

DOI 10.5862/JEST.238.11

УДК 621.787

В.Н. Востров, М.М. Радкевич, Е. Юйцзян

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССОВ НАКАТЫВАНИЯ ВНУТРЕННИХ ЗУБЬЕВ

V.N. Vostrov, M.M. Radkevich, E. Yuiczyan

STATISTICAL MODELING OF MAIN PARAMETERS OF THE PROCESSES OF ROLLING THE INNER TEETH

Получение внутренних зубчатых профилей методами объемного формообразования, в частности накатывания зубьев, значительно повышает эффективность изготовления за счет увеличения производительности процесса, экономии металла и улучшения качества изделия. Процессы накатывания внутренних зубьев способствуют внедрению перспективных видов изделий: волновых передач и подшипников Новикова. При решении инженерных задач в ряде случаев компьютерные модели и аналитические математические методы наталкиваются на значительные трудности, не позволяющие построить адекватную модель процесса, поскольку не представляется возможным учесть все особенности технологических процессов и оборудования, квалификацию рабочего и др. Статистические модели расширяют возможности математических и компьютерных моделей, необходимые в инженерной практике. Статистические модели наряду с математическими и компьютерными моделями, входят в состав имитационных моделей, которые лежат в основе задач оптимизации технологических процессов. Исследование основных параметров процессов в накатывания зубьев выполнялось на экспериментальных стендах, выполненных на базе токарных станков типа 1К62.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ; НАКАТЫВАНИЕ ЗУБЬЕВ; ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ; СВОЙСТВА МЕТАЛЛА ЗАГОТОВКИ; ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА.

Obtaining internal tooth profiles and, in particular, rolling teeth by methods of volume forming greatly improves the production efficiency by increasing the productivity of the process, saving metal and improving product quality. Processes of internal tooth rolling promote the introduction of advanced types of products: wave Novikov gears and bearings. In solving engineering problems, in some cases, computer models and analytical mathematical methods run into serious difficulties that do not allow to build an adequate model of the process. Since it is not possible to take into account all the peculiarities of technological processes and equipment, training of workers and others, statistical models extend the capabilities of mathematical and computer models required in engineering practice. Statistical models, along with mathematical and computer models, are part of the simulation models which form the basis of optimization of technological processes. Investigation of the basic parameters of the processes in the rolling of the teeth was carried out on experimental stands, made on the basis of the type 1K62 lathes.

STATISTICAL MODEL; ROLLING OF TEETH; PROCESS PARAMETERS; PROPERTIES OF METAL BILLET; EXPERIMENT PLANNING.

Введение

Один из радикальных путей интенсификации процессов зубообработки – более широкое применение в промышленности методов объемного формообразования, в частности накатывания

зубьев. Получение этими методами внутренних зубчатых профилей значительно повышает эффективность изготовления за счет увеличения производительности процесса, экономии металла и улучшения качества изделия [1].

Процессы накатывания внутренних зубьев способствуют внедрению перспективных видов изделий — волновых передач и подшипников Новикова [2].

При решении инженерных задач в ряде случаев использование компьютерных моделей и аналитических математических методов наталкивается на значительные трудности, связанные с невозможностью учесть все особенности технологических процессов и оборудования, квалификацию рабочего и др., необходимые чтобы построить адекватную модель процесса. Статистические модели расширяют необходимые для инженерной практики возможности математических и компьютерных моделей. Статистические модели, наряду с математическими и компьютерными моделями, входят в состав имитационных моделей, которые лежат в основе задач оптимизации технологических процессов [3].

Цель работы

Цель нашей работы — построение и анализ статистических моделей усилий деформирования заготовки, точности и шероховатости поверхности накатанных зубчатых венцов внутреннего зацепления, определяющих основные технологические качества разработанного процесса и изготовленных деталей.

Методика эксперимента

Технологическими параметрами, оказывающими влияние на процесс накатывания внутренних зубчатых профилей, качество изготовленных зубчатых колес и приведенные затраты на производство изделия, являются: размеры зуба (модуль зацепления); предел текучести; модуль нормальной упругости и модуль сдвига металла заготовки; единичное обжатие заготовки; угол наклона заходного участка и диаметр делительной окружности зубчатого профиля накатника; передаточное отношение между накатником и изделием; размеры и масса заготовки; скорости вращения заготовки и накатника и др. Наибольшее влияние на усилия деформирования заготовки, точность и шероховатость поверхности формованных зубчатых венцов оказывают высота зуба, предел текучести, модуль нормальной упругости и модуль сдвига металла заготовки, единичное обжатие заготовки, угол наклона заходного участка зубчатого профиля накатника,

передаточное отношение между накатником и изделием.

Технологии и конструкции зубонакатных станков, разработанные на кафедре «Технология конструкционных материалов и материаловедения» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, способствуют эффективному использованию в машиностроении процессов накатывания внутренних зубьев. Исследование основных параметров процессов производилось на экспериментальных стендах, выполненных на базе токарных станков типа 1К62. Конструкции экспериментальных станков представлены в работах [4, 5]. Основные инженерные решения легли в основу станков для накатывания внутренних зубьев [6].

Схема процесса холодного накатывания внутренних зубчатых профилей показана на рис. 1.

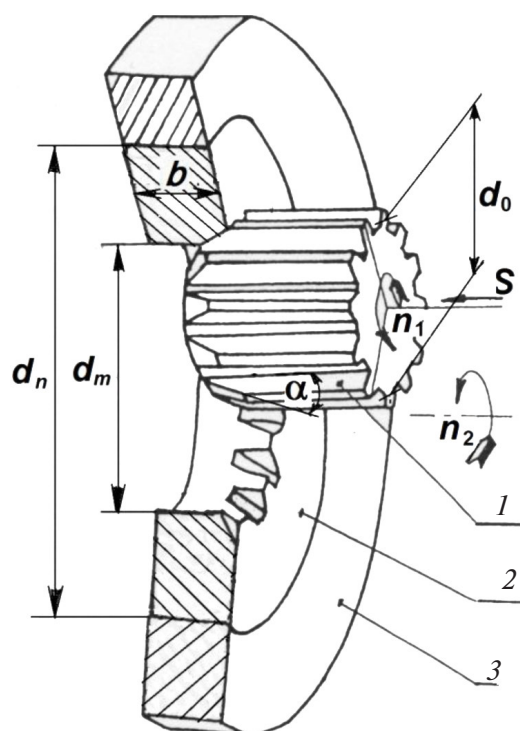


Рис. 1. Схема процесса холодного накатывания внутренних зубчатых профилей: 1 — накатник; 2 — заготовка; 3 — матрица; d_0 — диаметр делительной окружности зубьев накатника; d_m — внутренний диаметр заготовки; d_n — наружный диаметр заготовки; b — ширина заготовки; α — угол наклона заходного участка накатника; n_1 — окружная скорость накатника; n_2 — окружная скорость заготовки; S — подача накатника

Заготовка 2 закрепляется в матрице 3. Зубчатый профиль получают вращением матрицы 3 с окружной скоростью n_2 . Накатник 1 совершает планетарное движение и, перемещаясь с осевым направлением с подачей S , формирует на заготовке 2 зубчатый профиль внутреннего зацепления

Осевое перемещение накатников осуществляется суппортом станка. Для измерения радиальных усилий деформирования на внутренней поверхности матрицы вышлифована канавка, в которой закреплен датчик сопротивления. Датчик сопротивления связан проводом с коллекторами. Коллекторы находятся в контакте с токосъемниками, которые подключены к измерительной аппаратуре. Осевое усилие накатывания измеряется тензодатчиками, закрепленными на упорной плите, тангенциальное усилие инструмента измеряется тензодатчиками, размещенными на суппорте станка [4, 5].

Материалы заготовок: стали 20, 20ХН, ШХ15. Кривые деформационного упрочнения данных сталей показаны на рис. 2.

Механические характеристики исследуемых сталей:

Сталь 20

Предел текучести	225–255 МПа
Предел прочности	390–412 МПа
Относительное удлинение	21–22 %
Модуль нормальной упругости	212–213 ГПа
Модуль сдвига	84–86 ГПа

Сталь 20ХН

Предел текучести	310–335 МПа
Предел прочности	540–580 МПа
Относительное удлинение	14–17 %
Модуль нормальной упругости	212–213 ГПа
Модуль сдвига	84–86 ГПа

Сталь ШХ15

Предел текучести	370–410 МПа
Предел прочности	590–730 МПа
Относительное удлинение	25–27 %
Модуль нормальной упругости	210–211 ГПа
Модуль сдвига	79–81 ГПа

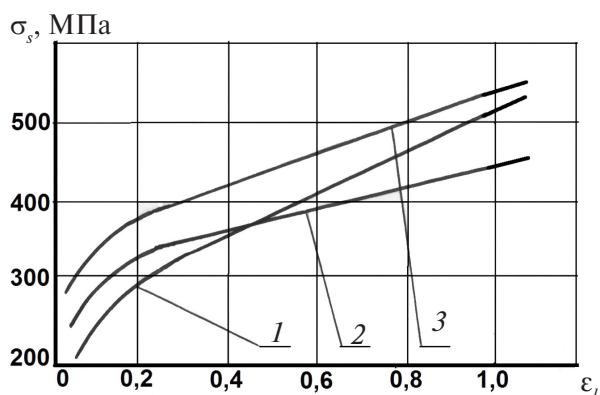


Рис. 2. Кривые деформационного упрочнения исследуемых сталей (1 – 20; 2 – 20ХН; 3 – ШХ 15): σ_s – предел текучести; ϵ_l – логарифмическая степень деформации

Технологии накатывания внутренних зубчатых профилей разработаны совместно с предприятиями Санкт-Петербурга, Москвы, г. Лозовая (Украина) и Болгарии.

На рис. 3 представлено жесткое колесо ВШ 2.037.018 волновой передачи из стали 20 с накатанным внутренним зубчатым профилем для привода механизма вращения поворотного стола, изготавливаемого НИПКИ «Терминал» (г. Санкт-Петербург). Высота зуба – 2,0 мм, средний диаметр зубчатого профиля – 100,9 мм, ширина жесткого колеса – 10 мм [4].

Подшипник Новикова из стали ШХ 15, разработанный НПО «Научно-исследовательский



Рис. 3. Жесткое колесо волновой передачи с накатанным внутренним зубчатым профилем высотой 2 мм (сталь 20) [4]

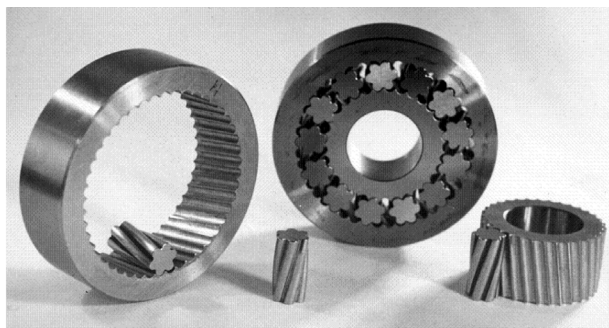


Рис. 4. Подшипник Новикова с накатанными зубчатыми профилями [7]

институт двигателей» (г. Москва) с накатанными внутренним и наружным зубчатыми профилями, показан на рис. 4. Этот подшипник по нагрузочной способности в несколько раз превышает возможности стандартных роликовых подшипников аналогичных размеров. Модуль нормальный – 2,0 мм, модуль окружной – 2,03 мм, делительный диаметр внутреннего кольца – 89,32 мм, наружного кольца – 113,68 мм. Посадочный диаметр наружного кольца – 140 мм, внутреннего кольца – 65 мм. Ширина колец – 40 мм [7].

Деталь 150.39.124 с эвольвентным шлицем внутреннего зацепления из стали 20 трактора ХТЗ Лозовского кузнечно-механического завода, изготовленная холодным накатыванием, изображена на рис. 5, а. Модуль зацепления 3,5 мм, диаметр делительной окружности 269,5 мм. На-

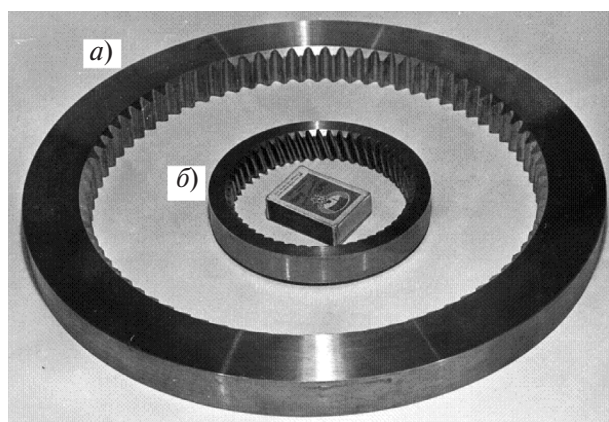


Рис. 5. Эвольвентные профили внутреннего зацепления, формообразованные холодным накатыванием [5]: а – модуль шлицевого зацепления 3,5 мм, сталь 20; б – модуль зубчатого зацепления 2,0 мм, сталь 20ХН

ружный диаметр детали 330 мм, ширина детали 25 мм.

Эпициклическая шестерня 16.003 привода тельфера эвольвентного внутреннего зацепления из стали 20ХН болгарского предприятия «Завод за постоянно токови двигатели и електроапаратура», изготовленная холодным накатыванием, показана на рис. 5, б. Модуль зацепления – 2,0 мм, диаметр делительной окружности – 106 мм, наружный диаметр шестерни – 130 мм, ширина шестерни – 20 мм. Работа выполнена при участии специалистов Научно-исследовательского института пластической обработки зубчатых колес (г. Русе, Болгария) [5].

Построение статистических моделей технологических параметров процессов накатывания внутренних зубьев

Технологическими параметрами, оказывающими влияние на процесс накатывания внутренних зубчатых профилей, качество изготовленных зубчатых колес и приведенные затраты на производство изделия, являются: модуль зацепления; предел текучести и модуль сдвига металла заготовки; размеры и масса заготовки; угол захода и диаметр делительной окружности зубчатого профиля накатника; единичное обжатие заготовки; скорости вращения заготовки и накатника и др. Наибольшее влияние на усилия деформирования заготовки, точность и шероховатость поверхности формообразованных зубчатых венцов оказывают предел текучести и модуль сдвига металла заготовки, единичное обжатие заготовки, угол захода зубчатого профиля накатника

Для построения статистических моделей методами планирования эксперимента необходимо перейти от реальных физических величин к нормированным, т.е. расположенным в интервале $[-1, +1]$, с помощью преобразования [8–10]

$$x_{1j} = \frac{Z_j - Z^0}{\Delta Z}, \quad (1)$$

где $Z^0 = \frac{Z_{\max} + Z_{\min}}{2}$; $\Delta Z = \frac{Z_{\max} - Z_{\min}}{2}$; Z_{\max} – наибольшее и Z_{\min} – наименьшее значения вектора \vec{Z} .

В качестве регрессионных моделей параметров процесса накатывания внутренних эволь-

вентных зубьев малого модуля (менее 1 мм), зубчатых профилей жестких колес волновых передач и рабочих профилей подшипника Новикова выбираем полиномиальную модель второго порядка [11]

$$\eta(x, a) = a_0 + \sum_{m=1}^M a_{mm} x_m^2 + \sum_{m=1}^M a_m x_m + \sum_{m=1}^M \sum_{g=1}^M a_{mg} x_m x_g \quad (2)$$

Оптимальный план эксперимента представлен в табл. 1. План достаточно хорошо коррелирует с моделью (2). Характеристики плана: D – эффективность $e^{(D)} = 0,966$; A – эффективность $e^{(A)} = 0,872$; E – эффективность $e^{(E)} = 0,647$; Q – эффективность $e^{(Q)} = 0,913$. В каждой точке плана выполнено по три повторных опыта.

Таблица 1

План эксперимента [12]

№ опыта	x_1	x_2	x_3	x_4
1	-	-	-	-
2	-	-	-	+
3	-	-	+	-
4	-	-	+	+
5	-	+	-	-
6	-	+	-	+
7	-	+	+	-
8	-	+	+	+
9	+	-	-	-
10	+	-	-	+
11	+	-	+	-
12	+	-	+	+
13	+	+	-	-
14	+	+	-	+
15	+	+	+	-
16	+	+	+	+
17	+	0	0	0
18	-	0	0	0
19	0	+	0	0
20	0	-	0	0
21	0	0	+	0
22	0	0	-	0
23	0	0	0	+
24	0	0	0	-

Ковариационная матрица C плана имеет вид [12]

$$C = \begin{pmatrix} a_0 & a_{mm} & a_{kk} & a_m & a_k & a_{mk} & a_{ml} \\ 0,229 & -0,062 & -0,062 & & & & \\ & 0,396 & -0,104 & & & & 0 \\ & & 0,396 & & & & \\ & & & 0,056 & & & \\ & & & & 0,056 & & \\ & \text{sim} & & & & 0,062 & \\ & & & & & & 0,062 \end{pmatrix} \quad (3)$$

В качестве примера в табл. 2 представлены выборочные средние трех повторных опытов в каждом опыте плана эксперимента из табл. 1 при исследовании процесса накатывания внутренних зубьев жестких колес волновых передач [4].

В табл. 2 обозначены: $Y_1 = \frac{P_0}{\sigma_s h^2}$ – относительное осевое усилие деформирования, где σ_s – предел текучести металла заготовки, h – высота зуба изделия; $Y_2 = \frac{P_R}{\sigma_s h^2}$ – относительное радиальное осевое усилие деформирования; $Y_3 = \frac{P_\tau}{\sigma_s h^2}$ – относительное тангенциальное усилие деформирования; $Y_4 = F_{ir}''$ – колебание измерительного межосевого расстояния за один оборот зубчатого колеса; $Y_5 = F_{rr}$ – радиальное биение зубчатого венца; $Y_6 = R_a$ – высота микронеровностей поверхности сформированных зубьев.

Из матрицы C определяем $N^* = 0,229$; $b^* = -0,062$; $r^* = 0,396$; $p^* = -0,104$; $b^{-1} = 0,056$; $p^{-1} = 0,062$.

Коэффициенты модели вычисляются по формулам [12]

$$a_0 = N^* \sum_{i=1}^N \bar{Y}_i + b^* \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N x_{mi}^2 \bar{Y}_i; \quad (4)$$

$$a_{mm} = b^* \sum_{i=1}^N \bar{Y}_i + (r^* - p^*) \sum_{i=1}^N x_{mi}^2 \bar{Y}_i + p^* \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N x_{mi}^2 \bar{Y}_i; \quad (5)$$

$$a_m = b^{-1} \sum_{i=1}^N x_{mi} \bar{Y}_i; \quad a_{mg} = p^{-1} \sum_{i=1}^N x_m x_g \bar{Y}_i. \quad (6)$$

где $\bar{Y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} Y_{ki}$; n_i – количество повторных наблюдений в i -й точке области эксперимента.

Таблица 2

Результаты экспериментов, выполненных в соответствии с планом эксперимента табл. 1

№ опыта плана	$Y_1 \times 10^2$	$Y_2 \times 10^2$	$Y_3 \times 10^2$	Y_4 , мкм	Y_5 , мкм	$Y_6 \times 10^2$, мкм
1	296	57	21	117	87	102
2	264	72	25	134	95	122
3	468	90	38	121	73	123
4	517	121	37	88	48	124
5	372	86	29	101	69	86
6	428	101	25	110	90	109
7	526	122	59	72	45	91
8	575	133	56	66	46	121
9	272	51	44	75	64	103
10	374	77	48	73	57	92
11	470	92	3	57	36	99
12	547	109	58	66	55	33
13	356	104	57	132	130	120
14	452	108	53	119	121	98
15	551	128	67	121	117	124
16	650	126	65	118	122	98
17	451	95	55	145	57	103
18	443	108	41	147	42	110
19	484	107	47	57	94	39
20	416	92	46	44	69	42
21	535	111	52	33	37	33
22	364	91	40	36	56	36
23	479	102	48	27	23	42
24	408	97	46	28	55	40

В эксперименте используем следующие безразмерные комплексы [13]:

$$F_1 = S_1/d_d; F_2 = i_{21}; F_3 = G/E; F_4 = \text{tg } \alpha,$$

где S_1 – величина единичного обжатия заготовки, $S_1 = 0,005-0,05$ мм; i_{12} – передаточное отношение между изделием и накатником, $i_{21} = d_d/d_0 = 1,5-3,0$; d_d – диаметр делительной окружности зубьев детали; d_0 – диаметр делительной окружности зубьев накатника; E – модуль нормальной упругости, $E = 210-211$ ГПа; G – модуль сдвига, $G = 79-81$ ГПа; α – угол наклона заходного участка накатника, $\alpha = 10-25^\circ$.

Границы интервалов изменения комплексов представлены в табл. 3.

Таблица 3

Границы интервалов изменения комплексов

Параметр	F_1	F_2	F_3	F_4
F_{iB}	0,01	0,40	0,43	0,50
F_{iH}	0,0003	0,20	0,38	0,20

Значимость коэффициентов уравнений регрессии проверяют с целью исключения из моделей факторов, слабо влияющих на функцию отклика. Коэффициент a_i считается значимым, если он значимо отличается от нуля в смысле критерия Стьюдента. Доверительный интервал коэффициентов a_i модели равен [12]

$$\Delta a_i = \pm t_\alpha \sqrt{S^2(a_i)}, \quad (7)$$

где t_α – критерий Стьюдента при числе степеней свободы $\nu_e = N(n-1)$; N – количество опытов в плане эксперимента; n – количество повторных опытов.

Коэффициент a_i модели значим, если его абсолютная величина больше доверительного интервала, т.е. $|a_i| > |\Delta a_i|$.

Дисперсии оценки коэффициентов модели a_i описываются следующим образом [12]:

$$S^2(a_0) = N^* S_{(y)}^2; S^2(a_{mm}) = r^* S_{(y)}^2; S^2(a_m) = b^{-1} S_{(y)}^2;$$

$$S^2(a_{mg}) = p^{-1} S_{(y)}^2, \quad (8)$$

где $S_{(y)}^2$ – дисперсия наблюдения.

В случае одинакового количества n повторных опытов дисперсия наблюдения $S_{(y)}^2$ равна

$$S_{(y)}^2 = \frac{1}{v_e} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n (Y_{ki} - \bar{y}_i)^2, \quad (9)$$

где v_e – число степеней свободы, $v_e = N(n - 1)$; Y_{ki} – значение отклика в k -м повторном эксперименте i -го опыта; N – количество опытов в плане эксперимента.

В результате статистического анализа м.н.к.-оценок коэффициентов моделей получаем регрессионные модели энергосиловых параметров накатывания внутренних эвольвентных зубьев малого модуля, зубчатых профилей жестких колес волновых передач и подшипника Новикова. Безразмерные комплексы заменены нормированными факторами.

Относительное радиальное усилие деформирования заготовки:

$$\eta(1) = \frac{P_r}{\sigma_s h^2} = 4,22 + 0,25 x_3^2 + 0,077 x_1 + 0,41 x_2 + 0,92 x_3 + 0,36 x_4 + 0,084 x_1 x_3 + 0,065 x_1 x_4 + 0,011 x_2 x_3 + 0,055 x_2 x_4. \quad (10)$$

Относительное осевое усилие деформирования заготовки:

$$\eta(2) = \frac{P_0}{\sigma_s h^2} = 0,87 + 0,037 x_1^2 + 0,069 x_3^2 + 0,038 x_4^2 + 0,013 x_1 + 0,14 x_2 + 0,16 x_3 + 0,086 x_4 + 0,016 x_1 x_2 - 0,048 x_2 x_3 - 0,021 x_2 x_4 - 0,014 x_3 x_4. \quad (11)$$

Относительное тангенциальное усилие деформирования заготовки:

$$\eta(3) = \frac{P_\tau}{\sigma_s h^2} = 0,44 + 0,026 x_1^2 + 0,099 x_1 + 0,044 x_2 + 0,089 x_3 - 0,022 x_4 - 0,025 x_1 x_3 + 0,008 x_2 x_3 + 0,004 x_3 x_4. \quad (12)$$

Предварительные эксперименты показали, что на точность зубчатого венца оказывают влияние следующие факторы: δ – упругое смещение накатника, $\delta = 5-15$ мкм; S_1 – единичное обжатие заготовки, $S_1 = 0,005-0,05$ мм; h – высота зубчатого профиля, $h = 0,4-2,5$ мм; i_{12} – передаточное отношение между изделием и накатником, $i_{21} = 1,5-3,0$; $D_{\text{зар}}$ – внутренний диаметр заготовки, $D_{\text{зар}} = 50-300$ мм.

Факторы преобразуем в безразмерные комплексы:

$$B_1 = \delta/h; \quad B_2 = S_1/h; \quad B_3 = D_{\text{зар}}/h; \quad B_4 = i_{21}. \quad (13)$$

Границы интервалов изменения комплексов представлены в табл. 4, где B_{iB} и B_{iH} – соответственно верхнее и нижнее значения комплексов.

Таблица 4

Границы интервалов изменения комплексов

Параметр	B_1	B_2	B_3	B_4
B_{iB}	0,05	80	0,05	0,47
B_{iH}	0,01	50	0,01	0,17

Получены следующие зависимости показателей точности зубчатого венца. Колебание измерительного межосевого расстояния за один оборот зубчатого колеса:

$$\eta(4) = F_{ir} = 51,04 + 91,52 x_1^2 - 39,17 x_3^2 - 4,27 x_4^2 + 10,15 x_2 - 9,54 x_3 + 17,58 x_1 x_2 + 7,97 x_1 x_3 - 2,25 x_3 x_4. \quad (14)$$

Радиальное биение зубчатого венца:

$$\eta(5) = F_{rr} = 49,12 + 29,48 x_2^2 + 12,42 x_1 + 13,35 x_2 - 10,02 x_3 - 3,08 x_4 + 17,42 x_1 x_2 + 6,75 x_1 x_3. \quad (15)$$

Высота микронеровностей поверхности сформированных зубьев описывается выражением

$$\eta(6) = R_a = 0,883 + 0,182 x_1^2 + 0,066 x_1 x_2 - 0,112 x_1 x_4 + 0,065 x_2 x_3. \quad (16)$$

В качестве плана эксперимента при исследовании процесса накатывания внутренних эвольвентных зубьев большого модуля (более 1 мм) выбираем двухуровневый план 2^4 . В каждой точке плана эксперимента сделано по три повторных опыта. Плану 2^4 соответствует квазилинейная модель [9]

$$\eta(x, a) = a_0 + \sum_{m=1}^M a_m x_m + \sum_{\substack{m=1 \\ g=1}}^M a_{mg} x_m x_g. \quad (17)$$

При построении моделей усилий деформирования в эксперименте используем следующие безразмерные комплексы:

$$K_1 = S_1/m; \quad K_2 = i_{12}; \quad K_3 = G/E; \quad K_4 = \text{tg } \alpha, \quad (18)$$

где m – модуль зубчатого профиля, $1,0-3,5$ мм; S_1 – величина единичного обжатия заготовки, $S_1 = 0,005-0,05$ мм; i_{21} – передаточное отношение между изделием и накатником, $i_{21} = 1,5-3,0$; E – модуль нормальной упругости, $E = 210-211$ ГПа; G – модуль сдвига, $G = 79-81$ ГПа; α – угол наклона заходного участка накатника, $\alpha = 10-25^\circ$. Границы интервалов изменения комплексов представлены в табл. 5.

Таблица 5

Границы интервалов изменения комплексов

Параметр	K_1	K_2	K_3	K_4
K_{iB}	0,03	80	0,43	0,47
K_{iH}	0,01	50	0,38	0,17

Здесь K_{iB} и K_{iH} – соответственно верхнее и нижнее значения комплексов.

Коэффициенты модели вычисляются по формулам [8]

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{Y}_i; \quad a_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{Y}_i x_{mi}; \quad a_{mp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{Y}_i x_{mi} x_{pi}. \quad (19)$$

Для линейных и квазилинейных моделей дисперсии оценок всех коэффициентов модели равны. Поэтому доверительный интервал коэффициентов a_l модели одинаков и равен [8]

$$\Delta a_l = \pm t_{\alpha} \sqrt{\frac{S_{(y)}^2}{N}}, \quad (20)$$

где $S_{(y)}^2$ – дисперсия наблюдения; t_{α} – критерий Стьюдента [14].

Коэффициент a_l модели считается значимым, если его абсолютная величина больше доверительного интервала, т.е. $|a_l| > |\Delta a_l|$. Незначимые коэффициенты из моделей исключаются.

В результате получаем следующие статистические модели энергосиловых параметров процесса накатывания внутренних эвольвентных профилей большого модуля:

$$\eta(7) = \frac{P_r}{\sigma_s m^2} 51,42 + 9,35 x_1 + 1,70 x_2 + 8,89 x_3 + 6,12 x_4 - 2,14 x_1 x_3 + 2,71 x_2 x_3 - 1,67 x_2 x_4 - 0,78 x_1 x_4; \quad (21)$$

$$\eta(8) = \frac{P_0}{\sigma_s m^2} 7,52 + 1,28 x_1 + 0,12 x_2 + 1,22 x_3 + 0,84 x_4 - 0,49 x_1 x_3 - 0,13 x_1 x_4 + 0,16 x_2 x_3 - 0,19 x_3 x_4; \quad (22)$$

$$\eta(9) = \frac{P_t}{\sigma_s m^2} 5,21 + 1,19 x_1 + 1,22 x_2 + 0,64 x_3 - 0,34 x_4 - 0,36 x_1 x_2 + 0,14 x_1 x_3 - 0,06 x_1 x_4. \quad (23)$$

Регрессионные модели показателей точности накатанных зубчатых колес: колебание F_{ir}'' измерительного межосевого расстояния за один оборот зубчатого колеса и радиальное биение F_{rr}

зубчатого венца при накатывания внутренних эвольвентных профилей большого модуля строим также на основе плана 2^4 . В каждом опыте плана выполнено по три повторных наблюдения. Предварительные эксперименты показали, что на точность зубчатого венца оказывают влияние следующие факторы: δ – упругое смещение накатника, $\delta = 5-15$ мкм; S_1 – единичное обжатие заготовки, $S_1 = 0,005-0,05$ мм; h – высота зубчатого профиля, $h = 2,0-4,0$ мм; i_{12} – передаточное отношение между изделием и накатником, $i_{12} = 1,5-3,0$; $D_{заг}$ – внутренний диаметр заготовки, $D_{заг} = 100-300$ мм.

Факторы преобразуем в безразмерные комплексы. Границы интервалов изменения комплексов представлены в табл. 5. Получены зависимости

$$\eta(10) = F_{ir}'' = 27,34 + 3,75 x_1 + 2,65 x_2 + 11,58 x_3 - 3,41 x_4 - 1,97 x_1 x_3 - 1,58 x_3 x_4 - 2,83 x_2 x_3; \quad (24)$$

$$\eta(11) = F_{rr} = 35,12 + 5,25 x_1 + 6,62 x_2 + 17,75 x_3 - 5,12 x_4 - 4,62 x_1 x_3 - 4,01 x_3 x_4 - 2,75 x_2 x_3. \quad (25)$$

Статистическая модель высоты микронеровностей поверхности сформированных зубьев R_a имеет вид

$$\eta(12) = R_a = 0,836 + 0,159 x_1 - 0,081 x_2 - 0,0029 x_3 + 0,031 x_4. \quad (26)$$

Адекватность моделей проверяется сравнением дисперсий адекватности и наблюдения по статистике Фишера (F-критерий) [14]. Статистика Фишера выражается формулой

$$F = \frac{S_{ад}^2}{S_{(y)}^2}, \quad (27)$$

где $S_{ад}^2$ – дисперсия адекватности; $S_{ад}^2 = \frac{S_{ен}^2}{v_{ад}}$

$v_{ад}$ – число степеней свободы; $S_{ен}^2$ – сумма квадратов ошибок.

В случае одинакового количества повторных опытов n и сумма квадратов ошибок $S_{ен}^2$ и число степеней свободы $v_{ад}$ соответственно равны

$$S_{ен}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n (Y_{ki} - \eta_i)^2; \quad v_{ад} = Nn - L, \quad (28)$$

где η_i – значение отклика, предсказанное моделью в i -й точке области эксперимента; Y_{ki} – значение отклика в k -м повторном эксперименте i -го опыта.

При $F < F_{\tau}$, где $F_{\tau} = 19,4$ – табличное значение F-критерия [15], гипотеза об адекватности мо-

дели не отвергается. Значения статистики Фишера для всех моделей находятся в диапазоне $F = 3,5-8,1$. Следовательно, построенные статистические модели адекватны.

Обсуждение основных результатов

Статистические модели усилий деформирования в процессе холодного накатывания эвольвентных зубьев малого модуля, зубчатых профилей жестких колес волновых передач и рабочих профилей подшипника Новикова представляют собой полиномиальные модели второго порядка. Вторую степень зависимости имеют: радиальное усилие (от отношения модуля сдвига к модулю нормальной упругости); осевое усилие (от отношений единичного обжатия к диаметру делительной окружности зубьев детали, модуля сдвига к модулю нормальной упругости материала заготовки и тангенса угла наклона заходного участка накатника); тангенциальное усилие (от отношения единичного обжатия к диаметру делительной окружности зубьев детали).

Усилия деформирования в процессе холодного накатывания эвольвентных зубьев большого модуля описываются квазилинейными моделями. Анализ моделей показал, что для радиальной и осевой составляющих усилия деформирования наиболее значимыми факторами являются отношения единичного обжатия к модулю зубчатого профиля и модуля сдвига к модулю нормальной упругости материала заготовки. На тангенциальное усилие деформирования наиболее влияние оказывают отношения единичного обжатия к модулю зубчатого профиля и передаточное отношение «изделие—накатник». Парные эффекты взаимодействия незначительно влияют на составляющие усилия деформирования.

Колебание измерительного межосевого расстояния за один оборот зубчатого колеса (F_{ir}) всех исследуемых зубчатых профилей — эвольвентных малого и большого модуля, жестких

колес волновых передач и подшипника Новикова — при холодном накатывании зубьев значительно зависит от упругого смещения накатника, величина которого связана с жесткостью системы «станок — приспособление — инструмент — деталь». На радиальное биение зубчатого венца F_{rr} наибольшее влияние оказывает относительное единичное обжатие заготовки.

Высота микронеровностей R_a поверхности сформированных зубьев наиболее существенно зависит от жесткости системы «станок — приспособление — инструмент — деталь».

Заключение

При накатывании внутренних эвольвентных зубьев малого модуля (менее 1 мм) зубчатых профилей жестких колес волновых передач и рабочих профилей подшипника Новикова статистические модели для составляющих усилия деформирования, показателей точности зубчатого профиля и качества поверхности представляют собой полиномиальные модели второго порядка, построенные на основе оптимального плана эксперимента. В процессе накатывания внутренних эвольвентных зубьев большого модуля составляющие усилия деформирования и показатели точности зубчатого профиля описываются квазилинейными моделями, построенными на основе плана 2^4 . Высота микронеровностей поверхности сформированных зубьев большого модуля аппроксимирована линейной моделью.

Построенные статистические модели удовлетворяют критерию Фишера и, следовательно, являются адекватными. Анализ разработанных статистических моделей позволил сделать вывод, что они удовлетворительно описывают поведение технологических параметров процессов накатывания внутренних зубчатых профилей и могут быть использованы при проектировании данных процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лапин В.В., Писаревский М.И., Самсонов В.В. [и др.] Накатывание червяков, шлицев и зубьев. Л.: Машиностроение, 1986. 228 с.
2. Востров В.Н. Современные технологии накатывания периодических профилей внутреннего зацепления // Металлообработка. 2011. № 3 (63). С. 36–42.
3. Востров В.Н., Ли В.А. Оптимальное проектирование процесса накатывания внутренних волновых зубьев // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. 2002. № 1. С. 30–35.
4. Востров В.Н., Ли В.А. Накатывание внутренних зубьев колес волновых передач // СТИН. 1996. № 2. С. 35–37.

5. **Шекерджиев Э.Р., Востров В.Н.** Многопроходное накатывание внутренних эвольвентных профилей // Кузнечно-штамповочное производство. 1995. № 1. С. 23–25.

6. **Востров В.Н., Каран А.Д.** Станки для накатывания зубчатых профилей внутреннего зацепления // Металлообработка. 2002. № 1. С. 46–53.

7. **Востров В.Н., Атрошенко А.П., Любимов В.П. [и др.]** Накатывание рабочих профилей подшипника повышенной грузоподъемности // Кузнечно-штамповочное производство. 1989. № 5. С. 20–21.

8. **Адлер Ю.П.** Планирование эксперимента – путь лабораторных исследований // Лабораторная практика. 2008. Сентябрь С. 2–8.

9. **Сох Р.А.** Vertebrate pollination and the maintenance of dioecism in Freycinetia // *American Naturalist*. 1982. Vol. 120. P. 65–80.

10. **Fléiss J.L.** *Statistical Methods for Rates and*

Proportions. Division of Biostatistics School of Public Health. Columbia University: John Wiley&Sons, Inc. 1981 328 p.

11. **Андрукович П.Ф., Голикова Т.И., Костина С.Г.** Планы второго порядка на гиперкубе близкие по свойствам к D–оптимальным. В кн.: Новые идеи в планировании эксперимента / Под ред. В.В. Налимова. М.: Наука, 1969. С. 140–152.

12. Таблицы планов эксперимента для факторных и полиномиальных моделей / Под ред. В.В. Налимова. М.: Metallurgy, 1982. 752 с.

13. **Агеев Г.К., Гишваров А.С., Давыдов М.Н.** Моделирование процессов ГТД на основе планирования эксперимента в критериальной форме подобия // Вестник Уфимского государственного технического университета. 2014. № 3 (64). С. 57–61.

14. **Большев Л.Н., Смирнов Н.В.** Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. 416 с.

REFERENCES

1. **Lapin V.V., Pisarevski M.I., Samsonov V.V.** [and others]. Nakatvanie cherviakov, shclizev i zubev. [The rolling worms, splices and teeth.]. Leningrad: Mechanical, 1986. 228 p. (rus)

2. **Vostrov V.N.** Sovremennie technologii nakativanija periodicheskikh pofilei vnutrennego zaceplenia. [Modern technology of rolling periodic profiles of the internal gear.]. *Metalworking*. 2011. № 3 (63). S. 36–42. (rus)

3. **Vostrov V.N., Lee V.A.** Optimalnoe proektirovanie processa nakativanija vnutrennich volnovich zubev. [Optimal design of rolling process of internal wave teeth.]. *Forging–stamping production. Processing of metals by pressure*. 2002. № 1. S. 30–35. (rus)

4. **Vostrov V.N., Lee V.A.** Nakativanie vnutrennich zubev volnovich peredatshc. [Rolling the inner teeth of the wheels of wave transmissions.]. *STIN*. 1996. №2. S. 35–37. (rus)

5. **Sekerdjiev E.R., Vostrov V.N.,** Mnogoprochodnoe nakativanie vnutrennich evolventnich zubiev. [Multi-pass rolling of internal involute profiles.]. *Forging–stamping production*. 1995. № 1. S. 23–25. (rus)

6. **Vostrov V.N., Karan A.D.** Stanki dlia nakativanija zubtshcatich profilei vnutrennego zaceplenia. [Machines for the rolling of gear profiles of the internal gear.]. *Metalworking*. 2002. № 1. P. 46–53. (rus)

7. **Vostrov V.N., Atroschenko A.P., Lyubimov V.P.** [and others] Nakativanie rabotschich profilei podshcipnika povishcennoi grusopodiemnosti. [Business profile Rolling bearing of high load capacity.]. *Forging–stamping production*. 1989. № 5. S. 20–21. (rus)

8. **Adler Yu.P.** Planirovanie ecsperimenta – put laboratornich issledovaniy [Experiment planning – the way laboratory research]. *Laboratory practice*. 2008. September. S. 2–8. (rus)

9. **Cox P.A.** Vertebrate pollination and the maintenance of dioecism in Freycinetia. *American Naturalist*. 1982. Vol. 120. P. 65–80. (USA)

10. **Fléiss J.L.** *Statistical Methods for Rates and Proportions*. Division of Biostatistics School of Public Health. Columbia University: John Wiley&Sons, Inc. 1981. 328 p. (USA)

11. **Andrukovich F.P., Golikova T.I., Kostin S.G.** Plani wtorogo poriadka na giperkube blizkie po svoistvam k D-optimalnim/ [Plans of the second order on the hypercube with similar properties to the D–optimal] / In the book: [New ideas in experimental design. Edited by V.V. Nalimov. Moscow: Nauka. 1969. S. 140–152. (rus)

12. Tablici planov ecsperimenta dlia faktornich i polinomialnich modelei [Tables of experiment plans for factorial and polynomial models/ Ed. by V.V. Nalimov.]. Moscow: Metallurgy. 1982. 752 p. (rus)

13. **Ageev A.K., Gisshvarov A.S., Davivov M.N.** Modelirovanie processov GDT na osnove planirovaniya ecsperimenta [Modeling of processes of gas-turbine engines on the basis of experimental design in criterial form of similarity]. *Bulletin of the Ufa state technical University*. 2014. № 3 (64). S. 57–61. (rus)

14. **Bol’shev L.N., Smirnov N.V.** Tablizi matematitshcescoi statistiki [Tables of mathematical statistics.]. Moscow: Nauka. 1983. 416 s. (rus)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ/AUTHORS

ВОСТРОВ Владимир Николаевич – доктор технических наук профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.
195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
E-mail: vostrov-vn@mail.ru

VOSTROV Vladimir N. – Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.
E-mail: vostrov-vn@mail.ru

РАДКЕВИЧ Михаил Михайлович – доктор технических наук профессор, заведующий кафедрой технологии конструкционных материалов и материаловедения Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.
195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
E-mail: radmich@mail.ru

RADKEVICH Mikhail M. – Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.
E-mail: radmich@mail.ru

ЮЙЦЗЯН Е. – магистр Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.
195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
E-mail: vostrov-vn@mail.ru

YUICZYAN E. – Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.
E-mail: vostrov-vn@mail.ru