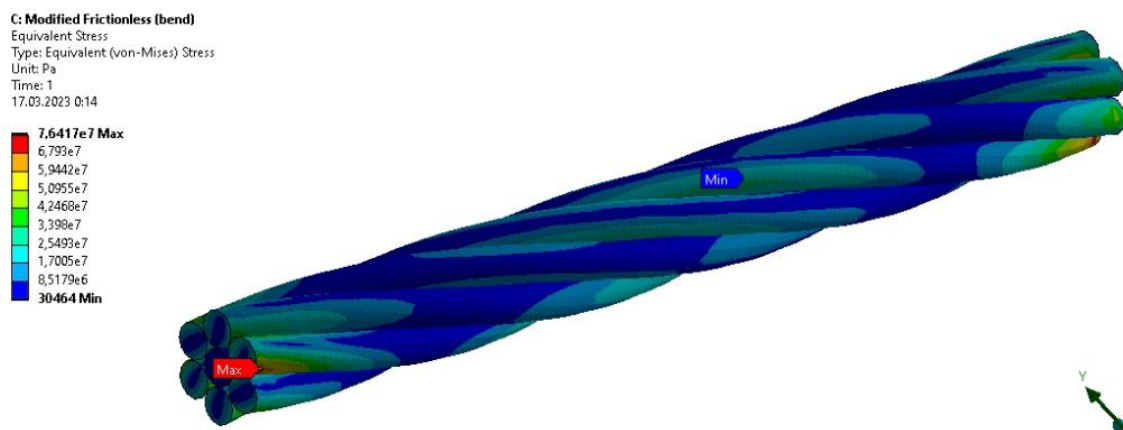
**Рис. 5.** Поперечный изгиб каната. Распределение перемещений, м, в модели с контактом без трения

**A: Modified Bonded (bend)**  
Equivalent Stress  
Type: Equivalent (von-Mises) Stress  
Unit: Pa  
Time: 1  
15.03.2023 21:43



**Рис. 6.** Поперечный изгиб каната. Интенсивность напряжений по Мизесу, Па, в контактной модели с жесткой связью по линии («bonded contact»)





**Рис. 7.** Поперечный изгиб каната. Интенсивность напряжений по Мизесу, Па, в контактной модели без трения

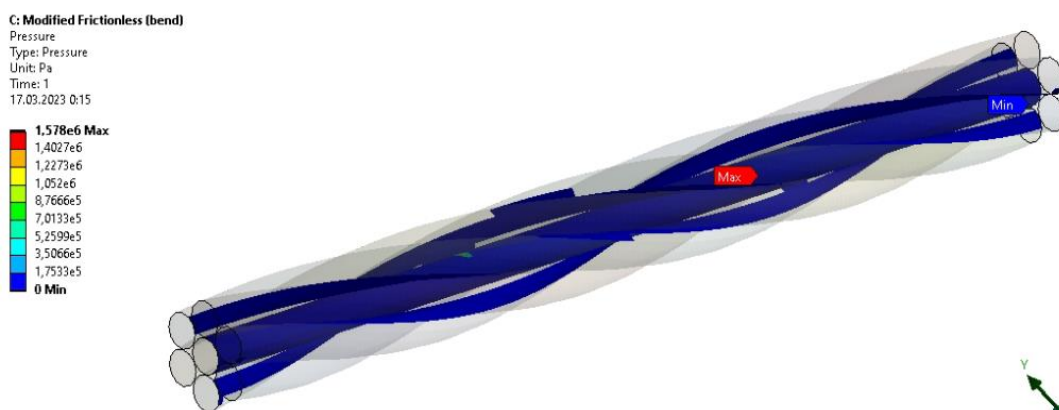
Распределение интенсивности напряжений по Мизесу для двух расчетных случаев изгиба представлено на рис. 6-7. Максимальные напряжения возникают в жестко заземленных торцевых сечениях каната. При этом в первом расчетном случае канат работает на изгиб как единое целое – на рис. 5 можно видеть нейтральную линию в центре сечения. Во втором расчетном случае каждая проволока работает на изгиб независимо; в заделке нейтральные линии различных проволок ориентированы по-разному (рис. 6) и поворачиваются в пространстве при изменении осевой координаты. То есть, нейтральная поверхность каждой из проволок спирально закручена в пространстве.

Распределение полей контактного давления для двух расчетных случаев изгиба представлено на рис. 8-9. Локальные отрицательные значения контактного давления для случая жестких связей по линии (рис. 8) означают, что контактные поверхности пытаются разойтись (но этому препятствует жесткая связь по линии). Для случая «приработанного» каната такая ситуация, по-видимому, возможна и на практике. Области контакта в целом довольно широкие (показаны зеленым цветом на рис. 8).

В случае контакта без трения (рис. 9), контактное давление всегда положительно, зоны максимального контактного давления симметричны относительно центрального сечения. Расположение зон максимального контактного давления соответствует сечениям, в которых перерезывающая сила максимальна (в то время как в центральном сечении она переходит через ноль), и в которых при этом краевой эффект от торцевых граничных условий, запрещающих проволокам сближаться, уже не сказывается на деформациях.



**Рис. 8.** Поперечный изгиб каната. Контактное давление, Па, в модели с жесткой связью по линиям



**Рис. 9.** Поперечный изгиб каната. Контактное давление, Па, в модели без трения

*Задача на растяжение.* Образец нагружался продольной растягивающей силой величиной 100 Н, равномерно распределенной по свободному торцу каната. Свободный торец был ограничен в поперечных перемещениях, во избежание раскручивания проволок. Заделанный торец каната был ограничен по всем перемещениям.

Поля осевых перемещений для двух расчетных случаев осевого растяжения представлены на рис. 10-11. Максимальные продольные перемещения на свободном торце составили  $1.739 \cdot 10^{-6}$  м и  $2.181 \cdot 10^{-5}$  м для контакта с жесткой связью по линиям и контакта без трения, соответственно.

По итогам конечно-элементного расчёта в случае контакта без трения, максимальные продольные перемещения на свободном торце составили  $2.181 \cdot 10^{-5}$  м, максимальное напряжение по норме Мизеса в заделанном торце равно  $2.708 \cdot 10^7$  Па, максимальное контактное давление составило  $1.071 \cdot 10^7$  Па.

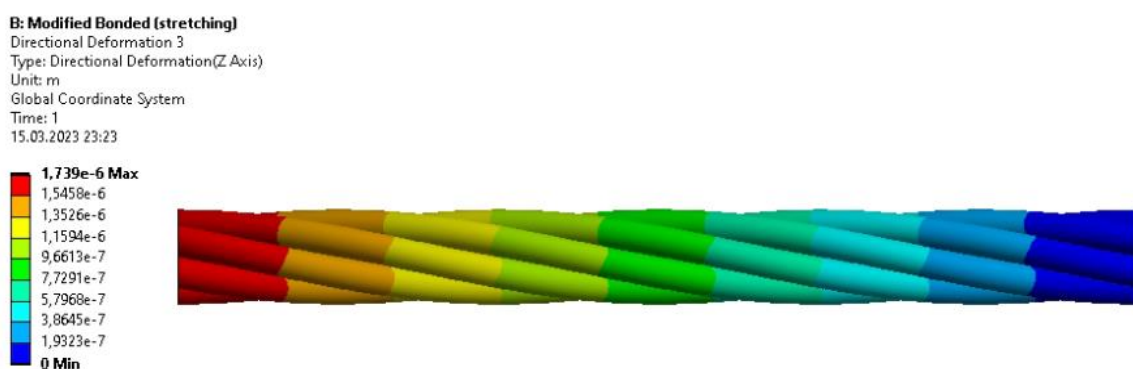
Результаты численного и аналитического расчётов осевого перемещения приведены в таблице 2. Аналитический расчет осевой жесткости проведен по формуле Динника с модулем Юнга проволок, равным 90% от модуля Юнга меди.

**Таблица 2.** Осевое растяжение каната. Продольного перемещение: результаты конечно-элементного решения и аналитические оценки

Тип контакта	Осевое перемещение каната, м		Отличие жесткости, %
	КЭ решение	Аналитическая оценка по формуле Динника	
Bonded	$1.74 \cdot 10^{-6}$	$1.81 \cdot 10^{-6}$	-4
Frictionless	$2.18 \cdot 10^{-5}$		+20

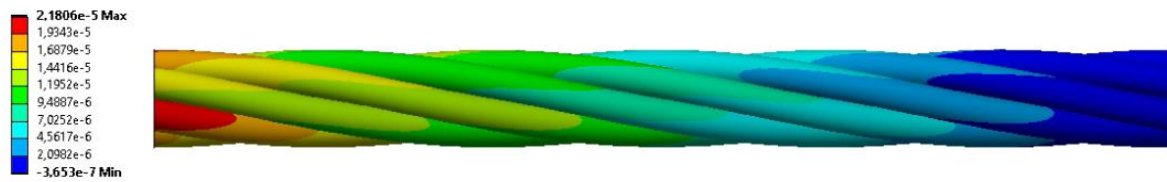
Распределение интенсивности напряжений по Мизесу для двух расчетных случаев осевого растяжения представлено на рис. 12-13. В случае контакта с жесткой связью по линиям, канат работает на растяжение как стержень, и распределение напряжений в модели относительно однородное, за исключением краевых эффектов на торцах (рис. 12). При этом в распределении напряжений заметен трехмерный эффект поперечного сужения каната за счет ненулевого коэффициента Пуассона: интенсивность напряжений у поверхности каната больше, чем у центральной оси, поскольку окружные напряжения растяжения у поверхности выше.

В случае контакта без трения, спирально закрученные проволоки работают на растяжение, как пружины, за счет изгиба. Поэтому на торце каната (рис. 13) в сечении каждой из проволок можно видеть нейтральные линии. Распределение напряжений внутри каждой проволоки неоднородное, соответствует изгибу. Нейтральная линия в сечении каждой из проволок поворачивается в пространстве при изменении осевой координаты; нейтральные поверхности проволок спирально закручены. Центральная проволока прямолинейная и работает только на растяжение, но воспринимает меньшую часть напряжений из-за большей осевой жесткости.



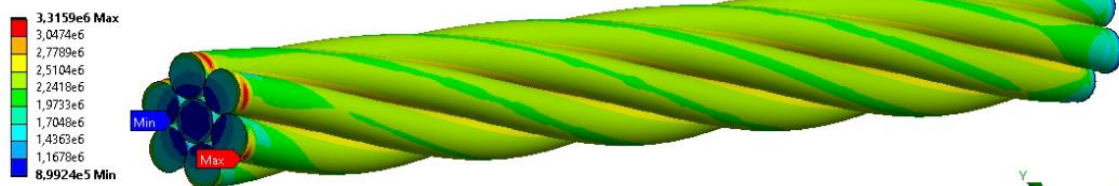
**Рис. 10.** Осевое растяжение каната. Продольные перемещения, м, в контактной модели с жесткими связями по линиям

**D: Modified Frictionless (stretching)**  
 Directional Deformation 3  
 Type: Directional Deformation(Z Axis)  
 Unit: m  
 Global Coordinate System  
 Time: 1  
 16.03.2023 0:04



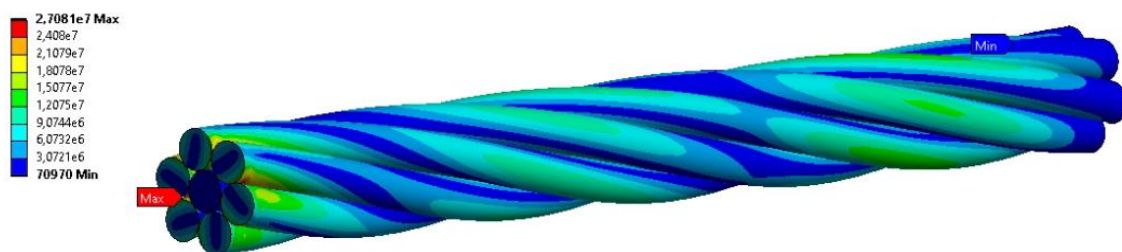
**Рис. 11.** Осевое растяжение каната. Продольные перемещения, м, в контактной модели без трения

**B: Modified Bonded (stretching)**  
 Equivalent Stress  
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress  
 Unit: Pa  
 Time: 1  
 15.03.2023 23:51



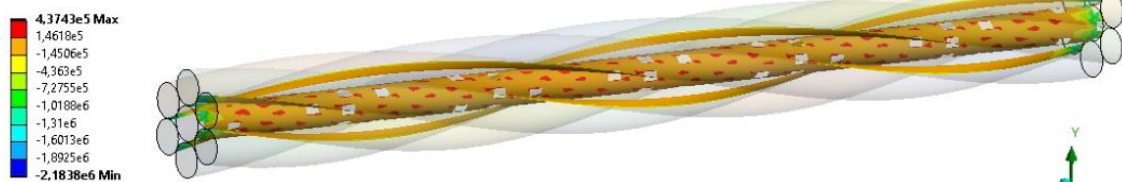
**Рис. 12.** Осевое растяжение каната. Распределение интенсивности напряжений, Па, в контактной модели с жесткими связями по линиям

**D: Modified Frictionless (stretching)**  
 Equivalent Stress  
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress  
 Unit: Pa  
 Time: 1  
 16.03.2023 0:07

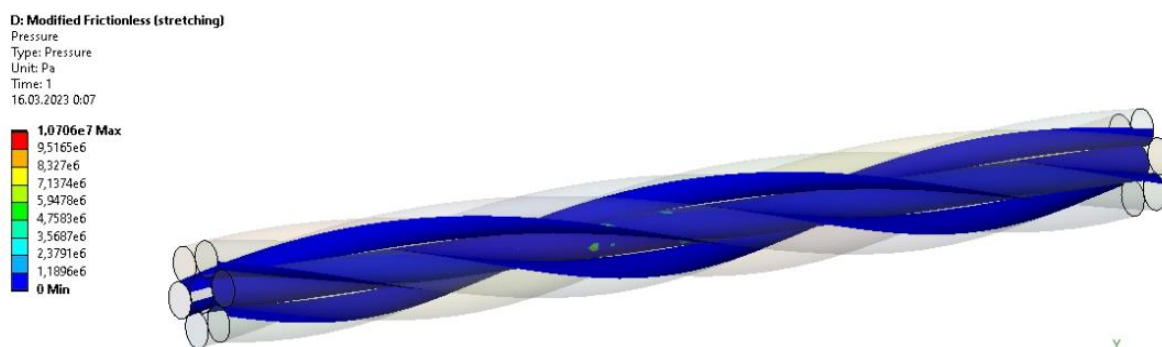


**Рис. 13.** Осевое растяжение каната. Распределение интенсивности напряжений, Па, в контактной модели без трения

**B: Modified Bonded (stretching)**  
 Pressure  
 Type: Pressure  
 Unit: Pa  
 Time: 1  
 15.03.2023 23:50



**Рис. 14.** Осевое растяжение каната. Контактное давление, Па, в модели с жесткими связями по линиям



**Рис. 15.** Осевое растяжение каната. Контактное давление, Па, в модели без трения

## Обсуждение

В первую очередь, необходимо отметить, что учет контактного взаимодействия проволок добавил 33-36 % изгибной жесткости к аналитическим оценкам минимума и максимума изгибной жесткости, рассчитанным по формулам (4) и (5). При этом формула (1), рекомендованная ГОСТ, дает изгибную жесткость, близкую по порядку к жесткости каната с контактом без трения, но на 20% выше. Таким образом, можно предположить, что рекомендации ГОСТ оптимизированы для канатов с ненулевым коэффициентом трения между проволоками.

Осевая жесткость каната, рассчитанная по формуле Динника, оказалась ближе к значению жесткости, полученному для контакта с жесткой связью по линиям (отличие составляет 4%). В случае контакта без трения, смоделированная осевая жесткость на 20% ниже, чем жесткость по формуле Динника, что опять же, указывает на то, что формула Динника оптимальна для канатов с некоторой степенью «приработки».

## Заключение.

В результате работы, был проведен конечно-элементный анализ изгибной и осевой жесткости спирального каната с учетом контактного взаимодействия проволок. Рассмотрены два варианта контакта проволок в канате: контакт абсолютно гладких поверхностей без трения и контакт с жесткой заделкой по линиям контакта. Результаты численного эксперимента показывают, что расчетная изгибная жесткость каната с учетом контактного взаимодействия примерно на 30 % выше аналитической оценки, как для «приработанного» каната, работающего как единый стержень сложного сечения, так и для случая нулевого трения между проволоками. Формула для изгибной жесткости, рекомендованная ГОСТ, дает изгибную жесткость, близкую по порядку к жесткости каната с

контактом без трения, но на 20% выше. Таким образом, данная формула подходит для каната с конечным трением между проволоками.

Формула Динника для осевой жесткости каната дает значения, близкие к осевой жесткости «приработанного» каната с жесткими связями по линиям между проволоками.

Полученные данные позволяют сделать вывод о том, что формула ГОСТ для изгибной жесткости каната дает приемлемые результаты. Что касается осевой жесткости, то возможно, формула Динника дает несколько завышенные значения осевой жесткости, но, чтобы проверить последнее утверждение, необходимо провести расчеты с ненулевым конечным коэффициентом трения между поверхностями проволок.

Дальнейшие исследования планируется посвятить конечно-элементным расчетам жесткости каната с ненулевым коэффициентом трения между проволоками, а также с учетом предварительного осевого натяжения каната.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Малиновский В. А. Стальные канаты. Часть I. Некоторые вопросы технологии, расчета и проектирования – Одесса: Астропринт, 2001. – 188 с.
- [2] Григорьев Б.С., Головин О.А., Викторов Е.Д., Кудряшов Е.В. Математическое моделирование механического взаимодействия токоприемников и контактной подвески для скоростных электрифицированных железных дорог. Материаловедение. Энергетика. 2012. №4 (159)
- [3] Kudryashov Eu.V., Melnikova N.B. Parallel simulations of dynamic interaction between train pantographs and overhead catenary line. 2022. Communications in Computer and Information Science. pp. 233–247
- [4] EN 50318:2018. Railway applications. Current collection systems. Validation of simulation of the dynamic interaction between pantograph and overhead contact line. 2018.
- [5] Facchinetti A., Bruni S. Special issue on the pantograph–catenary interaction benchmark // Vehicle System Dynamics. 2015, 53 (3) pp. 303–304.
- [6] Bruni S., Ambrosio J., Carnicero A., Cho Y.-H., Finner L., Ikeda M. et al. The results of the pantograph–catenary interaction benchmark // Vehicle System Dynamics. 2015, 53 (3) pp. 412–435.
- [7] Finner Lars, Poetsch Gero, Sarnes Bernhard, Kolbe Michael. Program for catenary–pantograph analysis, PrOSA statement of methods and validation according EN 50318. // Vehicle System Dynamics. 2015, 53 (3) pp. 305–313.

- [8] Мельникова Н.Б., Кудряшов Е.В. Спектральный анализ и фильтрация контактного нажатия при взаимодействии пантографа и контактной подвески высокоскоростной железнодорожной магистрали. Современное машиностроение: наука и образование 2022 (ММЕSE-22). Материалы 11-й Международной научной онлайн-конференции, с. 294-309.
- [9] Melnikova N.B., Kudryashov Eu.V. Spectral Analysis and Filtration of Contact Force Oscillations in the Pantograph-Catenary System at High-Speed Railway Line. Conference: Modern Engineering: Science and Education. 2023.
- [10] Y. Song, A. Rønquist, P. Nåvik, "Assessment of the High-Frequency Response in Railway Pantograph-Catenary Interaction Based on Numerical Simulation," in IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 69, no. 10, pp. 10596-10605, Oct. 2020, doi: 10.1109/TVT.2020.3015044.
- [11] Руководство по применению стальных канатов и анкерных устройств в конструкциях зданий и сооружений/НИИ строит. конструкций Госстроя СССР, М., Стройиздат: 1978. — 94 с.
- [12] Глушко М. Ф. Стальные подъемные канаты. Издательство «Техника», Киев. 1966. 329 с.
- [13] Динник А.Н. Статьи по горному делу. Углетехиздат СССР, 1957.
- [14] Фрайфельд А.В., Брод Г.Н. Проектирование контактной сети – 3-е изд., перераб. и доп. М. : Транспорт, 1991. 335 с.
- [15] Кислинг Ф., Пушман Р., Шмидер А. Контактные сети электрифицированных железных дорог. Проектирование. Расчет. Сооружение. Монтаж. Эксплуатация. М.: Сименс Россия, 2018. 1176 с.

N.B. Melnikova<sup>1</sup>, A.A Osman<sup>1</sup>, Eu.V. Kudryashov<sup>2</sup>

## **ANALYSIS OF THE IMPACT OF CONTACT INTERACTION OF SPIRAL ROPE WIRES ON ITS AXIAL AND BENDING STIFFNESS**

<sup>1</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia;

<sup>2</sup>Engineering Center of Railway Transport, Skolkovo, Russia.

### **Abstract**

The paper presents the results of the finite element study of bending and axial stiffness of a spiral cuprum rope with the account for the contact interaction of its wires. Two kinds of contact interaction between the wires have been considered: the contact of absolutely smooth surfaces without friction and the contact with coupling constraints along the lines. The results of the numerical experiment show that the calculated bending stiffness of the rope is

approximately 30% higher than its analytical estimate, both for the "run-in" rope, which works as a single rod with a complex cross-section, and for the case of zero interaction between the wires.

*Keywords:* spiral rope, bending and axial stiffness, finite element analysis of contact interaction

## REFERENCES

- [1] Malinovsky V. A. Steel Ropes. Part I. Some issues on technologies, modelling and design (in Russian) – Odessa: Astroprint, 2001. – 188 pp.
- [2] Grigoryev B.S., Golovin O.A., Viktorov Ye.D., Kudryashov Eu.V. Matematicheskoe modelirovanie mehanicheskogo vzaimodeystviya tokopriemnikov i kontaktnoy podveski dlya-skorostnyh electrificirovannih zheleznih dorog. Nauchno-Tekhnicheskiye Vedomosti SPbSTU 4, 155-162 (2012).
- [3] Kudryashov Eu.V., Melnikova N.B. Parallel simulations of dynamic interaction between train pantographs and overhead catenary line. 2022. Communications in Computer and Information Science. pp. 233–247
- [4] EN 50318:2018. Railway applications. Current collection systems. Validation of simulation of the dynamic interaction between pantograph and overhead contact line. 2018.
- [5] Facchinetti A., Bruni S. Special issue on the pantograph–catenary interaction benchmark // Vehicle System Dynamics. 2015, 53 (3) pp. 303–304.
- [6] Bruni S., Ambrosio J., Carnicero A., Cho Y.-H., Finner L., Ikeda M. et al. The results of the pantograph–catenary interaction benchmark // Vehicle System Dynamics. 2015, 53 (3) pp. 412–435.
- [7] Finner Lars, Poetsch Gero, Sarnes Bernhard, Kolbe Michael. Program for catenary–pantograph analysis, PrOSA statement of methods and validation according EN 50318. // Vehicle System Dynamics. 2015, 53 (3) pp. 305–313.
- [8] Melnikova N.B., Kudryashov Eu.V Spectral Analysis and Filtration of Contact Force Oscillations in the Pantograph-Catenary System at High-Speed Railway Line. Advances in Mechanical Engineering. 2022 (MMESE-22). 11-th International scientific online conference, pp. 294–309.
- [9] Melnikova N.B., Kudryashov Eu.V. Spectral Analysis and Filtration of Contact Force Oscillations in the Pantograph-Catenary System at High-Speed Railway Line. Conference: Modern Engineering: Science and Education. 2023.
- [10] Y. Song, A. Rønnquist, P. Nåvik, "Assessment of the High-Frequency Response in Railway Pantograph-Catenary Interaction Based on Numerical



- Simulation," in IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 69, no. 10, pp. 10596-10605, Oct. 2020, doi: 10.1109/TVT.2020.3015044.
- [11] Guidelines for the use of steel ropes and anchor devices in the structures of buildings and structures (in Russian) / Research Institute building. designs of Gosstroy of the USSR, M., Stroyizdat: 1978. 94 pp.
- [12] Glushko M.F. Steel lifting ropes (in Russian). Publishing house "Tekhnika", Kyiv. 1966. 329 pp.
- [13] Dinnik A.N. Articles on mining (in Russian). Ugletekhizdat USSR, 1957
- [14] Freifeld A.V., Brod G.N. Contact network design (in Russian). 3rd ed., M. : Transport, 1991. 335 pp.
- [15] Kisling F., Pushman R., Schmider A. Contact networks of electrified railways. Design. Calculation. Construction. Installation. Exploitation. M.: Siemens Russia, 2018. 1176 pp.