

doi: 10.5862/MCE.62.6

Совершенствование расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу. Часть 2. Модифицированные модели расчета главных и касательных напряжений

Improvement of shear strength design of a road structure. Part 2. Modified models to calculate the principal and shear stresses

*Канд. техн. наук, доцент А.С. Александров,
канд. техн. наук, доцент Г.В. Долгих,
аспирант А.Л. Калинин,
Сибирская государственная автомобильно-
дорожная академия, г. Омск, Россия*

*A.S. Aleksandrov,
G.V. Dolgikh,
A.L. Kalinin,
Siberian State Automobile And Highway
Academy, Omsk, Russia*

Ключевые слова: главные напряжения; касательные напряжения; сопротивление сдвигу; грунты; дискретные материалы

Key words: principal stress; shear stress; shear strength; soils; discrete materials

Аннотация. Основания дорожных одежд из дискретных материалов получили широкое распространение в практике строительства автомобильных дорог во всем мире. Экспериментальные исследования различными нагрузками показали, что адекватный расчет напряжений по формулам механики сплошной среды практически невозможен. В статье представлен способ модификации моделей расчета напряжений, применение которого позволяет дополнять решения механики зернистой среды и инженерных способов зависимостями для расчета минимального σ_3 . По этому способу выполнена модификация ряда решений, в статье приведены модифицированные модели. Эти модели позволяют вычислять главные напряжения в полупространстве и слое конечной толщины в сечении по оси симметрии нагрузки, распределенной по круглой площадке. Приведено сопоставление результатов расчета с данными эксперимента, выполненного испытанием дорожной конструкции подвижной нагрузкой при помощи кольцевого стенда в университете Кентерберри.

Abstract. The grounds for road pavements made of granular materials are widely used in the practice of road construction all over the world. Experimental studies of different loads have shown that an adequate stress calculation using the formulas of continuum mechanics is practically impossible. The paper presents the method of modifying stress analysis models, which allows using complementary solutions mechanics of granular medium and engineering methods to calculate the minimum dependencies principal stress σ_3 . Using this method, the modification of a number of solutions has been carried out. The given article provides the modified models. These models allow the calculation of the principal stresses in the half-space and the layer of finite thickness in a section along the axis of symmetry of the load distributed on a circular platform. The comparison of the calculation results with the experimental data performed by the test execution of road construction moving load using a ring stand of the University of Canterbury has been presented.

Введение

В практике строительства оснований дорожных одежд широкое распространение получили дискретные материалы. По сравнению с материалами, обработанными вяжущими, они имеют более низкие показатели прочности и деформируемости, но обладают высокой ремонтпригодностью. Например, холодный ресайклинг позволяет повторно применять дискретные материалы, обработав их вяжущими. В связи с этим за рубежом при новом строительстве основания дорожных одежд устраивают из дискретных материалов, а при капитальном ремонте их укрепляют различными вяжущими при помощи глубокого ресайклирования. Если принять такую стратегию строительства и ремонта дорог, то становится очевидным, что адекватный экспериментальным данным расчет Aleksandrov A.S., Dolgikh G.V., Kalinin A.L. Sovershenstvovanie rascheta dorozhnykh konstrukcij po soprotivleniyu sdvigu. Chast' 2. Modificirovannye modeli rascheta glavnyh i kasatelnyh napryazhenij [Improvement of shear strength design of a road structure. Part 2. Modified models to calculate the principal and shear stresses]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 2. Pp. 51-68. doi: 10.5862/MCE.62.6

напряженно-деформированного состояния (НДС) дискретных материалов позволит правильно подобрать материалы слоев и рассчитать их толщину. Решение этой задачи позволит добиться соответствия проектного и фактического сроков службы конструкции.

Проблема строительства оснований дорожных одежд из дискретных материалов включает в себя три задачи.

Первая задача является материаловедческой. Она связана с подбором составов щебеночно-песчаных (ЩПС) и песчано-гравийных смесей (ПГС), а также с разработкой требований к ним. В США для сопоставительной оценки прочности и деформируемости применяется Калифорнийское число несущей способности грунта (California Bearing Ratio – CBR). Этот параметр представляет собой отношение давлений, выраженное в процентах, которые необходимо приложить к грунту и стандартному щебню для их деформирования на одинаковую величину. Таким образом, стандартный щебень является мерой несущей способности материалов и грунтов. Параметр CBR стал широко применяться при разработке:

– эмпирических методов расчета, цель которых состоит в определении толщины щебеночного слоя, необходимой для пропуска требуемого числа нагрузок [1, 2]. Применяя метод Н. Одмарка [3], слой щебня рассчитанной толщины заменяют пакетом слоев из других материалов;

– классификации грунтов и материалов по несущей способности, в которой варьирование величины CBR в определенном диапазоне указывает на их тип по прочности и деформируемости. В таких работах используются известные эмпирические зависимости, связывающие CBR с показателями механических свойств: модулем упругости E [4, 5], недренированной прочностью su [6, 7];

– методов контроля качества строительства, базирующихся на эмпирических формулах, связывающих показания приборов с параметром CBR [8, 9]. В последнее время это направление стало востребовано специалистами РФ [10–12].

При разработке требований к дискретным материалам их испытывают в динамических приборах трехосного сжатия, позволяющих прикладывать повторяющиеся нагрузки. Ограничивая остаточные деформации и обеспечивая затухающий характер пластического деформирования, специалисты регламентируют составы ЩПС и ПГС. В этих исследованиях установлено влияние на механизм деформирования содержания пылевато-глинистых частиц, содержания влаги, условий дренирования образца, коэффициента уплотнения и др. [13–16].

Вторую задачу следует считать технологической, преследующей цель постройки основания с требуемыми показателями свойств материалов в слое. Для этого устанавливаются оптимальные режимы приготовления и уплотнения смесей.

Третья задача направлена на совершенствование методов расчета дорожных конструкций. Это направление исследований выбрано авторами. Суть работы состоит в попытке совершенствования расчета грунтов и дискретных материалов по сопротивлению сдвигу.

Расчет конструктивного слоя дорожной одежды и грунта земляного полотна по сопротивлению сдвигу выполняется проверкой условия¹

$$\tau_{ан} \leq \frac{c_N \cdot k_d + \gamma_{ср} \cdot z_{оп} \cdot \operatorname{tg} \varphi_{ст}}{K_{пр}}, \quad (1)$$

где $\tau_{ан}$ – активное напряжение сдвига от транспортной нагрузки, МПа; c_N – сцепление после воздействия N -го числа расчетных нагрузок, МПа; $\gamma_{ср}$ – средневзвешенный удельный вес конструктивных слоев, расположенных выше проверяемого слоя, МН/см³; $z_{оп}$ – глубина расположения поверхности слоя, проверяемого на сопротивление сдвигу, см; $\varphi_{ст}$ – значение угла внутреннего трения при однократном воздействии статической длительной нагрузки, °; $K_{пр}$ – требуемый коэффициент прочности при расчете по сдвигу, принимаемый по ОДН 218-046-01; k_d – коэффициент, учитывающий особенности работы конструкции на границе песчаного слоя и нижнего слоя несущего основания.

¹ ОДН 218-046-01. Проектирование нежестких дорожных одежд. (взамен ВСН 46-83). Введен в действие 01.01.2001. – М.: ГСДХ Минтранса России, 2001. – 146 с.

Величина коэффициента k_d принимается $k_d = 1$ во всех случаях за исключением тех, когда на границе раздела слоев уложена геосинтетическая прослойка или нижний слой несущего основания выполнен из материалов и грунтов, укрепленных вяжущими. В этих двух случаях величина коэффициента зависит от разновидности песка, применяемого в слое (при использовании: песка крупного $k_d = 4.5$, песка среднего $k_d = 4.0$ и песка мелкого $k_d = 3.0$).

Расчет касательного напряжения $\tau_{ан}$ выполняют из условия пластичности Кулона – Мора. Анализ этого условия выполнен нами в первой части статьи [17]. В данной работе выполнена модификация этого критерия. Суть модификации состоит во вводе третьего параметра материала d в оригинальный критерий Кулона – Мора. В соответствии с модифицированным условием пластичности касательное напряжение $\tau_{ан}$ определяется по формуле

$$\tau_{ан} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sigma_1 \cdot \left(\frac{1 - \sin \varphi_N}{1 + \sin \varphi_N} \right)^d - \left(\frac{1 + \sin \varphi_N}{1 - \sin \varphi_N} \right)^d \cdot \sigma_3 \right), \quad (2)$$

где φ_N – угол внутреннего трения после воздействия N -го числа расчетных нагрузок, град; d – параметр материала, зависящий от деформации грунта, принимаемой за предельную величину при трехосных испытаниях.

Анализируя зависимость (2), отметим, что при $d = 0$ и $d = 0.5$ она принимает вид

$$\tau_{ан} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}; \quad (3)$$

$$\tau_{ан} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sigma_1 \cdot \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi_N}{1 + \sin \varphi_N}} - \sigma_3 \cdot \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi_N}{1 - \sin \varphi_N}} \right). \quad (4)$$

Выражение (3) является известной формулой механики, позволяющей вычислять максимальное касательное напряжение, используемое в третьей теории прочности. Зависимость (4) является известной формулой механики грунтов, предназначенной для определения касательных напряжений по условию Кулона – Мора, которое записано в одной из известных форм [18]. Таким образом, предлагаемая зависимость (2) при уменьшении параметра d от 0.5 до 0 описывает увеличение касательного напряжения от значения, соответствующего условию Кулона – Мора, до максимальной величины, соответствующей третьей теории прочности. Из анализа зависимостей (2)–(4) следует, что для расчета касательных напряжений необходимо определить главные напряжения. Методы расчета главных напряжений рассматриваются в следующем подразделе нашей работы.

Обзор литературы

Способы расчета напряжений в слоях дорожной одежды и земляном полотне можно подразделить на три группы:

- методы механики сплошной среды;
- методы механики зернистой среды;
- инженерные способы расчета.

На рисунке 1 приведена расчетная схема, применяемая к дискретным материалам, для решения задачи о НДС методами механики сплошной среды. В соответствии с этой схемой направление максимального главного напряжения σ_1 задается вращением оси симметрии нагрузки p , распределенной по круглой площадке, радиусом R и диаметром D . Направление минимального главного напряжения σ_3 перпендикулярно направлению σ_1 . В сечении по оси симметрии нагрузки²

² Сечение, проходящее через ось симметрии нагрузки, распределенной по круглой площадке, является расчетным при проектировании дорожных конструкций. Поэтому ниже анализируются формулы, позволяющие вычислять напряжения только в этом сечении от нагрузки, распределенной по круглой площадке.

координатные оси z и x совпадают с главными осями. Вследствие этого в каждой точке оси симметрии нагрузки $\sigma_1 = \sigma_z$ и $\sigma_3 = \sigma_x$.

Наиболее точным решением механики сплошной среды является табулированное решение, которое приведено в работах [19, 20]. Формулы и значения всех табулированных функций можно посмотреть в работе Б.М. Даса [21]. Величину главных напряжений в рассматриваемом нами сечении определяют по формулам [21, 22]

$$\sigma_1 = p \cdot \left(1 - \left[1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right]^{-1,5} \right), \quad (5)$$

где p – давление на полупространство, Па; R – радиус площадки, м; z – расстояние от поверхности до точки, принадлежащей оси симметрии нагрузки, в которой рассчитывается напряжение, м.

$$\sigma_2 = \sigma_3 = p \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot \mu}{2} - \frac{1 + \mu}{\left[1 + (R/z)^2 \right]^{0,5}} + \frac{1}{2 \cdot \left[1 + (R/z)^2 \right]^{1,5}} \right), \quad (6)$$

где μ – коэффициент Пуассона.

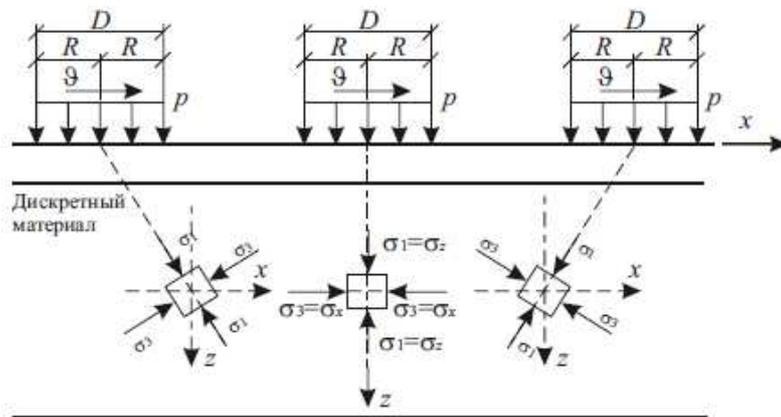


Рисунок 1. Схема расчета главных напряжений в основании дорожной одежды из дискретного материала

Зависимости (5) и (6) нашли применение при расчете напряженного состояния от транспортной нагрузки и приводятся в диссертациях [23, 24]. Результаты расчета по формулам (5) и (6) совпадают с точным табулированным решением [19, 20]. В РФ решение (5) и (6) было дополнено учетом составляющих главных напряжений от собственного веса грунта, расположенного над рассматриваемой точкой³. Достоинство формул механики сплошной среды состоит в возможности определения всех трех главных напряжений, вследствие чего можно решать задачи об осадках массива и сопротивлении его материала сдвигу. Эти формулы имеют свои недостатки.

1. В верхней части грунтового полупространства значения минимального главного напряжения превышает величину, при которой материалы и грунты испытывают компрессионное сжатие. Компрессионное сжатие характеризуется отсутствием деформаций бокового расширения, то есть $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$. Данные экспериментов показывают, что под центральной частью изгибаемых гибких плит материалы и грунты испытывают компрессионное сжатие [11, 25].

2. На некоторой глубине величина напряжений $\sigma_2 = \sigma_3$ принимает отрицательные значения, значит, они из сжимающих превращаются в растягивающие. Это противоречит расчетной схеме (рис. 1), согласно которой в любой точке дискретной среды эти напряжения сжимающие. Отметим, что в решениях задач о НДС при воздействии других нагрузок [21, 26], например распределенных

³ Расчет дорожных одежд переходного типа / В.Д. Казарновский и др. // Новое в проектировании конструкций дорожных одежд : тр. СоюздорНИИ. – М. : СоюздорНИИ, 1988. – С. 50 – 61.

по бесконечной гибкой полосе, такого недостатка нет, значения напряжения σ_3 положительно во всех точках полупространства.

3. Нет возможности учета показателей механических свойств материала.

Для учета свойств оснований из грунтов и дискретных материалов в зависимость (5) был введен параметр n , предложенный О.К. Фрелихом⁴ к классическому решению Буссинеска. В результате зависимость (5) приобрела вид [2, 24]

$$\sigma_1 = p \cdot \left[1 - \left(\sqrt{1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2} \right)^{-n} \right], \quad (7)$$

где n – параметр Фрелиха.

Известна другая форма записи выражения (7), которая имеет вид [25]:

$$\sigma_1 = p \cdot \left[1 - \left(\frac{z}{R} \right)^n \cdot \left[1 + \left(\frac{z}{R} \right)^2 \right]^{\frac{n}{2}} \right]. \quad (8)$$

К. Гонзалез связал параметр n с *CBR* эмпирической формулой [2]:

$$n = 2 \cdot \left(\frac{CBR}{6} \right)^{0,337}. \quad (9)$$

Применив аналогию и введя параметр Фрелиха в зависимость (6), получим формулу

$$\sigma_3 = p \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot \mu}{2} - (1 + \mu) \cdot \left[1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right]^{-\frac{n}{3}} + \frac{1}{2} \cdot \left[1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right]^{-n} \right). \quad (10)$$

Достоинство зависимостей (7)–(10) состоит в возможности подбора параметра Фрелиха для различных материалов и грунтов. Поэтому в этих формулах имеется возможность учитывать отличия структуры грунтов и материалов, а также ее влияние на величину напряжений. Однако минимальные главные напряжения, вычисляемые по формуле (10), на определенной глубине меняют знак, сохраняя недостаток выражения (6).

Недостатки зависимостей (6) и (10) привели к тому, что при решении задач стали применять только формулы (5), (7) или (8), тем самым заменяя трехосное сжатие простым одноосным. В этом случае величина минимального главного напряжения σ_3 условно принимается равной нулю, что приводит к завышению значения девиатора напряжений $\sigma_d = \sigma_1 - \sigma_3$ в любой точке рассматриваемого сечения.

Развитие методов механики зернистой среды берет свое начало в работах советских ученых Г.И. Покровского⁵, М.Н. Гольдштейна⁶, И.И. Кандаурова⁷, Р.А. Муллера⁸. За рубежом идеи И.И. Кандаурова [27] использовались М. Харом [28]. Механика зернистой среды базируется на математической статистике, что принципиально отличает ее от механики сплошной среды. В рассматриваемом нами сечении напряжения $\sigma_1 = \sigma_z$ определяются по формуле И.И. Кандаурова:

⁴ Frölich O.K. Druckverteilung in Baugrunde, Springer Verlag, Vienna, Austria. 1934.

⁵ Покровский, Г.И. Исследования по физике грунтов – М.; Л.: Изд-во Института Водгео, 1937. – С. 136.

⁶ Гольдштейн, М.Н. Некоторые вопросы развития механики грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1960. – № 1. – с. 8–10.

⁷ Кандауров, И.И. К теории распределения напряжений в зернистом грунтовом основании // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1960. – № 2. – С. 6–9.

⁸ Муллер, Р.А. К статистической теории распределения напряжений в зернистом грунтовом основании // Основания и фундаменты грунтов. – 1964. – № 4. – С. 4–6.

$$\sigma_1 = \sigma_z = p \cdot \left(1 - \exp \left[-\frac{4 \cdot v_p \cdot R^2}{z^2} \right] \right), \quad (11)$$

где v_p – коэффициент пропорциональности, характеризующий распределительную способность среды.

Коэффициент v_p определяется по данным опытов и рассчитывается по формуле М.П. Болштянского⁹, полученной из решения зависимости (11):

$$v_p = -\frac{z^2}{D^2} \cdot \ln \left(1 - \frac{\sigma_z}{p} \right). \quad (12)$$

М. Хар [28] предлагает альтернативную зависимость И.И. Кандаурова формулу

$$\sigma_1 = \sigma_z = p \cdot \left[1 - \exp \left(-\frac{R^2}{2 \cdot v_p \cdot z^2} \right) \right]. \quad (13)$$

Влияние параметра v_p на величину σ_1 в формулах И.И. Кандаурова и М. Хара диаметрально противоположное. В соответствии с формулой (13) при увеличении v_p напряжение падает, а в формуле (11), наоборот, возрастает. Несмотря на это отличие, можно подобрать такую пару параметра v_p , при которой эти формулы (11) и (13) дают близкие результаты. Более того, из совместного решения (11) и (13) следует, что обе зависимости дают одинаковый результат при $v_p \approx 0.354$.

Анализируя данные штамповых испытаний, А.К. Арреа [23] и М.П Болштянский указывают, что результаты расчета по зависимостям механики зернистой среды в большей степени соответствуют напряжениям, измеренным в слоях из дискретных материалов и грунтах земляного полотна.

Недостатком формул (11) и (13) является невозможность расчета минимального главного напряжения. Поэтому до появления публикации [30] применение формул механики зернистой среды в расчетах по сопротивлению сдвигу было затруднено. В этой работе показано, что при определении критической нагрузки на дискретный материал с использованием формул механики зернистой среды необходимо следовать определенной схеме. Суть предложения состоит в том, что параметр v_p нужно находить по формуле [30]:

$$v_p = \operatorname{ctg} \left(\varphi + \frac{\pi}{4} \right). \quad (14)$$

Подстановка в формулу (11) выражения (14) и зависимости Н.А. Цытовича, позволяющей рассчитать глубину активной зоны под круглым фундаментом, приводит к модификации формулы И.И. Кандаурова. В качестве условия пластичности принимается уравнение предельной прямой Кулона – Мора. Это условие пластичности и модифицированная формула И.И. Кандаурова позволила авторам работы [30] получить величину первой критической нагрузки на зернистую среду. Из анализа формулы (14) следует, что величине коэффициента $v_p = 0.354$, при котором формулы (11) и (13) дают одинаковый результат, соответствует единственное значение угла внутреннего трения $\varphi = 25.53^\circ$. Так как угол внутреннего трения является параметром материала и функционально зависит от показателей его физических свойств, то и коэффициент v_p должен являться функцией влажности, плотности, зернового состава и т.п.

Инженерные модели, так же как и формулы механики зернистой среды, дают возможность рассчитывать только величину максимального главного напряжения. В этом заключается их недостаток.

Постановка цели и задач

Учитывая выполненный обзор, авторы поставили цель: разработать модифицированные модели расчета главных напряжений, возникающих в сечении, проходящем через ось симметрии

⁹ Болштянский, М.П. Экспериментальное исследование напряжений в неоднородном грунте: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Новосибирск : Изд-во СО АН СССР, 1962. – 30 с.

нагрузки, распределенной по круглой площадке, в полупространстве и слое конечной толщины из дискретного материала.

Поставленная цель требует последовательного решения серии задач.

1. Разработки способа расчета минимального главного напряжения σ_3 в рассматриваемом сечении полупространства, в соответствии с которым функция изменения σ_3 должна быть убывающей и неразрывной, позволяющей рассчитывать напряжения во всех точках рассматриваемого сечения. Кроме того, эта функция должна удовлетворять следующим условиям: в верхней точке полупространства, расположенной на оси симметрии нагрузки, материал должен испытывать компрессионное сжатие, то есть не испытывать минимальных главных деформаций $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$; это требование удовлетворяет экспериментальным данным работ [11, 25, 31];

в точке, расположенной на оси симметрии нагрузки и имеющей ординату, равную бесконечности, грунт должен испытывать одноосное сжатие, а минимальные главные напряжения принимать нулевое значение, то есть $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$; такое ограничение соответствует гипотезе Федоровского – Безволева [31];

в других точках рассматриваемого сечения должно возникать осевое трехосное сжатие $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ при $\sigma_1 > 0$ и $\sigma_2 = \sigma_3 > 0$. Напряжения σ_2 и σ_3 по глубине должны затухать более интенсивно, чем σ_1 , вследствие чего стесненность боковых деформаций $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ должна уменьшаться с глубиной. Это утверждение вписывается в общепринятые представления механики сплошной среды.

2. Учета конечной толщины слоя основания дорожной одежды и жесткости материалов слоев, расположенных ниже рассматриваемого элемента дорожной конструкции.

3. Модификации известных моделей расчета напряжений, оригиналы которых получены с использованием методов механики сплошной и зернистой среды, а также инженерных способов расчета.

4. Оценки соответствия результатов расчета главных напряжений по модифицированным моделям экспериментальным данным, полученным при испытании дорожных одежд подвижной нагрузкой.

Материалы исследования

Для расчета минимального главного напряжения мы предлагаем модифицировать известную формулу механики грунтов, введя в нее отдельным множителем функцию глубины

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \alpha \cdot \xi \cdot \sigma_1, \quad (15)$$

где α – коэффициент, представляющий собой функцию глубины; ξ – коэффициент бокового давления.

Произведение коэффициентов α и ξ можно трактовать как переменный по глубине коэффициент бокового давления, что отличает (15) от традиционной формулы.

Для определения коэффициента α сопоставим две формулы, применяемые для расчета деформации ε_1 . Первая формула является традиционной, в ней деформация определяется как отношение произведения коэффициента бокового обжатия β и максимального главного напряжения σ_1 к модулю деформации E_d . Вторая формула представляет собой выражение закона Гука, записанное с применением зависимости (15). Таким образом, рассматриваемые формулы имеют вид

$$\varepsilon_1 = \frac{\beta \cdot \sigma_1}{E_d}; \quad \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_d} \cdot \left[1 - \frac{2 \cdot \alpha \cdot \mu^2}{1 - \mu} \right]. \quad (16)$$

В первой формуле (16) применим представление Федоровского – Безволева, согласно которому β определяется по формуле [31]

$$\beta = \beta_c + \sqrt{1 - K^2} \cdot (\beta_u - \beta_c), \quad (17)$$

Aleksandrov A.S., Dolgikh G.V., Kalinin A.L. Sovershenstvovanie rascheta dorozhnykh konstrukcij po soprotivleniyu sdvigu. Chast' 2. Modificirovannye modeli rascheta glavnyh i kasatelnyh napryazhenij [Improvement of shear strength design of a road structure. Part 2. Modified models to calculate the principal and shear stresses]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 2. Pp. 51-68. doi: 10.5862/MCE.62.6

где β_c – коэффициент, учитывающий отсутствие поперечного расширения грунта в компрессионном приборе, который согласно работе [31] имеет место в точке с ординатой $z = 0$ (то есть на поверхности); K – коэффициент затухания вертикального нормального напряжения от равномерной нагрузки под осью ее симметрии; β_u – коэффициент на бесконечности (в точке с ординатой $z = \infty$).

Положив равенство между зависимостями (16) и учитывая в этом тождестве выражение (17), получим математическую связь коэффициентов β и α , в результате преобразования которой решение сводится к формуле

$$\alpha = \alpha_c - \sqrt{1 - K^2} \cdot (\alpha_c - \alpha_u), \quad (18)$$

где α_c и α_u – значение функции α в точках, расположенных на поверхности и на бесконечности рассматриваемого сечения.

Принимая для поверхности полупространства допущение о работе его материала в состоянии компрессионного сжатия, то есть $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$, находим $\alpha_c = 1$. Аналогично, ставя на бесконечности условие для одноосного сжатия, то есть $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\mu \cdot \varepsilon_1$, получим $\alpha_u = 0$. Подстановка этих значений в формулу (18) преобразует ее к виду

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - K^2}. \quad (19)$$

Таким образом, коэффициент α является функцией глубины. Так как в точке на поверхности этого сечения $K = 1$, то и $\alpha = 1$, вследствие чего материал в этой точке испытывает компрессионное сжатие. В точке на бесконечности $K = 0$, следовательно $\alpha = 0$, а это значит, что материал испытывает одноосное сжатие.

По мнению авторов, достоинство этого способа состоит в возможности модифицировать модели механики зернистой среды и инженерных способов расчета напряжений, дополнив их формулами, позволяющими вычислять минимальное главное напряжение σ_3 . Кроме того, для определения коэффициента бокового давления можно использовать любую из известных формул. Например, при вычислении ξ через угол внутреннего трения достаточно воспользоваться работой Л.А. Строковой [32], в которой дано обобщение таких зависимостей.

Отметим, что для расчета минимальных главных напряжений, возникающих по оси симметрии нагрузки полупространства, достаточно в зависимость (15) подставить выражения (5) (7), (8), (11) или (13) и зависимость (19).

Для слоя конечной толщины, к которому относятся основания или дополнительные слои оснований дорожных одежд из дискретных материалов, прямую подстановку указанных формул в выражение (15) делать нельзя. Это связано с тем, что (5) (7), (8), (11) и (13) не учитывают жесткость слоев дорожной конструкции, расположенных ниже дискретного основания.

Решая вторую задачу, авторы воспользуются способом Н. Одемарка [3], в соответствии с которым приведенная по жесткости ордината точки в массиве полупространства z к ординате точки в слое дорожной одежды $z_{сл}$ определяется по формуле:

$$z = z_{сл} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{сл}}{E_{осн}}}, \quad (20)$$

где $z_{сл}$ – ордината точки, расположенной на оси симметрии нагрузки слоя толщиной h , то есть $0 \leq z_{сл} \leq h$, м; $E_{сл}$ – модуль упругости материала слоя, МПа; $E_{осн}$ – общий модуль упругости на поверхности однородного или слоистого полупространства, подстилающего рассчитываемый слой, МПа.

Подстановка зависимости (20) в формулы (5), (7), (8), (11) или (13) позволяет их модифицировать для расчета максимальных напряжений, возникающих в слое конечной толщины.

Приведем пошаговый алгоритм модификации моделей.

1. Любую известную формулу расчета величины σ_1 или σ_z необходимо представить произведением давления, передаваемого на слой и коэффициентом затухания напряжения, то есть $\sigma_1 = \sigma_z = p \cdot K$. В силу равенства $\sigma_1 = \sigma_z$, которое имеет место только в сечении по оси симметрии нагрузки, коэффициенты затухания этих напряжений равны и записываются одинаковыми выражениями.

2. В выражение коэффициента затухания необходимо подставить формулу (20), что позволяет перейти от расчета максимальных главных напряжений в полупространстве к их вычислению в слое конечной толщины.

3. Обобщающая зависимость (15) приводится к виду

$$\sigma_2 = \sigma_3 = p \cdot \xi \cdot K \cdot \left(1 - \sqrt{1 - K^2}\right). \quad (21)$$

4. В зависимость (21) подставляются формулы для расчета коэффициентов K , полученные после выполнения шага 2.

Этот алгоритм позволяет модифицировать любую модель, применяя способ, не зависящий от математического аппарата, использованного при выводе формулы для расчета σ_1 .

В таблице 1 приведены модифицированные модели расчета напряжений в слое конечной толщины, а их наименование дано по авторам, получившим оригинальное решение или выполнившим предшествующие данной работе какие-либо модификации.

Таким образом, модифицированные модели включают в себя две формулы. Первая формула позволяет вычислять величину σ_1 , она имеет вид оригинального решения или предшествующих модификаций, но коэффициент K определяется с учетом формулы Н. Одемарка (20). Вторая зависимость, позволяющая вычислять σ_3 , является новой, дополнительной к формулам механики зернистой среды и инженерным способам.

Таблица 1. Формулы модифицированных моделей расчета главных напряжений от нагрузки, распределенной по круглой площадке, в сечении по оси симметрии нагрузки.

Авторы оригинального решения и последующих модификаций	Формулы для расчета главных напряжений
1	2
Модифицированные модели механики сплошной среды	
А. Ляв	$\sigma_1 = p \cdot K; \quad K = 1 - \left[1 + \left(\frac{R}{z_{\text{сл}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{осн}}}{E_{\text{сл}}}} \right)^2 \right]^{\frac{-3}{2}}$
	$\sigma_2 = \sigma_3 = p \cdot \xi \cdot \left(1 - \left[1 + \left(\frac{R}{z_{\text{сл}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{осн}}}{E_{\text{сл}}}} \right)^2 \right]^{\frac{-3}{2}} \right) \times$ $\times \left(1 - \sqrt{1 - \left(1 - \left[1 + \left(\frac{R}{z_{\text{сл}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{осн}}}{E_{\text{сл}}}} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \right)^2} \right)$
А. Ляв, О.К. Фрелих, К. Гонзалез	$\sigma_1 = p \cdot K; \quad K = 1 - \left[\sqrt{1 + \left(\frac{R}{z_{\text{сл}}} \right)^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{осн}}}{E_{\text{сл}}}} \right]^{-n}$

	$\sigma_2 = \sigma_3 = p \cdot \xi \cdot \left(1 - \left[\sqrt{1 + \left(\frac{R}{z_{\text{сл}}} \right)^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{осн}}}{E_{\text{сл}}}}} \right]^{-n} \right) \times$ $\times \left(1 - \sqrt{1 - \left(1 - \left[\sqrt{1 + \left(\frac{R}{z_{\text{сл}}} \right)^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{осн}}}{E_{\text{сл}}}}} \right]^{-n} \right)^2} \right).$
А. Ляв, О.К. Фрелих, Р. Олсон	$\sigma_1 = p \cdot K; \quad K = 1 - \left(\frac{z_{\text{сл}}}{R} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{сл}}}{E_{\text{осн}}}} \right)^n \cdot \left[1 + \left(\frac{z_{\text{сл}}}{R} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{сл}}}{E_{\text{осн}}}} \right)^2 \right]^{\frac{n}{2}}.$
	$\sigma_2 = \sigma_3 = p \cdot \xi \cdot \left(1 - \left(\frac{z_{\text{сл}}}{R} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{сл}}}{E_{\text{осн}}}} \right)^n \cdot \left[1 + \left(\frac{z_{\text{сл}}}{R} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{сл}}}{E_{\text{осн}}}} \right)^2 \right]^{\frac{n}{2}} \right) \times$ $\cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(1 - \left(\frac{z_{\text{сл}}}{R} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{сл}}}{E_{\text{осн}}}} \right)^n \cdot \left[1 + \left(\frac{z_{\text{сл}}}{R} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{сл}}}{E_{\text{осн}}}} \right)^2 \right]^{\frac{n}{2}} \right)^2} \right).$
Модифицированные модели механики зернистой среды	
И.И. Кандауров	$\sigma_1 = p \cdot K; \quad K = 1 - \exp \left[-4 \cdot v_p \cdot \left(\frac{R}{z_{\text{сл}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{осн}}}{E_{\text{сл}}}} \right)^2 \right].$
	$\sigma_2 = \sigma_3 = p \cdot \xi \cdot \left(1 - \exp \left[-4 \cdot v_p \cdot \left(\frac{R}{z_{\text{сл}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{осн}}}{E_{\text{сл}}}} \right)^2 \right] \right) \times$ $\times \left(1 - \sqrt{1 - \left(1 - \exp \left[-4 \cdot v_p \cdot \left(\frac{R}{z_{\text{сл}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{осн}}}{E_{\text{сл}}}} \right)^2 \right] \right)^2} \right).$
М. Хар	$\sigma_1 = p \cdot K; \quad K = 1 - \exp \left[-\frac{1}{2 \cdot v_p} \cdot \left(\frac{R}{z_{\text{сл}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{осн}}}{E_{\text{сл}}}} \right)^2 \right].$
	$\sigma_2 = \sigma_3 = p \cdot \xi \cdot \left(1 - \exp \left[-\frac{1}{2 \cdot v_p} \cdot \left(\frac{R}{z_{\text{сл}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{\text{осн}}}{E_{\text{сл}}}} \right)^2 \right] \right) \times$

	$\times \left(1 - \sqrt{1 - \left(1 - \exp \left[-\frac{1}{2 \cdot v_p} \cdot \left(\frac{R}{z_{сл}} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{осн}}{E_{сл}}} \right)^2 \right] \right)^2} \right)$
Модифицированные модели инженерных способов	
Общепринятая модель распределяющей способности или модель Е. Головачева (ссылка на автора дана по работе Б.С. Радовского [33], цитирующей работу ¹⁰).	$\sigma_1 = p \cdot K; \quad K = \left(1 + \frac{2 \cdot z_{сл}}{D} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{сл}}{E_{осн}}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_\sigma \right)^{-2},$ <p>где α_σ – угол рассеивания напряжений в слое, ° или радиан.</p>
	$\sigma_2 = \sigma_3 = p \cdot \xi \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot z_{сл}}{D} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{сл}}{E_{осн}}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_\sigma \right)^{-2} \times$ $\times \left(1 - \sqrt{1 - \left(1 + \frac{2 \cdot z_{сл}}{D} \cdot \sqrt[3]{\frac{E_{сл}}{E_{осн}}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_\sigma \right)^{-4}} \right).$

При модификации решений механики сплошной среды зависимости для расчета минимального главного напряжения, предлагаемые авторами, заменяют формулы оригинального решения. При этом исчезает недостаток оригинального решения, связанный с изменением на некоторой глубине знака σ_3 . Такая модификация приводит к тому, что по всей глубине слоя, вплоть до $z = \infty$, значения σ_3 положительны, то есть являются сжимающими, что соответствует общепринятой расчетной схеме (рис. 1).

На рисунках 2 и 3 приведены эпюры касательных напряжений, иллюстрирующие результаты вычислений по предлагаемой формуле (2) при $d = 0.4$ и различных углах внутреннего трения. Расчет главных напряжений в формуле (2) выполнен по модифицированной модели Лява – Фрелиха – Олсона при $E_{сл}/E_{осн} = 1$ и $n = 1$ и $n = 3$ (см. табл. 1).



Рисунок 2. Зависимость относительной величины касательных напряжений τ/p , вычисляемых по формуле (2) при $d = 0.4$ и расчете главных напряжений по модифицированной модели Лява – Фрелиха – Олсона (табл. 1) при $n = 1$, от относительной глубины z/R и угла внутреннего трения φ : 1 – 6 при угле внутреннего трения φ 0; 10; 20; 30; 40 и 50 °; 7 – линия местоположения наиболее опасных точек

¹⁰ Головачев, Е. Об устройстве земских дорог и отношении их к железным путям для развития производительности в России. Киев, типография И. и А. Давиденко, 1870. – вып. 1, С. 1 – 220. Aleksandrov A.S., Dolgikh G.V., Kalinin A.L. Sovershenstvovanie rascheta dorozhnykh konstrukcij po soprotivleniyu sdvigu. Chast' 2. Modificirovannye modeli rascheta glavnyh i kasatelnyh napryazhenij [Improvement of shear strength design of a road structure. Part 2. Modified models to calculate the principal and shear stresses]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 2. Pp. 51-68. doi: 10.5862/MCE.62.6



Рисунок 3. Зависимость относительной величины касательных напряжений τ/ρ , вычисляемых по формуле (2) при $d = 0.4$ и расчете главных напряжений по модифицированной модели Лява – Фрелиха – Олсона (табл. 1) при $n = 3$, от относительной глубины z/R и угла внутреннего трения ϕ : 1 – 6 при угле внутреннего трения ϕ 0; 10; 20; 30; 40 и 50 °; 7 – линия местоположения наиболее опасных точек

Из анализа данных рисунков 2 и 3 следует, что экстремальное касательное напряжение при любых значениях ϕ , d и n возникает на некоторой глубине от поверхности полупространства или слоя конечной толщины. Точка с наибольшим касательным напряжением является наиболее опасной точкой, для которой необходимо выполнять расчет и проверять условие сопротивления сдвигу (1). Аналогичные эпюры касательных напряжений, но с количественными отличиями, получатся при расчете главных напряжений по любой из предлагаемых моделей.

Адекватность расчета касательных напряжений в наиболее опасной точке во многом обуславливается достоверностью вычисления главных напряжений, возникающих от воздействия подвижной нагрузки. Поэтому результаты расчета главных напряжений по модифицированным нами моделям, представленным в таблице 1, необходимо сравнивать с данными эксперимента.

Результаты расчета напряжений и их сопоставление с данными эксперимента

Применение (21) требует выбора формул для расчета σ_1 , позволяющих получать результаты, согласующиеся с данными эксперимента. Обсуждая способы экспериментального исследования НДС материалов в слоях дорожных конструкций, отметим, что наилучшими являются методы, позволяющие произвести измерения при воздействии подвижной нагрузки. Такие испытания выполняют при помощи кольцевых стендов. В исследовании Б. Стивена получены опытные данные о величине вертикальных нормальных напряжений на различной глубине основания из ЩПС [24] и грунта земляного полотна. Эксперименты Б. Стивена выполнены при помощи кольцевого стенда, представленного на рисунке 4.

На всем протяжении кольцевого стенда устроено асфальтобетонное покрытие толщиной 25 мм, что соответствует стандартам Новой Зеландии. Б. Стивен подробно описаны характеристики ЩПС и грунта, использованных для строительства оснований и земляного полотна [24]. Измерения произведены при помощи грунтовых датчиков давлений. Измеренные напряжения приведены в таблице 2.

Таблица 2. Экспериментальные значения напряжений

Глубина, мм	Конструктивный слой	Материал слоя	Напряжение σ_z , кПа
0	Покрытие	Асфальтобетон	366
75	Основание	Щебеночный материал	319.4
150			173.6
225			98.0
300			37.8
375	Земляное полотно	Суглинок	36.7



Рисунок 4. Оборудование университета Кентерберри (Новая Зеландия, Южный остров, г. Крайстчерч)

Для расчета напряжений авторы применили схему последовательного расчета напряжений в каждом слое, представленную на рисунке 5.

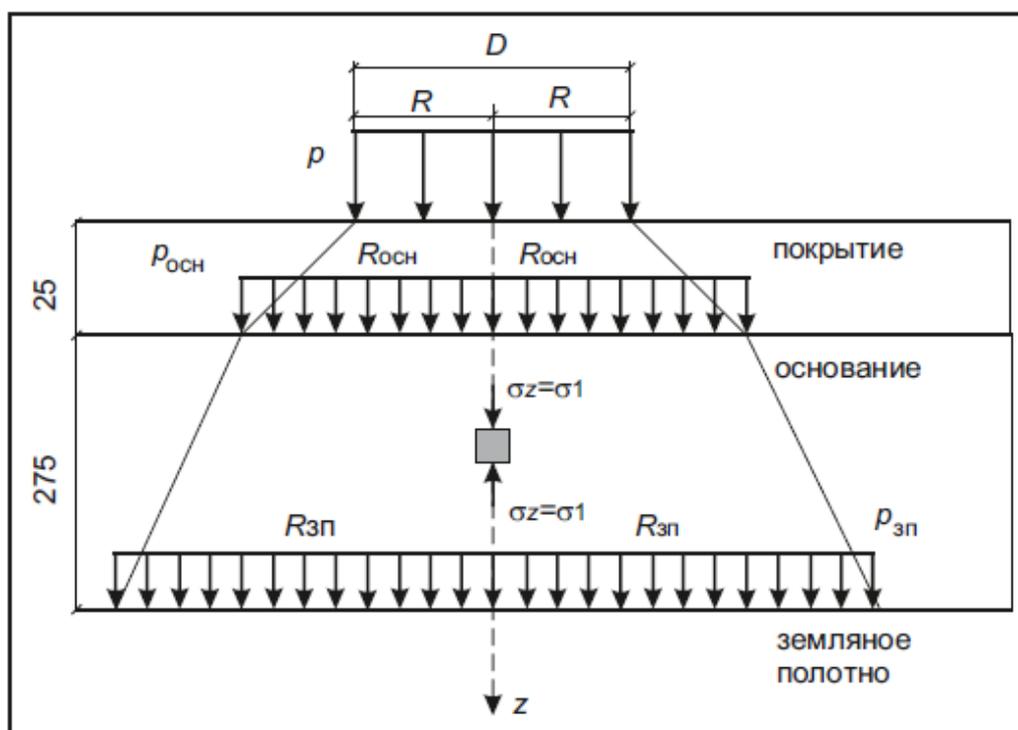


Рисунок 5. Схема для расчета напряжений по оси симметрии нагрузки

Результаты расчета диаметров площадок распределения нагрузок ($D_{осн} = 2R_{осн}$ и $D_{зп} = 2R_{зп}$) и экспериментальные значения контактных давлений приведены в таблице 3.

Aleksandrov A.S., Dolgikh G.V., Kalinin A.L. Sovershenstvovanie rascheta dorozhnykh konstrukcij po soprotivleniyu sdvigu. Chast' 2. Modificirovannye modeli rascheta glavnyh i kasatelnyh napryazhenij [Improvement of shear strength design of a road structure. Part 2. Modified models to calculate the principal and shear stresses]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 2. Pp. 51-68. doi: 10.5862/MCE.62.6

Таблица 3. Экспериментальные значения контактных давлений и соответствующие им диаметры площадок распределения нагрузки

Конструктивный слой	Материал слоя	Толщина, см	Контактное давление, кПа	Диаметр площадки, см
Покрытие	Асфальтобетон	2.5	366	37.3
Основание	Щебеночно песчаная смесь	27.5	329.6	39.3
Земляное полотно	суглинок	–	37.8	116.1

Для расчета напряжений в щебеночном слое необходимо пересчитать ординаты точек, указанные в таблице 2, относительно поверхности основания и указать соответствующие глубине залегания этих точек экспериментальные значения вертикальных нормальных напряжений. Результаты пересчета приведены в таблице 4.

Таблица 4. Ординаты точек и экспериментальные значения напряжений

Ордината точки от поверхности		Измеренная величина напряжения, кПа
Покрытия, см	Основания, см	
2.5	0	329.6
7.5	5.0	319.4
15.0	12.5	173.6
22.5	20.0	98.0
30.0	27.5	37.8

Результаты расчета вертикальных напряжений по формулам таблицы 1 и их сравнение с экспериментальными данными приведены в таблицах 5–8.

Таблица 5. Сопоставление результатов расчета напряжений по оригинальной (5) и модифицированной (табл. 1) формулам А. Лява с данными эксперимента Б. Стивена

Глубина, см	Нормальное вертикальное напряжение $\sigma_z = \sigma_1$, кПа				Погрешность, % по формуле		
	Измеренное	Вычисленное по формуле			(5)	(табл. 1) при $E_{сл}/E_{осн}$	
		(5)	(табл. 1) при $E_{сл}/E_{осн}$			1	7
0	329.6	329.6	329.6	329.6	0	0	0
5.0	319.4	324.658	324.658	301.97	-1.65	-1.65	5.46
12.5	173.6	278.6358	278.6358	177.60	-60.55	-60.55	-2.30
20.0	98.0	209.970	209.970	97.61	-114.26	-114.26	0.40
2.5	37.8	152.07	152.07	58.64	-302.3	-302.3	-5.14

Примечание: Результаты расчетов по формулам (5) и (табл. 1) приведены для иллюстрации разницы величины напряжений, возникающих в полупространстве, от напряжений, вычисленных по модифицированной модели (табл. 1) при $E_{сл}/E_{осн}=7$, а также показано, что при $E_{сл}/E_{осн} = 1$ зависимость (табл. 1) дает тождественные с формулой (5) результаты.

Из анализа данных таблицы 5 следует, что ввод зависимости (20) в оригинальную формулу (5) позволяет существенно повысить достоверность расчета за счет учета жесткости материалов слоя и подстилающего его грунтового полупространства. Исключение составляет нижняя точка, в которой расхождение результатов расчета и опыта составляет 55 %. Это приводит к тому, что давление, передаваемое на земляное полотно, завышено на 55 %, вследствие чего достоверное вычисление напряжений в грунте становится невозможным. Поэтому оригинальная и модифицированная модели А. Лява для расчета напряжений в дискретных материалах не применимы.

Таблица 6. Сопоставление результатов расчета напряжений по модифицированной формуле модели Лява – Фрелиха – Олсона (табл. 1) с данными эксперимента Б. Стивена

Глубина, см	Напряжение по оси симметрии нагрузки, кПа			Погрешность, %	
	Измеренное	Вычисленное по формуле (табл. 1) при $E_{ш}/E_{гр} = 7$		при $E_{ш}/E_{гр} = 7$ и $n = 3$	при $E_{ш}/E_{гр} = 7$ и $n = 2.25$
		$n = 3$	$n = 2.25$		
0	329.6	329.6	329.6	0	0
5.0	319.4	301.97	278.25	5.46	12.88
12.5	173.6	177.60	145.15	-2.30	16.39
20.0	98.0	97.61	76.32	0.40	22.12
27.5	37.8	58.64	45.04	-55.14	-19.16

Примечание: Результаты расчета по формуле табл. 1 при $n = 3$ приведены для иллюстрации их тождественности с модифицированной формулой А. Лява.

Анализ данных таблицы 6 показывает, что варьированием параметра n можно добиваться приемлемой для инженерных методов точности, при которой погрешность не превышает $\pm 15...20\%$, в том числе для нижней точки, расположенной на границе раздела слоя из ЩПС и земляного полотна. Вследствие этого становится возможным адекватный опытным данным расчет напряжений в грунте.

Результаты расчета напряжений по модифицированной модели Лява – Фрелиха – Гонзалеза при вычислении параметра n по формуле (9) имеют существенные расхождения с данными эксперимента. Вследствие этого авторы вынуждены констатировать неприменимость зависимости (9) для определения параметра Фрелиха. Отметим, что если в модифицированной модели Лява – Фрелиха – Гонзалеза принять такие же значения параметра n , как в таблице 6, то есть не вычисляя n по формуле (9), то точность расчета будет приемлемой.

Таблица 7. Сопоставление результатов расчета напряжений по модифицированной формуле модели И.И. Кандаурова (табл. 1) с данными эксперимента Б. Стивена

Глубина, см	Напряжение по оси симметрии нагрузки, кПа			Погрешность, %	
	Измеренное	Вычисленное по формуле (табл. 1) при		при $v_p = 0.37$	при $v_p = 0.257$
		$v_p = 0.37$	$v_p = 0.257$		
0	329.6	329.6	329.6	0	0
5.0	319.4	328.96	325.30	-2.99	-1.85
12.5	173.6	208.28	164.98	-19.98	4.97
20.0	98.0	106.54	78.29	-8.71	20.12
27.5	37.8	61.50	44.04	-62.69	-16.51

Примечание: Параметр $v_p = 0.37$ принят в соответствии с рекомендациями М.П. Болштынского, разработанными на основе анализа данных штамповых испытаний дорожных одежд статической и ударной нагрузкой, а параметр $v_p = 0.257$ определен из условия наилучшего соответствия данных расчета результатам испытаний подвижной нагрузкой.

Таблица 8. Сопоставление результатов расчета напряжений по модифицированной формуле модели М. Хара (табл. 1) с данными эксперимента Б. Стивена

Глубина, см	Напряжение по оси симметрии нагрузки, кПа		Погрешность, %
	Измеренное	Вычисленное по формуле (табл. 1) при $E_{ш}/E_{гр} = 7$ и $v_p = 0.485$	
0	329.6	329.6	0
5.0	319.4	325.35	-1.86
12.5	173.6	165.30	4.78
20.0	98.0	78.48	19.92
27.5	37.8	44.16	-16.82

Из анализа данных таблиц 7 и 8 следует, что модифицированные формулы И.И. Кандаурова и М. Хара при соответствующем подборе значений параметра v_p дают близкие результаты, вследствие чего целесообразно применять одну из них. Погрешность этих формул лежит в допустимых для инженерных расчетов пределах. Отличие значений параметра v_p формулы И.И. Кандаурова, подобранного авторами, $v_p = 0.257$, от значений, рекомендуемых М.П. Болштынским, $v_p = 0.37$ свидетельствует о том, что v_p чувствителен к типу нагрузки, а также зависит от показателей физических свойств слоя и подстилающего основания. Таким образом, параметр v_p является не постоянной, а функцией показателей физических свойств и текстуры гранулированного материала (щебня, гравия, песка).

Aleksandrov A.S., Dolgikh G.V., Kalinin A.L. Sovershenstvovanie rascheta dorozhnykh konstrukcij po soprotivleniyu sdvigu. Chast' 2. Modificirovannye modeli rascheta glavnyh i kasatelnyh napryazhenij [Improvement of shear strength design of a road structure. Part 2. Modified models to calculate the principal and shear stresses]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 2. Pp. 51-68. doi: 10.5862/MCE.62.6

Заключение

1. Модифицированные модели расчета главных напряжений в полупространстве (15) и слое конечной толщины (см. табл. 1) удовлетворяют следующим условиям:

- в сечении по оси симметрии нагрузки на поверхности полупространства или слоя конечной толщины возникает компрессионное сжатие, то есть при $z = 0$ главные деформации $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$, а главные напряжения $\sigma_2 = \sigma_3 = \mu \cdot \sigma_1 / (1 - \mu)$;
- при изменении глубины, соответствующей толщине слоя, в пределах $0 < z < \infty$ материал слоя работает в условиях трехосного сжатия $\sigma_2 = \sigma_3 < \mu \cdot \sigma_1 / (1 - \mu)$, испытывая деформации бокового расширения $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 < 0$;
- по оси симметрии нагрузки в точке $z = h_{\text{ср}} = \infty$ дискретный материал испытывает одноосное сжатие $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\mu \cdot \varepsilon_1$.

Это позволяет констатировать, что они соответствуют общепринятым представлениям, изложенным в работах других авторов [11, 25, 31]

2. Сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными, полученными путем испытания дорожных конструкций подвижной нагрузкой, показало, что наиболее близкие к данным эксперимента результаты дают модели, полученные модификацией формул И.И. Кандаурова и М. Хара (см. табл. 1). Достоинства оригинальных формул И.И. Кандаурова и М. Хара, применяемых для определения σ_z в сечении по оси симметрии нагрузки, подчеркиваются в работах [23, 29, 30]. Несколько меньшую точность имеет модифицированная модель Лява – Фрелиха – Олсона. Достоинства оригинальной зависимости Лява – Фрелиха – Олсона подчеркиваются в работе [24]. Поэтому модифицированные модели таблицы 1, позволяющие вычислять все три главных напряжения, являются необходимым продолжением работ механики грунтов. Именно эти модели, а не предшествующие им оригинальные зависимости, позволяют вычислять касательные напряжения (см. рис. 2 и рис. 3).

3. По мнению авторов, перспектива дальнейшего применения модифицированных моделей таблицы 1 состоит в возможности совершенствования расчета слоев дорожной одежды из дискретных материалов по сопротивлению сдвигу. В рамках этого расчета появляется возможность вычислять первую критическую нагрузку из предлагаемого условия пластичности (2), применяя в нем модифицированные модели таблицы 1.

Литература

1. Giroud, J.P., Noiray, L. Geotextile-reinforced Unpaved Road Design. *Journal of Geotechnical Engineering, ASEC*. 1981. Vol. 107. Pp. 1233-1254.
2. Gonzalez, C.R. Implementation of a New Flexible Pavement Design Procedure for U.S. Military Airports. *Fourth LACCEI International Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology (LACCEI'2006) "Breaking Frontiers and Barriers in Engineering: Education, Research and Practice"*. 21-23 June 2006, Mayagüez, Puerto Rico.
3. Odemark, N. Investigations as to the Elastic Properties of Soils and Design of Pavements according to the Theory of Elasticity. *Ph.D. thesis. Statens Väginstytut, Mitteilug* No. 77. Stockholm, Sweden, 1949.
4. Abu El-Maaty, A.E. Characterization of the layered pavement by modelling and calibration of resilient modulus. *American Journal of Civil Engineering*. 2014. Vol. 2, No. 3. Pp. 74-86.
5. Putri E.E., Kameswara Rao N.S.V., Mannan M.A. Evaluation of Modulus of Elasticity and Modulus of Subgrade Reaction of Soils Using CBR Test. *Journal of Civil Engineering Research*. 2012, 2(1): Pp. 34-40.
6. Black, W.P.M. A Method of estimating the California Bearing Ratio of cohesive soils from plasticity data. *Geotechnique*. 1962. Vol. 12. No. 4. Pp. 271 – 282.

References

1. Giroud, J.P., Noiray, L. Geotextile-reinforced Unpaved Road Design. *Journal of Geotechnical Engineering, ASEC*. 1981. Vol. 107. Pp. 1233-1254.
2. Gonzalez, C.R. Implementation of a New Flexible Pavement Design Procedure for U.S. Military Airports. *Fourth LACCEI International Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology (LACCEI'2006) "Breaking Frontiers and Barriers in Engineering: Education, Research and Practice"*. 21-23 June 2006, Mayagüez, Puerto Rico.
3. Odemark, N. Investigations as to the Elastic Properties of Soils and Design of Pavements according to the Theory of Elasticity. *Ph.D. thesis. Statens Väginstytut, Mitteilung* No. 77. Stockholm, Sweden, 1949.
4. Abu El-Maaty, A.E. Characterization of the layered pavement by modelling and calibration of resilient modulus. *American Journal of Civil Engineering*. 2014. Vol. 2, No. 3. Pp. 74-86.
5. Putri E.E., Kameswara Rao N.S.V., Mannan M.A. Evaluation of Modulus of Elasticity and Modulus of Subgrade Reaction of Soils Using CBR Test. *Journal of Civil Engineering Research*. 2012, 2(1): Pp. 34-40.
6. Black, W.P.M. A Method of estimating the California Bearing Ratio of cohesive soils from plasticity data. *Geotechnique*. 1962. Vol. 12. No. 4. Pp. 271 – 282.

Александров А.С., Долгих Г.В., Калинин А.П. Совершенствование расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу. Часть 2. Модифицированные модели расчета главных и касательных напряжений // Инженерно-строительный журнал. 2016. №2(62). С. 51-68.

7. Gregory, G.H., Cross, S.A. Correlation of California Bearing Ratio with Shear Strength Parameters. *Transportation Research Board*. 1989. Vol.1. Pp. 148-153.
8. Harrison, J.A. Correlation of CBR and dynamic cone penetrometer strength measurement of soils. *Australian Road Research*. 1986. V. 16. No. 2. Pp. 130-136.
9. Livneh, M., Ishai, I. The Relationship Between In Situ CBR Test and the Various Penetration Tests. *Proc. First Int. Conf. on Penetration Testing*. Orlando, FL, 1988. Pp. 445-452.
10. Александрова, Н.П., Применение измерителя жесткости грунта Geogauge для оценки качества уплотнения при операционном контроле // Вестник СибАДИ, 2014, № 3. С. 40 – 47.
11. Болдырев, Г.Г. Испытания грунтов методом динамического зондирования. Часть III. / Болдырев Г.Г. // Инженерные изыскания, 2011, № 1. С. 18 – 26.
12. Семенова Т.В. Применение Калифорнийского числа несущей способности и динамического конусного пенетromетра для оценки качества уплотнения грунта / Семенова Т.В., Долгих Г.В., Полугородник Б.Н. // Вестник СибАДИ, 2014, № 1. С. 59 – 66.
13. Belt, J., Ryyanen T., Ehrola, E. Mechanical properties of unbound base course. *Proceedings of the 8th Inter-national Conference on Asphalt Pavements*. Seattle, 1997. Vol. 1. Pp. 771-781.
14. Brown, S. F. Repeated load testing of a granular material. *Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE*. 1974, Vol. 100, No. 7. Pp. 825 – 841.
15. Werkmeister S., Dawson A., Wellner F. Pavement design model for unbound granular materials. *Journal of Transportation Engineering, ASCE*. 2004. Vol. 130, No. 5, Pp. 665-674.
16. Werkmeister S., Dawson A., Wellner F. Permanent Deformation Behavior of Granular Materials. *Road Materials and Pavement Design*. 2005. Vol. 6, No. 1, Pp. 31-51.
17. Александров А.С. Совершенствование расчета дорожных конструкций по сопротивлению сдвигу. часть 1. Учет деформаций в условии пластичности Кулона – Мора / Александров А.С., Калинин А.Л. // ИСЖ. – 2015. № 7. С. 4 – 17.
18. Craig R.F. Soil Mechanics. – Seventh edition. Department of Civil Engineering, University of Dundee, UK. – Published by Taylor & Francis e-Library, London and New York, 2004. – 447 p.
19. Foster, C.R., Ahlvin R.G. Stresses and deflections induced by a uniform circular load. *Proc. Highway Research Board*. 1954. Vol. 33. Pp. 236 – 246.
20. Ahlvin, R.G., Ulery, H.H. Tabulated Values for Determining the Complete Pattern of Stresses, Strains and Deflections Beneath a Uniform Load on a Homogeneous Half Space, Bull.342, Highway Research Record, 1962. Pp. 1-13.
21. Das. B.M. *Advanced soil mechanics, Third Edition*. New York, Taylor & Francis. 2008. 567 p.
22. Al-Tayer, T.H. A prototype simple shear and compaction apparatus with application to asphaltic concrete. *Ph.D. thesis*. University of Arizona, 1995. 229 p.
23. Appea A.K. Validation of FWD Testing Results at the Virginia Smart Road: Theoretically and by Instrument Responses. *Ph.D. thesis*, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 2003. 279 p.
24. Steven B.D. The development and verification of a pavement response and performance model for unbound granular pavements. *A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in the University of Canterbury*. 2005. 291 p.
25. O'Kelly B.C., Naughton P.J. Study of the yielding of sand under generalized stress conditions using a versatile Geogauge. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 2. Pp. 51-68. doi: 10.5862/MCE.62.6

- hollow cylinder torsional apparatus. *Mechanics of materials*. 2009. Vol. 41. Pp. 187 – 198.
26. Olson R.E. Stress distribution. *Advanced Soil Mechanics*. [Электронный ресурс] URL: <http://www.cyut.edu.tw/~jrlai/CE7332/Chap8.pdf>, свободный. – загл. с экрана. (дата обращения. 15.12.2011).
27. Кандауров, И.И. Механика зернистых сред и ее применение в строительстве / И.И. Кандауров. – М. :Стройиздат, 1966. 314 с.
28. Harr M.E. *Mechanics of Particulate Media*. McGraw-Hill, New York, NY. 1977. 543 p.
29. Ullidtz P., Askegaard V., Sjolín F.O. Normal Stresses in a Granular Material under Falling Weight Deflectometer Loading. *Transportation Research Record 1540*, National Research Council, Washington, D.C. 1996. Pp. 24-29.
30. Баданин, А.Н. Обоснование первой критической нагрузки на зернистую среду супесчаного основания / А.Н. Баданин, А.К. Бугров, А.В. Кротов // ИСЖ. 2012. № 9. С. 29 – 34.
31. Федоровский, В.Г. Расчет осадок фундаментов мелкого заложения и выбор модели основания для расчета плит / В.Г. Федоровский, С.Г. Безволев // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2000. № 4. С. 10 – 18.
32. Строкова, Л.А. Учет переуплотнения грунтов в расчетах оседания земной поверхности при сооружении туннелей / Л.А. Строкова // Известия Томского политехнического университета. 2010. Т. 316. № 1. С. 147 – 151.
33. Радовский, Б.С. Первые представления о прочности и расчете дорожных одежд: дорожные одежды до XX века / Б.С. Радовский // Дорожная техника. 2012. С. 120–133.
- hollow cylinder torsional apparatus. *Mechanics of materials*. 2009. Vol. 41. Pp. 187 – 198.
26. Olson R.E. Stress distribution. *Advanced Soil Mechanics*. [Elektronnyy resurs] URL: <http://www.cyut.edu.tw/~jrlai/CE7332/Chap8.pdf>, svobodnyy. – zagl. s ekrana. (data obrashcheniya. 15.12.2011).
27. Kandaurov, I.I. *Mekhanika zernistykh sred i yeye primeneniye v stroitelstve*. I.I. Kandaurov. – M. :Stroyizdat, 1966. 314 p.
28. Harr M.E. *Mechanics of Particulate Media*. McGraw-Hill, New York, NY. 1977. 543 p.
29. Ullidtz P., Askegaard V., Sjolín F.O. Normal Stresses in a Granular Material under Falling Weight Deflectometer Loading. *Transportation Research Record 1540*, National Research Council, Washington, D.C. 1996. Pp. 24-29.
30. Badanin, A.N. Obosnovaniye pervoy kriticheskoy nagruzki na zernistuyu sredu supeschanogo osnovaniya / A.N. Badanin, A.K. Bugrov, A.V. Krotov. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 9. Pp. 29 – 34.
31. Fedorovskiy, V.G. Raschet osadok fundamentov melkogo zalozheniya i vybor modeli osnovaniya dlya rascheta plit / V.G. Fedorovskiy, S.G. Bezvolev. *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov*. 2000. No. 4. Pp. 10 – 18.
32. Strokova, L.A. Uchet pereuplotneniya gruntov v raschetakh osedaniya zemnoy poverkhnosti pri sooruzhenii tunneley / L.A. Strokova. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta*. 2010. T. 316. No. 1. Pp. 147 – 151.
33. Radovskiy, B.S. Pervyye predstavleniya o prochnosti i raschete dorozhnykh odezhd: dorozhnyye odezhdyy do KhKh veka. B.S. Radovskiy. *Dorozhnaya tekhnika*. 2012. Pp. 120–133.

Анатолий Сергеевич Александров,
+7(913)6164212; эл. почта:
Aleksandrov00@mail.ru

Геннадий Владимирович Долгих,
+7(913)9756944; эл. почта:
gennadiy1987_87@mail.ru

Александр Львович Калинин,
+7(965)9858572; эл. почта:
a1exsandr55ne@mail.ru

Anatoliy Aleksandrov,
+7(913)6164212; Aleksandrov00@mail.ru

Gennadiy Dolgikh,
+7(913)9756944; gennadiy1987_87@mail.ru

Aleksandr Kalinin,
+7(965)9858572; a1exsandr55ne@mail.ru

© Александров А.С., Долгих Г.В., Калинин А.Л., 2016