Устройства и системы передачи, приема и обработки сигналов

DOI: 10.5862/JCSTCS.241.3 УДК 621.391.8

А.В. Рашич, А.Б. Кислицын

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИЕМА SEFDM-СИГНАЛОВ В КАНАЛЕ С АБГШ

A.V. Rashich, A.B. Kislitsyn

BER PERFORMANCE OF SEFDM-SIGNALS IN AWGN CHANNEL

Спектрально эффективные сигналы с частотным уплотнением (Spectrally Efficient Frequency Division Multiplexing – SEFDM) рассмотрены в качестве альтернативы сигналам с OFDM в сетях связи 5G. Современная научная литература не содержит анализа помехоустойчивости SEFDMсигналов при использовании оптимальных алгоритмов приема, необходимого для оценки энергетической эффективности существующих субоптимальных алгоритмов приема SEFDM-сигналов. В данной статье представлены разработанные оптимальные алгоритмы когерентного приема SEFDMсигналов в канале с АБГШ. В результате их реализации и проведенного имитационного моделирования выполнена оценка помехоустойчивости SEFDM-сигналов в канале с АБГШ и проведен анализ основных влияющих на нее факторов.

СПЕКТРАЛЬНО-ЭФФЕКТИВНЫЕ МНОГОЧАСТОТНЫЕ СИГНАЛЫ; SEFDM; СИГНАЛЫ С ОРТОГОНАЛЬНЫМ ЧАСТОТНЫМ УПЛОТНЕНИЕМ; OFDM.

SEFDM-signals (Spectrally Efficient Frequency Division Multiplexing) are considered as the main alternative to OFDM-signals in 5G networks. To our knowledge, at the present time there are no papers in which the analysis of BER performance of SEFDM-signals in AWGN channel is performed for optimal reception schemes. Such analysis is needed to carefully evaluate the suboptimal reception algorithms. In this paper the optimal reception schemes for SEFDM-signals are proposed. They are implemented in simulation model in Matlab. BER performance of SEFDM in AWGN channel for BPSK, QPSK and QAM-16 for various frequency spacing is simulated, the main factors affecting it are analyzed.

SPECTRALLY EFFICIENT FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING; SEFDM; ORTHOGONAL FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING; OFDM; BANDWIDTH EFFICIENT FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING; BEFDM; NON-ORTHOGONAL FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING; NFDM.

В последние десятилетия огромную значимость приобретает проблема истощения частотного ресурса, используемого для беспроводных телекоммуникационных систем. Поиск решения этой проблемы для систем четвертого поколения (4G) привел к распространению сигнальных конструкций с ортогональным частотным уплотнением (Orthogonal Frequency Division Multiplexing – OFDM). В качестве наиболее перспективной альтернативы OFDM для систем 5G рассматривается метод неортогонального частотного уплотнения, получивший название Spectrally Efficient Frequency Division Multiplexing (SEFDM).

В современной научной литературе [1-5] представлено значительное количество алгоритмов субоптимального приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ. Часто представленные алгоритмы демодуляции SEFDM-сигналов носят искусственный характер: отсутствует описание причин выбора алгоритма, не проводится его синтез, а берется известная процедура и применяется к SEFDM-сигналам. Однако для определения энергетического проигрыша, связанного с их использованием, необходим более тщательный анализ энергетической эффективности SEFDM-сигналов без применения помехоустойчивого кодирования. Такой анализ в современной научной литературе отсутствует.

В статьях [1, 3, 5] приведены отдельные кривые потенциальной помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов без помехоустойчивого кодирования при использовании алгоритма когерентного приема, оптимального в смысле критерия минимума средней вероятности ошибки на SEFDM-символ. В то же время для цифровых сигналов было бы логичнее рассматривать оптимальные алгоритмы, минимизирующие среднюю вероятность ошибки на бит. В [1, 3, 5] оценка потенциальной помехоустойчивости выполняется только при одном-двух значениях количества поднесущих частот и только при двух значениях их частотного разнесения, что является недостаточным для анализа эффективности предлагаемых субоптимальных алгоритмов приема. В [2] и [4] сравнение помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов при использовании предлагаемых субоптимальных алгоритмов выполнено с потенциальной помехоустойчивостью одночастотных сигналов, что является некорректным. При этом во всех рассмотренных источниках эффективность оптимальных и предлагаемых субоптимальных алгоритмов приема рассмотрена для методов манипуляции поднесущих частот BPSK или QPSK. Авторы ссылаются на высокую вычислительную сложность оптимальных алгоритмов приема SEFDMсигналов, не позволяющую оценить их помехоустойчивость для видов манипуляции с большей позиционностью.

В данной статье представлены синтезированные алгоритмы когерентного приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ, оптимальные по критерию минимума средней вероятности ошибки на SEFDM-символ и минимума средней вероятности ошибки на бит. В результате их реализации и проведенного имитационного моделирования выполнена оценка помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов без помехоустойчивого кодирования в канале с АБГШ и проведен анализ основных влияющих на нее факторов.

Аналитическое представление SEFDM-сигналов

Низкочастотный аналоговый SEFDMсимвол $s_{A,\varepsilon}^{(n)}(t)$ может быть аналитически записан следующим образом:

$$s_{A,\varepsilon}^{(n)}(t) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} C_N^{(n)}(k) \exp(j2\pi k \Delta f t),$$

где n — номер SEFDM-символа; N — количество поднесущих частот; $C_N^{(n)}(k)$ — манипуляционный символ k-й поднесущей n-го FDM-символа; Δf — разнесение соседних поднесущих частот.

В данной работе будут рассматриваться SEFDM-сигналы с прямоугольной формой огибающей сигналов поднесущих частот. Одной из важнейших характеристик сигналов с SEFDM является коэффициент частотного уплотнения поднесущих частот: $\alpha = \Delta fT$, где T — длительность SEFDM-символа. Для сигналов с OFDM $\alpha = 1$, в то время как для рассматриваемого класса SEFDM $\alpha < 1$.

Низкочастотный дискретный SEFDMсимвол при выборе значения частоты дискретизации $F_s = N\Delta f$ записывается следующим образом:

$$s_{D,\varepsilon}^{(n)}(i) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} C_N^{(n)}(k) \exp\left(j2\pi \frac{k(i+0,5+\varepsilon L)}{N}\right),$$

где | ε |<= 0,5 − произвольная константа, задающая смещение сигнала во временной области.

Пусть все возможные значения SEFDM-символов $s_{A,\varepsilon}^{(r)}(t)$ принадлежат канальному алфавиту \mathcal{A}_s , имеющему объем M_s : $s_{A,\varepsilon}^{(r)}(t) \in \mathcal{A}_s$, $r = 0...M_s - 1$. Пусть также все возможные значения манипуляционных символов $C_N^{(n)}(k)$ принадлежат канальному алфавиту \mathcal{A}_c с объемом

 M_{C} . Тогда объем канального алфавита SEFDM-символов равен: $M_{s} = (M_{C})^{N}$. Взаимно-однозначная зависимость между значением *r* и последовательностью индексов $\{r_{-N/2}, r_{-N/2+1}, ..., r_{N/2-1}\}$, определяющих манипуляционные символы соответствующего SEFDM-символа, далее выражается с помощью знака равенства:

$$r = \{r_{-N/2}, r_{-N/2+1}, \dots, r_{N/2-1}\},\$$
$$r_{k} = 0...M_{C} - 1.$$

Алгоритмы оптимального когерентного приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ

На вход приемного устройства поступает сигнал в виде:

$$y(t) = \mu \cdot s_{A\varepsilon}^{(r)}(t) + n(t), \ t \in [\varepsilon T; \ T + \varepsilon T],$$

где $s_{A,\varepsilon}^{(r)}(t) - r$ -й вариант SEFDM-символа; μ — вещественный коэффициент, характеризующий затухание сигнала в процессе распространения; n(t) — аддитивная помеха, принимающая случайные комплексные значения в каждый момент времени. Далее будет рассматриваться частный случай, при котором помеха n(t) представляет собой реализацию аддитивного белого гауссова шума, а приемному устройству точно известна форма всех возможных передаваемых сигналов $s_{A,\varepsilon}^{(r)}(t)$.

Пусть задачей приемного устройства является независимое принятие решений относительно значения каждого SEFDMсимвола на его входе в составе сигнала y(t). При такой постановке задачи разумным является использование оптимальной байесовой стратегии, минимизирующей средний риск принятия решения относительно SEFDM-символов. Считая равными априорные вероятности появления каждого SEFDM-символа на выходе передатчика, полагая цены правильных решений равными нулю, а цены ошибочных решений одинаковыми, осуществляется переход к частному случаю оптимальной байесовой стратегии - к стратегии, оптимальной в смысле критерия максимума отношения правдоподобия ([6]). Принятие решений в соответствии с данной стратегией обеспечивает минимизацию средней вероятности ошибок на SEFDM-символ. Алгоритм

когерентного приема SEFDM-сигналов, оптимальный в смысле критерия максимума отношения правдоподобия (минимума средней вероятности ошибки на SEFDMсимвол), будет иметь следующий вид: приемное устройство принимает решение о поступлении на вход SEFDM-символа $s_{A,\varepsilon}^{(r)}$, если

то есть евклидово расстояние между функциями y(t) и $s_{A,\varepsilon}^{(r')}(t)$ является наименьшим среди всех M_s вариантов FDM-символов. При использовании в приемном устройстве цифровых методов обработки этот алгоритм может быть переписан в следующей форме:

$$\sum_{i=0}^{N\alpha-1} \left| y(i) - \mu s_{D,\varepsilon}^{(r')}(i) \right|^2 < \sum_{i=0}^{N\alpha-1} \left| y(i) - \mu s_{D,\varepsilon}^{(r)}(i) \right|^2,$$

$$\forall r, r' = 0 \dots M_s - 1, \ r \neq r'.$$

В цифровых телекоммуникационных системах в качестве критерия достоверности принятого сигнала выступает средняя вероятность ошибки на бит при заданном значении энергии на бит. Таким образом, для выполнения оценки потенциальной энергетической эффективности SEFDMсигналов в канале с АБГШ для цифровых систем необходимо провести анализ потенциальной помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов при использовании алгоритма, оптимального в смысле критерия минимума апостериорной вероятности ошибки на канальный бит. При этом задачей приемного устройства является непоследовательная зависимая обработка SEFDM-символов и принятие решений относительно значений каждого канального бита.

Пусть $b_k^{(j)}$ — значение *j*-го бита манипуляционного символа $C_N^{(n)}(k)$. Тогда алгоритм когерентного приема дискретных SEFDM-сигналов, оптимальный в смысле критерия минимума средней апостериорной вероят-

ности ошибки на бит, имеет вид:

$$\hat{b}_{k}^{(j)} = \arg \max_{b=0,1} \left\{ \sum_{r=0}^{M_{s}-1} \delta(b_{k}^{(j)} = b, r) p(r) \exp \times \left(-\frac{1}{2\sigma^{2}} \sum_{i=0}^{N\alpha-1} \left| y(i) - \mu s_{D,\varepsilon}^{(r)}(i) \right|^{2} \right) \right\},\$$

где $\hat{b}_k^{(j)}$ — оценка значения бита; $b_k^{(j)}$, полученная в результате использования рассматриваемого алгоритма приема; p(r) априорная вероятность поступления на вход приемного устройства SEFDMсимвола $s_{A,k}^{(r)}(t)$; $2\sigma^2$ — мощность комплексного АБГШ; $\delta(b_k^{(j)} = b, r)$ — селектирующая функция, которая может иметь следующий вид:

$$\delta(b_k^{(j)} = b, r) = \frac{1}{M_C} \sum_{q=0}^{M_C-1} \exp\left\{i\frac{2\pi q}{M_C}(b - b_k^{(j)}(r))\right\},\$$

где *i* – комплексная единица.

Можно показать, что алгоритм оптимального когерентного приема SEFDMсигналов, оптимальный по критерию минимума апостериорной вероятности ошибки на бит, соответствует алгоритму приема, оптимальному по критерию минимума среднего риска ошибки на бит при условии использования оптимальной Байесовой стратегии и простых цен принятия решения:

$$\Pi_k^{(j)}(b, B) = \begin{cases} 1, b \neq B \\ 0, b \neq B \end{cases},$$

где $\Pi_k^{(j)}(b, B)$ — цена принятия решения в пользу *b*, если истинное значение $b_k^{(j)}$ равно *B*.

То есть при использовании алгоритма приема SEFDM-сигналов, оптимального по критерию минимума апостериорной вероятности ошибки на бит, средний риск принятия решений относительно значения каждого бита также достигает своего минимума.

Результаты имитационного моделирования

В целях оценки помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ при использовании разработанных оптимальных алгоритмов приема в среде программирования МАТLAB была разработана имитационная модель, включающая фрагменты исходных кодов на *m*-языке и языке C++, что позволило значительно снизить время моделирования. Части имитационной модели, написанные на языке C++, были скомпилированы в виде динамически загружаемых библиотек с последующим подключением к среде MATLAB.



Рис. 1. Структурная схема разработанной имитационной модели

Реализации разработанных оптимальных алгоритмов приема были адаптированы для выполнения в многопоточном режиме. Структурная схема разработанной имитационной модели представлена на рис. 1. Имитационное моделирование проводилось для SEFDM-сигналов с видами манипуляции BPSK, QPSK и QAM-16 без помехоустойчивого кодирования в канале с АБГШ.

Для видов манипуляции BPSK и OPSK рассматривались SEFDM-сигналы С $N_{\mu} = 10$, используемыми поднесущими, для QAM-16 – $N_u = 5$. Уменьшение N_u при переходе от BPSK и QPSK к QAM-16 связано со значительным увеличением вычислительной сложности разработанных оптимальных алгоритмов приема при увеличении объема канального алфавита. Результаты имитационного моделирования показали, что оба полученных алгоритма оптимального когерентного приема SEFDM-сигналов алгоритм, оптимальный по критерию минимума средней вероятности ошибки на SEFDM-символ, и алгоритм, оптимальный по критерию минимума апостериорной вероятности ошибки на канальный бит, обеспечивают одинаковую помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ.

Полученные характеристики помехоустойчивости при относительном доверительном интервале $\delta_{\text{отн}} = 0,1$ и доверительной вероятности $P_{\text{д}} = 0,97$ представлены на рис. 2.

В целях минимизации влияния эффекта алайзинга все представленные на рисунке характеристики помехоустойчивости получены при значительной величине защитных интервалов по частоте, что становится очевидным при сравнении величин N и N_u , соответствующих каждой кривой. Также на графиках представлены характеристики помехоустойчивости приема одночастотных сигналов с видами манипуляции BPSK, QPSK и QAM-16.

Как видно из рисунка, помехоустойчивость SEFDM-сигналов с видом манипуляции BPSK при $\alpha \ge 1/2$ совпадает с помехоустойчивостью одночастотных сигналов с BPSK. Значение $\alpha = 1$ соответствует выполнению условия ортогональности в усиленном смысле для сигналов, передаваемых на поднесущих частотах, обеспечивая их потенциальную помехоустойчивость в составе группового излучения OFDM. Уменьшение



Рис. 2. Характеристики помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов для видов манипуляции BPSK, QPSK и QAM-16 в канале с АБГШ; δ_{отн} = 0,1, P_n = 0,97. Канал с АБГШ

а до 0,5 приводит, в общем случае, к нарушению этого свойства, однако для вещественных сигналов, например, сигналов с видом манипуляции **BPSK, все еще выпол**няется условие ортогональности.

Для SEFDM-сигналов с видом манипуляции BPSK энергетический проигрыш, наблюдаемый в результате сокращения нормированного частотного разнесения с $\alpha = 1/2$ до $\alpha = 1/3$, не превышает 2 дБ при средней вероятности ошибки на бит $P_{5} \leq 10^{-3}$. SEFDM-сигналы с видом манипуляции QPSK обладают большей чувствительностью к сокращению частотного разнесения между поднесущими, чем сигналы с BPSK. Переход от $\alpha = 1 \kappa \alpha = 1/2$ приводит к энергетическому проигрышу 3 дБ при средней вероятности ошибки на бит $P_6 = 10^{-3}$. Дальнейшее сокращение частотного разнесения с $\alpha = 1/2$ до $\alpha = 1/3$ обеспечивает дополнительные потери 4 дБ $(P_{6} = 10^{-3})$. Наибольший энергетический проигрыш при сокращении параметра α демонстрируют SEFDM-сигналы с видом манипуляции QAM-16. Переход от $\alpha = 1$ к $\alpha = 1/2$ приводит к энергетическому проигрышу 5,5 дБ при средней вероятности ошибки на бит $P_6 = 10^{-3}$.

Таким образом, при фиксированном значении α увеличение объема канального алфавита SEFDM-сигналов приводит к увеличению энергетического проигрыша по сравнению с помехоустойчивостью сигналов при $\alpha = 1$.

В качестве иллюстрации сделанных выводов на рис. З представлены графики зависимости минимального значения энергии на бит, требуемого для достижения вероятности ошибки на бит $P_6 = 10^{-3}$, от а для SEFDM-сигналов с видами манипуляции BPSK, QPSK и QAM-16. Как видно из рисунка, при значениях $\alpha \ge 0,8$ энергетический проигрыш, демонстрируемый SEFDM-сигналами по сравнению с ОFDМ-сигналами, практически отсутствует. Впервые данный эффект был описан J.E. Mazo. Наличие границы α ~ 0,8 означает возможность практически без потерь увеличить скорость передачи информации в OFDM-системах на 20 %.

Потенциальная помехоустойчивость SEFDM-сигналов определяется не только видом манипуляции сигналов поднесущих частот и частотным разнесением между ними, но и их количеством N_u , а также величиной защитных интервалов по частоте. Зависимость потенциальной помехоустойчивости от значения N_u (рис. 4) объясняется влиянием количества интерферирующих излучений на вероятностные характеристики приема каждого из них. Тем не менее, по мере увеличения количества используемых поднесущих, снижение энергетической эффективности начинает



Рис. 3. Графики зависимости минимального значения энергии на бит, требуемого для достижения средней вероятности ошибки на бит $P_6 = 10^{-3}$, от α . Канал с АБГШ



Рис. 4. Характеристики помехоустойчивости SEFDM-сигналов для видов манипуляции ВРЅК и QPЅК при различном количестве используемых поднесущих. Канал с АБГШ

замедляться. Как видно из рис. 4, увеличение количества используемых поднесущих с $N_{\mu} = 4$ до $N_{\mu} = 6$ приводит к одинаковым энергетическим потерям при использовании методов манипуляции BPSK и QPSK примерно 0,5 дБ ($P_6 = 10^{-3}$). Дальнейшее увеличение значения с $N_u = 6$ до $N_u = 10$ обеспечивает энергетический проигрыш не более 0,3 дБ для рассматриваемых на рисунке случаев. Таким образом, результаты проведенных исследований дают основания полагать, что использование SEFDMсигналов с большим количеством используемых поднесущих (N_u ~ 64...2048) не приведет к величинам энергетических потерь, препятствующих внедрению SEFDMтехнологии в используемые на практике системы связи.

Влияние величины защитных интервалов на помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов обусловлено эффектом алайзинга, характерного для всех дискретных сигналов с частотным уплотнением. Увеличение ширины защитных интервалов по частоте для SEFDM-сигналов позволяет снизить искажения вследствие алайзинга и повысить достоверность приема. Главным недостатком такого подхода является снижение спектральной эффективности SEFDM-сигналов.

На рис. 5 представлены характеристи-

потенциальной помехоустойчивости КИ SEFDM-сигналов с видом манипуляции BPSK и QPSK, $\alpha = 1/3$, $N_{\mu} = 10$ при различной ширине защитных интервалов. Как видно из графиков на рисунке, увеличение защитного интервала с $\Delta F_3 \approx 0, 10 F_s$ до $\Delta F_3 \approx 0,47 F_s$ для вида манипуляции BPSK обеспечивает энергетический выигрыш 1,6 дБ ($P_6 = 10^{-3}$). Увеличение защитного интервала с $\Delta F_3 \approx 0,29 F_s$ до $\Delta F_3 \approx 0,40 F_s$ для вида манипуляции QPSK обеспечивает энергетический выигрыш 1,0 дБ ($P_6 = 10^{-3}$). Однако при величине $\Delta F_3 \approx 0,10 F_s$ прием SEFDM-сигналов с QPSK приводит к появлению несократимой вероятности ошибки на уровне $P_6 = 10^{-2}$ даже в случае использования оптимальных алгоритмов приема.

Таким образом, эффект алайзинга существенно влияет на помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов при использовании алгоритма, оптимального в смысле критерия минимума средней вероятности ошибки на SEFDM-символ и алгоритма, оптимального в смысле критерия минимума апостериорной вероятности ошибки на бит. Вследствие усиления данного эффекта при уменьшении α , формирование и обработка дискретных SEFDM-сигналов при $\alpha < 1$ должна осуществляться на более высоких частотах дискретизации по сравнению с методами обработки OFDM-сигналов.



Рис. 5. Характеристики помехоустойчивости SEFDM-сигналов для видов манипуляции ВРЅК и QPЅК при различной ширине защитного интервала. Канал с АБГШ

Получено два алгоритма оптимального когерентного приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ: алгоритм, оптимальный по критерию минимума средней вероятности ошибки на SEFDM-символ, и алгоритм, оптимальный по критерию минимума апостериорной вероятности ошибки на канальный бит.

В результате проведенного имитационного моделирования построены и проанализированы характеристики помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов с видами манипуляции **BPSK**, **QPSK и QAM-16 в ка**нале с АБГШ при использовании данных алгоритмов и значениях α от 8/9 до 1/4.

Результаты имитационного моделирования показали, что оба полученных алгоритма оптимального когерентного приема SEFDM-сигналов обеспечивают одинаковую помехоустойчивость приема SEFDMсигналов в канале с АБГШ.

Анализ полученных характеристик показал, что в канале с АБГШ помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов с видом манипуляции BPSK и $\alpha \ge 1/2$ совпадает с потенциальной помехоустойчивостью одночастотных BPSK-сигналов. Увеличение позиционности метода манипуляции сигналов поднесущих частот приводит к возрастанию энергетического проигрыша,

связанного с уменьшением α до заданной величины, меньшей 0,8. Для метода QPSK уменьшение α с 1 до 1/3 в канале с АБГШ приводит к энергетическим потерям 7,0 дБ, для QAM-16 - 10,5 дБ. Результаты моделирования показали, что при значениях $\alpha \ge 0,8$ энергетический проигрыш, демонстрируемый SEFDM-сигналами по сравнению с OFDM-сигналами, практически отсутствует. Данный вывод совпадает с результатами, представленными J.E. Маго в работе [8]. Наличие границы α ~ 0,8 означает возможность практически без энергетических потерь увеличить скорость передачи информации в системах связи, использующих SEFDM-сигналы, по сравнению с системами, использующими OFDM-сигналы на 20 % в канале с АБГШ.

Показано, что для SEFDM-сигналов при прочих равных параметрах увеличение количества поднесущих частот приводит к снижению помехоустойчивости приема в канале с АБГШ. Однако скорость возрастания величины проигрыша с увеличением количества поднесущих снижается.

На помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ существенное влияние оказывает эффект алайзинга. Увеличение ширины защитных интервалов по частоте для SEFDM-сигналов позволяет снизить искажения вследствие эффекта алайзинга и улучшить вероятностные характеристики приема. В канале с АБГШ увеличение защитного интервала с $\Delta F_3 \approx 0,10 F_s$ до $\Delta F_3 \approx 0,47 F_s$ для вида ма-

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yang X., Ai W., Shuai T., Li D. A fast decoding algorithm for non-orthogonal frequency division multiplexing signals // Internat. Conf. on Communications and Networking in China. 2007. Pp. 595–598.

2. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. Analysis of Sub-optimum detection techniques for a bandwidth efficient multi-carrier communication system // Cranfield Multi-Strand Conf. Cranfield University. 2009. Pp. 505–510.

3. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. A New Quasi-Optimal Detection Algorithm for a Non Orthogonal Spectrally Efficient FDM // Internat. Symp. on Communication and Information Technologies. 2009. нипуляции BPSK обеспечивает энергетический выигрыш 1,6 дБ ($P_6 = 10^{-3}$). Увеличение защитного интервала с $\Delta F_3 \approx 0,29 F_s$ до $\Delta F_3 \approx 0,40 F_s$ для вида манипуляции QPSK обеспечивает энергетический выигрыш 1,0 дБ ($P_6 = 10^{-3}$).

Pp. 460-465.

4. Ahmed S., Darwazeh I. Inverse discrete Fourier transform-discrete Fourier transform techniques for generating and receiving spectrally efficient frequency division multiplexing signals // American Journal of Engineering and Applied Sciences. 2011. Vol. 4. Pp. 598–606.

5. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. A combined MMSE-ML detection for a spectrally efficient non orthogonal FDM signal // 5th Internat. Conf. on Broadband Communications, Networks and Systems. 2008. Pp. 421–425.

6. Цикин И.А. Оптимальная обработка сигналов в радиотехнических системах: Учеб. пособие. Л.: ЛПИ, 1986. 76 с.

REFERENCES

1. Yang X., Ai W., Shuai T., Li D. A fast decoding algorithm for non-orthogonal frequency division multiplexing signals. *International Conference on Communications and Networking in China*, 2007, Pp. 595–598.

2. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. Analysis of Sub-optimum detection techniques for a bandwidth efficient multicarrier communication system. *Cranfield Multi-Strand Conference*, Cranfield University, 2009, Pp. 505–510.

3. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. A New Quasi-Optimal Detection Algorithm for a Non Orthogonal Spectrally Efficient FDM. *International Symposium on Communication and Information Technologies*, 2009, Pp. 460–465. 4. Ahmed S., Darwazeh I. Inverse discrete Fourier transform-discrete Fourier transform techniques for generating and receiving spectrally efficient frequency division multiplexing signals. *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, 2011, Vol. 4, Pp. 598–606.

5. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. A combined MMSE-ML detection for a spectrally efficient non orthogonal FDM signal. 5th International Conference on Broadband Communications, Networks and Systems, 2008, Pp. 421–425.

6. Tsikin I.A. Optimalnaya obrabotka signalov v radiotekhnicheskikh sistemakh [Optimal processing of signals in radio systems]. Leningrad: LPI Publ., 1986, 76 p. (rus)

РАШИЧ Андрей Валерьевич — доцент кафедры радиотехнических и телекоммуникационных систем Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, кандидат технических наук.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29. E-mail: andrey.rashich@gmail.com

RASHICH Andrey V. *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.* 195251, Politekhnicheskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia. E-mail: andrey.rashich@gmail.com

КИСЛИЦЫН Александр Борисович — ассистент кафедры радиоэлектронных средств защиты информации Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29. E-mail: AlexanderKislitcyn@nppntt.ru

KISLITSYN Alexander B. *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.* 195251, Politekhnicheskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia. E-mail: AlexanderKislitcyn@nppntt.ru