

doi: 10.5862/MCE.63.1

Прочность и деформативность балочных изгибаемых элементов с внешним листовым армированием

Durability and deformability of braced bending elements with external sheet reinforcement

Ассистент В.Н. Медведев
д-р техн. наук, профессор С.Д. Семенюк,
Белорусско-Российский университет, г.
Могилев, Республика Беларусь

V.N. Medvedev
S.D. Semeniuk,
Belarusian- Russian University, Mogilev, Belarus

Ключевые слова: сопротивление;
сталебетонный изгибаемый элемент; внешнее
листовое армирование; собственные
деформации

Key words: resistance; reinforced concrete
bending element; external sheet reinforcement;
proper deformation

Аннотация. Экономическая эффективность сталебетонной конструкции КНЭСК (композитный несущий элемент строительных конструкций) достигается за счет многоцелевого использования упрочняющего элемента, который обеспечивает надежное сцепление стального опорного листа с бетоном, воспринимает поперечное усилие по прочности наклонных сечений, обеспечивает жесткость на стадии подачи бетонной смеси, воспринимает растягивающие и сжимающие усилия по прочности сечений, нормальных к продольной оси элемента. Уточнены методики расчета прочности сечений, нормальных (упругопластическая модель) и наклонных (деформационная модель) к продольной оси элемента, за счет учета работы упрочняющего элемента. Предложены зависимости по определению изгибной жесткости с различным положением волны упрочняющего элемента. Обоснованы геометрические размеры элементов сварного каркаса сталебетонного изгибаемого элемента типа КНЭСК. Предложены регрессионные зависимости по их определению для разных схем закрепления. Разработана методика проведения экспериментальных исследований балочных изгибаемых элементов типа КНЭСК. Получены данные о несущей способности, характере предельного состояния, напряженно-деформируемом состоянии исследуемых образцов. Полученные данные могут быть использованы при проектировании подобного рода конструкций.

Abstract. Economic efficiency of the CBEBS (composite bearing element of building structures) construction is achieved through the multipurpose usage of a strengthening element, which provides reliable adhesion between a steel supporting sheet and concrete, sustains a lateral load along durability of oblique sections, provides inflexibility during concrete mix feeding, sustains stretching and compressing forces along the durability sections to longitudinal axes of the element. At the expense of the strengthening element performance, the authors specified calculation methods for durability of normal (elastoplastic model) and oblique sections to longitudinal axes of the element (deformative model). There were offered dependencies to define bending rigidity with a different location of the wave of the strengthening element. There were validated geometrical sizes of the welded framework of the CBEBS reinforced concrete bending element. Besides, the authors came up with regression dependencies to define geometrical sizes for different fastening schemes. The paper presents a developed method to carry out experimental research on the CBEBS braced bending element. We have obtained data about bearing capacity, nature of the limiting state, the stress – strain state of the examined samples. The data that have been obtained can be used to design similar constructions.

Введение

Вопрос использования стального листа в комплексе с железобетонным элементом в строительной практике возник тогда, когда появилась необходимость создать конструкции для зданий и сооружений, которые бы играли роль гидроизоляции. В то время толщина стального листа как элемента изоляции принималась конструктивно и не учитывалась при расчете несущей способности конструкций.

Сталебетонные конструкции применяются в специальном, промышленном и гражданском строительстве [1–12], в мостостроении, в машиностроении [13] и других областях строительства. Наиболее распространенными и хорошо исследованными конструкциями с внешним армированием являются трубобетонные [12, 14, 15], в которых, благодаря преобразованию одноосного напряженного состояния в трехосное, обеспечивается повышение прочности бетонного ядра и несущей конструкции в целом.

Конструкции с листовой арматурой [16–19] незаменимы при необходимости металлической гидроизоляции в сооружениях объектов транспортного строительства, атомной энергетики. С их использованием строятся различные подземные сооружения: фундаменты под оборудование, тоннели, резервуары, опускные колодцы, подводные и плавучие сооружения, перекрытия с профилированной листовой и ортотропной арматурой, сооружения АЭС. Большой интерес вызывают сталебетонные конструкции с внешним полосовым армированием, применяемые в виде ригелей, подкрановых балок [20]. При этом используются конструкции с одиночным и двойным армированием полосами, в том числе предварительно напряженные [20].

Обзор литературы

В настоящее время имеется значительное количество работ, посвященных экспериментальным и теоретическим исследованиям прочности сталебетонных конструкций [1–10].

В 40-х и 50-х годах сталебетонные конструкции рассчитывались в предположении упругой работы стали и бетона, основанной на гипотезе плоских сечений и пропорциональности напряжений деформациям. Следующим этапом развития методов расчета сталежелезобетонных изгибаемых конструкций был метод предельного равновесия, предполагающий достижение всем сечением стального и железобетонного элементов сталежелезобетонной конструкции расчетных сопротивлений стали и бетона, а также основанный на гипотезе плоских сечений. Данный метод нашел свое широкое применение при расчете рассматриваемых конструкций и рассмотрен в работах авторов А.П. Васильева, А.А. Гвоздева [21–22].

К первым экспериментальным исследованиям сталебетонных конструкций можно отнести исследования Маккея, в которых исследовались стальные балки, помещенные в бетон, а также работы Кауфи, по результатам которых были предложены расчетные методики. Из современных работ можно отметить работы по изучению сталежелезобетонных балок, проводимые в Иллинойском университете, Сибирском автодорожном институте. Кроме того, необходимо отметить экспериментальные работы по изучению пространственных сталежелезобетонных балок, проведенные в ЦНИИАСе [23] и МАДИ Н.Н. Стрелетским и Г.Н. Соловьевым [24, 25].

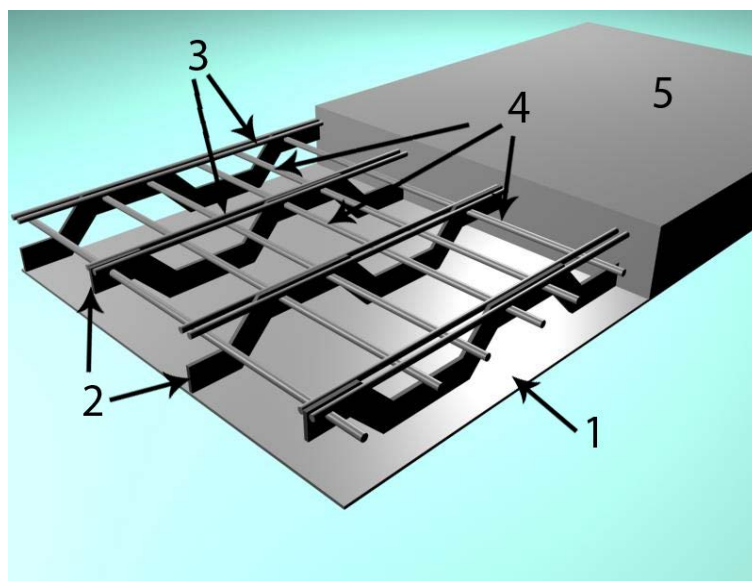


Рисунок 1. Общий вид сталебетонной конструкции с использованием упрочняющего элемента: 1 – стальной опорный лист; 2 – фасонная арматура (упрочняющий элемент); 3 – продольная стержневая арматура; 4 – поперечная стержневая арматура; 5 – бетон

Исследуемая конструкция (рис. 1), представляет собой сталебетонную балочную плиту, объединяющую стальной опорный лист, бетонный слой, упрочняющий элемент, установленный в продольном направлении, продольную и поперечную стержневую арматуру. Сущность этой конструкции состоит в том, что совместная работа бетона с опорным листом осуществляется за счет упрочняющего элемента (рис. 1, поз. 2), который выполнен из стального листа и приваривается к нижнему опорному листу (рис. 1, поз. 1). Кроме осуществления сцепления стального листа с бетоном, упрочняющий элемент улучшает работу конструкции, повышая несущую способность по прочности нормальных и наклонных сечений. При смещении волн упрочняющего элемента друг относительно друга на расстояние, равное половине длины волны, стальной сварной каркас повышает жесткость как на стадии подачи бетона омоноличивания (рис. 1, поз. 5), так и после набора прочности бетона.

Основные преимущества предлагаемой конструкции:

- снижение трудоемкости и стоимости изготовления за счет использования стального листа в качестве опалубки;
- повышенное сцепление металлической и бетонной составляющих;
- высокая несущая способность конструкций;
- повышение срока эксплуатации (в 1.5 раза).

Областью применения рассматриваемых конструкций является:

- мостостроение (возведение пролетных строений мостов);
- реконструкция (при замене плит междуэтажного перекрытия и покрытия);
- новое строительство (возведение балок железобетонного каркаса и плит перекрытия);
- строительство объектов, имеющих повышенные требования к несущей способности, экологичности, герметичности и сейсмостойкости (строительство АЭС, ГЭС и т.д.).

Для оценки напряженно-деформированного состояния предлагаемой конструкции были проведены численные исследования с использованием метода конечных элементов в программном комплексе ANSYS [26–28].

Численные исследования проводились с использованием теории планирования эксперимента (рис. 2). На основе результатов исследований были построены регрессионные зависимости, описывающие влияние факторов варьирования на функцию отклика.

В качестве плана вычислительного эксперимента был принят дробнофакторный план второго порядка [29] в нормированных значениях. Полиномиальная модель, описывающая зависимость функции отклика от значений факторов варьирования, имеет следующий вид:

$$Y = a_0 + a_1 \cdot X_1^2 + a_2 \cdot X_2^2 + a_3 \cdot X_3^2 + a_4 \cdot X_4^2 + a_5 \cdot X_1 + a_6 \cdot X_2 + a_7 \cdot X_3 + a_8 \cdot X_4 \quad (1)$$

где a_i – подлежащие определению коэффициенты.

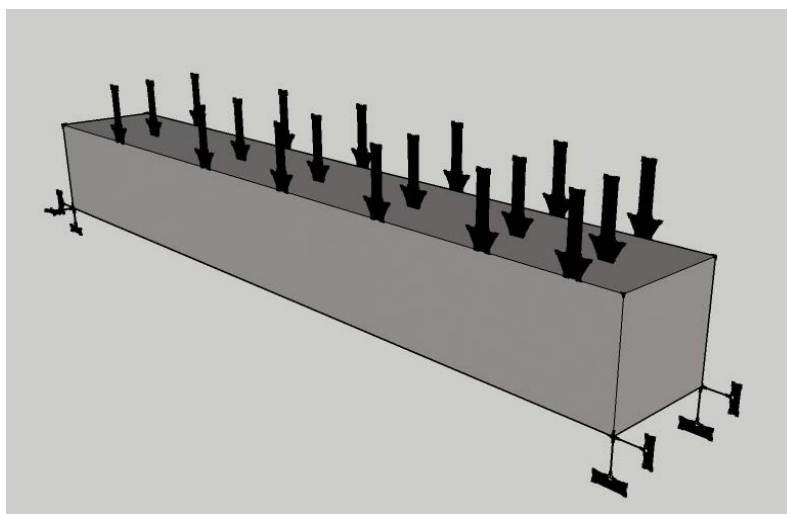


Рисунок 2. Расчетная схема композитного несущего элемента с внешним листовым армированием при изгибе с двусторонним шарнирным опиранием

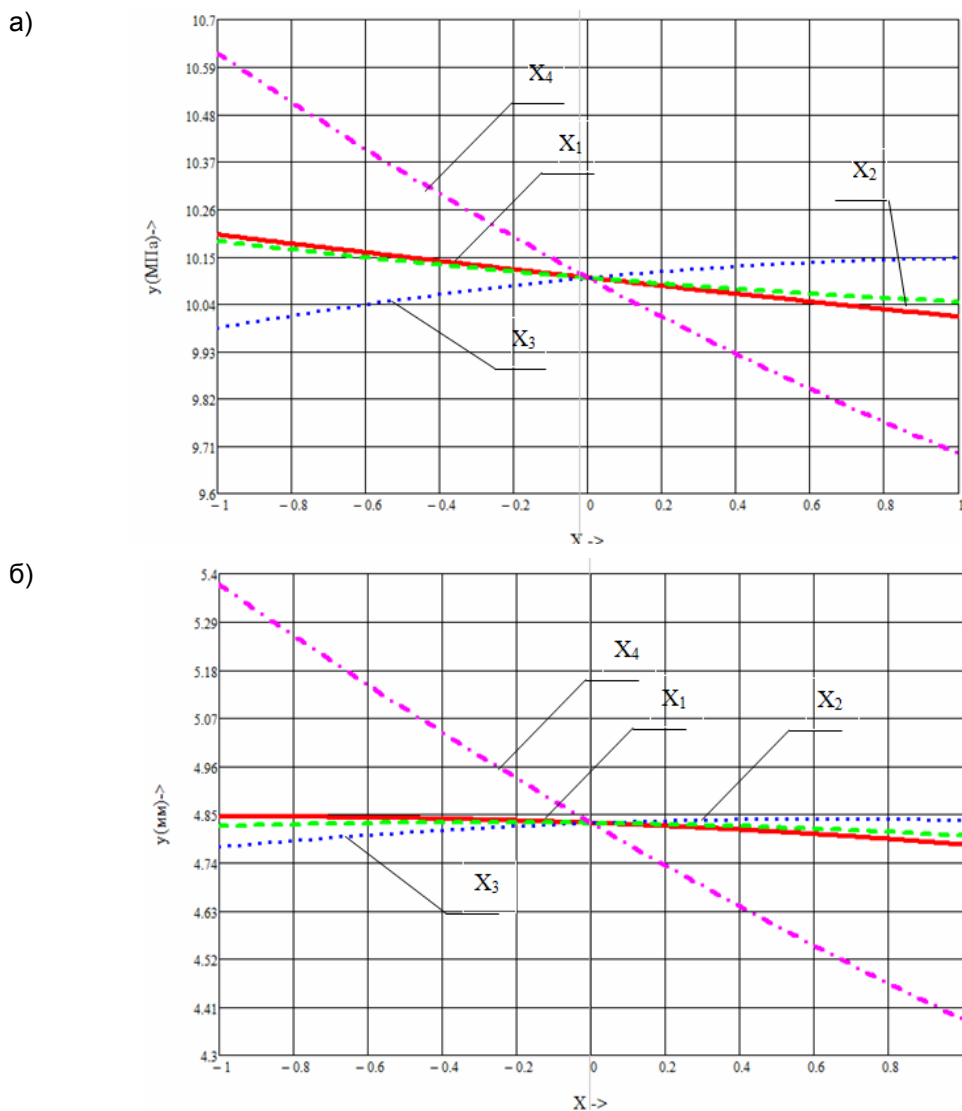


Рисунок 3. Значения функции отклика от факторов варьирования при шарнирном опирании и равномерно распределенной нагрузке: а) для вертикального прогиба Y_1 (мм); б) для эквивалентных напряжений Y_1 (МПа)

В качестве факторов варьирования были приняты следующие:

- X_1 – толщина листа упрочняющего элемента, мм;
- X_2 – шаг волн вдоль оси элемента, мм;
- X_3 – высота поперечного сечения упрочняющего элемента, мм;
- X_4 – толщина опорного листа, мм.

В качестве функций отклика были приняты прочностно-жесткостные и массовые характеристики КНЭСК (Композитный несущий элемент строительных конструкций): Y_1 – максимальный вертикальный прогиб (мм); Y_2 – максимальные эквивалентные напряжения в арматуре (МПа); Y_3 – масса металлической составляющей (кг).

Проверку значимости коэффициентов в полученных уравнениях регрессии осуществляли с помощью критического значения распределения Стьюдента [30]. Проверку адекватности полученных уравнений регрессии проводили по критерию Фишера.

Из полученных данных удалось установить (рис. 3), что на уровень напряжений и максимальные прогибы в стальном каркасе наибольшее влияние оказал фактор X_4 , однако этот же фактор оказывает наибольшее влияние и на массу исследуемой конструкции. Для схемы закрепления с жестким опиранием конструкции, кроме отмеченного фактора X_4 , на уровень напряжений оказывает влияние также высота упрочняющего элемента (X_3). Об остальных

Medvedev V.N., Semenuk S.D. Prochost i deformativnost balochnyh izgibaemyh elementov s vneshnim listovym armirovaniem [Durability and deformability of braced bending elements with external sheet reinforcement]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 3. Pp. 3–15. (rus) doi: 10.5862/MCE.63.1.

факторах варьирования можно говорить, что степень их влияния на функции отклика невелика. Однако при проектировании исследуемой конструкции необходимо определить, какая из качественных характеристик (жесткость или масса) является более важной.

Найдено предельное значение шага волн упрочняющего элемента вдоль оси элемента, при значениях ниже которого уровень напряжений не изменяется, а при большем начинает увеличиваться. Так, для жесткой схемы закрепления шаг X_3 равен 0.357 м.

На основе результатов исследований были получены регрессионные зависимости, позволившие обоснованно и в соответствии с предъявляемыми к конструкции требованиями производить выбор конструктивных параметров металлической составляющей.

Численными исследованиями для балок серий БК-1 и БК-3, кроме зон появления нормальных и наклонных трещин, были определены зоны внутреннего, местного разрушения бетона вследствие перераспределения усилий от упрочняющего элемента (зона I, рис. 4), а также в результате нарушения сцепления бетона с упрочняющим элементом. Характер предельного состояния конечноэлементной модели показал, что для предотвращения деструктивных процессов в зоне контакта упрочняющего элемента с бетоном, а также для более надежной анкерки необходимо устанавливать дополнительные анкерующие элементы (поперечные стержни).

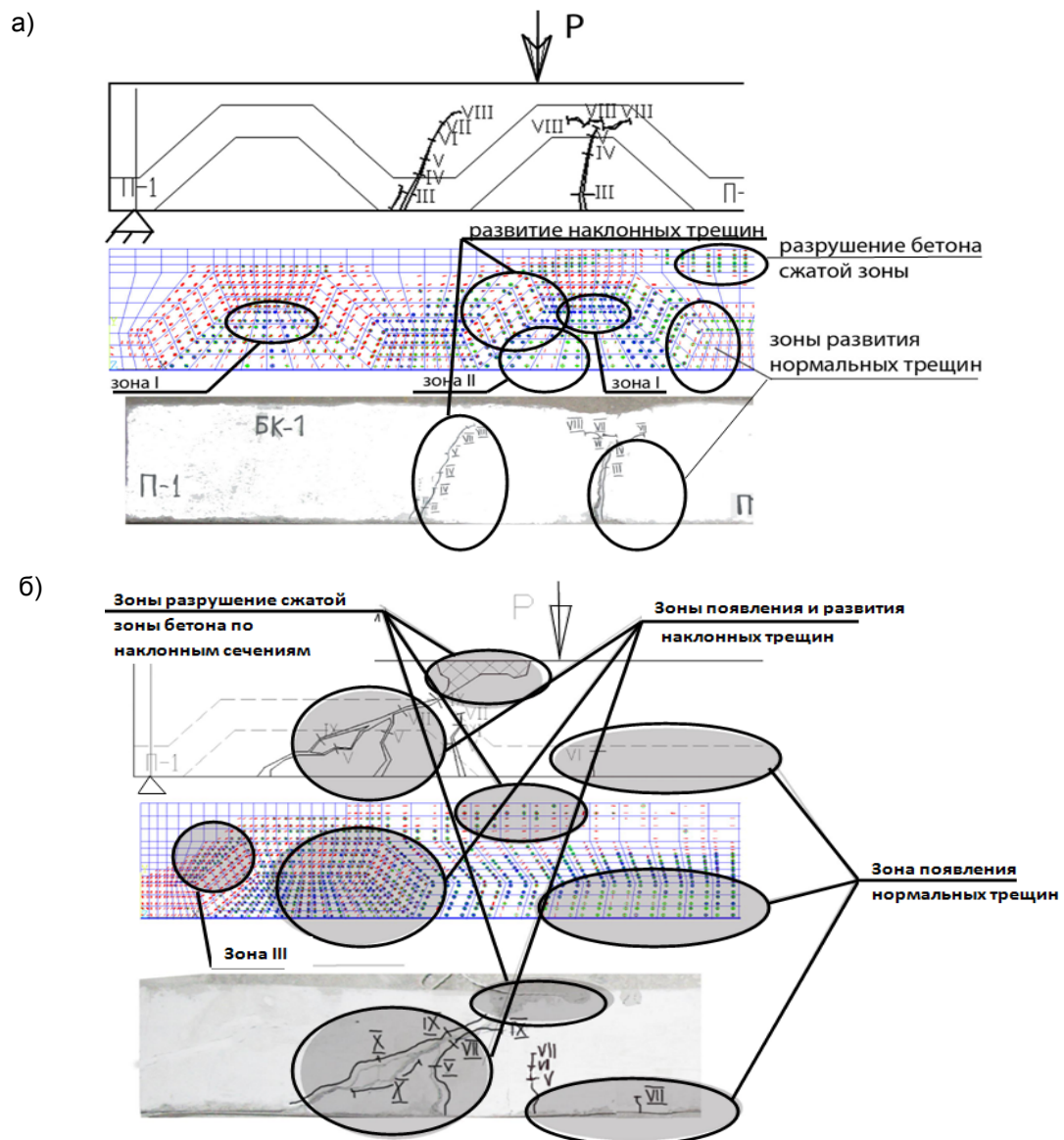


Рисунок 4. Разрушение балок при численном моделировании и сравнение с экспериментальными данными: а) балка БК-1; б) балка БК-2

Медведев В.Н., Семенук С.Д. Прочность и деформативность балочных изгибаемых элементов с внешним листовым армированием // Инженерно-строительный журнал. 2016. № 3(63). С. 3–15.

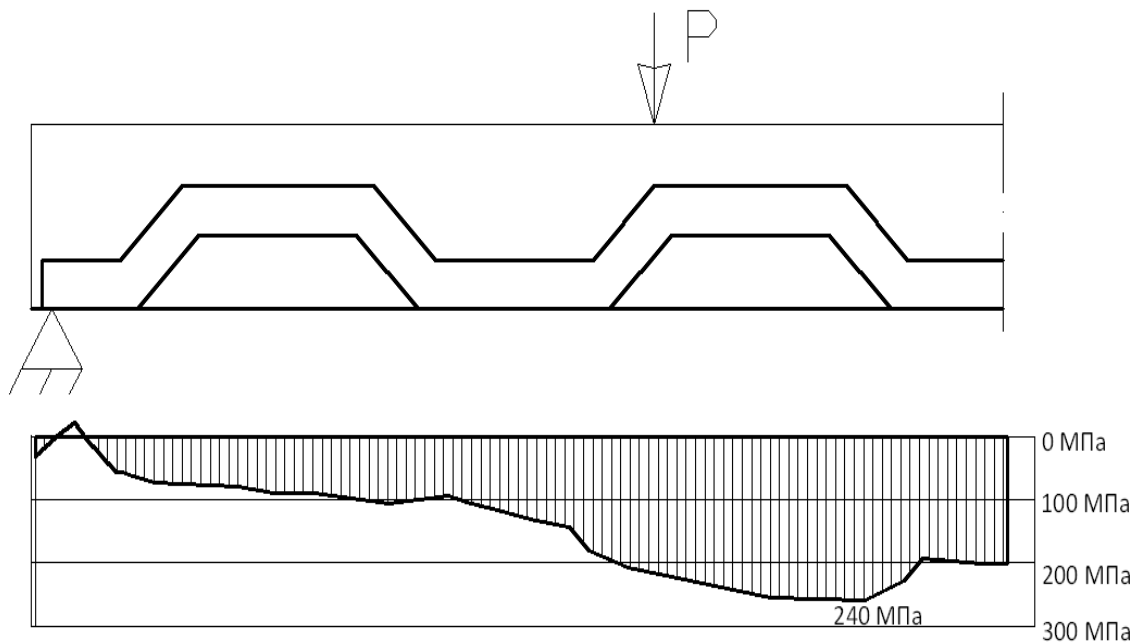


Рисунок 5. Эпюра эквивалентных напряжений в стальном опорном листе для балки БК-1, БК-1а

Выявлено снижение напряжений и деформаций в зонах сварных соединений (рис. 5) стального опорного листа с упрочняющим элементом. Это связано с увеличением поперечного сечения, а также с повышением жесткости стального опорного листа за счет включения в работу упрочняющих элементов.

Таким образом, эпюра эквивалентных напряжений стального листа имеет волнообразную форму с минимумами в местах сварных соединений и максимумами в пролетах между ними. В связи с этим при проектировании данного вида конструкций целесообразно увеличивать длину контакта между опорным листом и упрочняющим элементом в зонах максимального изгибающего момента.

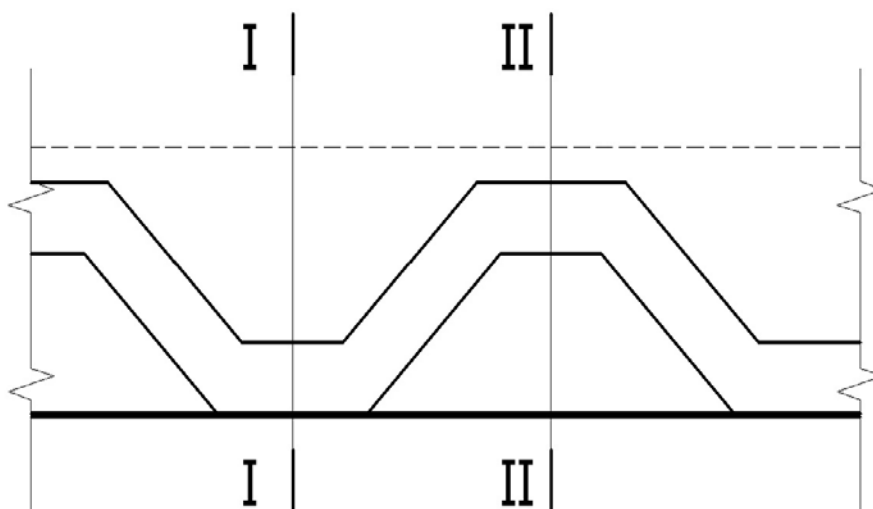


Рисунок 6. Характерные сечения в зоне чистого изгиба

При проектировании изгибаемых сталебетонных балочных элементов с упрочняющим элементом рекомендуется устанавливать упрочняющий элемент таким образом, чтобы он

находился максимально близко к внешней растянутой грани сечения (рис. 6, сечение I–I). Это позволит воспринимать дополнительный изгибающий момент. При этом характеристики сварного шва (длина, катет и пр.) принимаются по расчету.

По результатам численных исследований были подготовлены и проведены натурные испытания балочных изгибаемых элементов с внешним листовым армированием. В ходе испытаний было изготовлено и испытано три серии образцов, включающих в себя 18 балок. Тестовая серия состояла из 8 балок с использованием традиционных анкерных упоров из стержневой арматуры. Вторая и третья серия включали в себя 10 опытных балок с использованием упрочняющего элемента (рис. 7).

Геометрические размеры опытных образцов выбирались по результатам численных исследований, описанных выше. Это позволило при минимальном количестве опытов получить наиболее полную картину о прочности, деформативности и характере предельного состояния исследуемых конструкций. Опалубочные размеры опытных элементов составляли 1,4x0,15x0,1 м.

Испытания железобетонных балок производились по схеме четырехточечного изгиба на прессе «ГМС-50». Схемы расположения измерительных приборов и приложения нагрузок приведены на рисунке 7.

Как показали экспериментальные исследования, характер образования и развития нормальных трещин в зоне чистого изгиба экспериментальных образцов зависит от положения упрочняющего элемента. Образование трещин и значительное их раскрытие главным образом происходило в сечении с положением волны упрочняющего элемента вверху. Удалось получить среднее значение расстояния между трещинами l_{cr} . Для балок серии БК-3 и БК-3а максимальное и минимальное значения l_{cr} составили 276 и 135 мм, средневзвешенное значение составило 180.4 мм. Для балок серии БК-1 и БК-1а максимальное и минимальное значения l_{cr} составили 269 и 133 мм, средневзвешенное значение составило 170.5 мм.

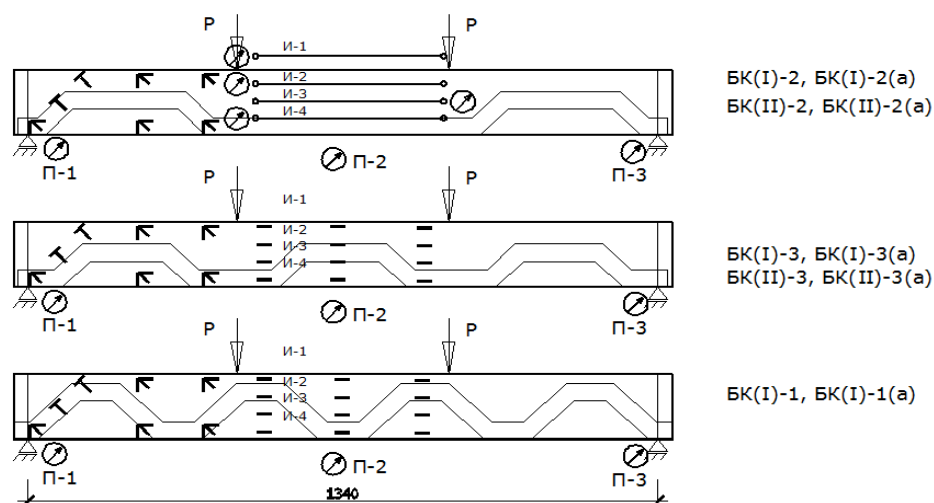


Рисунок 7. Схема расположения тензорезисторов и других измерительных приборов на бетоне опытных образцов

Экспериментально полученные графики «момент – кривизна» для сечений с положением волны упрочняющего элемента внизу (рис. 8) показывают, что жесткость рассматриваемого сечения остается неизменной вплоть до разрушения образца ($B=const$).

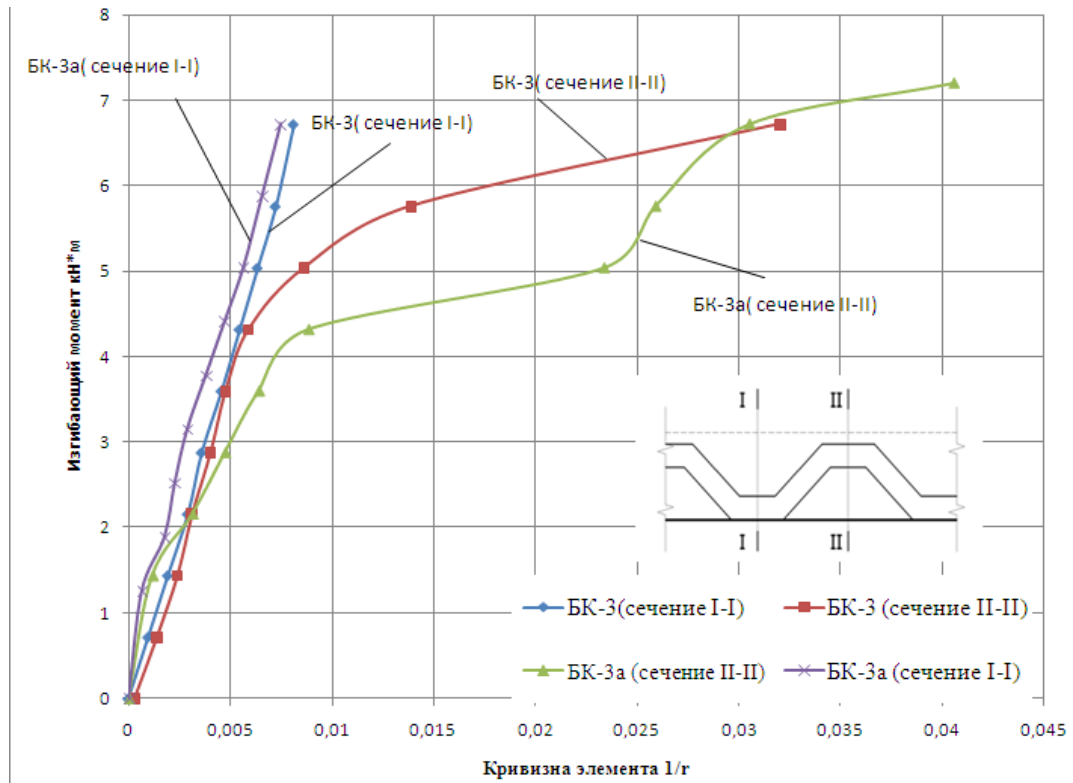
На основании полученных данных об особенностях работы бетона и стали в нормальном сечении элемента сделан вывод о перераспределении внутренних усилий в бетоне, а также о неравномерном перераспределении деформаций вдоль оси элемента. Этот факт может быть объяснен волнообразной формой упрочняющего элемента.

Несущая способность экспериментальных сталебетонных балок с использованием упрочняющего элемента оказалась на 30 % больше, чем несущая способность тестовых образцов с традиционными анкерными упорами, выполненными из стержневой арматуры.

Характерным для экспериментальных образцов серии БК-2 является разрушение всех 4 балок по наклонным сечениям, причем наклонная трещина пересекала упрочняющий элемент под углом $60^\circ \dots 90^\circ$. Угол наклона трещины менялся по мере ее развития.

Медведев В.Н., Семенюк С.Д. Прочность и деформативность балочных изгибаемых элементов с внешним листовым армированием // Инженерно-строительный журнал. 2016. № 3(63). С. 3–15.

a)



б)

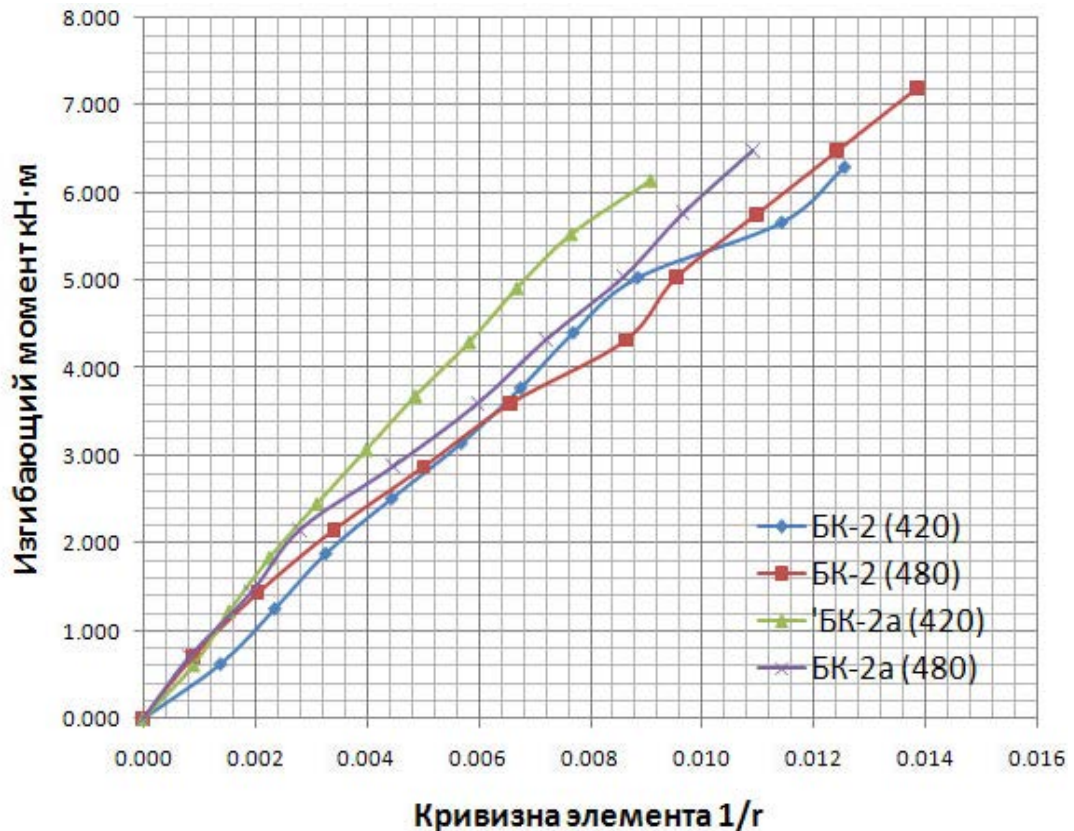


Рисунок 8. Зависимость «момент – кривизна»: а) для балок BK-3; б) для балок BK-2

На основе экспериментальных данных и данных численных исследований предлагаются уточненные методики для расчета прочности сечений, нормальных (упругопластическая модель [31]) и наклонных (деформационная модель [32]) к продольной оси элемента.

Предложены зависимости по определению изгибной жесткости с различным положением волны упрочняющего элемента. Выполнен анализ напряженно-деформированного состояния балочных изгибаемых элементов с внешним листовым армированием на основании данных численных исследований и их сравнение с экспериментальными данными.

При расчете прочности сечений, нормальных к продольной оси элемента, по упругопластической модели (2) в расчет вводятся прочностные и деформативные характеристики бетона и стали, зависящие от предельной сжимаемости и деформативности (λ – коэффициент пластичности).

$$M_{sd} \leq M_{rd} = 0,5 \cdot b \cdot x [(1 + \lambda)d - 0,33x(1 + \lambda + \lambda^2)] + f_{cu} \cdot A'_s(d - c'), \quad (2)$$

где (см. рис. 9) M_{sd} – расчетный изгибающий момент, вызванный действием внешней нагрузки; M_{rd} – прочность сечения при изгибе; b – ширина расчетного сечения; λ – коэффициент пластичности; d – рабочая высота элемента; c' – защитный слой бетона для сжатой арматуры; A'_s – площадь сжатой арматуры; f_{su} – нормальные напряжения в сжатой арматуре.

При расчете конструкций с внешним листовым армированием предлагается вводить в расчет уточненную рабочую высоту элемента d , мм (3):

$$d = h - y'_c, \quad (3)$$

где h , мм – высота сечения элемента; y'_c , мм – положение центра тяжести составного сечения стального каркаса (рис. 9), равное:

$$y'_c = \frac{\sum S_{0-0}}{\sum A}, \quad (4)$$

где $\sum S_{0-0}$ – сумма статических моментов относительно оси 0–0; $\sum A$ – сумма площадей поперечного сечения стальной сварной составляющей.

Расчет сталебетонных элементов с упрочняющим элементом на действие поперечной силы для обеспечения прочности по наклонной трещине автором предлагается определять по деформационной модели с учетом A_{sy} (5):

$$V_{Rd} = f_{yd2} \cdot A_{sy} + \frac{1,5 \cdot \eta_{c2} \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d^2}{l_{inc}}, \quad (5)$$

где V_{rd} – расчетная поперечная сила, воспринимаемая элементом; f_{yd2} – расчетное сопротивление стали упрочняющего элемента при разрыве; f_{ctd} – расчетное сопротивление бетона растяжению; b_w – расчетная ширина балки при расчетах на действие перерезывающих сил; l_{inc} – проекция наклонной трещины на продольную ось элемента; η_{c2} – коэффициент, учитывающий влияние вида бетона, принимается для бетона: тяжелого – 2.0, мелкозернистого – 1.7, легкого при марке по средней плотности D1900 и более – 1.9; A_{sy} – вводимая в расчет проекция поперечного сечения упрочняющего элемента на ось наклонной трещины (рис. 10):

$$A_{sy} = A_n / \sin(\alpha + \theta) \quad (6)$$

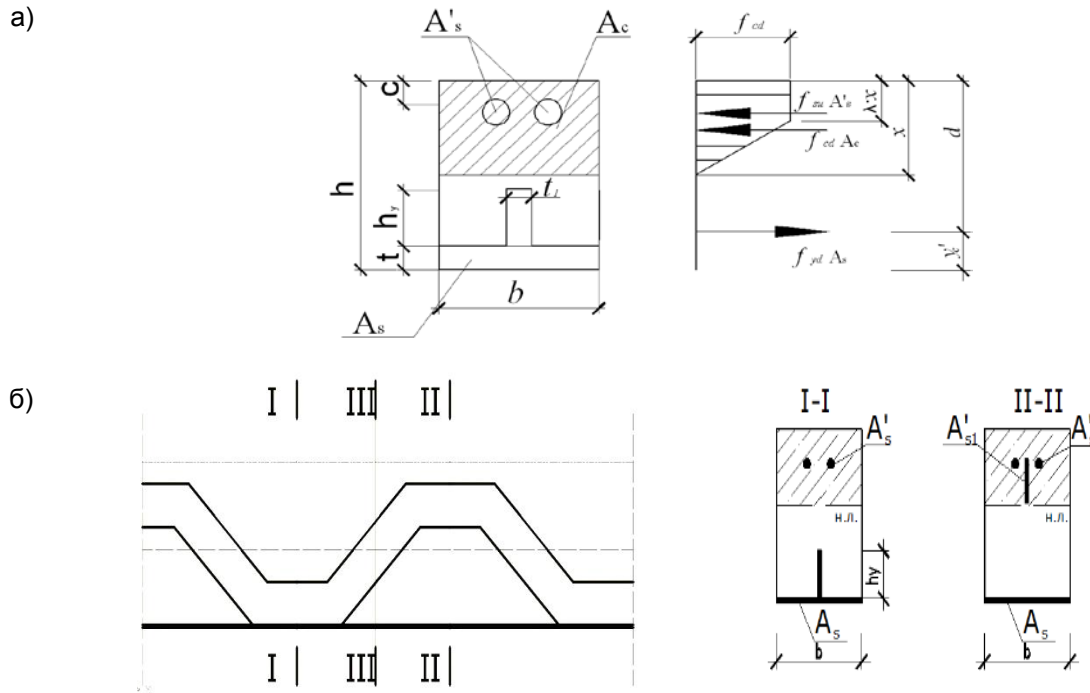


Рисунок 9. К расчету прочности нормальных сечений: а) усилия в сечении, нормальном к продольной оси элемента, для сечения I-I; б) расчетные сечения балочного изгибаемого элемента

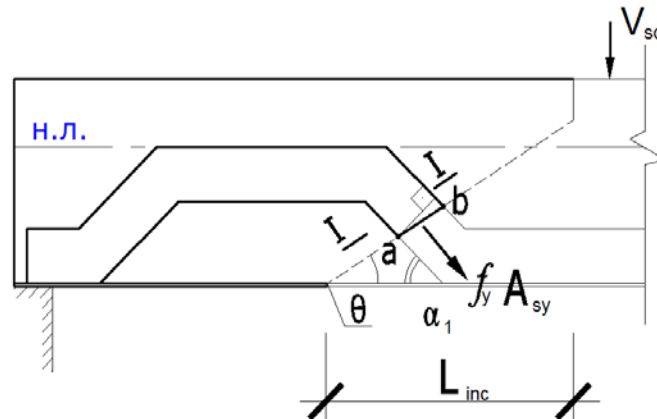


Рисунок 10. К определению рабочей площади упрочняющего элемента в наклонном сечении

Величина прогиба исследуемой конструкции определяется согласно формуле:

$$a = \int_0^l M(x) \frac{M_{sd}(x)}{B_{st}} dx, \tag{7}$$

где $M(x)$ – уравнение изгибающих моментов в балке от действия единичной силы, приложенной по направлению искомого перемещения в сечении x ;

$M_{sd}(x)$ – уравнение изгибающих моментов в сечении x ;

B_{st} – изгибная жесткость исследуемого элемента нагрузки, $H \cdot m^2$, определяемая по (8):

$$B_{st} = B_s + B_c, \tag{8}$$

где B_s – жесткость, обеспечиваемая стальным каркасом, $H \cdot m^2$;

B_c – жесткость, обеспечиваемая бетоном, $H \cdot m^2$.

При этом B_s предлагается определять по формулам: (9) – для сечения I-I; (10) – для сечения II-II (рис. 9).

$$B_s^{I-I} = E_s I_s^{I-I} = E_s \left[(t \cdot b + t_1 \cdot h_y) \cdot \left(h - (x + y'_c) \right)^2 \right], \quad (9)$$

$$B_s^{II-II} = E_s I_s = E_s \left[\left(t \cdot b \cdot \left(h - \left(x + \frac{t}{2} \right) \right)^2 + t_1 \cdot h_y \cdot \left(x - \left(h - h_t - \frac{h_y}{2} \right) \right)^2 \right). \quad (10)$$

где E_s – модуль упругости стали; t , t_1 , h_y , h_b , h , b , x – геометрические характеристики поперечного сечения стальной сварной составляющей, указанные на рисунке 9.

В результате анализа напряженно-деформируемого состояния конечноэлементной модели исследуемой конструкции удалось установить ряд особенностей, обусловленных характером геометрии упрочняющего элемента, а также расположением его в объеме образцов.

Заключение

В результате проделанной работы были достигнуты следующие результаты.

1. Впервые проведены численные исследования напряженно-деформируемого состояния балочных конструкций, использующих упрочняющий элемент в качестве анкера. Основными результатами проведенных исследований являются:

- научно обоснованные конструктивные параметры стального каркаса как на стадии восприятия нагрузки от веса свежесушеного бетона, так и после набора прочности бетоном, включающие количество и размещение в плане упрочняющих элементов;
- регрессионные зависимости (получены впервые) для различных схем закрепления конструкции, позволяющие обоснованно и в соответствии с предъявляемыми к конструкции требованиями производить выбор оптимальных конструктивных параметров металлической составляющей;
- данные об особенностях напряженно-деформируемого состояния балочных изгибаемых элементов в зоне контакта упрочняющего элемента с бетоном.

2. Впервые получены результаты экспериментальных исследований сопротивления балочных сталебетонных элементов с различными геометрическими размерами упрочняющего элемента, касающиеся:

- характера напряженно-деформированного состояния опытных образцов на различных этапах нагружения, включая картины трещинообразования и разрушения;
- экспериментального определения жесткостных характеристик балочных изгибаемых элементов с внешним листовым армированием при различном положении волны упрочняющего элемента.

3. На основе экспериментальных данных и данных численных исследований разработана модель сопротивления балочных изгибаемых элементов с использованием диаграмм деформирования для материалов, условия совместности деформаций и равновесия для критических сечений (прочность нормальных и наклонных сечений, прочность контакта стального листа с бетоном). Предложены зависимости по определению изгибной жесткости с различным положением волны упрочняющего элемента.

Литература

1. Замалиев Ф.С. Прочность и деформативность сталежелезобетонных изгибаемых конструкций гражданских зданий при различных видах нагружения: дис. ... д-ра тех. наук. Казань. 2013. 349 с.
2. Hsiao P.C., Lehman D. E., Roeder C. W. Improved Analytical Model for Special Concentrically Braced Frames // *Journal of Constructional Steel Research*. 2012. No. 73. Pp. 80–94.
3. Пекин Д.А. Плитная сталежелезобетонная конструкция. М.: Издательство Ассоциации строительных вузов. 2010. 440 с.
4. Ye J.H., Chen W. Elastic restrained distortional buckling of steel-concrete composite beams based on elastically supported column method. // *International Journal of*

References

1. Zamaliyev F.S. *Prochnost i deformativnos: stalezhelezobetonnykh izgibayemykh konstruksiy grazhdanskikh zdaniy pri razlichnykh vidakh nagruzheniya* [The strength and deformability of composite bent constructions of civil buildings with different types of loading]: dis. ... d-ra tekhn. nauk. Kazan, 2013. 349 p. (rus)
2. Hsiao P.C., Lehman D.E., Roeder C.W. Improved Analytical Model for Special Concentrically Braced Frames. *Journal of Constructional Steel Research*. 2012. No. 73. Pp. 80–94.
3. Pekin D.A. *Plitnaya stalezhelezobetonnyaya konstruksiya* [The reinforced concrete slab construction] M.: Izdatelstvo Assotsiatsii stroitelnykh vuzov, 2010. 440 p. (rus)
4. Ye J.H., Chen W. Elastic restrained distortional buckling

Медведев В.Н., Семенюк С.Д. Прочность и деформативность балочных изгибаемых элементов с внешним листовым армированием // *Инженерно-строительный журнал*. 2016. № 3(63). С. 3–15.

- Structural Stability and Dynamics. 2013. No. 13(1). Pp. 1-29.
5. Фридкин В.М. Принципы формообразования в теории линейно протяженных сооружений: дис. ... д-ра тех. наук. М., 2006. 512 с.
 6. Стрелецкий Н. С. Сталежелезобетонные конструкции в нашей стране. Металлические конструкции: спец. курс. М.: Москва. 1995. С. 126—132.
 7. Стороженко Л.И., Ефименко В.И., Пенц В.Ф. Строительные конструкции из стальных труб, заполненных центрифугированным бетоном. Киев: Четверта хвиля. 2001. 144 с.
 8. Lawson R. M. Recent Trends in Composite Construction. // Concrete. 1986. No. 20(2). Pp. 5—7.
 9. Champenois D., Corfdir A., Corfdir P. Calculating the critical buckling force in compressed bottom flanges of steel-concrete composite bridges. // European Journal of Environmental and Civil Engineering. 2014. Vol. 18(3). Pp. 271—292.
 10. Gholamhoseini A., Khanlou A., MacRae G., Scott A., Hicks S., Leon R. An experimental study on strength and serviceability of reinforced and steel fibre reinforced concrete (SFRC) continuous composite slabs // Engineering Structures. 2016. No. 114(1). Pp 171-180.
 11. Vasdravellis G., Uy B., Tan E.L., Kirkland B. Behaviour and design of composite beams subjected to sagging bending and axial compression Original Research // Journal of Constructional Steel Research. 2015. No. 110. Pp 29-39.
 12. Воронков Р. В. Железобетонные конструкции с листовым армированием. Ленинград: Стройиздат, 1975. 145 с.
 13. Кикин А.И., Санжаровский Р.С., Труль Г.А. Конструкции из стальных труб, заполненных бетоном. М.: Госстройиздат, 1974. 146 с.
 14. Применение железобетона в машиностроении: сб. статей / Под ред. И. Г. Людского. М.: Машиностроение, 1964. 503 с.
 15. Фонов В.М., Людковский И.Г., Нестерович А.П. Прочность и деформативность трубобетонных элементов при осевом сжатии // Бетон и железобетон. 1989. № 1. С. 4—6.
 16. Санжаровский Р. С. Трубобетонные конструкции в строительстве // Промышленное строительство. 1979. № 5. С. 22—23.
 17. Воронков Р.В. Некоторые особенности и конструктивные возможности применения листовой арматуры в железобетонных сооружениях. Проектирование и расчет строительных конструкций. Ленинград: ЛДНТП. 1981. С. 68—75.
 18. Воронков Р. В. Новые конструктивные решения железобетонных сооружений с листовой арматурой. Ленинград: ЛДНТП, 1985. 32 с.
 19. Клименко Ф.Е., Барабаш В.М. Листовая арматура периодического профиля для железобетонных конструкций с внешним армированием // Бетон и железобетон. 1977. № 6. С. 19—22.
 20. Клименко Ф. Е. Сталебетонные конструкции с внешним полосовым армированием. Киев: Будівельник, 1984. 88 с.
 21. Клименко Ф.Е., Барабаш В.М., Павловская М.А. Прочность и деформативность преднапряженных сталебетонных балок с внешней листовой арматурой // Бетон и железобетон. 1978. № 5. С. 10—12.
 22. Гвоздев А. А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. Москва: Стройиздат, 1949. 280 с.
 23. Васильев А.П. Железобетон с жесткой арматурой. М.: Госстройиздат, 1941. 111 с.
 24. Васильев А.П. Проектирование железобетонных
 - of steel-concrete composite beams based on elastically supported column method. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 2013. No. 13(1). Pp. 1 - 29.
 5. Fridkin V.M. *Printsiipy formoobrazovaniya v teorii lineynoy protyazhennykh sooruzheniy* [The principles of forming in the theory of extended linear structures]: dis. ... d-ra tekhn. nauk. Moscow, 2006. 512 p. (rus)
 6. Streletskiy N. S. *Stalezhelezobetonnyye konstruksii v nashey strane* [The composite structures in our contry]. Moscow, 1995. Pp. 126—132. (rus)
 7. Storozhenko L. I., Yefimenko V. I., Pents V.F. *Stroitelnyye konstruksii iz stalnykh trub, zapolnennykh tsentrifugirovannym betonom* [The building structures made of steel tubes, filled with spun concrete]. Kiyev: Chetverta khvilya, 2001. 144 p. (rus)
 8. Lawson R. M. Recent Trends in Composite Construction. *Concrete*. 1986. No. 20(2). Pp. 5—7.
 9. Champenois D., Corfdir A., Corfdir P. Calculating the critical buckling force in compressed bottom flanges of steel-concrete composite bridges. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*. 2014. Vol. 18(3). Pp. 271—292.
 10. Gholamhoseini A., Khanlou A., MacRae G., Scott A., Hicks S., Leon R. An experimental study on strength and serviceability of reinforced and steel fibre reinforced concrete (SFRC) continuous composite slabs. *Engineering Structures*. 2016. No. 114(1). Pp. 171—180.
 11. Vasdravellis G., Uy B., Tan E.L., Kirkland B. Behaviour and design of composite beams subjected to sagging bending and axial compression Original Research. *Journal of Constructional Steel Research*. 2015. No. 110. Pp. 29—39.
 12. Voronkov R. V. *Zhelezobetonnyye konstruksii s listovym armirovaniyem* [Reinforced concrete structures with sheet reinforcement]. Leningrad: Stroyizdat, 1975. 145 p. (rus)
 13. Kikin A.I., Sanzharovskiy R.S., Trul G.A. *Konstruksii iz stalnykh trub, zapolnennykh betonom* [Construction of steel tubes filled with concrete]. Moscow: Gosstroyizdat, 1974. 146 p. (rus)
 14. *Primeneniye zhelezobetona v mashinostroyeni: sb. statey* [The use of reinforced concrete in engineering: collection of papers]. Moscow: Mashinostroyeniye, 1964. 503 p. (rus)
 15. Fonov V.M., Lyudkovskiy I.G., Nesterovich A.P. *Prochnost i deformativnost trubobetonnykh elementov pri osovom szhatii* [Durability and deformation of the pipe-concrete elements under axial compression]. *Beton i zhelezobeton*. 1989. No. 1. Pp. 4 6. (rus)
 16. Sanzharovskiy R.S. *Trubobetonnyye konstruksii v stroitelstve* [Pipe-concrete structures in the construction]. *Promyshlennoye stroitelstvo*. 1979. No. 5. Pp. 22 23. (rus)
 17. Voronkov R. V. *Nekotoryye osobennosti i konstruktivnyye vozmozhnosti primeneniya listovoy armatury v zhelezobetonnykh sooruzheniyakh. Proyektirovaniye i raschet stroitelnykh konstruksiy* [Some features of the design and the possibility of using sheet reinforcement in reinforced concrete structures. Design and calculation of building structures.]. Leningrad: LDNTP. 1981. Pp. 68 - 75. (rus)
 18. Voronkov R. V. *Novyye konstruktivnyye resheniya zhelezobetonnykh sooruzheniy s listovoy armaturoy* [New designs of reinforced concrete structures with sheet reinforcement]. Leningrad: LDNTP, 1985. 32 p. (rus)
 19. Klimenko F.Ye., Barabash V.M. *Listovaya armatura periodicheskogo profilya dlya zhelezobetonnykh konstruksiy s vneshnim armirovaniyem* [Steel reinforcement with periodic profile for concrete constructions with external reinforcement]. *Beton i zhelezobeton*. 1977. № 6. Pp. 19—22. (rus)
 20. Klimenko F. Ye. *Stalebetonnyye konstruksii s vneshnim*

Medvedev V.N., Semenuk S.D. Prochnost i deformativnost balochnyh izgibaemykh elementov s vneshnim listovym armirovaniem [Durability and deformability of braced bending elements with external sheet reinforcement]. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. No. 3. Pp. 3—15. (rus) doi: 10.5862/MCE.63.1.

- конструкций с жесткой арматурой. М.: Стройиздат, 1943. 51 с.
25. Salmon Ch.G., Fisher J.M. Composite steel-concrete construction // *Steel Structures. Design and Behavior*. Harper and Row. 1971. No.1. Pp.41-79.
 26. Чудновский Н.Н. Теоретическое и экспериментальное исследование мостовых балок комбинированного сечения: автореф. дис. ... канд. техн. наук М.: МАДИ., 1956. 18 с.
 27. Стрелецкий Н.Н. Сталежелезобетонные пролетные строения мостов: 2-е изд., перераб. и доп. М: Транспорт, 1981. 360 с.
 28. Beck A.T., DaRosa E. Structural Reliability Analysis Using Deterministic Finite Element Programs // *Latin American Journal of Solids and Structures*. 2006. No. 3. Pp. 197-222.
 29. Padmarajaiah S.K., Ramaswamy A.A Finite element assessment of flexural strength of prestressed concrete beams with fiber reinforcement // *Cement and Concrete Composites*. 2002. No. 24. Pp. 229-241.
 30. Kim S., Lee U. Effects of delamination on guided waves in a symmetric laminated composite beam // *Mathematical Problems in Engineering*. 2014 No.14. Pp. 12.
 31. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Минск: ДизайнПРО, 1997. 640 с
 32. Большаков В.Д. Теория ошибок наблюдений. М.: Недра, 1983. 223 с.
 33. Семенюк С.Д. Железобетонные пространственные фундаменты жилых и гражданских зданий на неравномерно деформируемом основании: монография. Могилев: Беларус.-Росс. Университет. 2003. 269 с.
 34. Тур В.В., Кондратчик Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил: монография. Брест: БГТУ. 2000. 400 с.
 - polosovym armirovaniyem* [Reinforced concrete structures with an external bandpass reinforcement]. Kiyev: Budivelnik, 1984. 88 p. (rus)
 21. Klimenko F.Ye., Barabash V.M., Pavlovskaya M.A. Prochnost i deformativnost prednapryazhennykh stalebetonnykh balok s vneshney listvoy armaturoy [Durability and a deformation property of prestressed concrete beams with external sheet reinforcement]. *Beton i zhelezobeton*. 1978. No 5. Pp. 10–12. (rus)
 22. Gvozdev A. A. *Raschet nesushchey sposobnosti konstruktsiy po metodu predelnogo ravnovesiya* [Calculation of bearing capacity of structures by the method of limit equilibrium]. Moscow: Stroyizdat, 1949. 280 p. (rus)
 23. Vasilyev A.P. *Zhelezobeton s zhestkoй armaturoy* [Reinforced concrete with rigid reinforcement]. Moscow: Gosstroyizdat, 1941. 111 p. (rus)
 24. Vasilyev A.P. *Proyektirovaniye zhelezobetonnykh konstruktsiy s zhestkoy armaturoy* [Design of reinforced concrete structures with a rigid reinforcement]. Moscow: Stroyizdat, 1943. 51 p. (rus)
 25. Salmon Ch.G., Fisher J.M., Composite steel-concrete construction. *Steel Structures. Design and Behavior*. Harper and Row. 1971. No.1. Pp. 41–79.
 26. Chudnovskiy N.N. *Teoreticheskoye i eksperimentalnoye issledovaniye mostovykh balok kombinirovannogo secheniya* [Theoretical and experimental research of bridge beams with composite sections]: avtoref. dis. ... kand. tekhn. Nauk. Moscow: MADI., 1956. 18 p. (rus)
 27. Streletskiy N.N. *Stalezhelezobetonnyye prolethnyye stroyeniya mostov* [Reinforced concrete superstructures of bridges]. 2-ye izd., pererab. i dop. Moscow: Transport, 1981. 360 p. (rus)
 28. Beck A.T., DaRosa E. Structural Reliability Analysis Using Deterministic Finite Element Programs. *Latin American Journal of Solids and Structures*. 2006. No. 3. Pp. 197 - 222.
 29. Padmarajaiah S.K., Ramaswamy A. A finite element assessment of flexural strength of prestressed concrete beams with fiber reinforcement. *Cement and Concrete Composites*. 2002. No. 24. Pp. 229–241.
 30. Kim S., Lee U. Effects of delamination on guided waves in a symmetric laminated composite beam. *Mathematical Problems in Engineering*. 2014. No.14. Pp. 12.
 31. Tarasik V.P. *Matematicheskoye modelirovaniye tekhnicheskikh system* [Mathematical modeling of technical systems]. Minsk: DizaynPRO. 1997. 640 p. (rus)
 32. Bolshakov V.D. *Teoriya oshibok nablyudeniya* [The theory of observation errors]. Moscow: Nedra, 1983. 223 p. (rus)
 33. Semenyuk S.D. *Zhelezobetonnyye prostranstvennyye fundamenty zhilykh i grazhdanskikh zdaniy na neravnomerno deformiruyemom osnovanii: monografiya* [Concrete dimensional foundations of residential and civil buildings on the uneven deformed basis: monograph]. Mogilev: Belarus.-Ross. universitet, 2003. 269 p. (rus)
 34. Tur V.V., Kondratchik *Raschet zhelezobetonnykh konstruktsiy pri deystvii pererezyvayushchikh sil: monografiya* [Calculation of reinforced concrete structures under the action of shear forces: monograph]. Brest: BGTU, 2000. 400 p. (rus)

Владимир Николаевич Медведев,
 +79605919763; эл. почта:
 zpt.medvedev@gmail.com
Славик Денисович Семенюк,
 +375292733385; эл. почта:
 prime.projekt@gmail.com

Vladimir Medvedev,
 +79605919763; zpt.medvedev@gmail.com
Slavik Semeniuk,
 +375292733385; prime.projekt@gmail.com

© Медведев В.Н., Семенюк С.Д., 2016