doi: 10.5862/MCE.61.1

Расчет надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений по критерию деформации при ограниченной информации о нагрузках и грунтах

Calculation of the reliability of the earth foundations of buildings and structures according to the deformation criteria with limited information on the soils and loads

Д-р техн. наук, профессор В.С. Уткин, Вологодский государственный университет, г. Вологда. Россия

Ключевые слова: основание фундамента; работоспособность основания; безопасность; осадка; расчет надежности; возможностный метод; метод обобщения; нечеткие множества; интервал надежности; теория свидетельств

V.S. Utkin, Voloqda State University, Voloqda, Russia

Key words: foundation bed; foundation workability; safety; foundation settlement; reliability calculation; possibilistic method; Zadeh's extension principle; fuzzy sets; reliability interval; theory of evidence

Аннотация. Расчет надежности грунтового основания фундамента зданий и сооружений стандартом ГОСТ Р 54257–2010 рекомендовано проводить вероятностно-статистическими методами при полной статистической информации о случайных величинах. Методические указания к расчетам надежности при ограниченной информации о параметрах для грунтовых оснований фундаментов по осадке отсутствуют. Основание фундамента является элементом механической системы — основание, фундамент, надфундаментная (надземная) конструкция. Одним из показателей безопасности этой системы является вероятность безотказной работы, в которую входит вероятность для основания. В статье рассмотрен новый метод расчета надежности основания фундамента на стадии эксплуатации при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах в расчетной математической модели предельного состояния по осадке основания с использованиям принципа обобщения Л. Заде из теории нечетких множеств. Приведены расчетные формулы, на примере показан алгоритм расчета надежности основания фундамента по критерию общей осадки основания.

Abstract. GOST R 54257–2010 recommends calculating the reliability of the earth foundations of structures by probabilistic methods with full statistical information about random quantities. Currently, there are no guidelines for calculating the reliability of earth foundations by the settlement with limited information about the parameters. The earth foundation (foundation bed) is a part of a mechanical system also including the foundation itself and the above-foundation construction. One of the indicators of the safety of this system is the probability of non-failure, where the probability of non-failure of an earth foundation is included. In this article, we discussed a new method for calculating the reliability of earth foundations of buildings and structures during the operation stage according to the deformation criterion with limited information on the soil and loads by using Zadeh's extension principle from fuzzy sets theory. The article presents formulas and an example of an algorithm for calculating earth foundation reliability by the settlement criterion.

Введение

Проблеме безопасности зданий и сооружений на стадии эксплуатации в последнее время уделяется особое внимание. Повысилась ответственность за безопасность зданий в связи с увеличением их этажности, физическим износом в результате деградации материалов и т.д. Участились негативные природные и техногенные явления: наводнения, землетрясения, взрывы и т.п. Все это отражается на несущих конструкциях и основаниях фундаментов зданий и сооружений и требует оценки их эксплуатационной (оперативной) безопасности, одной из мер которой является оперативная надежность. По оценке и контролю уровня безопасности зданий и Уткин В.С. Расчет надежности грунтовых оснований фундаментов зданий и сооружений по критерию деформации при ограниченной информации о нагрузках и грунтах // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 4–13.

сооружений вышел ряд нормативных документов. С декабря 2010 г. вступил в силу закон Российской Федерации №384-ФЗ «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений», в 2015 г. – межгосударственный стандарт ГОСТ 27751-2014. «Надежность строительных конструкций и оснований», с 01.01.2014 введен Межгосударственный стандарт ГОСТ 31937-2011 «Здания и сооружения. Правила обследования и мониторинга технического состояния» и т.д. Особую озабоченность вызывает проблема обеспечения безопасности эксплуатации (надежности) оснований фундаментов, которые нередко становятся причиной разрушения всей конструкции. Однако любые нормативные документы требуют разработки методов их реализации в конкретных условиях. В связи с этим предлагается рассмотреть метод расчета надежности грунтовых оснований по критерию деформаций (осадке) на стадии эксплуатации зданий и сооружений в соответствии с требованиями СП 22–13330–2011 и приведенными выше стандартами.

Постановка задачи

Здание или сооружение в понятиях теории надежности представляет собой механическую систему, состоящую из трех элементов: основание, фундамент и надфундаментная конструкция. Отказ одного из элементов приводит к отказу всей системы (невыполнению системой своих функций). Вероятность безотказной работы (надежность) этой последовательной системы определяется как произведение вероятностей безотказной работы каждого элемента в виде $P_c = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$. Без оценки значений всех P_i , в том числе оснований фундаментов, нельзя определить значение надежности всей системы. Основания фундаментов отличаются тем, что их отказ — постепенный или внезапный — нередко приводит к непоправимым разрушениям всей системы. Методы расчетов надежности любых элементов системы зависят от объема и точности статистической информации о контролируемых параметрах математических моделей предельных состояний.

Межгосударственным стандартом ГОСТ 277751–2014 рекомендовано рассчитывать надежность оснований фундаментов вероятностно-статическим методом, если исходной статистической информации о случайных величинах (параметрах математической модели предельного состояния) достаточно для их статистического анализа. Вероятностно-статические методы расчетов надежности применительно к основаниям фундаментов зданий и сооружений получили развитие и внедрение в практику в результате ряда исследований и публикаций [1–7]. Вероятностно-статические методы обработки результатов испытаний грунтов вошли в стандарт ГОСТ 20522–2012 «Грунты. Методы статистической обработки результатов испытаний».

Однако на практике для индивидуальных зданий и оснований фундаментов нередко не удается получить полную информацию (в понятиях математической статистики и теории надежности) о грунтах и нагрузках. Причинами этого становятся затруднительный и дорогостоящий доступ к грунтам основания и ограниченность времени на обследование и испытания. В этом случае приходится решать задачу по оценке надежности несущих элементов другими методами, применительно к условиям ограниченной статистической информации. В такой постановке до настоящего времени расчет оснований фундаментов на надежность по критерию деформации не проводился.

Обзор источников по проблеме

В последнее время получили развитие новые методы расчетов надежности несущих конструкций, в том числе для условий неполной статистической информации о контролируемых параметрах в расчетных математических моделях предельных состояний для строительных конструкций. Так, на основе теории возможностей [8] и теории нечетких множеств [9] разработаны новые методы расчетов надежности несущих конструкций и оснований фундаментов. В работах [10–17] и др. на основе этих теорий приводятся некоторые методы расчетов надежности в машиностроении и строительной практике, в частности, для оснований фундаментов. Нами предлагается использовать эти методы для расчета надежности оснований фундаментов по критерию осадки с учетом требований свода правил СП 22 13330–2011 «Основания зданий и сооружений» с привлечением принципа обобщения Л. Заде [9] из теории нечетких множеств.

Описание исследований

По СП 22.13330—2011 расчет грунтового основания фундамента производится по деформациям (общих, неравномерных осадок, кренов и т.д.) и по несущей способности. При этом если среднее давление грунта под подошвой фундамента p не превышает расчетного сопротивления грунта R, то расчет основания следует прежде всего выполнять по второй группе предельных состояний, применяя расчетную схему в виде линейно деформируемого полупространства с толщиной сжимаемого слоя H_c , на нижней границе которого выполняется условие $\sigma_{zp}=0.5\sigma_{zg}$, где σ_{zp} — вертикальное напряжение от внешней нагрузки p на глубине p в нижнем слое; p — напряжение от собственного веса грунта до начала строительства на этом же

уровне $\sigma_{zg} = \gamma d_n + \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i$. Предусмотрены и другие возможные варианты и особенности грунтовых оснований и их расчетные схемы.

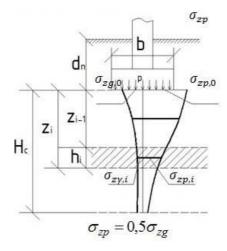


Рисунок 1. Расчетная схема основания фундамента

На рисунке 1 показана расчетная схема основания фундамента и его параметры в линейно деформируемом полупространстве, используемая в дальнейших исследованиях. Рассмотрим ситуацию, в которой для индивидуального здания или сооружения по расчетной схеме (рис. 1) выполняется условие p < R. Под надежностью будем понимать по терминологии ГОСТ 27751–2014 «Надежность строительных конструкций и оснований» «способность строительного объекта выполнять требуемые функции в течение расчетного срока эксплуатации». В качестве показателя надежности по приведенному стандарту принята «невозможность превышения в объекте предельных состояний».

Рассмотрим метод расчета надежности основания фундамента по критерию деформации (общей осадки \widetilde{S}) при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах (нечеткой переменной \widetilde{S}), используя теорию нечетких множеств и теорию возможностей. Математическая модель предельного состояния имеет вид:

$$\widetilde{S} \leq S_u$$
, (1)

где S_u — предельно допустимая осадка основания фундамента, устанавливаемая нормами СП 22.13330—2011. Следовательно, будем рассматривать ее детерминированной величиной. В качестве одного из наиболее распространенных вариантов рассмотрим основание, в котором глубина заложения фундамента меньше 5 м. Осадку основания S в детерминированной постановке по СП 22.13330—2011 определяют по формуле

$$S = \beta \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\sigma_{zp,i} - \sigma_{z\gamma,i}\right) h_i}{E_i},$$
(2)

где $\sigma_{zp,i}$ – среднее значение вертикального напряжения от внешней нагрузки в і-м слое грунта основания (рис. 1); $\sigma_{z\gamma,i}$ – то же самое от собственного веса грунта на глубине z; E_i – модуль деформации і-го слоя грунта; h_i – толщина і-го слоя грунта, которой задаются по СП, принимая ее не более 0.4b, где b – ширина фундамента. Соответственно, в дальнейшем будем считать h_i детерминированной величиной; n – число слоев; по СП β = 0.8.

В (2) контролируемые параметры $\tilde{\sigma}_{zp,i}, \tilde{\sigma}_{z\gamma,i}, \tilde{E}_i$ на стадии эксплуатации (после возможного изменения свойств грунта, нагрузки, функционального назначения здания и т.д.) находят по результатам испытаний, поэтому они являются случайными величинами в понятиях теории вероятностей [18] и отмечены волнистой линией. В соответствии с отмеченным, формулу (1) с учетом (2) можно представить в виде:

$$\beta \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\widetilde{\sigma}_{zp,i} - \widetilde{\sigma}_{z\gamma,i}\right) h_i}{\widetilde{E}_i} \le S_u. \tag{3}$$

Формула (3) является математической моделью предельного состояния для расчетов надежности рассматриваемого основания фундамента по осадке.

На практике на стадии эксплуатации число измерений $\sigma_{zp,i}$ и $\sigma_{z\gamma,i}$ (или p и $\sigma_{zg,0}$, рис. 1) для индивидуального основания существующими методами и средствами измерений [19–21] нередко ограничено по различным причинам: дефицит времени, ограниченность доступа к грунтам основания, трудность получения качественных образцов грунта и т.д. В таком случае применять к ним статистический анализ методами теории вероятности и математической статистики некорректно. Модуль деформации грунта E_i определяется в лабораторных или полевых условиях методом статической нагрузки. Как правило, объем информации о значениях E_i также ограничен. Если руководствоваться ГОСТ 20522–2012 «Грунты. Методы статистической обработки результатов испытаний», то E_i можно характеризовать нормальным законом распределения вероятностей, если достаточно информации для оценки его параметров — математического ожидания и дисперсии. В ином случае анализ \widetilde{E}_i следует рассматривать на основе других подходов, например возможностных [9–14]. Разновидности этих методов и их практическое использование приведены в работах [15–17, 22–25].

В теории возможностей аналогом случайной величины служит нечеткая переменная X. Для характеристики X используются различные виды функций распределения возможностей. Наибольшее использование на практике для описания нечеткой переменной получила [10–13] функция $\pi_X(x)$, представленная на рисунке 2, с аналитическим видом:

$$\pi_X(x) = \exp[(-(x - a_x)/b_x)^2],$$
 (4)

где
$$a_{\scriptscriptstyle x}=0.5 \left(X_{\scriptscriptstyle
m max}+X_{\scriptscriptstyle
m min}
ight)$$
 – условное «среднее»; $b_{\scriptscriptstyle x}=0.5 \left(X_{\scriptscriptstyle
m max}-X_{\scriptscriptstyle
m min}
ight)/\sqrt{-\lnlpha}$.

Значением уровня среза (риска) $\alpha \in [0,1]$ задаются в зависимости от объема и точности статистической информации о нечеткой переменной, от технического состояния несущих элементов и т.д.

В дальнейшем расчет надежности основания на стадии эксплуатации будет строиться с использованием принципа обобщения Л. Заде [9]. Для этого предварительно найдем обратную функцию x в (4). Обозначим в (4) для краткости записи $\pi_X(x) = \alpha_X$. Из (4) после ряда математических действий найдем $x = a_x \pm b_x \sqrt{-\ln \alpha_X}$; обозначив $\sqrt{-\ln \alpha_X} = \theta$, имеем:

$$x = a_x \pm b_x \theta . ag{5}$$

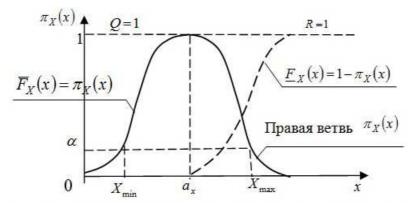


Рисунок 2. Функция распределения возможностей $\pi_{\scriptscriptstyle X}(x)$, $\alpha_{\scriptscriptstyle X}$ – условное «среднее»

Для использования принципа обобщения Л. Заде для (3), сформируем нечеткую функцию Y(y) из (3), в которой будут содержаться нечеткие переменные $\tilde{\sigma}_{zp,i}, \tilde{\sigma}_{z\gamma,i}, \tilde{E}_i$. График нечеткой функции Y(y) неизвестен, но некоторая аналогия с рисунком 2, имеется, т.е. есть условное «среднее», левая и правая ветви функции $\pi_Y(y), \theta = \sqrt{-\ln \alpha_y}$. Аналитическое выражение для Y(y) получим из (3) в виде

$$Y(y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\tilde{\sigma}_{zp,i} - \tilde{\sigma}_{z\gamma,i}\right) h_{i}}{\tilde{E}_{i}} \le S_{u}/\beta.$$
 (6)

Согласно СП 22.13330—2011 для прямоугольных, круглых и ленточных фундаментов, на глубине z от подошвы фундамента принято $\sigma_{zp,i}=\alpha_i\,p$, где α_i находится по табл. 5.8 СП 22.13330—2011 в зависимости от $\xi=2z/b$. Следовательно, нечеткая переменная $\sigma_{zp,i}$ будет определяться результатами измерения давления p, а α_i будут детерминированными величинами, то есть $\widetilde{\sigma}_{zp,i}=\alpha_i\,\widetilde{p}$. Аналогичные замечания (рис. 1) относятся и к $\sigma_{z\gamma,i}=\alpha_i\sigma_{zg,o}$, то есть $\widetilde{\sigma}_{z\gamma,i}=\alpha_i\widetilde{\sigma}_{zg,o}=\alpha_i d_n\widetilde{\gamma}$. Из (4) видно, что значения a_x и b_x (параметры распределения для x) будут определяться через x_{min} и x_{max} результатов измерений. Таким же способом находятся параметры распределения для нечетких переменных \widetilde{p} и $\widetilde{\sigma}_{zg,o}=\widetilde{\gamma}'d_n$.

Так, для функции $\pi(\sigma_{zp,i})$ при $\widetilde{\sigma}_{zp,i}=\alpha_i\widetilde{p}$ имеем условное «среднее» $a_{\sigma_{zpi}}=\alpha_i(a_p)=0.5\alpha_i(p_{\max}+p_{\min})$ и $b_{\sigma_{zpi}}=\alpha_i(b_p)=0.5\alpha_i(p_{\max}-p_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$. Аналогично можно записать для $\widetilde{\sigma}_{z\gamma,i}=\alpha_i\widetilde{\sigma}_{zg,0}=\alpha_i\widetilde{\gamma}'d_n$, а именно $a_{z\gamma,i}=0.5\alpha_i(\gamma'_{\max}+\gamma'_{\min})d_n$, $b_{z\gamma,i}=0.5\alpha_i(\gamma'_{\max}-\gamma'_{\min})d_n/\sqrt{-\ln\alpha}$, при одном и том же $\alpha\in[0,1]$. Для \widetilde{E}_i как нечеткой переменной имеем $a_{E_i}=0.5(E_{i\max}+E_{i\min})$, $b_{E_i}=0.5(E_{i\max}-E_{i\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$.

Из (6) найдем левую y_{ne} и правую y_{np} ветви обратных функций y через обратные функции аргументов (нечетких переменных), соответствующие правой и левой ветвям результирующего нечеткого множества Y(y) (по аналогии с рис. 2).

Опуская промежуточные выводы, приведем расчетные формулы для определения вероятности безотказной работы основания по критерию (6) осадки основания, выбирая наихудший вариант (равенство).

$$y_{nee} = [(a_p - a_{\sigma \gamma}) - (b_p - b_{\sigma \gamma})\theta] \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i h_i}{(a_{E_i} + b_{E_i}\theta)} = S_u / \beta.$$
 (7)

В (7) для y_{nes} перед b ставят знак минус, если с ростом нечеткой переменной по (6) Y(y) возрастает, и знак плюс – если убывает. Для y_{np} все наоборот.

$$y_{np} = \left[\left(a_p - a_{\sigma \gamma} \right) + \left(b_p - b_{\sigma \gamma} \right) \theta \right] \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i h_i}{\left(a_{E_i} - b_{E_i} \theta \right)} = S_u / \beta$$
(8)

Из (7) или (8) находят θ_{\min} по абсолютному значению.

Предварительно находят значение условного «среднего» a_y при $\pi_Y(y)=1$ или $\theta=0$ (рис. 2). Из (7) или (8) имеем: $a_y=\left(a_p-a_{\sigma Y}\right)\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i h_i}{a_{E_i}}$. При $a_y \leq S_u/\beta$, что обычно имеет место на стадии безаварийной эксплуатации зданий, расчет надежности основания проводят по формуле (8) с правой ветвью функции распределения возможности вида $\left(1-\pi_Y(y)\right)$ (рис. 2). В этом случае возможность безотказной работы R=1, а необходимость безотказной работы $N=1-\pi_Y(y)$, или $N=1-e^{-\theta_{np}^2}$, где θ_{np} — наименьшее значение, которое находят из (8) при $y_{np}=S_u/\beta$. При значении $a_y>S_u/\beta$ возможность отказа Q=1 , а из (7) при $y_{nee}=S_u/\beta$ находят значение θ_{nee} ,

по которому находят возможность безотказной работы $R=e^{-\theta_{\text{xes}}^2}$. Необходимость безотказной работы основания в этом варианте N=1-Q=0 .

В терминах теории вероятностей вероятность безотказной работы определяется следующим образом:

$$P = \begin{cases} \left[1 - e^{-\theta_{np}^2}, 1 \right] e c \pi u \, a_y \le S_u / \beta \\ \left[0, e^{-\theta_{nea}^2} \right] e c \pi u \, a_y > S_u / \beta \end{cases} \tag{9}$$

Аналогично можно найти значение вероятности отказа по формулам:

$$Q = \begin{cases} \left[0, e^{-\theta_{ne}^{2}}\right], & ecnu \, a_{y} \leq S_{u}/\beta \\ \left[1 - e^{-\theta_{np}^{2}}, 1\right], & ecnu \, a_{y} > S_{u}/\beta \end{cases}$$

$$(10)$$

Рассмотрим пример. Пусть в результате измерений нагрузки p , удельного веса грунтов γ' (суглинка) основания и модуля деформации E установлено $\widetilde{p}=\left\{0.3;0.4;0.5\right\}$ МПа, $\widetilde{\gamma}\,h_n=\left\{0.017;0.018;0.019\right\}$ 2МПа, $\widetilde{E}=\left\{8,9,10\right\}$ МПа. Число измерений, равное трем, указано условно, но в общем их мало. Известно также: $h_n=2$ м, b=2 м, l=4.8 м, $S_u=0.1$ м, $\beta=0.8$. Задаемся $H_c=4$ м, $h_i=idem$ (одно и то же), $h_i=0.8$ м. Зададимся уровнем среза $\alpha=0.2$. Нечеткие переменные $\widetilde{p},\widetilde{\gamma}',\widetilde{E}$ описываются функцией вида (4).

По условным исходным данным (по результатам измерений) с учетом изменчивости \widetilde{p} , $\widetilde{\sigma}_{\gamma}$ и \widetilde{E} и их наибольших и наименьших значений найдем $a_p=0.8$ МПа, $b_p=0.04$ МПа, $a_{\sigma\gamma}=0.036$ МПа, $b_{\sigma\gamma}=0.004$ МПа, $a_E=9$ МПа, $b_E=0.8$ МПа. Фундамент прямоугольный. Значения α_i находим по табл. 5.8. СП 22.13330.2011 при l/b=1.8, $h_i=0.8$ м (одинаковым для всех слоев грунта). Некоторые результаты расчетов сведены в таблицу. Исходные данные и форма решения примера частично заимствованы из [26]. Грунт суглинок на всю глубину

сжимающей толщи $H_c=4$ м. Модуль деформации грунта примем одинаковым на всю толщу грунта (в некоторых случаях его связывают с давлением грунта).

Номер слоя	<i>z</i> , M	2z/b	$lpha_{_i}$	$a_{zpi} = a_p \alpha_i = 0.4 \alpha_i$ МПа	$\sigma_{zgi} = \gamma' (h_n + z)$ МПа
-	0	0	1	0.4	0.036
1	0.8	0.8	0.866	0.346	0.050
2	1.6	1.6	0.612	0.245	0.065
3	2.4	2.4	0.419	0.167	0.079
4	3.2	3.2	0.294	0.111	0.094
5	4.0	4.0	0.214	0.086	0.108
6	4.8	4.8	0.161	0.064	0.122
\sum	16.8	16.8	2.566	1.019	0.518

Таблица 1. Результаты расчетов осадки основания фундамента

Из таблицы видно, что требование СП 22.13330.2011 в виде $\sigma_{zpi}=0.5\sigma_{zgi}$ удовлетворяется, а именно для $H=H_c+d_n=4.8\,\mathrm{m}$ при i=6 из таблицы 5.8 СП имеем $\sigma_{zp6}=0.064\,\mathrm{M}$ Па $pprox\sigma_{zp6}=0.5\cdot0.122=0.061\,\mathrm{M}$ Па.

Предварительно найдем $a_y = \left(a_p - a_{\sigma\gamma}\right)\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i h_i}{a_{Ei}}$ с учетом $h_i = idem$ и $a_{Ei} = idem$. В результате $a_y = \left(0.4 - 0.036\right) \cdot 0.8 \cdot 2.566 / 9 = 0.085$ м.

Так как $a_y=0.085 < S_u/\beta=0.1/0.8=0.125\,$ м, то возможность безотказной работы R=1, а дальнейший расчет надежности основания по осадке ведем по (8) $y_{np}=\left[\left(0.4-0.036\right)+\left(0.08-0.004\right)\theta\right]\cdot0.8\cdot2.566/\left(9-0.8\theta\right)=0.125\,$. Отсюда $\theta=1.4$ и возможность отказа $Q=e^{-\theta^2}=e^{-1.4^2}=0.1409\,$, а $N=1-Q=0.8591\,$. Надежность основания фундамента по осадке характеризуется интервалом $\left[0.8591;1\right]$. Истинное, но неизвестное значение надежности находится внутри интервала.

Об уровне безопасности эксплуатации основания можно судить по полученным результатам расчета надежности и по нормативному значению вероятности безотказной работы грунтового основания. Обсуждение вопроса о нормировании надежности в строительных конструкциях можно найти в работах [27–29]. В [29] без обоснования указывается, что вероятность отказа основания фундамента должна быть не более 10^{-5} при отказе без предварительного сигнала. Если вероятность отказа основания окажется больше 10^{-3} , то основание усиливается или его эксплуатация, как и здания в целом, запрещается. Таким образом, нормативное значение отказа основания фундамента требует изучения и дальнейшего обсуждения, что выходит за рамки статьи.

При расчете надежности основания фундамента по критериям деформации и несущей способности окончательный результат представляют в виде интервала $\left[\underline{P}_{\min}; \overline{P}_{\min}\right]$ из обоих результатов [27].

В ответственных конструкциях по обеспечению безопасности здания или сооружения рекомендуется проводить несколько независимых испытаний и расчетов основания и получать совокупность интервалов $[\underline{P}_{\min}; \overline{P}_{\min}]_i$ или $[N,R]_i$.

Для анализа таких интервальных множеств используется метод Демпстера-Шефера из теории свидетельств [31–33], который получил развитие в последнее время в ряде работ [34, 35].

Для определения значений границ математического ожидания E случайной величины X в этом случае используются формулы [36] $\underline{E}X = \sum_{i=1}^n m(A_i)\inf A_i$ и $\overline{E}X = \sum_{i=1}^n m(A_i)\sup A_i$.

Покажем это на примере, имеющем по методике отношение не только к рассмотренным основаниям фундамента. Пусть условно имеем некоторые значения результатов испытаний и расчетов. Для упрощения примем их целыми числами. Так, $A_1 = \begin{bmatrix} 4,5 \end{bmatrix}$ в двух испытаниях, $A_2 = \begin{bmatrix} 2,4 \end{bmatrix}$ в трех испытаниях, $A_3 = \begin{bmatrix} 1,5 \end{bmatrix}$ в одном испытании. Отсюда N=6 испытаний, расчетов,

которые характеризуются по [36] базовыми вероятностями $m(A_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $m(A_2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$,

 $m(A_3) = \frac{1}{6}$. Статистические математические ожидания будут

$$\underline{E}X = \frac{1}{3} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot 1 = \frac{15}{6} = 2.5$$
; $\overline{E}X = \frac{1}{3} \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{6} \cdot 5 = \frac{27}{6} = 4.5$.

Интервал по всем результатам будет [2.5;4.5].

Аналогично этому примеру находят интервал надежности основания фундамента по нескольким интервалам, что повышает достоверность информации о надежности.

Заключение

- 1. Рассмотрен новый метод расчета надежности основания фундамента по критерию осадки на стадии эксплуатации при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах в математической расчетной модели предельного состояния.
- 2. В расчетах надежности нечеткие переменные в терминах теории возможностей описаны экспоненциальной функцией распределения возможностей; для расчета надежности основания использован принцип обобщения Л. Заде теории нечетких множеств.
- 3. Приведен пример расчета основания по критерию осадки основания фундамента, который служит алгоритмом расчета.
- 4. Рассмотренный метод может быть использован при расчетах других видов оснований и других видов фундаментов, грунтов оснований, а также других несущих частей здания по различным критериям работоспособности.

Литература

- 1. Ермолаев Н.Н., Михеев В.В. Надежность оснований сооружений. Л.: Стройиздат, 1976. 152 с.
- 2. Шейнин В.И., Лесовой Ю.В., Михеев В.В. Подход к оцениваю надежности в инженерных расчетах оснований // Основания фундаментов и механика грунтов. 1990. №1. С. 24–26.
- 3. Шейнин В.И., Михеев В.В., Попов Н.Б. Вероятностный расчет основания под отдельным фундаментом по второй группе предельных состояний // Основания фундаментов и механика грунтов. 1991. №2. С. 19–23.
- 4. Гарагаш Б.А. Надежность систем «Основаниесооружение». Т. 1. М.: Изд. Ассоциации строительных вузов. 2012. 413 с.
- 5. Гарагаш Б.А. Надежность систем «Основаниесооружение». Т.2. М.: Изд. Ассоциации строительных вузов. 2012. 471 с.
- 6. Ладышенский Г. Надежность строительства на просадочных грунтах // Основания фундаментов и

References

- Yermolaev N.N., Mikheev V.V. Nadezhnost' osnovaniy sooruzheniy [The soil bases reliability of structures]. Leningrad. Stroyizdat. 1976. 152 p. (rus)
- Sheynin V.I., Lesovoy Yu.V., Mikheev V.V. Podkhod k otsenivayu nadezhnosti v inzhenernykh raschetakh osnovaniy [Approach to assess reliability in engineering soil bases calculations]. Soil Mechanics and Foundation Engineering. 1990. No. 1. Pp. 24–26. (rus)
- Sheynin V.I., Mikheev V.V., Popov N.B. Veroyatnostnyy raschet osnovaniya pod otdel'nym fundamentom po vtoroy gruppe predel'nykh sostoyaniy [The probabilistic calculation of the base under a separate foundation for the second group of limiting states]. Soil Mechanics and Foundation Engineering. 1991. No. 2. Pp. 19–23. (rus)
- Garagash B.A. Nadezhnost' sistem «Osnovanie-sooruzhenie» [Reliability of «Soil base-structure» system]. Vol. 1. Moscow: Izd. Assotsiatsii stroitelnykh vuzov. 2012. 413 p. (rus)
- Garagash B.A. Nadezhnost' sistem «Osnovanie-sooruzhenie» [Reliability of «Soil base-structure» system]. Vol. 2. Moscow: Izd. Assotsiatsii stroitelnykh vuzov. 2012. 471 p. (rus)

- механика грунтов. 2013. С. 16-20.
- Альберт И.У. Численная оценка вероятности отказа системы «сооружение – сейсмоизолирующий фундамент – основание» при сейсмических воздействиях // Вестник гражданских инженеров. 2008. №1(14). С. 17–24.
- 8. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению зданий в информатике. М.: Радио и связь, 1990. 288c.
- Zaden L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy sets and Systems. 1978. Vol. 1. Pp. 3–28.
- 10. Уткин В.С., Уткин Л.В. Расчет надежности механических систем при ограниченной статистической информации. Монография. Вологда: ВоГТУ, 2008. 188 с.
- 11. Ярыгина О.В. Методы расчета надежности железобетонных конструкций при ограниченной статистической информации: Автореферат дисс. ... канд. Техн. наук. СПб., 2013.
- 12. Уткин В.С. Расчет надежности грунтового основания фундаментов по критерию несущей способности // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2014. С. 23–27.
- 13. Уткин В.С. Расчет надежности фундаментов машин по критериям прочности грунта основания и амплитудам колебаний при ограниченной статистической информации // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. №9(4). С. 226–237.
- 14. Уткин В.С., Уткин Л.В. Расчет надежности грунтовых оснований и фундаментов машин при ограниченной информации на стадии эксплуатации. Монография. Вологда: ВоГТУ, 2013. 124 с.
- 15. Уткин В.С., Каберова А.А. Расчет надежности оснований фундаментов, сложенного набухающими грунтами, по критерию деформации (общей осадки) // International journal for computational civil and structural engineering. 2015. Vol. 11. №3. С. 116–125.
- Уткин В.С. Расчет надежности оснований и фундаментов при различной информации. LAC LAMDERT Academic Publishig. Германия, 2014. 100 с.
- 17. Уткин В.С., Ярыгина О.В, Сборник примеров расчета надежности несущих элементов зданий. Вологда: ВоГТУ. 2015. 83 с.
- 18. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, Физматгиз, 1969. 576 с.
- 19. Далматов Б.И., Морарескул Н.Н., Иовчук А.Т., Науменко В.Г. Проектирование фундаментов зданий и промышленных сооружений. М.: Высшая школа.1969. 297 с.
- 20. Тензорезисторный извлекаемый датчик давления грунта [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://spb.tenso-m.ru/tenzodatchiki/specialnogo-naznachenija/241/ (дата обращения: 01.02.2016).
- Технические решения для диагностики и мониторинга. Мониторинг давления на грунты [Электронный ресурс]. SOLDATA. Режим доступа: http://soldata.com.ua/ru/geotehnicheskij_monitoring/monitoring_davlenij_na_ drunti.
- Eryilmaz S., Tütüncü G.Y. Stress strength reliability in the presence of fuzziness // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2015. Vol. 282. Pp. 262–267.
- Li G., Lu Z., Xu J. A fuzzy reliability approach for structures based on the probability perspective // Structural Safety. 2015. Vol. 54. Pp. 10–18.
- 24. Gao P., Yan S. Fuzzy dynamic reliability model of dependent series mechanical systems // Advances in

- Ladyshenskiy G. Nadezhnost' stroitel'stva na prosadochnykh gruntakh [Reliability of construction on subsiding soils]. Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2013. Pp. 16–20. (rus)
- 7. Albert I.U. Chislennaya otsenka veroyatnosti otkaza sistemy «sooruzhenie seysmoizoliruyushchiy fundament osnovanie» pri seysmicheskikh vozdeystviyakh [Numerical estimation of the failure probability of the system "structure ç-foundation seismic isolation foundation" under seismic loads]. Bulletin of Civil Engineers. 2008. No. 1(14). Pp. 17–24. (rus)
- 8. Dyubua D., Prad A. *Teoriya vozmozhnostey. Prilozheniya k predstavleniyu zdaniy v informatike* [The theory of possibilities. Application to the representation of buildings in computer science]. Moscow. Radio i svyaz. 1990. 288 p. (rus)
- 9. Zaden L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. Fuzzy sets and Systems. 1978. Vol. 1. Pp. 3–28.
- Utkin V.S., Utkin L.V. Raschet nadezhnosti mekhanicheskikh sistem pri ogranichennoy statisticheskoy informatsii. Monografiya [Calculation of reliability of mechanical systems with limited statistical information. Monograph]. Vologda. VoGTU. 2008. 188 p. (rus)
- 11. Yarygina O.V. Metody rascheta nadezhnosti zhelezobetonnykh konstruktsiy pri ogranichennoy statisticheskoy informatsii. Avtoreferat dissertatsii kandidata tekhnicheskikh nauk [Methods of reliability calculation of reinforced concrete structures with limited statistical information. Abstract of thesis of candidate of technical sciences]. Saint Petersburg. 2013. (rus)
- Utkin V.S. Raschet nadezhnosti gruntovogo osnovaniya fundamentov po kriteriyu nesushchey sposobnosti [Calculation of reliability of soil bases by the bearing capacity criterion]. Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2014. Pp. 23–27. (rus)
- 13. Utkin V.S. Raschet nadezhnosti fundamentov mashin po kriteriyam prochnosti grunta osnovaniya i amplitudam kolebaniy pri ogranichennoy statisticheskoy informatsii [The reliability calculation of machine bases according to the criteria of strength of the Foundation soil and the amplitudes of the oscillations at the limited statistical information. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2013. No. 9.Pp. 226–237. (rus)
- 14. Utkin V.S., Utkin L.V. Raschet nadezhnosti gruntovykh osnovaniy i fundamentov mashin pri ogranichennoy informatsii na stadii ekspluatatsii. Monografiya [Calculation of reliability of soil bases and foundations of machines with limited information at the stage of operation. Monograph]. Vologda. VoGTU. 2013. 124 p. (rus)
- 15. Utkin V.S., Kaberova A.A. Raschet nadezhnosti osnovaniy fundamentov, slozhennogo nabukhayushchimi gruntami, po kriteriyu deformatsii (obshchey osadki) [The reliability calculation of foundations, composed of swelling soils, according to the criterion of deformation (total precipitation)]. // International journal for computational civil and structural engineering. 2015. Vol. 11. No. 3. Pp. 116–125. (rus)
- Utkin V.S. Raschet nadezhnosti osnovaniy i fundamentov pri razlichnoy informatsii [The calculation of the reliability of bases and foundations for different information]. LAC LAMDERT Academic Publishig. 2014. 100 p.
- 17. Utkin V.S., Yarygina O.V. Sbornik primerov rascheta nadezhnosti nesushchikh elementov zdaniy [A collection of examples of calculation of reliability of load-bearing elements of buildings]. Vologda: VoGTU. 2015. 83p. (rus)
- Venttsel Ye.S. Teoriya veroyatnostey [Probability theory]. Moscow. Nauka, Fizmatgiz. 1969. 576 p. (rus)
- Dalmatov B.I., Morareskul N.N., Iovchuk A.T., Naumenko V.G. Proektirovanie fundamentov zdaniy i promyshlennykh sooruzheniy [Design of foundations of buildings and industrial structures]. Moscow. Vysshaya shkola.1969. 297 p. (rus)
- 20. Tenzorezistornyy izvlekaemyy datchik davleniya grunta

- Mechanical Engineering. 2013. Vol. 5. Pp. 685-721.
- Wang X., Wang L., Qiu Z. Safety estimation of structural systems via interval analysis // Chinese Journal of Aeronautics, 2013. Vol. 26(3), Pp. 614–623.
- 26. Юрик Я.В. Таблицы для определения осадок фундамента. Киев: Будівельник, 1971. 194 с.
- 27. Тур В.В., Пецольд Т.М. Зарубежный опыт оценки технического состояния существующих железобетонных конструкций // Строительная наука и техника. 2006. №2. С. 17–21.
- Faber M., Sorensen J. Reliability Based Code Calibration. Paper for JCSS. Aalborg University, 2002. 17 p.
- 29. Казачек В.Г., Нечаев Н.В., Нотенко С.Н. Обследование и испытание зданий и сооружений. М.: Высшая школа, 2007. 655 с.
- 30. Гуров С.В., Уткин Л.В. Надежность систем при неполной информации. СПб: Любович, 1999. 166 с.
- 31. Shafer G.A. Mathematical Theory of Evidence. Princeton University Press, 1976. 297 p.
- Smets P. What is dempster-shafers model // Advances in the dempster-shafers Theory Evidence. 1994.
 Pn. 5–34
- Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by a multivalved mapping // Annals of Mathematical Statistics.1967. Vol. 38. Pp. 325–339.
- 34. Jiang C., Zhang Z., Han X. An evidence-based reliability analysis method for rencertain structures // Chin J Theor Appl Mech. 2013. №45 (1), Vol 103. Pp. 15.
- Zhang Z., Jiang C., Han X., Dean Hu, Yu S. A response surface approach for Structure reliability analysis using evidence theory // Advances in Engineering Software. 2014. Pp. 37–45.
- 36. Уткин Л.В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации. СПб.: Наука, 2007. 404 с.

- [Recoverable strain gauge pressure sensor ground] [online]. URL: http://spb.tenso-m.ru/tenzodatchiki/specialnogo-naznachenija/241/ (accessed: 01 February 2016). (rus)
- Tekhnicheskie resheniya dlya diagnostiki i monitoringa.
 Monitoring davleniya na grunty [Technical solutions for diagnostics and monitoring. Monitoring of pressure on the ground] [online]. SOLDATA. URL: http://doi.org/10.1007/j.monitoring_davlenij_na_drunti. (rus)
- Eryilmaz S., Tütüncü G.Y. Stress strength reliability in the presence of fuzziness. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2015. Vol. 282. Pp. 262–267.
- Li G., Lu Z., Xu J. A fuzzy reliability approach for structures based on the probability perspective. Structural Safety. 2015. Vol. 54. Pp. 10–18.
- 24. Gao P., Yan S. Fuzzy dynamic reliability model of dependent series mechanical systems. *Advances in Mechanical Engineering*. 2013. Vol. 5. Pp. 685–721.
- 25. Wang X., Wang L., Qiu Z. Safety estimation of structural systems via interval analysis. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2013. Vol. 26. Pp. 614–623.
- 26. Yurik Ya.V. *Tablitsy dlya opredeleniya osadok fundamenta* [Tables for determining the sag of the foundation]. Kiev. Budivelnik. 1971. 194 p. (rus)
- 27. Tur V.V., Petsold T.M. Zarubezhnyy opyt otsenki tekhnicheskogo sostoyaniya sushchestvuyushchikh zhelezobetonnykh konstruktsiy [Foreign experience of technical condition assessment of existing reinforced concrete structures]. Stroitel'naya nauka i tekhnika. 2006. No. 2. Pp. 17–21. (rus)
- 28. Faber M., Sorensen J. *Reliability Based Code Calibration*. Paper for JCSS. Aalborg University. 2002. 17 p.
- Kazachek V.G., Nechaev N.V., Notenko S.N. Obsledovanie i ispytanie zdaniy i sooruzheniy [Inspection and testing of buildings and structures]. Moscow. Vysshaya shkola. 2007. 655 p. (rus)
- Gurov S.V., Utkin L.V. Nadezhnost' sistem pri nepolnoy informatsii [The reliability of systems with incomplete information]. Saint Petersburg. Ljubovic. 1999. 166 p. (rus)
- 31. Shafer G.A. Mathematical Theory of Evidence. Princeton University Press. 1976. 297 p.
- 32. Smets P. What is Dempster-Shafers model. Advances in the Dempster-Shafers Theory Evidence. 1994. Pp. 5–34.
- Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by a multivalved mapping. *Annals of Mathematical Statistics*. 1967. Vol. 38. Pp. 325–339.
- Jiang C., Zhang Z., Han X. An evidence-based reliability analysis method for rencertain structures. *Chin J Theor Appl Mech.* 2013. Vol. 103. No. 45. Pp. 15.
- Zhang Z., Jiang C., Han X., Dean Hu, Yu S. A response surface approach for Structure reliability analysis using evidence theory. Advanced in Engineering Software. 2014. Pp. 37–45.
- Utkin L.V. Analiz riska i prinyatie resheniy pri nepolnoy informatsii [Risk analysis and decision making with incomplete information]. Saint Petersburg. Nauka. 2007. 404 p. (rus)

Владимир Сергеевич Уткин, +7(8172)518396; эл. почта: UtkinVoGTU@mail.ru Vladimir Utkin, +7(8172)518396; UtkinVoGTU@mail.ru

© Уткин В.С., 2016