

В.С. Мамутов<sup>1</sup>, А.В. Мамутов<sup>2</sup>, К.С. Арсентьева<sup>1</sup>, И.В. Калатозишвили<sup>1</sup>

## КАВИТАЦИЯ ВОДЫ ПРИ ЭЛЕКТРОГИДРОИМПУЛЬСНОЙ ШТАМПОВКЕ



<sup>1</sup>Мамутов Вячеслав Сабайдинович, д.т.н., проф.  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра  
Великого  
Россия, Санкт-Петербург  
Тел.: (812)552-9530, E-mail: mamutov\_vs@spbstu.ru.



<sup>2</sup>Мамутов Александр Вячеславович, к.т.н.  
НТЦ «АПМ»,  
Россия, г. Королев, Московская область  
Тел. 7 (495) 120-58-10, E-mail: a.mamutov@apm.ru.



<sup>1</sup>Ксения Сергеевна Арсентьева, к.т.н., доцент  
Санкт-Петербургский политехнический университет  
Петра Великого  
Россия, Санкт-Петербург  
Тел.: +7(812)552-9530, E-mail: xenia.ars@gmail.com



<sup>1</sup>Калатозишвили Иван Васильевич, аспирант  
Санкт-Петербургский политехнический университет  
Петра Великого  
Россия, Санкт-Петербург  
Тел.: +7(812)552-9530, E-mail: ivank300@gmail.com

### Аннотация

Рассмотрено влияние кавитационных эффектов в воде при электрогидроимпульсной штамповке. Показано влияние кавитации в рабочей жидкости на внутреннюю поверхность разрядной камеры и ее разрушение. Разработана одномерная модель пузырьковой жидкости, позволяющая оценить изменение параметров импульса давления при прохождении приграничного к стенке камеры слоя пузырьков разной пористости. Решение задачи осуществлялось дифференциально-

разностным методом, с численной реализацией на языке C++. Корректность модели проверена сравнением с тестовым расчетом аналогичной задачи для однородной сжимаемой жидкости, моделируемой в комплексе LS-DYNA 971. Показано, что слой пузырьковой жидкости позволяет в условиях электрогидроимпульсной штамповки почти в два раза увеличить амплитуду давления.

*Ключевые слова:* Электрогидроимпульсная штамповка, кавитационные эффекты, пузырьковая жидкость, одномерная сферическая модель, оценка корректности, слой пузырьковой жидкости, увеличение амплитуды давления

## **Введение**

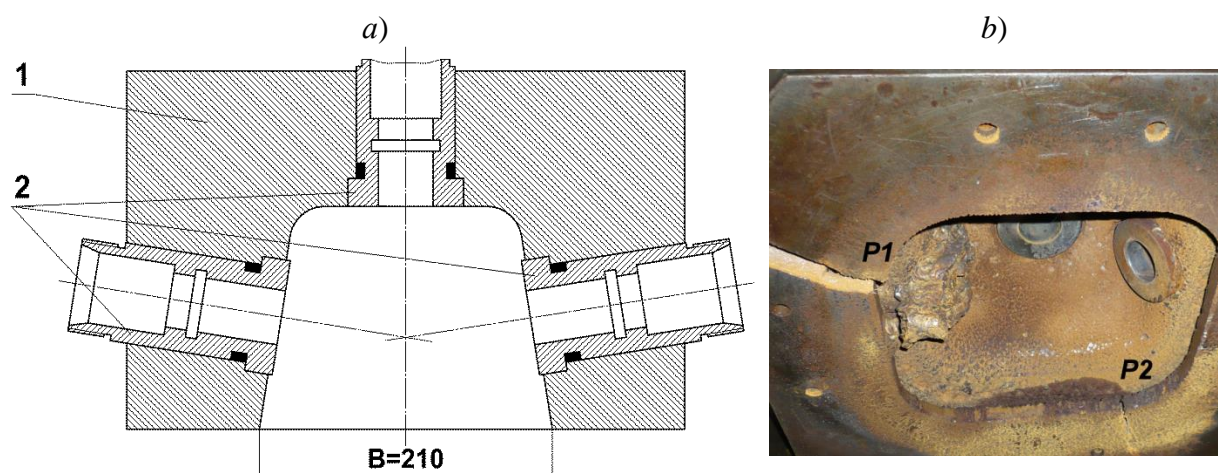
Электрогидроимпульсная штамповка (ЭГИШ), использующая высоковольтный разряд в жидкости в качестве источника высокого давления, получила широкое применение в машиностроении для изготовления сложных точных деталей из листовых и трубных заготовок [1]. В настоящее время процессы ЭГИШ достаточно широко применяются и исследуются в странах с высокоразвитым машиностроением [2-4]. На преобразование электрической энергии заряда конденсаторной батареи в энергию пластического деформирования заготовки при нелинейности процессов преобразования влияет большое число факторов. Поэтому для создания эффективных технологий и устройств ЭГИШ требуются весьма сложное компьютерное моделирование. Возможность адекватного компьютерного моделирования появилась только с появлением таких универсальных конечно-элементных комплексов, как LS-DYNA [5]. При этом комплекс LS-DYNA сначала применялся для моделирования ЭГИШ при упрощенной геометрии камеры [6-8], а позже учитывалась реальная геометрия электродной системы и другие особенности процесса [9,10]. В работе [11] моделировалась комплексная задача с учетом переходных электрических процессов в разрядном контуре.

В указанных выше работах [9-11] предполагалось, что разрыв воды при ее кавитации происходит вблизи значения отрицательного давления 0.1 МПа. Теоретически вода может выдерживать отрицательные давления до 1000 МПа, но на практике в условиях статических испытаний даже в чистой фильтрованной воде кавитация наступает при отрицательных давлениях уже в 30 МПа [12]. Исследования при импульсном растяжении показали, что прочность воды может достигать 46 МПа [13]. Обычно в технике кавитацию рассматривают в связи с разрушением поверхности изделий, происходящим при схлопывании пузырьков [14]. Однако применительно к ЭГИШ подобных исследований не проводилось.

Движение заготовки при формообразующих операциях ЭГИШ создает в жидкости вблизи поверхности заготовки отрицательное давление, которое может приводить к кавитации. Такой вариант исследован в работе [15]. Расчеты производились на примере конкретной «податливой» заготовки в пределах отрицательного давления воды, при котором возможна ее кавитация – от 0.1 МПа до 40 МПа. Результаты расчетов показали незначительную разницу по параметрам деформированного состояния заготовки и ее формоизменения при значительном отличии импульсного давления на поверхности заготовки. Это можно объяснить преимущественным влиянием гидротока на деформацию «податливой» заготовки [1]. Однако, с точки зрения некоторых технологических задач, например, калибровки, а также прогнозирования стойкости технологической оснастки важным является амплитуда импульса давления. Поэтому целью данной работы являлась оценка эффектов кавитации в воде на изменение амплитуды давления в условиях ЭГИШ.

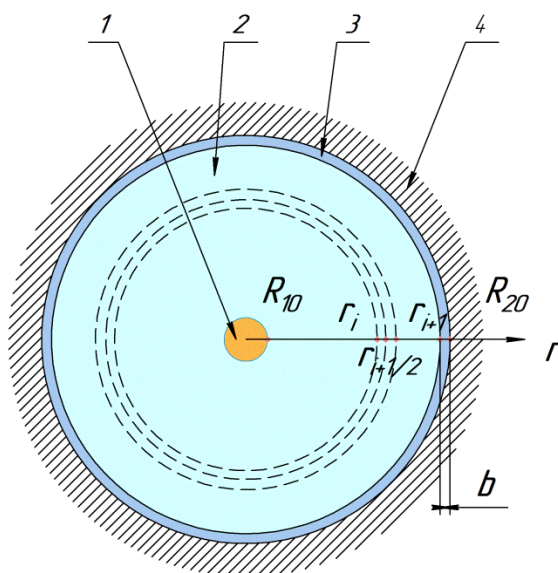
## Методы

Пример разрушения разрядной камеры (1, а) при ЭГИШ показан на рис. 1, б. Камера выполнена литьем из коррозионностойкой стали 20Х13Л. До разрушения деталь выдержала примерно  $5 \cdot 10^5$  разрядных циклов. Усталостному характеру разрушения способствует эрозия поверхности металла, которая создает локальные очаги концентрации напряжений. В данном случае трещина (рис. 1, б, P1) была вызвана дополнительными напряжениями в сварочном шве, когда было заварено одно из боковых отверстий для электродов. Однако развитие другой трещины (рис. 1, б, P2) возникает также в месте, где сварочных напряжений нет.



**Рис. 1.** Разрядная трех-электродная камера: а) эскиз: 1 – корпус, 2 – корпуса электродов; б) разрушение камеры вследствие кавитации

Расчеты давления в разрядной камере с использованием комплекса LS-DYNA [9, 15] учитывают эффект кавитации жидкости приближенно. Кроме того, слой пузырьковой жидкости может быть создан искусственно до момента электрического разряда с целью интенсификации технологического процесса. Поэтому важным является создание компьютерной модели и оценка влияния слоя пузырьковой жидкости на изменение параметров волны сжатия в условиях ЭГИШ. Взаимодействие ударной волны и пузырькового слоя происходит в начальный момент прихода давления к стенке камеры, когда отраженные волны не влияют на такое взаимодействие. Поэтому задачу можно рассмотреть в одномерной сферической постановке при расширении плазменного канала в жидкости, ограниченной жесткой стенкой (рис.2). При этом рассмотрены две модели: модель на основе КЭ комплекса LS-DYNA для жидкости без пузырьков и модель со слоем пузырьковой жидкости [16].



**Рис. 2.** Сферическая модель электрогидроимпульсного разряда: 1 – плазменная полость канала разряда, 2 – сплошная жидкость, 3 – пузырьковая жидкость, 4 – жесткая стенка

### Компьютерная модель пузырьковой жидкости

Разработка оригинальной компьютерной модели осуществляется в следующей постановке [16]. Уравнение движения

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p, \quad \vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}, \quad (1)$$

где  $\rho$ ,  $p$  – плотность и давление жидкости,  $\vec{x}$ ,  $\vec{v}$  – радиус-вектор и вектор скорости частиц жидкости.

Уравнение состояния газовых пузырьков жидкости задается в виде адиабаты Пуассона-Тэта

$$\rho = \rho_0 [1 - \lambda(p - p_0) + \beta(p_0 / p)^{1/\gamma}]^{-1}, \quad (2)$$

где

$$\lambda = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial p} \cong 1/(2350 \text{ МПа}), \quad (3)$$

где  $\rho_0$  – начальная плотность жидкости,  $p_0$  – барометрическое давление,  $\beta$  – пористость пузырьковой жидкости,  $\gamma = 1.4$  соотношение для газовой адиабаты для пузырьков.

Уравнение состояния жидкости без пузырьков задается в виде адиабаты Гэта

$$p = p_0 + B[(\rho/\rho_0)^m - 1], \quad (4)$$

где параметры адиабаты для чистой воды:  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $B = 304.7 \text{ МПа}$ ,  $m = 7.15$ .

Уравнение (2) соответствует уравнению (4), если уравнение (4) линеаризовано, а пористость отсутствует ( $\beta = 0$ ).

Для определения граничного условия на границе жидкости и плазменной полости учитывается уравнение баланса энергии, вводимой в канал разряда

$$(\gamma - 1)N(t) = V_k \frac{dp_k}{dt} + \gamma p_k \frac{dV_k}{dt}, \quad (5)$$

$$N = dE/dt, \quad (6)$$

где  $\gamma = 1.26$  – величина показателя для плазмы, полученной из чистой воды,  $V_k$  и  $p_k$  – объем и давление канала разряда,  $E$  – электрическая энергия вводимая в канал,  $N$  – мощность энергии в канале.

### **Компьютерная модель одномерной сферической гидромеханики пузырьковой жидкости**

Уравнение движения в лагранжевой форме имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \left[ \frac{R(r, t)}{r} \right]^2 \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (7)$$

$$u = \frac{\partial R}{\partial r}, \quad (8)$$

где  $u$  – скорость,  $R$  – эйлерова координата,  $r$  – лагранжева координата,  $p$  – давление  $\rho$  – начальная плотность жидкости.

Плотность в постановке Лагранжа на  $j+1$  временном слое (рис. 2)

$$\rho_{i+1/2}^{j+1} = -\beta \rho_0 \frac{(r_{i+1})^3 - (r_i)^3}{(R_{i+1}^{j+1})^3 - (R_i^{j+1})^3}. \quad (9)$$

Граничное условие при  $r = R_{10}$ , определяется соотношением (5) ввиду сферической формы объема  $V_k$ , и при  $r = R_{20}$ :

$$R = R_{20}, u = 0.$$

Здесь  $R_{10}$  – радиус плазменного канала,  $R_{20}$  – радиус жесткой стенки камеры (рис. 2). Предполагается, что плотность воды в промежутке

$r \in [R_{10}, R_{20}]$  определяется плотностью сплошной жидкости, а в промежутке  $r \in [R_{10}, R_{20} - b]$ , в слое пористой жидкости определяется уровнем пористости  $\beta$ .

Начальные условия ( $t = 0$ ):

$$u(r, 0) = 0,$$

$$R(r, 0) = r,$$

$$p(r, 0) = p_0.$$

### **Компьютерное моделирование и верификация модели пузырьковой жидкости**

Численный расчет гидромеханики сжимаемой пузырьковой жидкости (5) – (8) с указанными выше граничными и начальными условиями осуществлялся дифференциально-разностным методом [17]. Описание алгоритма численного расчета представлено в работе [18]. Использовался язык программирования C++. При этом принималась система размерностей: мм, с и кг. Линеаризованная адиабата Тэта использовалась в виде

$$p = p_0 + \left( \frac{\rho - \rho_0}{\rho} \right) K, \quad (10)$$

где модуль объемного сжатия  $K = 1/\lambda = 2.35 \cdot 10^6$  кг/(мм·с<sup>2</sup>), начальное давление  $p_0 = 100$  кг/(мм·с<sup>2</sup>), начальная плотность  $\rho_0 = 1 \cdot 10^{-6}$  кг/мм<sup>3</sup>. Также при верификации было использовано условие:  $\beta = 0$ . Функция мощности задавалась зависимостью

$$N = N_0 \cdot \sin(\pi \cdot t / T_0), \quad t < T_0,$$

$$N = 0, \quad t \geq T_0,$$

в которой величины периода и начальной мощности:  $T_0 = 50$  мкс и  $N_0 = 4.9 \cdot 10^{13}$  кг·мм<sup>2</sup>/с<sup>3</sup>. Начальный радиус канала разряда и радиус жесткой стенки принимались:  $R_{10} = 5$  мм,  $R_{20} = 50$  мм. Для пузырьковой жидкости число разбиений этого промежутка по лагранжевой координате составляло 200.

### **Результаты**

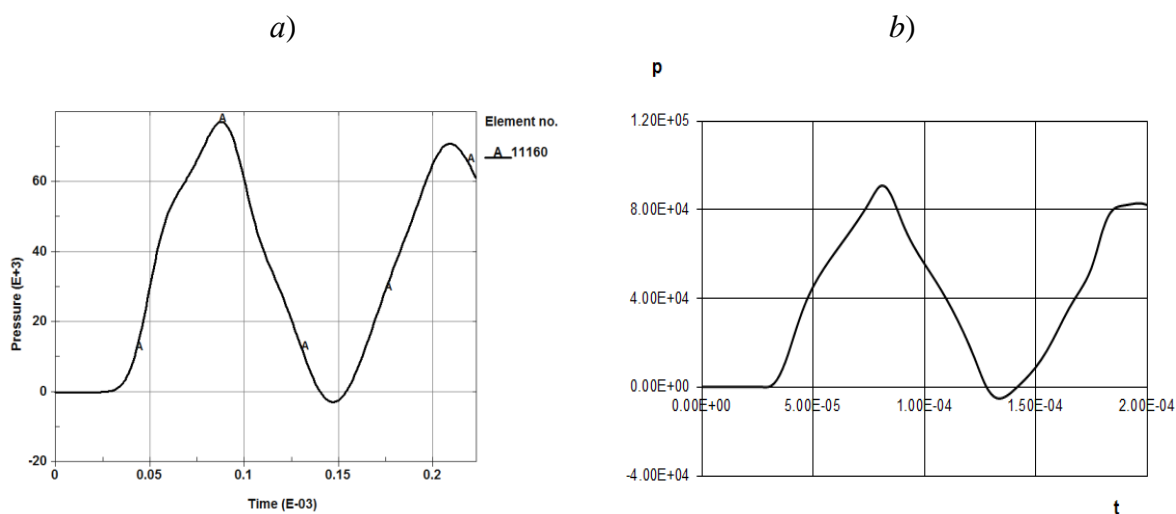
Для верификации разработанной модели пузырьковой жидкости задача решалась двумя методами. Первый – с использованием комплекса LS-DYNA для идеальной сжимаемой жидкости *MAT\_ELASTIC\_FLUID*, в которой зависимость между давлением и плотностью имеет вид

$$p = -K \cdot \ln(\rho_0/\rho),$$

где  $\rho$  – плотность воды,  $\rho_0 = 10^{-9}$  кг/мм<sup>3</sup> – начальная плотность,  $K \cong 2.35 \cdot 10^6$  кг/(мм·с<sup>2</sup>) =  $2.35 \cdot 10^9$  Па – модуль объемного сжатия. Жесткая стенка камеры моделировались как *MAT\_RIGID*. В качестве модели

материала для плазменного канала использовалась модель *MAT\_NULL*, определяющая начальную плотность плазмы совместно с уравнением состояния *EOS\_LINEAR\_POLYNOMIAL\_WITH\_ENERGY\_LEAK*, определяемым уравнением баланса энергии (5, 6).

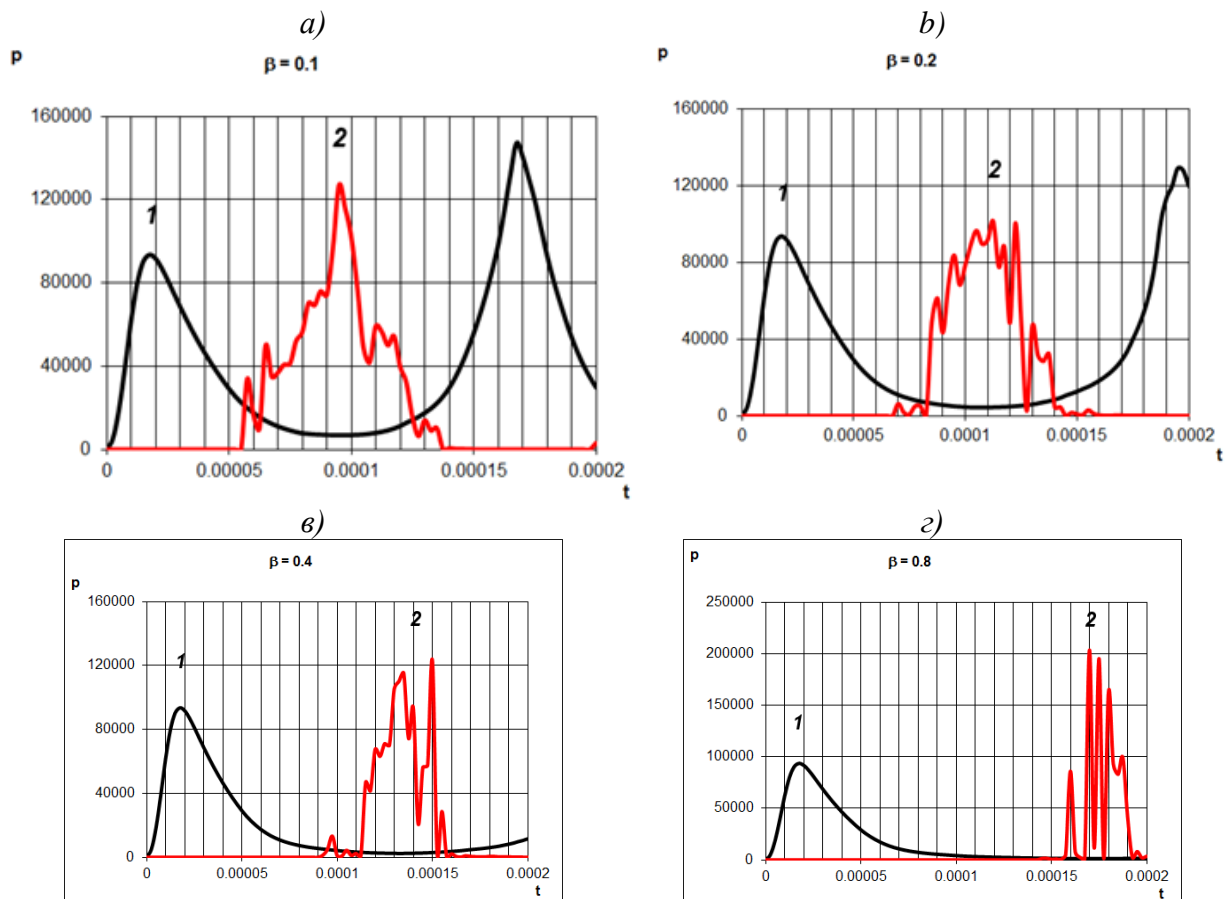
Второй метод – с использованием разработанной компьютерной модели пузырьковой жидкости. Сравнение результатов расчета задачи при условии:  $\beta = 0$  в слое пузырьковой жидкости, прилегающей к стенке камеры, представлено на рис. 3. Для перевода размерности давления в систему СИ следует иметь в виду, что  $1 \text{ кг}/(\text{мм}\cdot\text{с}^2) = 10^3 \text{ Па}$ . Время на графиках в секундах.



**Рис. 3.** Сравнение численных решений: *a)* LS-DYNA; *b)* модель пузырьковой жидкости

Сравнивая результаты расчетов, можно отметить, что разница амплитуды давления на жесткой преграде для обоих вариантов расчета не превышает (5...10)%. Это делает корректным применение модели пузырьковой жидкости для дальнейшего анализа.

Выполнено исследование влияния слоя пористой жидкости вблизи жесткой стенки камеры на изменение давления в ударной волне, идущей от расширяющегося плазменного канала к жесткой стенке камеры. При этом жидкость во всем объеме имела начальную плотность с пористостью  $\beta = 0$ , за исключением слоя толщиной  $b = 10$  мм, прилегающего к жесткой границе. Пористость в этом слое жидкости варьировалась в пределах:  $\beta \in [0.1, 0.8]$  (рис. 4). Видно, что с уменьшением пористости уменьшается длительность давления на стенке камеры и увеличивается его амплитуда. Следует отметить, что меняется не только давление на жесткой стенке, но также изменяется давление в канале разряда.



**Рис. 4.** Влияние пористости слоя пузырьковой жидкости на импульс давления:  
 1 – давление плазмы в канале разряда, 2 – давление на жесткой преграде

### Обсуждение

Анализируя влияние пористости слоя жидкости на давление вблизи жесткой преграды, можно отметить, что уменьшение пористости приводит к росту амплитуды давления и уменьшению длительности импульса по сравнению со случаем жидкости без такого слоя. Можно отметить изменение исходной формы волны сжатия и увеличение амплитуды давления почти в два раза при прохождении пузырькового слоя. Для большинства технологических операций с незначительной податливостью заготовки, например для калибрующих операций, увеличение амплитуды давления приводит к увеличению эффективности операции. Учет полученных результатов может стать основой создания более эффективных технологических процессов ЭГИШ.

### Заключение

Показаны некоторые эффекты кавитации воды при ЭГИШ, приводящие к разрушению технологической оснастки. Разработана



компьютерная модель пузырьковой сжимаемой жидкости в одномерной сферической постановке. Модель реализована в виде программы на языке C++. Установлено изменение исходной формы волны сжатия и увеличение амплитуды давления почти в два раза при прохождении пузырькового слоя, что при соответствующей технической реализации может существенно увеличить технологические возможности процессов ЭГИШ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Чачин В.Н. Электрогидроимпульсная обработка машиностроительных материалов. Минск: Наука и техника, 1978. 184 с.
- [2] Rohatgi A., Stephens E.V., Davies R.W., Smith M.T., Souлами A., Ahzi S. Electro-hydraulic forming of sheet metals: Free-forming vs. conical-die forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 2012, Vol. 212, No.5, pp. 1070–1079.
- [3] Тараненко М.Е. Электрогидравлическая штамповка: теория, оборудование, техпроцессы. Харьков: ХАИ, 2011. 272 с.
- [4] Здор Г.Н., Исаевич Л.А., Качанов И.В. Технологии высокоскоростного деформирования металлов. Минск: БНТУ, 2010. 456 с.
- [5] Hallquist J.O. LS-DYNA theoretical manual. Livermore Software Technology Corporation: Livermore, CA, 2006, 498 p.
- [6] Aashish Rohatgi, Elizabeth V. Stephens, Richard W. Davies, Mark T. Smith, Ayoub Souлами, Said Ahzi. Electro-hydraulic forming of sheet metals: Free-forming vs. conical-die forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 2012, vol. 212 pp. 1070–1079.
- [7] Jenab, A., Green, D.E., Alpas, A.T., and Golovashchenko, S.F., 2018. Experimental and numerical analyses of formability improvement of AA5182-O sheet during electro-hydraulic forming. *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 255, 914-926.
- [8] Мамутов В. С., Арсентьева К.С. Электрогидроимпульсная вытяжка в закрытую матрицу с плоским дном при различных параметрах нагружения заготовки. Сб. «Современное машиностроение: наука и образование ММЕСЕ-2018», материалы 7-й Международной научно-практической конференции. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2018, с. 569-579.
- [9] Mamutov A.V., Golovashchenko S.F., Mamutov V.S., Bonnen J.F. Modeling of electrohydraulic forming of sheet metal parts. *Journal of Materials Processing Technology*, 2015, vol. 219, pp. 84–100.
- [10] Zhang, F., Zhang, J., He, K., and Hang, Z., 2018. Application of Electro-hydraulic Forming (EHF) Process with Simple Dies in Sheet Metal

- Forming. Proceeding of the International Conference on Information and Automation, Wuyi Mountain, China, August 2018, p.401-405.
- [11] Viacheslav S. Mamutov, Gennady N. Zdor. Mechanics of loading and deforming of thin-sheet blank at electro-hydraulic forming. International Review of Mechanical Engineering (I.R.E.M.E.), Vol. 11, n. 5, 2017, p. 332-336.
- [12] Пирсол И. Кавитация. М.: Мир, 1975. 95 с.
- [13] Богач А.А., Уткин А.В. Прочность воды при импульсном растяжении // Прикладная механика и техническая физика. 2000. Т.41, №4. С. 198–205.
- [14] Корнфельд М. Упругость и прочность жидкостей. М., Л: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1951. 108 с.
- [15] Мамутов В.С., Мамутов А.В., Курятников А.А. Компьютерное моделирование электрогидроимпульсной тонколистовой формовки с учетом давления разрыва воды. Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. №2, 2016, с. 153-162.
- [16] Галиев Ш.У. Нелинейные волны в ограниченных сплошных средах. Киев: Наук. Думка, 1988, 264 с.
- [17] Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972, 420 с.
- [18] Мамутов В.С. Взаимодействие волны сжатия со слоем кавитированной воды при электрогидроимпульсной обработке. XXVI Международная конференция «Математическое и компьютерное моделирование в механике деформируемых сред и конструкций». 28 – 30 сентября 2015, Санкт-Петербург, Россия, с. 205-206

V.S.Mamutov<sup>1</sup>, A.V. Mamutov<sup>2</sup>, X.S.Arsentyeva<sup>1</sup>, I.V. Kalatozishvili<sup>1</sup>,

## **WATER CAVITATION DURING ELECTROHYDRO-PULSED STAMPING**

<sup>1</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia;

<sup>2</sup>STC "APM", Korolev, Russia.

### **Abstract**

The influence of cavitation effects during electrohydropulse stamping is considered. The effect of cavitation in the working fluid on the inner surface of the discharge chamber and its destruction is shown. A one-dimensional model of

bubbly liquid has been developed that makes it possible to estimate the change in the pressure pulse parameters in the presence of a layer of bubbles of different porosity near the chamber wall. The problem was solved by the finite difference method, with a numerical implementation in C++. The correctness of the model was verified by comparison with the test calculation of a similar problem for a homogeneous compressible fluid, modeled in the LS-DYNA 971 complex. It is shown that a layer of bubbly liquid makes it possible to almost double the pressure amplitude under the conditions of electrohydropulse stamping.

*Key words:* electrohydropulse stamping, cavitation effects, bubbly liquid, one-dimensional spherical model, correctness assessment, bubbly liquid layer, increase in pressure amplitude

## REFERENCES

- [1] Chachin V.N. Electrohydropulse processing of engineering materials. Minsk: Science and technology, 1978. 184 p. (rus)
- [2] Rohatgi A., Stephens E.V., Davies R.W., Smith M.T., Soulami A., Ahzi S. Electro-hydraulic forming of sheet metals: Free-forming vs. conical-die forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 2012, Vol. 212, No.5, pp. 1070–1079.
- [3] Taranenkov M.E. Electrohydraulic stamping: theory, equipment, technical processes. Kharkiv: KhAI, 2011. 272 p. (rus)
- [4] Zdor G.N., Isaevich L.A., Kachanov I.V. Technologies of high-speed deformation of metals. Minsk: BNTU, 2010. 456 p. (rus)
- [5] Hallquist J.O. LS-DYNA theoretical manual. Livermore Software Technology Corporation: Livermore, CA, 2006, 498 p.
- [6] Aashish Rohatgi, Elizabeth V. Stephens, Richard W. Davies, Mark T. Smith, Ayoub Soulami, Said Ahzi. Electro-hydraulic forming of sheet metals: Free-forming vs. conical-die forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 2012, vol. 212 pp. 1070–1079.
- [7] Jenab, A., Green, D.E., Alpas, A.T., and Golovashchenko, S.F., 2018. Experimental and numerical analyses of formability improvement of AA5182-O sheet during electro-hydraulic forming. *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 255, pp. 914-926.
- [8] Mamutov V.S., Arsent'eva K.S. Electrohydropulse drawing into a closed die with a flat bottom at various loading parameters of the workpiece. *Sat. "Modern mechanical engineering: science and education MMESE-2018"*, materials of the 7th International Scientific and Practical Conference. St. Petersburg: Publishing house of Politekh. un-ta, 2018, p. 569-579. (rus)
- [9] Mamutov A.V., Golovashchenko S.F., Mamutov V.S., Bonnen J.F. Modeling of electrohydraulic forming of sheet metal parts. *Journal of Materials Processing Technology*, 2015, vol. 219, pp. 84–100.

- [10] Zhang, F., Zhang, J., He, K., and Hang, Z., 2018. Application of Electro-hydraulic Forming (EHF) Process with Simple Dies in Sheet Metal Forming. Proceeding of the International Conference on Information and Automation, Wuyi Mountain, China, August 2018, pp.401-405.
- [11] Viacheslav S. Mamutov, Gennady N. Zdor. Mechanics of loading and deforming of thin-sheet blank at electro-hydraulic forming. International Review of Mechanical Engineering (I.R.E.M.E.), Vol. 11, n. 5, 2017, pp. 332-336.
- [12] Pirsol I. Cavitation. M.: Mir, 1975. 95 p. (rus)
- [13] Bogach A.A., Utkin A.V. Strength of water under impulse tension // Applied mechanics and technical physics. 2000. V.41, No. 4. pp. 198–205. (rus)
- [14] Kornfeld M. Elasticity and strength of liquids. M., L: State publishing house of technical and theoretical literature, 1951. 108 p. (rus)
- [15] Mamutov V.S., Mamutov A.V., Kuryatnikov A.A. Computer simulation of electrohydropulse thin-sheet molding taking into account water burst pressure. Scientific and technical statements of the St. Petersburg State Polytechnic University. No. 2, 2016, pp. 153-162. (rus)
- [16] Galiev Sh.U. Nonlinear waves in bounded continuous media. Kyiv: Nauk. Dumka, 1988, 264 p. (rus)
- [17] Richtmyer R., Morton K. Difference methods for solving boundary value problems. Moscow: Mir, 1972, 420 p. (rus)
- [18] Mamutov V.S. Interaction of a compression wave with a layer of cavitating water during electrohydropulse processing. XXVI International Conference "Mathematical and computer modeling in the mechanics of deformable media and structures". September 28 – 30, 2015, St. Petersburg, Russia, pp. 205-206. (rus)