

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ПРОЦЕССА ГАЗОТЕРМИЧЕСКОГО НАПЫЛЕНИЯ ПОКРЫТИЙ НА ВНУТРЕННИЕ СЛОЖНОПРОФИЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ ДЕТАЛЕЙ



<sup>1</sup>Артем Александрович Ковалев,  
Московский государственный технический университет им.  
Н.Э. Баумана  
Россия, Москва  
Тел.: (910)445-0210, E-mail: [kovalevartem@bmstu.ru](mailto:kovalevartem@bmstu.ru).



<sup>2</sup>Николай Вадимович Рогов,  
Московский государственный технический университет им.  
Н.Э. Баумана  
Россия, Москва  
Тел.: (968)852-6721, E-mail: [rogovnv@student.bmstu.ru](mailto:rogovnv@student.bmstu.ru).

### Аннотация

Рассмотрены основные технологические задачи, связанные с нанесением и механической обработкой газотермических покрытий. Отмечена актуальность проблемы обеспечения равномерности нанесения газотермических покрытий на внутренние сложнопрофильные поверхности деталей. Разработана модель оценки распределения толщины газотермического покрытия в зависимости от параметров потока напыляемого материала. Проведена верификация разработанной модели.

*Ключевые слова:* газотермическое напыление, кинематика газотермического напыления, сложнопрофильная поверхность детали, математическое моделирование, нормальное распределение.

### Введение

Функциональные покрытия, полученные газотермическими методами, применяются во многих отраслях машиностроения и позволяют обеспечить широкий спектр эксплуатационно-технических характеристик

деталей, например, усталостную прочность, жаропрочность, износостойкость, коррозионную стойкость и др. Это возможно посредством выбора различных комбинаций материалов покрытий и методов их нанесения [1 – 10]. Таким образом, применение газотермических покрытий обеспечивает высокую гибкость с точки зрения формирования физико-механических свойств материала поверхностного слоя деталей. Это преимущество обеспечивает актуальность использования газотермических методов нанесения покрытий для деталей машин, которые изготавливаются в условиях многономенклатурного мелкосерийного или опытного производства.

Формирование газотермических покрытий сопряжено с решением ряда технологических задач. Прежде всего, это задачи, связанные с последующей механической обработкой покрытий. Напылённый слой обладает высокой пористостью и шероховатостью, а также является достаточно хрупким. На производстве в качестве последующей механической обработки чаще всего применяют шлифование. Данный технологический метод обеспечивает наиболее стабильные результаты [11] с учётом исходного состояния поверхности покрытия после напыления – оно имеет сравнительно небольшую толщину (до 0,5 мм) и высокую твёрдость (для износостойких покрытий порядка 60 HRC).

Изначально газотермические методы широко использовались для нанесения покрытий на наружные поверхности плоских и цилиндрических деталей. В настоящее время в связи с ужесточением требований к эксплуатационно-техническим характеристикам изделий появляется необходимость увеличивать стойкость к внешним воздействующим факторам в том числе внутренних сложнопрофильных поверхностей деталей. При этом возникает ряд трудностей как на этапе нанесения износостойких покрытий, так и при их последующем координатном шлифовании. Особенности кинематики напыления не позволяют наносить равномерный слой на сложнопрофильные поверхности – это связано с постоянно изменяющейся дистанцией напыления, от которой зависит толщина наносимого покрытия [12, 13]. В результате сформированное покрытие может иметь существенные отклонения от номинального профиля. Кроме того, его нанесение не может проводиться по нормали к внутренней поверхности, в результате чего также появляются дополнительные геометрические отклонения и снижаются физико-механические свойства материала покрытия.

Существенные отклонения поверхности покрытия от номинального профиля после напыления оказывают негативное влияние на качество механической обработки, т. к. в этом случае глубина резания при координатном шлифовании является непостоянной величиной, что может вызвать в поверхностном слое покрытия внутренние напряжения и

привести к сколам покрытия как при механической обработке, так и при дальнейшей эксплуатации изделия.

В связи с этим, актуальна минимизация неравномерности толщины покрытия на этапе его нанесения посредством выбора режимов напыления. Для решения данной задачи необходимо разработать модель оценки геометрических параметров покрытия в процессе его нанесения с учётом технологических режимов операции газотермического напыления.

Цель работы. Разработка математической модели, позволяющей оценивать равномерность геометрии покрытий, наносимых методом газотермического напыления на внутренние сложнопрофильные поверхности деталей машин.

Задачи.

1. Разработать математическую модель оценки распределения толщины газотермического покрытия, сформированного на внутренней сложнопрофильной поверхности детали, на основании кинематических параметров напыления.

2. Провести верификацию разработанной модели на примере оценки неравномерности толщины слоя покрытия, наносимого на внутреннюю сложнопрофильную поверхность детали, представляющую эпитрохоиду.

## Методы

В рамках модели рассматриваются два объекта: распылитель и заготовка. Модель распылителя представляет собой поток частиц в форме усечённого конуса. Внутри этого конуса задана функция плотности распределения частиц в потоке. Модель заготовки представляет собой внутреннюю поверхность, на которую наносится покрытие. Поверхность образована массивом точек с заданным шагом в каждом направлении.

Формализованная постановка задачи предполагает в качестве исходных данных параметры, перечень которых приведён в таблице 1.

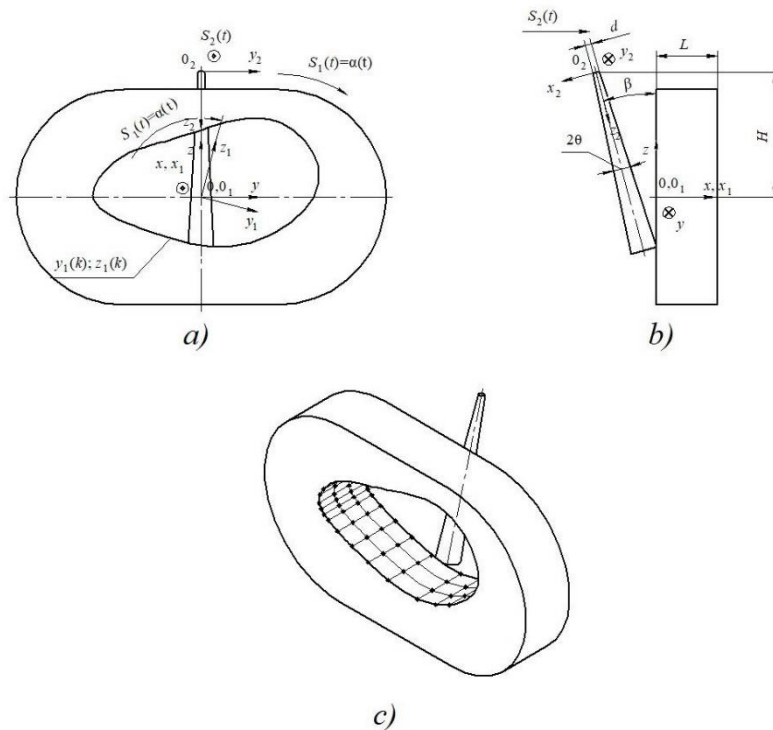
Каждый из объектов модели (заготовка и распылитель) имеют свою систему координат (СК). СК заготовки присвоен индекс 1, а СК распылителя – индекс 2. Координаты в абсолютной СК обозначаются без индекса.

На рис. 1 приведён частный случай, когда движение заготовки представляет вращение вокруг оси  $Ox$  абсолютной СК – такое движение определяется только углом  $\alpha$  поворота СК заготовки. Это показано на рис.1, а. В общем случае могут присутствовать и иные составляющие движения, однако при нанесении покрытия на внутреннюю цилиндрическую поверхность чаще всего применяется именно такая кинематика.

**Таблица 1.** Перечень исходных данных

Обозначение параметра	Описание
<b>Заготовка</b>	
$y_1(k), z_1(k)$	Заданные в параметрической форме координаты напыляемой поверхности заготовки в СК заготовки
$L$	Длина поверхности напыления (толщина заготовки)
$S_1(t)$	Закон движения СК заготовки относительно абсолютной СК
$n$	Число точек сетки вдоль поперечного сечения напыляемой поверхности заготовки (в плоскости $yOz$ )
<b>Распылитель</b>	
$\beta$	Угол напыления
$2\theta$	Угол конуса напыления
$S_2(t)$	Закон движения СК распылителя относительно абсолютной СК
$d$	Диаметр сопла распылителя
$m$	Число точек сетки вдоль продольного сечения напыляемой поверхности заготовки (в плоскости $xOz$ )
<b>Взаимное расположение</b>	
$H$	Дистанция напыления

Иллюстрация модели представлена на рис. 1.



**Рис. 1.** Параметры модели

Движение распылителя предполагается прямолинейным в направлении оси  $Ox$  абсолютной СК (рис. 1, *b*). Аналогично случаю с движением заготовки модель позволяет задавать иные по своему характеру законы движения распылителя, однако на практике кинематика, показанная на рис. 1, является предпочтительной при заданной конфигурации напыляемой поверхности [16].

На рис. 1, *c* проиллюстрировано создание сетки на напыляемой поверхности заготовки.

В предлагаемой модели принимается, что распределение частиц в потоке подчиняется нормальному закону в сечении потока и равномерному закону вдоль оси потока [14, 15]. Характер распределения частиц показан на рисунке 2.

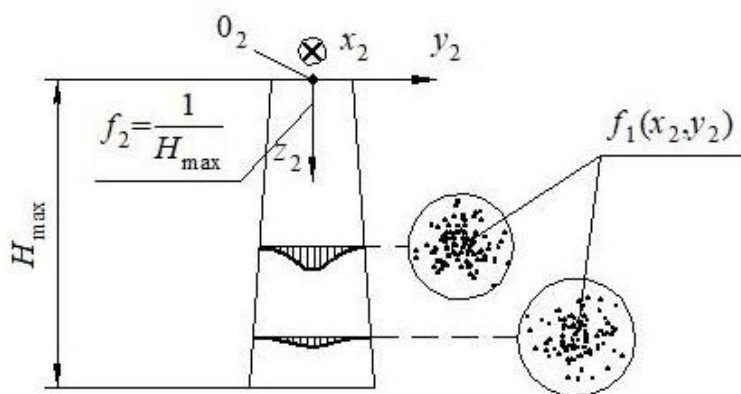


Рис. 2. Распределение частиц в потоке

Согласно принятым на рис. 2 обозначениям, функция плотности нормального распределения – это  $f_1(x_2, y_2)$ . Функция плотности равномерного закона –  $f_2(z_2) = const$ .

Предполагается, что координаты  $x_2$ ,  $y_2$  и  $z_2$  частицы являются независимыми случайными величинами, для которых задаётся пространственная функция плотности распределения. Для её нахождения требуется перемножить между собой единичные функции плотности распределения, что показано формулой (1).

$$f(x_2, y_2, z_2) = f_1(x_2) \cdot f_1(y_2) \cdot f_2(z_2). \quad (1)$$

После проведения математических преобразований с учётом всех введённых обозначений функция плотности распределения частиц в потоке напыляемого материала будет иметь вид, соответствующий формуле (2).

$$f(x_2, y_2, z_2) = \begin{cases} \frac{4,5505}{\pi H_{\max} (0,5d + z_2 \tan(\theta))^2} \cdot \exp \left[ -\frac{4,5(x_2^2 + y_2^2)}{(0,5d + z_2 \tan(\theta))^2} \right] & \{x_2; y_2; z_2\} \in U \\ 0 & \{x_2; y_2; z_2\} \notin U \end{cases}, \quad (2)$$

где  $U$  – область, ограниченная конусом напыления, заданная системой (3).

$$U = \begin{cases} z_2 \in [0; H_{\max}] \\ x_2 \in [-(0,5d + z_2 \tan \theta); 0,5d + z_2 \tan \theta] \\ y_2 \in \left[ -\sqrt{(0,5d + z_2 \tan \theta)^2 - x_2^2}; \sqrt{(0,5d + z_2 \tan \theta)^2 - x_2^2} \right] \end{cases}. \quad (3)$$

В данной модели оценивается значение условной толщины покрытия, являющейся безразмерной величиной, которая позволяет определить степень неравномерности нанесения покрытия в сечении, но не позволяет оценить действительное значение толщины покрытия в миллиметрах. Условная толщина покрытия оценивается в каждой точке сетки напыляемой поверхности (рис. 1, с) как сумма значений текущей толщины покрытия в данной точке, полученной при предыдущих проходах распылителя, и функции плотности распределения, рассчитанного по формуле (2) с учётом ограничений (3).

Разработанная модель основывается исключительно на кинематике процесса газотермического напыления, параметры которого, как правило, всегда известны на производстве. Кроме того, эта модель может быть реализована программными методами, позволяющими её применение на производстве в качестве средства предварительной оценки характера распределения толщины покрытия в зависимости от параметров процесса напыления с возможностью расчёта припуска на последующее координатное шлифование.

## Результаты

Верификация разработанной модели была проведена для случая, когда напыляемая поверхность в сечении имеет эпитрохоиду [17]. При этом движение заготовки представляло собой вращение вокруг оси  $OX$ , а

движение распылителя – прямолинейное вдоль оси  $OX$  (в соответствии с рис. 1). В процессе машинного эксперимента варьировались два параметра: частота вращения заготовки  $n_1$  (об/мин) и величина подачи распылителя вдоль оси  $OX$   $s_2$  (мм/мин). Рассматривалось два уровня этих параметров: минимальный и максимальный. Их значения приведены в таблице 2. Значения остальных параметров модели приняты постоянными и приведены в таблице 3.

**Таблица 2.** Варьируемые параметры

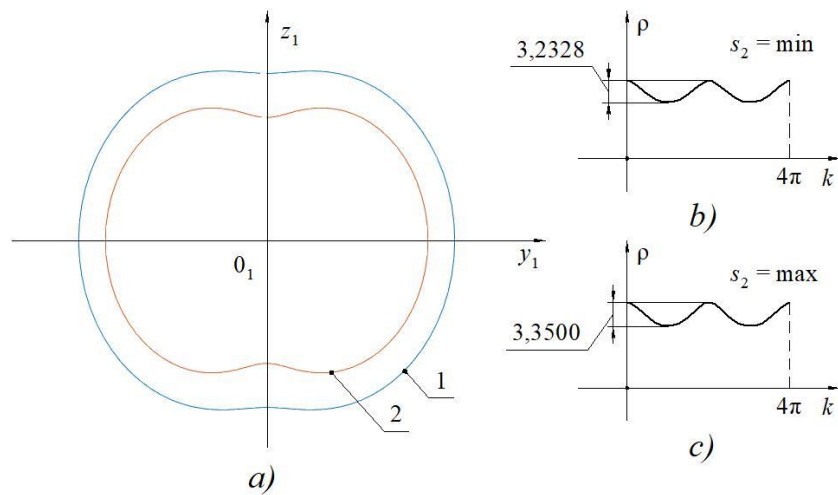
Уровень	$n_1$ , об/мин	$s_2$ , мм/мин
min	200	200
max	400	300

**Таблица 3.** Постоянные параметры

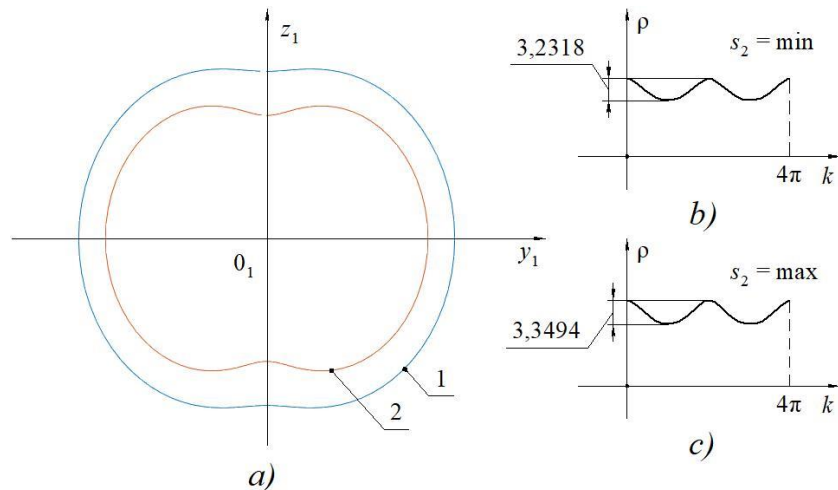
Обозначение параметра	Величина параметра
$y_1(k), z_1(k)$	$y_1(k) = R \left( \frac{r}{R} + 1 \right) \sin \left( \frac{r}{R} \cdot k \right) - h \sin \left( \left( \frac{r}{R} + 1 \right) k \right)$ $z_1(k) = R \left( \frac{r}{R} + 1 \right) \cos \left( \frac{r}{R} \cdot k \right) - h \cos \left( \left( \frac{r}{R} + 1 \right) k \right)$ $R = 70 \text{ мм}; r = 35 \text{ мм}; h = 15 \text{ мм}$
$L$	50 мм
$\beta$	$35^\circ$
$2\theta$	$10^\circ$
$d$	24,7807 мм
$H$	180 мм

Граничное условие по времени было выбрано равным  $T_0 = 110$  с – за это время распылитель в случае самого медленного из рассматриваемых режимов  $s_2 = \min$  гарантированно пройдёт полный цикл.

На рис. 3 представлено распределение толщины покрытия для среднего сечения ( $x_1 = 25$ ) заготовки при  $n_1 = 200$  об/мин, а на рис. 4 – при  $n_1 = 400$  об/мин. В результате расчёта условной толщины покрытия  $\rho$  возможно оценить неравномерность его формирования, а также сравнить между собой различные значения режимов напыления. На рис. 3, *a* и 4, *a* представлено сопоставление сечения 2 поверхности после покрытия с сечением 1 поверхности до покрытия. На рис. 3, *b* и 4, *b* показано распределение условной толщины покрытия  $\rho$  в зависимости от угловой координаты  $k$  (см. таблицу 3) при  $s_2 = \min$ , а на рис. 3, *c* и 4, *c* – то же для случая  $s_2 = \max$ .



1, 2 – сечение поверхности до и после нанесения покрытия соответственно  
**Рис. 3.** Результаты моделирования при  $n_1 = 200$  об/мин



1, 2 – сечение поверхности до и после нанесения покрытия соответственно  
**Рис. 4.** Результаты моделирования при  $n_1 = 400$  об/мин

Распределение неравномерности  $P$  покрытия по сечениям представлено в таблице 4. Под неравномерностью понимается разность между минимальной и максимальной условной толщиной покрытия в рассматриваемом сечении (см. рис. 3 и 4, *b* и *c*).

**Таблица 4.** Неравномерность  $P$  нанесения покрытия

Матрица машинного эксперимента		Сечение заготовки, мм		
		$x_1 = 0$	$x_1 = 25$	$x_1 = 50$
$n_1 = \min$	$s_2 = \min$	3,2785	3,2328	3,2214
	$s_2 = \max$	3,5274	3,3500	3,9059
$n_1 = \max$	$s_2 = \min$	3,2771	3,2318	3,2201
	$s_2 = \max$	3,5261	3,3494	3,8803



## Обсуждение

На основании проведённого машинного эксперимента можно сделать вывод, что на равномерность распределения толщины покрытия по сечению внутренней поверхности, представляющей эпитрохоиду, наибольшее влияние из двух исследуемых параметров оказывает  $s_2$ . Это подтверждается линейной полиномиальной аппроксимацией полученных данных:

$$P = 2,5588 + 3,4625 \cdot 10^{-3} \cdot s_2 - 2,5750 \cdot 10^{-5} \cdot n_1. \quad (4)$$

Полученные коэффициенты при переменных  $s_2$  и  $n_1$ , а также свободный член полинома являются эмпирическими величинами и служат для описания изменения значения неравномерности  $P$  как функции подачи  $s_2$  и частоты вращения  $n_1$ .

Абсолютное значение коэффициента при  $s_2$  на два порядка больше, чем коэффициент при  $n_1$ . При линейной аппроксимации это свидетельствует о том, что  $s_2$  оказывает большее влияние, чем  $n_1$ , на изменение величины  $P$ . Это может быть объяснено тем, что линейная скорость точек заготовки, вращающейся с частотами  $n_1$  в заданном диапазоне, многократно превышает линейную скорость  $s_2$  движения распылителя. В результате этого по мере увеличения скорости движения распылителя возрастает хаотичность процесса напыления, в то время как дополнительное увеличение скорости вращения заготовки практически не способствует изменению характера нанесения покрытия.

## Выводы

1. Разработанная математическая модель построена на основании свойств функций плотности нормального и равномерного распределений. Она позволяет с учётом базовых кинематических параметров процесса напыления оценить характер распределения толщины газотермического покрытия по его сечению.

2. Модель была верифицирована с использованием четырёх вариантов комбинаций кинематических режимов газотермического напыления. Наибольшая равномерность нанесения покрытия достигается при  $n_1 = 400$  об/мин и  $s_2 = 200$  мм/мин, а наименьшая – при  $n_1 = 200$  об/мин и  $s_2 = 300$  мм/мин.

## Заключение.

На основании разработанной модели возможно изучение закономерностей, которые позволят оценивать влияние различных параметров процесса газотермического напыления на характер распределения толщины сформированного покрытия по сечению. Кроме того, модель может быть дополнена не учтёнными на данный момент параметрами напыления, такими как, например, скорость частиц в потоке и расход напыляемого материала.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Huang, B., Zhang, C., Zhang, G., Liao, H. Wear and corrosion resistant performance of thermal-sprayed Fe-based amorphous coatings: A review. 2019. *Surface and Coatings Technology*. 377. 124896.
- [2] Shi, P., Sun, H., Yi, G., Wang, W., Wan, S., Yu, Y., Wang, Q. Tribological behavior and mechanical properties of thermal sprayed TiO<sub>2</sub>-ZnO and TiO<sub>x</sub> ceramic coatings. 2023. *Ceramics International*. Vol. 49, 11B. pp. 18662-18670.
- [3] Дружнова, Я. С. Развитие методов газотермического напыления упрочняющих покрытий на основе карбидов вольфрама и хрома (обзор) / Я. С. Дружнова // Труды ВИАМ. 2022. № 10(116). С. 100-115.
- [4] Dorner-Reisel, A., Reisel, G., Seeger, J., Svoboda, S., Akhtar, W. A. A. Thermally sprayed coatings for protection of integrated sensor systems on tribological loaded surfaces. 2021. *Surface and Coatings Technology*. 424. 127619.
- [5] Пивовар, Н. А. Восстановление изношенных деталей машин методом плазменного напыления порошков / Н. А. Пивовар, С. А. Грашков // Актуальные проблемы инженерно-технического обеспечения. Курск: Курская государственная сельскохозяйственная академия им. профессора И.И. Иванова, 2013. С. 22-29.
- [6] Alagu sundara pandian, Ganapathy Srinivasan, R., Palani, S., Selvam, M. Surface modification on AZ31B Mg alloy for improved corrosion resistance and hardness by thermal spray aluminium coating. 2023. *Materials Today: Proceedings*. 72, 4. pp. 2586-2592.
- [7] Singh, S., Goyal, K., Bhatia, R. A review on protection of boiler tube steels with thermal spray coatings from hot corrosion. 2022. *Materials Today: Proceedings*. 56, 1. pp. 379-383.
- [8] Dang, X., Yuan, J., Li, X., Huang, Z., Hu, X., Li, Y., Cao, X. Properties evaluation and failure behaviour of plasma sprayed Y4Hf3O12 for thermal barrier coating applications. 2023. *Surface and Coatings Technology*. 454. 129162.

- [9] Примаков, К. А. Обработка методики определения адгезионной и когезионной прочности покрытий, наносимых методом плазменного напыления / К. А. Примаков // Университет XXI века: научное измерение. Тула: Издательство Тульского государственного педагогического университета им. Л. Н. Толстого, 2012. – С. 151-157.
- [10] Лапушкина, Е. Ю. Плазменное напыление износостойких покрытий / Е. Ю. Лапушкина, Д. В. Сергачев // Современные техника и технологии. Томск: Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 2014. С. 51-52.
- [11] Гасюк, Д. П. Проблема выбора оптимального варианта технологического процесса изготовления продукции машиностроения в современных условиях / Д. П. Гасюк, В. А. Косова // Современное машиностроение. Наука и образование. 2022. № 11. С. 341-354.
- [12] Ren, J., Sun, Y., Hui, J., Ahmad, R., Ma, Y. Coating thickness optimization for a robotized thermal spray system. 2023. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 83. 102569.
- [13] Трифонов, Г. И. Толщина покрытия детали при плазменном напылении / Г. И. Трифонов, С. Ю. Жачкин // Современные материалы, техника и технологии. 2018. № 1(16). С. 77-82.
- [14] Богданова, Р. А. Оценка данных на соответствие закону нормального распределения критерием Хи-квадрат в программе STATISTICA / Р. А. Богданова, Н. М. Пак // Информация и образование: границы коммуникаций. 2022. № 14(22). С. 166-170.
- [15] Ohlson, M., Rauf Ahmad, M., D. von Rosen. The multilinear normal distribution: Introduction and some basic properties. 2013. Journal of Multivariate Analysis. 113. pp. 37-47.
- [16] Влияние кинематики движения инструмента на формирование износостойкого покрытия / С. Ю. Жачкин, М. Н. Краснова, Г. И. Трифонов, Н. А. Пеньков // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2018. Т. 14, № 5. С. 142-147.
- [17] Добренькая, Ю. В. Кривые, определяемые движением / Ю. В. Добренькая, С. Ф. Кузнецов // Материалы студенческой научной конференции за 2015 год, Воронеж, 13–17 апреля 2015 года. Том Часть 1. Воронеж: Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2015. С. 398.

## MATHEMATICAL MODELING OF COATINGS THERMAL SPRAYING KINEMATICS ON PARTS INTERNAL COMPLEX PROFILE SURFACES

Bauman Moscow State Technical University, Russia

### Abstract

The main technological problems associated with the deposition and mechanical processing of thermal spray coatings are considered. The problem urgency of ensuring the thermal spray coatings application uniformity on the internal complex-profile surfaces of parts is noted. A model for estimating the thermal spray coating thickness distribution depending on the sprayed material flow parameters has been developed. The developed model was verified.

*Key words:* thermal spraying, thermal spraying kinematics, part complex profile surface, mathematical modeling, normal distribution.

### REFERENCES

- [1] Huang, B., Zhang, C., Zhang, G., Liao, H. Wear and corrosion resistant performance of thermal-sprayed Fe-based amorphous coatings: A review. 2019. *Surface and Coatings Technology*. 377. 124896.
- [2] Shi, P., Sun, H., Yi, G., Wang, W., Wan, S., Yu, Y., Wang, Q. Tribological behavior and mechanical properties of thermal sprayed  $TiO_2$ -ZnO and  $TiO_x$  ceramic coatings. 2023. *Ceramics International*. Vol. 49, 11B. pp. 18662-18670.
- [3] Druzhnova, Ya. S. Development of methods of gas-thermal spraying of reinforcing coatings based on tungsten and chromium carbides (review) / Ya. S. Druzhnova // *Proceedings of VIAM*. 2022. No. 10(116). pp. 100-115.(rus.)
- [4] Dorner-Reisel, A., Reisel, G., Seeger, J., Svoboda, S., Akhtar, W. A. A. Thermally sprayed coatings for protection of integrated sensor systems on tribological loaded surfaces. 2021. *Surface and Coatings Technology*. 424. 127619.
- [5] Pivovarov, N. A. Restoration of worn-out machine parts by the method of plasma spraying of powders / N. A. Pivovarov, S. A. Gashkov // *Actual problems of engineering and technical support*. Kursk: Kursk State Agricultural Academy named after Professor I.I. Ivanov, 2013. pp. 22-29.(rus.)
- [6] Alagu sundara pandian, Ganapathy Srinivasan, R., Palani, S., Selvam, M. Surface modification on AZ31B Mg alloy for improved corrosion resistance

- and hardness by thermal spray aluminium coating. 2023. *Materials Today: Proceedings*. 72, 4. pp. 2586-2592.
- [7] Singh, S., Goyal, K., Bhatia, R. A review on protection of boiler tube steels with thermal spray coatings from hot corrosion. 2022. *Materials Today: Proceedings*. 56, 1. pp. 379-383.
- [8] Dang, X., Yuan, J., Li, X., Huang, Z., Hu, X., Li, Y., Cao, X. Properties evaluation and failure behaviour of plasma sprayed Y4Hf3O12 for thermal barrier coating applications. 2023. *Surface and Coatings Technology*. 454. 129162.
- [9] Primakov, K. A. Working out the methodology for determining the adhesive and cohesive strength of coatings applied by plasma spraying / K. A. Primakov // *University of the XXI century: scientific measurement*. Tula: Publishing House of Tula State Pedagogical University named after L. N. Tolstoy, 2012. – pp. 151-157. (rus.)
- [10] Lapushkina, E. Yu. Plasma spraying of wear-resistant coatings / E. Yu. Lapushkina, D. V. Sergachev // *Modern techniques and technologies*. Tomsk: National Research Tomsk Polytechnic University, 2014. pp. 51-52. (rus.)
- [11] Gasyuk, D. P. The problem of choosing the optimal variant of the technological process of manufacturing engineering products in modern conditions / D. P. Gasyuk, V. A. Kosova // *Modern mechanical engineering. Science and education*. 2022. No. 11. pp. 341-354. (rus.)
- [12] Ren, J., Sun, Y., Hui, J., Ahmad, R., Ma, Y. Coating thickness optimization for a robotized thermal spray system. 2023. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 83. 102569.
- [13] Trifonov, G. I. The thickness of the coating of the part during plasma spraying / G. I. Trifonov, S. Yu. Zhachkin // *Modern materials, equipment and technologies*. 2018. No. 1(16). pp. 77-82. (rus.)
- [14] Bogdanova, R. A. Evaluation of data for compliance with the law of normal distribution by the Chi-square criterion in the STATISTICA program / R. A. Bogdanova, N. M. Pak // *Information and education: boundaries of communications*. 2022. No. 14(22). pp. 166-170. (rus.)
- [15] Ohlson, M., Rauf Ahmad, M., D. von Rosen. The multilinear normal distribution: Introduction and some basic properties. 2013. *Journal of Multivariate Analysis*. 113. pp. 37-47.
- [16] The influence of the kinematics of tool movement on the formation of a wear-resistant coating / S. Yu. Zhachkin, M. N. Krasnova, G. I. Trifonov, N. A. Penkov // *Bulletin of the Voronezh State Technical University*. 2018. vol. 14, No. 5. pp. 142-147. (rus.)
- [17] Dobrenka, Yu. V. Curves determined by motion / Yu. V. Dobrenka, S. F. Kuznetsov // *Materials of the student Scientific Conference for 2015, Voronezh, April 13-17, 2015. Volume Part 1*. Voronezh: Voronezh State University of Engineering Technologies, 2015. p. 398.(rus.)