



DOI 10.5862/JEST.231.10

УДК 621.313

М.А. Шакиров

ЗАМЕЩЕНИЕ МНОГООБМОТОЧНОГО ТРАНСФОРМАТОРА 2nT-ОБРАЗНОЙ СХЕМОЙ

М.А. Shakirov

SUBSTITUTION MULTIPLE WINDING TRANSFORMER 2nT-FIGURATIVE SCHEME

Представлены новые развернутые $2nT$ -образные схемы замещения трансформатора, содержащего n концентрических обмоток, с отображением на схемах всех магнитных потоков между обмотками, в самих обмотках, в элементах магнитопровода, а также между ним и баком в случае насыщения магнитопровода. В основу положена идея сшивания $4T$ -образных схемных моделей двухобмоточных трансформаторов, рассматриваемых в качестве элементарных ячеек более сложной $2nT$ -образной структуры. Подтверждена достоверность возникновения в различных частях магнитопровода при коротких замыканиях одной или нескольких обмоток магнитных сверх- и антипотоков в сравнении с потоками холостого хода. Показано, что наблюдение этих аномальных потоков на схеме замещения возможно благодаря присутствию в ней отрицательных индуктивностей. Доказано, что схемы замещения без отрицательных элементов характеризуются трехдиагональной матрицей индуктивностей.

ТРАНСФОРМАТОР; ПЕРВИЧНАЯ И ВТОРИЧНАЯ ОБМОТКИ; МАГНИТНЫЙ ПОТОК; СХЕМА ЗАМЕЩЕНИЯ; ТРЕХОБМОТОЧНЫЙ ТРАНСФОРМАТОР; КОРОТКОЕ ЗАМЫКАНИЕ; ХОЛОСТОЙ ХОД; ВЗАИМНАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ.

The paper presents new detailed $2nT$ -type equivalent circuits of a transformer containing N concentric windings, with all magnetic fluxes between the windings, in the windings, in the elements of the magnetic circuit, and between the circuit and the tank (for the case of magnetic circuit saturation) displayed in the circuits. It is shown that the study is based on the concept of stitching of the $4T$ -shaped circuit models for two-winding transformers (considered as a unit cell of a more complex $2nT$ -shaped structure). We managed to confirm that one or more windings of magnetic super- and anti-streams actually do occur in various parts of the magnetic circuits during short-circuiting compared with open-circuit fluxes. It is shown that it is possible to observe such anomalous fluxes in the equivalent circuit due to the presence of negative inductances. It is proved that equivalent circuits without negative elements are characterized by a three-diagonal matrix of inductances.

TRANSFORMER; PRIMARY AND SECONDARY WINDINGS; MAGNETIC FLUX; EQUIVALENT CIRCUIT; TREE-WINDING TRANSFORMER; SHORT CIRCUITED; IDLING; COUPLED INDUCTANCE.

Введение

Многообмоточным называют трансформатор, имеющий более двух электрически разведенных обмоток. Такой трансформатор может заменить два или несколько силовых двухобмоточных, что упрощает связи между электрическими станциями и распределительными сетями

и приводит к удешевлению эксплуатационных расходов и общей стоимости электроэнергетических систем. Вместе с тем корректный вывод о преимуществах многообмоточных трансформаторов (к ним относят также трансформаторы с расщепленными обмотками) можно получить лишь на основе ясного представления полной картины происходящих в них физических про-

цессов, которые, однако, до настоящего времени не вполне ясны. Дискуссия развернулась относительно главной особенности любых их схем замещения (многоугольные [1–5], древовидные [6], цепочечные [1, 6] и др.) — присутствия в них отрицательных индуктивностей, что служит поводом для панических утверждений типа: «нет оснований искать объяснение физике этого явления ...» (см. стр.56 в [4]). В [5, стр. 124] отрицательные индуктивности выставляются математическим казусом, как «обусловленные отличием среднеквадратичного значения функции от ее среднего значения». В [6, стр. 89] и вовсе категорически заявлено, что эти «индуктивности не имеют физического смысла», а их присутствие объясняется ничем незначущей отговоркой: «они лишь приводят схему замещения в соответствие с реальными соотношениями». В таком же духе о них говорится во всех учебниках, при этом подчеркивается их малое числовое значение по сравнению с другими индуктивностями [7–10]. Вопреки этому А. Бояджан «физически интерпретировал их как результат взаимоиндуктивных связей» [3]. Следуя за ним, авторы [11, 12], выполнившие критический обзор работ по данной тематике, предлагают избавиться от этих, как сказано в [3], «виртуальных» величин путем введения взаимоиндуктивных связей (M_{ij}) между всеми индуктивностями рассеяния. Говоря о трехобмоточном трансформаторе, они пишут в [12]: «we **postulate** that L_{12} and L_{23} must be mutually coupled», наделяя M весьма расплывчатым смыслом: «The mutual inductance M gives the magnetic coupling of the leakage fields between windings (flux in air)», но тут же оговариваются, что « M does not have any relationship with the commonly used mutual inductance ...». Матрица индуктивностей ветвей их схемы замещения оказывается полностью заполненной, причем ее недиагональные элементы M_{ij} определяются по весьма сложным формулам и различаются знаками, что вызывает дополнительные вопросы.

Причина перечисленных метаний от «отсутствия физического смысла» до его «физической интерпретации» на базе сомнительных «постулатов» — укоренившийся феноменологический подход к моделированию трансформатора на основе внешних характеристик относительно его $n + 1$ полюсов (как правило, по сопротивлениям короткого замыкания между парами его обмоток). При этом исключаются возможности кон-

тролировать физические процессы внутри трансформатора, в частности взаимосвязи между магнитными потоками в отдельных частях магнитопровода, окна, пространства около бака и т.д., что чрезвычайно важно для оценки магнитного состояния отдельных частей магнитопровода. В результате до сих пор остались нерешенными вопросы, связанные с анализом электродинамической стойкости трансформаторов в аномальных режимах. Ни одна из существующих теорий, а также разработанные на их основе стандартные пакеты не допускают даже постановки задачи об оценке различий в насыщении отдельных частей магнитопровода при внезапном КЗ одной или нескольких обмоток трансформатора (что важно для корректной оценки ударных токов КЗ), поскольку ошибочно принимается, что при КЗ магнитопровод не насыщен (см. [4, с. 307] или [8, с. 81] и др.).

Вместе с тем, как показано в [13, 14] на примере двухобмоточного трансформатора, реализация идеи получения схемных моделей с отображением на них всех магнитных потоков трансформатора *возможна* (!), но при условии отталкивания от *первичных* величин, т.е. от напряженностей электрического и магнитного полей, вектора Пойнтинга, а также перехода к новому пониманию самого принципа действия трансформатора. Схемы с потоками придают физический смысл каждому ее элементу. Оказалось, что для отображения магнитных потоков на схеме замещения даже двухобмоточного трансформатора требуется *выделение отрицательных* индуктивностей, которые к тому же играют ключевую роль в объяснении физики возникновения магнитных сверх- и антипотоков в его короткозамкнутом режиме работы и при внезапных КЗ. Существование этих потоков убедительно подтверждено как экспериментально [15], так и путем построения картин магнитных полей в короткозамкнутом трансформаторе [16, 17].

Цель работы — получение аналогичных «физических» схемных моделей для многообмоточного бронированного трансформатора с наглядным представлением на них всех магнитных потоков между его обмотками, в самих обмотках, в элементах магнитопровода, а также между ним и баком в случае насыщения магнитопровода (рис. 1). Термин «физические схемные модели» — условный и употреблен, чтобы:

подчеркнуть их принципиальное отличие от известных традиционных схем замещения, в действительности упрощенно описывающих n -обмоточный трансформатор как «черный ящик» с $n + 1$ полюсами;

отразить универсальный характер новых моделей как позволяющих в результате несложных упрощений получать известные схемы замещения, а также контролировать и исправлять ошибки любых других моделей, в частности предложенных в [11].

Допущения и обозначения

В соответствии с общими правилами [4, 11] будем считать все обмотки приведенными к одному числу витков, т.е.

$$w_a = w_b = w_c = w_d = w_e \rightarrow w_1, \quad (1)$$

что позволяет избежать проставления штрихов, которыми обычно помечают приведенные величины. При описании принципа действия и главных особенностей любого устройства вначале пренебрегают второстепенными факторами и рассматривают его как систему с наилучшими (предельными) показателями, к которым должны приближаться реальные устройства. В нашем случае это означает переход к анализу работы n -обмоточного идеализированного трансформатора (рис. 1) при следующих допущениях:

магнитопровод характеризуется $\mu_{\text{стали}} = \infty$ и проводимостью $\gamma_{\text{стали}} = 0$;

активные сопротивления обмоток $R_a = R_b = \dots = R_e = 0$;

добавочные активные сопротивления для установившегося режима, обусловленные вихревыми токами в обмотках, $R_a^{\text{вхр}} = R_b^{\text{вхр}} \dots R_e^{\text{вхр}} = 0$;

высота обмоток $h_{\text{обм}} = h$, где h – высота окна трансформатора;

линии магнитного поля в окне прямые, параллельные оси стержня.

На рис. 1 показаны условные положительные направления магнитных потоков. Модули комплексов потоков совпадают с их действующими значениями. Типовая связь между этими потоками и соответствующими напряжениями на схемах замещения согласно [15] имеет вид:

$$\dot{U}_k = j\omega w_1 \dot{\Phi}_k = k_0 \dot{\Phi}_k, \quad (2)$$

где константа

$$k_0 = j\omega w_1. \quad (3)$$

Магнитные потоки в магнитопроводе:

$\dot{\Phi}_{\text{ст}}$ – в стержне (индекс «ст» от слова *стержень*),

$\dot{\Phi}_{\text{бок}}$ – в боковом ярье (индекс «бок» от слов *боковое ярмо*),

$\dot{\Phi}_a^a$ – в стыковом ярье со стороны стержня в сторону внутренней обмотки w_a ,

$\dot{\Phi}_a^{a\delta}, \dot{\Phi}_b^{b\delta}, \dot{\Phi}_c^{c\delta}, \dot{\Phi}_d^{d\delta}$ – в стыковом ярье со стороны обмоток в сторону зазоров между обмотками;

$\dot{\Phi}_a^{\delta b}, \dot{\Phi}_b^{\delta c}, \dot{\Phi}_c^{\delta d}, \dot{\Phi}_d^{\delta e}$ – в стыковом ярье со стороны зазоров в сторону обмоток;

$\dot{\Phi}_e^e$ – в стыковом ярье со стороны внешней обмотки w_e в боковое ярмо.

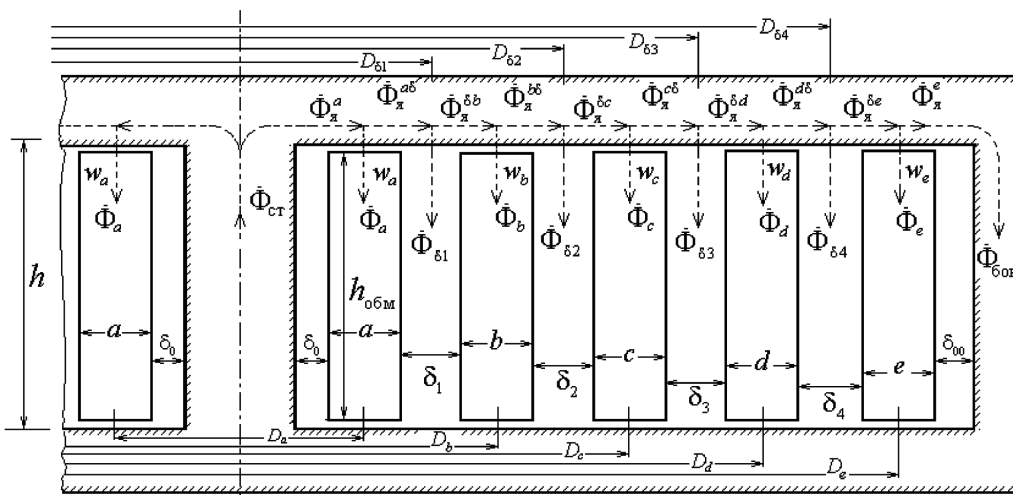


Рис. 1. Магнитные потоки в стали и окне пятиобмоточного броневого трансформатора

Магнитные потоки в окне трансформатора:

$\dot{\Phi}_{\delta 1}, \dot{\Phi}_{\delta 2}, \dot{\Phi}_{\delta 3}, \dot{\Phi}_{\delta 4}$ – в каналах между обмотками
 $\dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_b, \dot{\Phi}_c, \dot{\Phi}_d, \dot{\Phi}_e$ – в толще обмоток.

Эти потоки, в отличие от потоков в окне двухобмоточного идеализированного трансформатора, не синфазны и зависят от характера нагрузок обмоток.

Очевидны следующие связи между магнитными потоками в узлах магнитопровода:

$$\dot{\Phi}_{ст} \equiv \dot{\Phi}_a^a = \dot{\Phi}_a + \dot{\Phi}_a^{a\delta}; \quad (4)$$

$$\dot{\Phi}_a^{a\delta} = \dot{\Phi}_{\delta 1} + \dot{\Phi}_a^{\delta b}; \quad (5)$$

$$\dot{\Phi}_a^{\delta b} = \dot{\Phi}_b + \dot{\Phi}_a^{\delta c}; \quad (6)$$

$$\dot{\Phi}_a^{\delta c} = \dot{\Phi}_{\delta 2} + \dot{\Phi}_a^{\delta d}; \quad (7)$$

$$\dot{\Phi}_a^{\delta d} = \dot{\Phi}_c + \dot{\Phi}_a^{\delta e}; \quad (8)$$

$$\dot{\Phi}_a^{\delta e} = \dot{\Phi}_{\delta 3} + \dot{\Phi}_a^{\delta f}; \quad (9)$$

$$\dot{\Phi}_a^{\delta f} = \dot{\Phi}_d + \dot{\Phi}_a^{\delta g}; \quad (10)$$

$$\dot{\Phi}_a^{\delta g} = \dot{\Phi}_{\delta 4} + \dot{\Phi}_a^{\delta h}; \quad (11)$$

$$\dot{\Phi}_a^{\delta h} = \dot{\Phi}_e + \dot{\Phi}_a^{\delta i} \equiv \dot{\Phi}_e + \dot{\Phi}_{бок}. \quad (12)$$

Через непосредственное использование этих соотношений будет реализована главная идея – создать *развернутую* электрическую схему замещения, понимаемую в том смысле, что в ней, наряду с электрическими величинами ($\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dots, \dot{U}_5, \dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_5$), будут отображаться (могут быть увидены) все перечисленные магнитные потоки.

Магнитные сопротивления кольцевых каналов в окне:

$$R_{\delta 1}^M = \frac{h}{\mu_0 s_{\delta 1}}; \quad R_{\delta 2}^M = \frac{h}{\mu_0 s_{\delta 2}}; \quad (13)$$

$$R_{\delta 3}^M = \frac{h}{\mu_0 s_{\delta 3}}; \quad R_{\delta 4}^M = \frac{h}{\mu_0 s_{\delta 4}}.$$

Здесь нижний индекс в обозначении площади (s_k) совпадает с обозначением ширины соответствующего кольцевого канала:

$$s_{\delta 1} = \pi D_{\delta 1} \delta_1, \quad s_{\delta 2} = \pi D_{\delta 2} \delta_2, \quad (14)$$

$$s_{\delta 3} = \pi D_{\delta 3} \delta_3, \quad s_{\delta 4} = \pi D_{\delta 4} \delta_4.$$

Магнитные сопротивления кольцевых каналов, занимаемых обмотками:

$$R_a^M = \frac{h}{\mu_0 s_a}; \quad R_b^M = \frac{h}{\mu_0 s_b}; \quad (15)$$

$$R_c^M = \frac{h}{\mu_0 s_c}; \quad R_d^M = \frac{h}{\mu_0 s_d}.$$

где

$$s_a = \pi D_a a, \quad s_b = \pi D_b b, \quad s_c = \pi D_c c, \quad (16)$$

$$s_d = \pi D_d d, \quad s_e = \pi D_e e.$$

Эти величины используются для определения слагаемых, входящих в выражение индуктивности короткого замыкания соответствующей пары обмоток. Для удобства записи формул для индуктивностей введем коэффициент

$$\beta_0 = \frac{w_1^2 \mu_0}{h}. \quad (17)$$

Чтобы построить схему замещения для трехобмоточного трансформатора с обмотками a, b, c , необходимо рассмотреть свойства и особенности трех $4T$ -образных схемных моделей двухобмоточных трансформаторов, которые могут быть из него выделены и из которых он, по существу, состоит.

Отрицательные индуктивности в модели двухобмоточного трансформатора

С учетом введенных обозначений схема замещения идеализированного двухобмоточного a, b -трансформатора принимает вид, (рис. 2, a). Рядом, на рис. 2, b , показана схема замещения для b, c -трансформатора.

В отличие от [13, 14], в обеих схемах ветви с отрицательными индуктивностями изображены вертикально. Обе схемы являются *приведенными 4T-образными*, они содержат четыре поперечные стрелки, каждая из которых *демонстрирует* магнитный поток в одной из частей магнитопровода. Пользуясь вторым законом Кирхгофа, убеждаемся, что в схеме рис. 2, a реализуются уравнения (4), (5), (6), а в схеме рис. 2, b – уравнения (6), (7), (8). Все индуктивности на схемах (рис. 2, a, b) являются продольными. Их суммарное значение в каждой схеме – обычная индуктивность КЗ (L^{K3}).

Для схемы рис. 2, a

$$L_{ab}^{K3} = L_a + L_{\delta 1} + L_b, \quad (18)$$

а для схемы рис. 2, b

$$L_{bc}^{K3} = L_b + L_{\delta 2} + L_c. \quad (19)$$

Однако, в отличие от традиционной (в учебниках) теории, в новой теории [13, 14] каждая из составляющих индуктивности КЗ рассматривается не как индуктивность рассеяния, а как функциональный элемент схемы замещения, или *средство* для отображения транспортировки

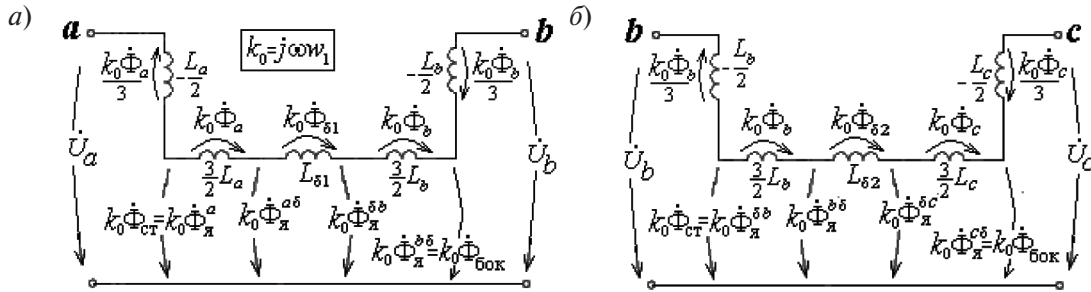


Рис. 2. 4T-схемы замещения двухобмоточных *a, b*-трансформатора (*a*) и *b, c*-трансформатора (*б*)

мощности (или вектора Пойнтинга) через соответствующий участок окна трансформатора. В связи с этим величины

$$\begin{aligned} L_{\delta 1} &= \beta_0 s_{\delta 1}; & L_{\delta 2} &= \beta_0 s_{\delta 2}; \\ L_{\delta 3} &= \beta_0 s_{\delta 3}; & L_{\delta 4} &= \beta_0 s_{\delta 4} \end{aligned} \quad (20)$$

следует называть *индуктивностями транспортировки мощности* (или *вектора Пойнтинга*) в коридорах между обмотками, или просто *индуктивностями коридоров*. А каждую из величин

$$L_a = \beta_0 \frac{s_a}{3}; \quad L_b = \beta_0 \frac{s_b}{3}; \quad (21)$$

$$L_c = \beta_0 \frac{s_c}{3}; \quad L_d = \beta_0 \frac{s_d}{3}; \quad L_e = \beta_0 \frac{s_e}{3}$$

следует называть *индуктивностью наращивания мощности* (или *вектора Пойнтинга*), если она принадлежит первичной обмотке, и *индуктивностью отдачи мощности* (или *вектора Пойнтинга*), если она принадлежит вторичной обмотке.

Выделение ветвей с отрицательными индуктивностями на схеме замещения двухобмоточного трансформатора имеет тройной смысл, а именно:

для локализации потоков, проходящих в толще обмоток ($\dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_b$ на рис. 2, *a* и $\dot{\Phi}_b, \dot{\Phi}_c$ на рис. 2, *б*); с их помощью отображается вклад потоков в толще обмоток в их потокосцепление (см. формулы (57) и (58) в [14]);

для наглядной демонстрации сверх- и антипотоков в магнитопроводе при КЗ одной из обмоток трансформатора;

для удобства реализации главной идеи работы – построения схем замещения многообмоточных трансформаторов путем сшивания (объединения) схемных моделей двухобмоточных трансформаторов.

Сверх- и антипотоки КЗ определяются в результате сопоставления потоков при КЗ с потоком холостого хода (XX) в стали магнитопро-

вода, который при принятых в начале допущениях имеет одинаковое значение во всех участках магнитопровода независимо от того, какая из обмоток (см. рис. 1) питается первичным напряжением \dot{U}_1 :

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{XX} &\equiv \dot{\Phi}_{ст}^{XX} \equiv \dot{\Phi}_я^{aXX} = \dot{\Phi}_я^{a\delta XX} = \\ &= \dot{\Phi}_я^{\delta b XX} = \dot{\Phi}_я^{bXX} \dots = \dot{\Phi}_я^{eXX} \equiv \dot{\Phi}_{бок}^{XX} = \frac{\dot{U}_1}{k_0}. \end{aligned} \quad (22)$$

Если в пятиобмоточном трансформаторе используются только две обмотки, то остальные три можно принять за измерительные катушки и, таким образом, оценивать величины сверх- и антипотоков в режимах КЗ двухобмоточных трансформаторов.

Примечание 1. Для расчетов воспользуемся геометрическими размерами (в миллиметрах) обмоток для пятиобмоточного трансформатора (см. рис. 1), приведенными в [11]:

$$\begin{aligned} a &= 41; & b &= 43; & c &= 10; & d &= 10; \\ e &= 10; & D_a &= 438; & D_b &= 578; & D_c &= 667; \\ D_d &= 723; & D_e &= 769; & \delta_1 &= 28; & \delta_2 &= 18; \\ \delta_3 &= 18; & \delta_4 &= 13; & D_{\delta 1} &= 507; & D_{\delta 2} &= 639; \\ D_{\delta 3} &= 695; & D_{\delta 4} &= 746; & h &= 979. \end{aligned}$$

Площади сечения (m^2) обмоток получаются равными

$$\begin{aligned} s_a &= 0,0564; & s_b &= 0,0781; \\ s_c &= 0,0210; & s_d &= 0,0227; & s_e &= 0,0242. \end{aligned}$$

Площади сечения (m^2) коридоров между обмотками получаются равными $s_{\delta 1} = 0,0446$; $s_{\delta 2} = 0,0361$; $s_{\delta 3} = 0,0393$; $s_{\delta 4} = 0,0305$.

Согласно (20) и (21) при $w_1 = 100$ находим

$$\begin{aligned} L_{\delta 1} &= 0,5724; & L_{\delta 2} &= 0,4638; \\ L_{\delta 3} &= 0,5044; & L_{\delta 4} &= 0,3910; \end{aligned}$$

$$L_a = 0,2413; \quad L_b = 0,3340;$$

$$L_c = 0,0896; \quad L_d = 0,0971; \quad L_e = 0,1033.$$

Индуктивности КЗ для пар обмоток получаем по (18), (19) и аналогичных им (в мГн):

$$L_{ab}^{K3} = 1,1479; \quad L_{ac}^{K3} = 2,3696; \quad L_{ad}^{K3} = 3,1505;$$

$$L_{ae}^{K3} = 3,8393; \quad L_{bc}^{K3} = 0,8876; \quad L_{bd}^{K3} = 1,6685;$$

$$L_{be}^{K3} = 2,3573; \quad L_{cd}^{K3} = 0,6913; \quad L_{ce}^{K3} = 1,3801;$$

$$L_{de}^{K3} = 0,5916.$$

Пример. Рассмотрим *a, b*-трансформатор (см. рис. 2, *a*). Остальные три обмотки (*c, d* и *e*) – разомкнуты (см. рис. 1). Независимо от того, какая из его обмоток – *a* или *b* – является первичной, ток КЗ будет равен

$$I_{K3} = \frac{\dot{U}_1}{j\omega L_{ab}^{K3}} = \frac{\dot{U}_1}{j\omega(L_a + L_{\delta 1} + L_b)}. \quad (23)$$

Первичной является *a*-обмотка ($\dot{U}_1 = \dot{U}_a$); поэтому поток в стержне

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{ст}^{K3} \equiv \dot{\Phi}_я^{aK3} &= \frac{\dot{U}_1 - \left(j\omega \left(-\frac{L_a}{2} \right) \right) \dot{I}_{K3}}{k_0} = \\ &= \frac{\dot{U}_1}{k_0} \left(1 + \frac{L_a}{2L_{ab}^{K3}} \right) = \left(1 + \frac{L_a}{2L_{ab}^{K3}} \right) \dot{\Phi}_{XX}, \end{aligned} \quad (24)$$

а поток в боковом ярме

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{бок}^{K3} \equiv \dot{\Phi}_я^{bK3} &= \frac{\left(j\omega \left(-\frac{L_b}{2} \right) \right) \dot{I}_{K3}}{k_0} = \\ &= -\frac{\dot{U}_1}{k_0} \frac{L_b}{2L_{ab}^{K3}} = -\frac{L_b}{2L_{ab}^{K3}} \dot{\Phi}_{XX}. \end{aligned} \quad (25)$$

Поскольку $\dot{\Phi}_{ст}^{K3} > \dot{\Phi}_{XX}$, то поток $\dot{\Phi}_{ст}^{K3}$ – есть *сверхпоток*. Поскольку $\dot{\Phi}_{бок}^{K3}$ направлен встречно потоку $\dot{\Phi}_{ст}^{K3}$, то $\dot{\Phi}_{бок}^{K3}$ – есть *антипоток*. В нашем случае для сверхпотока в стержне *a, b*-трансформатора находим

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{ст}^{K3} \equiv \dot{\Phi}_я^{aK3} &= \left(1 + \frac{L_a}{2(L_a + L_{\delta 1} + L_b)} \right) \dot{\Phi}_{XX} = \\ &= \left(1 + \frac{s_a}{2s_a + 6s_{\delta 1} + 2s_b} \right) \dot{\Phi}_{XX} = 1,105 \dot{\Phi}_{XX}. \end{aligned}$$

Его антипоток в боковом ярме равен

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{бок}^{K3} &= -\frac{L_b}{2(L_a + L_{\delta 1} + L_b)} \dot{\Phi}_{XX} = \\ &= -\frac{s_b}{2s_a + 6s_{\delta 1} + 2s_b} \dot{\Phi}_{XX} = -0,146 \dot{\Phi}_{XX}. \end{aligned}$$

Все обмотки имеют одинаковое число витков, поэтому показания напряжений на обмотках *c, d, e* будут одинаковыми и равными

Примеры расчета напряжений и токов в пятиобмоточном трансформаторе

Пример	Величина, ед. измер.	Значения вличины в обмотках <i>a, b, c, d, e</i> (рис. 1)				
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
1 (<i>a, b</i> -тр-р)	U_k , В	1000	0	-146	-146	-146
	I_k^{K3} , А	2772,9	2772,9	0	0	0
2 (<i>b, a</i> -тр-р)	U_k , В	0	1000	1146	1146	1146
	I_k^{K3} , А	2772,9	2772,9	0	0	0
3 (<i>b, a</i> -тр-р) при нагрузке $R_n = 1$ Ом	U_k , В	940,7 (945,3)	1000 (1000)	1018 (1015,3)	1018 (1015,3)	1018 (1015,3)
	I_k , А	940,7 (945,3)	940,7 (945,3)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
4 (<i>a, c</i> -тр-р)	U_k , В	1000	445	0	-18,9	-18,9
	I_k^{K3} , А	1343,3	0	1343,3	0	0

$$\begin{aligned} \dot{U}_c^{K3} = \dot{U}_d^{K3} = \dot{U}_e^{K3} = k_0 \dot{\Phi}_{\text{бок}}^{K3} = \\ = -\frac{s_b}{2s_a + 6s_{\delta 1} + 2s_b} \dot{U}_1 = -0,146 \dot{U}_1. \end{aligned}$$

В первой строке таблицы представлены численные значения токов и напряжений в рассматриваемом режиме КЗ при $\dot{U}_1 \equiv \dot{U}_a = 1000$ В. При расчете токов принята частота $f = 50$ Гц. В соотношениях для потоков и напряжений частота не участвует.

Сверх- и антипоток короткого замыкания в том же трансформаторе, когда первичной является b -обмотка и $\dot{U}_1 = \dot{U}_b$ (то есть в b, a -трансформаторе, рис. 2, a)), меняются местами. При короткозамкнутой a -обмотке ток \dot{I}_{K3} совпадет с его значением (23), а поток в стержне станет антипоток:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{\text{ст}}^{K3} \equiv \dot{\Phi}_a^{K3} &= \frac{j\omega \left(-\frac{L_a}{2}\right) \dot{I}_{K3}}{k_0} = \\ &= -\frac{\dot{U}_1}{k_0} \frac{L_a}{2L_{ab}^{K3}} = -\frac{L_a}{2L_{ab}^{K3}} \dot{\Phi}_{\text{ХХ}}, \end{aligned}$$

тогда как поток в боковом ярме превратится в сверхпоток

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{\text{бок}}^{K3} \equiv \dot{\Phi}_b^{K3} &= \frac{\dot{U}_1 + j\omega \frac{L_b}{2} \dot{I}_{K3}}{k_0} = \\ &= \frac{\dot{U}_1}{k_0} \left(1 + \frac{L_b}{2L_{ab}^{K3}}\right) = \left(1 + \frac{L_b}{2L_{ab}^{K3}}\right) \dot{\Phi}_{\text{ХХ}}. \end{aligned}$$

Показания напряжений на обмотках c, d, e будут превосходить приложенное напряжение, как показано во второй строке таблицы:

$$\begin{aligned} \dot{U}_c^{K3} = \dot{U}_d^{K3} = \dot{U}_e^{K3} = k_0 \dot{\Phi}_{\text{бок}}^{K3} = \\ = \left(1 + \frac{s_b}{2s_a + 6s_{\delta 1} + 2s_b}\right) \dot{U}_1 = 1,146 \dot{U}_1, \end{aligned}$$

подтверждая тем самым возникновение сверхпотока КЗ в боковом ярме.

В третьей строке таблицы демонстрируется возможность возникновения сверхпотока при нагрузке ($R_n = 1$ Ом). Расчеты приведены в Приложении.

Двухобмоточные элементы трехобмоточного трансформатора

При разомкнутых d и e обмотках пятиобмоточный трансформатор превращается трехобмоточный a, b, c -трансформатор. Он содержит три двухобмоточных трансформатора: a, b -, b, c - и a, c -трансформаторы (см. рис. 2, $a, б$ и рис. 3, a).

На схеме (рис. 3, a) L_a — индуктивность наращивания мощности, а L_c — индуктивность отдачи мощности. Поскольку ширина коридора между обмотками a и c равна $\delta_1 + b + \delta_2$, то индуктивность транспортировки мощности в этом коридоре

$$L_{\delta 1 + b + \delta 2} = \beta_0 (s_{\delta 1} + s_b + s_{\delta 2}). \quad (26)$$

Принимая во внимание (20) и (21), ее можно представить в виде

$$L_{\delta 1 + b + \delta 2} = L_{\delta 1} + \frac{3}{2} L_b + \frac{3}{2} L_b + L_{\delta 2}. \quad (27)$$

Магнитный поток в коридоре между обмотками a, c -трансформатора

$$\dot{\Phi}_{(\delta 1 + b + \delta 2)} = \dot{\Phi}_{\delta 1} + \dot{\Phi}_b + \dot{\Phi}_{\delta 2} = \frac{j\omega L_{(\delta 1 + b + \delta 2)} \dot{I}}{k_0}. \quad (28)$$

Из (27) и (28) следует, что поток в толще разомкнутой b -обмотки равен

$$\dot{\Phi}_b = \frac{j\omega \left(\frac{3}{2} L_b + \frac{3}{2} L_b\right) \dot{I}}{k_0}, \quad (29)$$

что и отображено на рис. 3, $б$. При этом на схеме удастся идентифицировать также величины

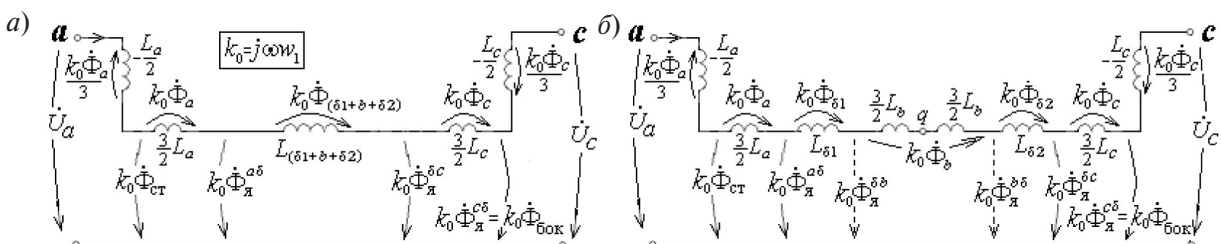


Рис. 3. 4Т-схема замещения двухобмоточного a, c -трансформатора с сосредоточенной индуктивностью $L_{\delta 1 + b + \delta 2}$ (a) и ее разложением на четыре составляющие с центральным узлом q ($б$)

$k_0\dot{\Phi}_я^{\delta b}$ и $k_0\dot{\Phi}_я^{\delta\delta}$, показанные на схеме пунктирными линиями. В результате получилась 6Т-образная схема замещения двухобмоточного трансформатора, что стало следствием разбиения его коридора между обмотками a и c на три кольцевых канала шириной δ_1 , b и δ_2 .

Примечание 2. Разбивая коридор на большее число каналов, можно построить схему замещения с каким угодно большим числом поперечных стрелок, получая таким образом *распределенную* структуру схемы замещения двухобмоточного трансформатора.

Внутренняя индуктивность a , c -трансформатора (или индуктивность КЗ) со стороны a -обмотки при короткозамкнутой c -обмотке равна

$$\begin{aligned} L_{ac}^{K3} &= L_a + L_{\delta_1+b+\delta_2} + L_c = \\ &= L_a + (L_{\delta_1} + 3L_b + L_{\delta_2}) + L_c = L_{ab}^{K3} + L_b + L_{bc}^{K3} = \\ &= 0,00237 \text{ Гн.} \end{aligned}$$

Примечание 3. Из этого выражения следует полезное соотношение

$$L_b = L_{ac}^{K3} - (L_{ab}^{K3} + L_{bc}^{K3}), \quad (30)$$

которое далее будет использовано при исследовании трехобмоточного трансформатора.

Для тока КЗ получаем значение

$$I_{K3} = \frac{U_1}{j\omega L_{ac}^{K3}} = 1343,3 \text{ А.}$$

По аналогии с (24) и (25) находим потоки в режиме к.з. a , c -трансформатора:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{ст}^{K3} &\equiv \dot{\Phi}_я^{aK3} = \left(1 + \frac{L_a}{2L_{ac}^{K3}}\right) \dot{\Phi}_{XX} = \\ &= \left(1 + \frac{s_a}{2s_a + 6(s_{\delta_1} + s_b + s_{\delta_2}) + 2s_c}\right) \dot{\Phi}_{XX} = \\ &= 1,051 \dot{\Phi}_{XX}; \\ \dot{\Phi}_{бок}^{K3} &\equiv \dot{\Phi}_я^{bK3} = -\frac{L_c}{2L_{ac}^{K3}} \dot{\Phi}_{XX} = \\ &= -\frac{s_c}{2s_a + 6(s_{\delta_1} + s_b + s_{\delta_2}) + 2s_c} = \\ &= -0,0189 \dot{\Phi}_{XX}. \end{aligned}$$

Они ослаблены из-за большой ширины зазора между обмотками (см. последнюю строку таблицы). Напряжения на разомкнутых обмотках e , d :

$$U_e^{K3} = U_d^{K3} = k_0 \dot{\Phi}_{бок}^{K3} = -0,0189 U_1.$$

Напряжение на зажимах разомкнутой b -обмотки найдем по ее потокосцеплению

$$\dot{U}_b = j\omega \dot{\Psi}_b = k_0 \left[(\dot{\Phi}_{ст} - \dot{\Phi}_a - \dot{\Phi}_{\delta_1}) - \frac{\dot{\Phi}_b}{2} \right]. \quad (31)$$

В режиме КЗ получаем (см. табл.1)

$$\begin{aligned} \dot{U}_b^{K3} &= k_0 \left[(\dot{\Phi}_{ст}^{K3} - \dot{\Phi}_a^{K3} - \dot{\Phi}_{\delta_1}^{K3}) - \frac{\dot{\Phi}_b^{K3}}{2} \right] = \\ &= \left(1 + \frac{L_a}{2L_{ac}^{K3}} - \frac{\frac{3L_a}{2} + L_{\delta_1} + \frac{3L_b}{2}}{L_{ac}^{K3}} \right) U_1 = 0,445 U_1. \end{aligned}$$

Замечание. Напряжения при КЗ, приведенные в таблице, представлены как следствия появления сверх и антипотоков. Это указывает на то, что в реальных условиях магнитопровод при КЗ, во-первых, намагничивается неравномерно, а во-вторых, его часть со сверхпотоком может оказаться (в зависимости от сечения магнитопровода в этой части) насыщенной на порядок сильнее, чем при ХХ. При внезапных КЗ это может привести к увеличению ударного тока КЗ на 20–30 % выше расчетного его значения, определяемого по формулам традиционной теории (они выведены, как известно, в пренебрежении намагничивающими токами, т. е. в предположении, что магнитопровод при КЗ оказывается размагниченым – см. [4, с. 307], [8, с. 81 и 131] и др.). При этом в расчетах электродинамических сил при КЗ возникает ошибка до 50 %.

6Т-образная схема замещения идеализированного трехобмоточного трансформатора

Из сравнения модели двухобмоточного a , c -трансформатора (рис. 3, б) с парой схем на рис. 2 заключаем, что ее можно рассматривать как результат сшивания схем замещения a , b -трансформатора и b , c -трансформатора в узле q . Если при этом оставить вертикальную ветвь с отрицательной индуктивностью ($-L_b/2$), то получим схему с тремя полюсами, представляющую собой схему замещения трехобмоточного a , b , c -трансформатора (рис. 4). Доказательство состоит в проверке выполнения по этой схеме гра-

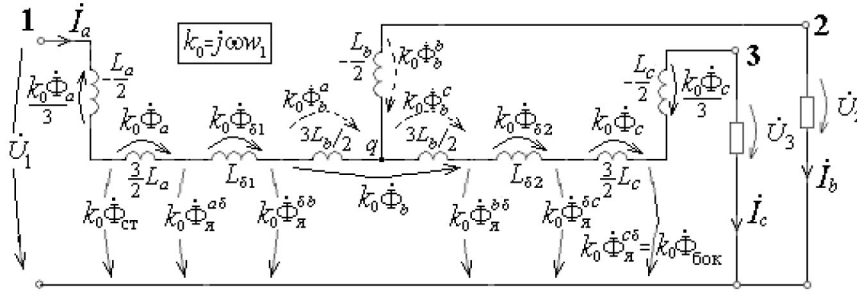


Рис. 4. 6Т-образная схема замещения идеализированного трехобмоточного трансформатора

ничных условий, которым должен удовлетворять трехобмоточный трансформатор, а именно представлять собой одновременно:

a, b-трансформатор со стороны полюсов 1 и 2 (при холостом полюсе 3);

b, c-трансформатор со стороны полюсов 2 и 3 (при холостом полюсе 1);

a, c-трансформатор со стороны полюсов 1 и 3 (при холостом полюсе 2),

Это очевидным образом вытекает из описанной процедуры сшивания подсхем вдоль отрицательной индуктивности ($-L_b/2$). Выполняется еще четвертое граничное условие: индуктивность ($-L_b/2$) одновременно входит в *a, b*- и *b, c*-трансформаторы. Полученная схема удовлетворяет также внутренним свойствам трансформатора как по связям между потоками, так и по токам обмоток:

$$i_a = i_b + i_c. \quad (32)$$

Достоверность схемы на рис. 4 подтверждается совпадением индуктивностей лучей схемы, исходящих из узла *q*, с известными выражениями для L_{123} , L_{213} и L_{312} , впервые полученными в [1] в виде комбинаций сопротивлений КЗ отдельных двухобмоточных трансформаторов. В частности, для индуктивности луча между узлами 1 и *q* непосредственно по схеме рис. 4 с учетом соотношения (30) можем написать

$$L_{1,q} = (L_a + L_{\delta 1} + L_b) + \frac{L_b}{2} = L_{ab}^{K3} + \frac{L_{ac}^{K3} - (L_{ab}^{K3} + L_{bc}^{K3})}{2} = \frac{L_{ac}^{K3} + L_{ab}^{K3} - L_{bc}^{K3}}{2} = L_{123},$$

где предпоследняя дробь совпадает с выражением для L_{123} из [4] после замены в ней индексов *a, b, c* соответственно на 1, 2, 3. Индуктивность луча, исходящего из узла *q* к узлу 2 средней

b-обмотки, отрицательна и может быть представлена в виде

$$L_{2,q} = -\frac{L_b}{2} = -\frac{L_{ac}^{K3} - (L_{ab}^{K3} + L_{bc}^{K3})}{2} = \frac{L_{ba}^{K3} + L_{bc}^{K3} - L_{ac}^{K3}}{2} = L_{213} < 0.$$

Для индуктивности луча, исходящего из узла *q* к узлу 3 внешней *c*-обмотки, имеем

$$L_{3,q} = \frac{1}{2}L_b + (L_b + L_{\delta 2} + L_c) = \frac{L_{ac}^{K3} - (L_{ab}^{K3} + L_{bc}^{K3})}{2} + L_{bc}^{K3} = \frac{L_{ac}^{K3} + L_{cb}^{K3} - L_{ab}^{K3}}{2} = L_{312}.$$

При сверке этих выражений с известными формулами следует иметь в виду, что по смыслу $L_{pq}^{K3} = L_{qp}^{K3}$.

Потокосцепление средней обмотки в трехобмоточном трансформаторе

В идеализированном трехобмоточном трансформаторе

$$\dot{U}_1 = j\omega\dot{\Psi}_a = k_0\dot{\Psi}_a/w_1; \quad (33)$$

$$\dot{U}_2 = j\omega\dot{\Psi}_b = k_0\dot{\Psi}_b/w_1; \quad (34)$$

$$\dot{U}_3 = j\omega\dot{\Psi}_c = k_0\dot{\Psi}_c/w_1. \quad (35)$$

Из этих выражений и схемы рис. 4 следует, что потокосцепления обмоток можно выразить в виде

$$\dot{\Psi}_a = w_1\dot{\Phi}_{ст} - \frac{w_1\dot{\Phi}_a}{3}; \quad (36)$$

$$\dot{\Psi}_b = \frac{\dot{U}_2}{j\omega}; \quad (37)$$

$$\dot{\Psi}_c = w_1 \dot{\Phi}_{я}^{c\delta} + \frac{w_1 \dot{\Phi}_c}{3} \rightarrow w_1 \dot{\Phi}_{бок} + \frac{w_1 \dot{\Phi}_c}{3}. \quad (38)$$

Стрелка в последнем выражении указывает на равенство в трехобмоточном трансформаторе потоков $\dot{\Phi}_{я}^{c\delta} = \dot{\Phi}_{бок}$. Выражения (36) и (38) совпадают с формулами (57) и (58) в [14].

Чтобы раскрыть выражение (37), необходимо определить напряжения, показанные на рис. 4 пунктирными стрелками и обозначенные в виде произведения k_0 на $\dot{\Phi}_b^a$, $\dot{\Phi}_b^c$ и $\dot{\Phi}_b^b$. Из схемы вытекает, что $\dot{\Phi}_b^a$, $\dot{\Phi}_b^c$ связаны системой уравнений

$$\dot{\Phi}_b^a + \dot{\Phi}_b^c = \dot{\Phi}_b; \quad (39)$$

$$k_0 \dot{\Phi}_b^a = j\omega \frac{3}{2} L_b \dot{I}_a; \quad (40)$$

$$k_0 \dot{\Phi}_b^c = j\omega \frac{3}{2} L_b \dot{I}_c. \quad (41)$$

Откуда следует

$$\dot{\Phi}_b^a = \frac{\dot{I}_a}{\dot{I}_a + \dot{I}_c} \dot{\Phi}_b; \quad (42)$$

$$\dot{\Phi}_b^c = \frac{\dot{I}_c}{\dot{I}_a + \dot{I}_c} \dot{\Phi}_b. \quad (43)$$

Далее из выражения для напряжения

$$k_0 \dot{\Phi}_b = j\omega \frac{3}{2} L_b \dot{I}_a + j\omega \frac{3}{2} L_b \dot{I}_c \quad (44)$$

вытекает

$$j\omega \frac{L_b}{2} = \frac{k_0 \dot{\Phi}_b}{3(\dot{I}_a + \dot{I}_c)}. \quad (45)$$

И для напряжения на вертикальной ветви получаем

$$k_0 \dot{\Phi}_b^b = j\omega \frac{L_b}{2} \dot{I}_b = \frac{\dot{I}_b}{\dot{I}_a + \dot{I}_c} \frac{k_0 \dot{\Phi}_b}{3}, \quad (46)$$

или

$$k_0 \dot{\Phi}_b^b = \frac{\dot{I}_a - \dot{I}_c}{\dot{I}_a + \dot{I}_c} \frac{k_0 \dot{\Phi}_b}{3}. \quad (47)$$

В результате напряжение на зажимах средней обмотки можно представить в виде

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= k_0 \dot{\Phi}_{я}^{\delta b} - k_0 \dot{\Phi}_b^a + k_0 \dot{\Phi}_b^b = \\ &= k_0 \dot{\Phi}_{я}^{\delta b} - \frac{\dot{I}_a}{\dot{I}_a + \dot{I}_c} k_0 \dot{\Phi}_b + \frac{\dot{I}_a - \dot{I}_c}{\dot{I}_a + \dot{I}_c} \frac{k_0 \dot{\Phi}_b}{3}. \end{aligned}$$

Учтя (3), (32) и (37), получаем формулу для искомого потокосцепления:

$$\dot{\Psi}_b = w_1 \dot{\Phi}_{я}^{\delta b} - \frac{\dot{I}_a - \dot{I}_b}{\dot{I}_a + \dot{I}_c} \frac{1}{3} w_1 \dot{\Phi}_b. \quad (48)$$

6Т-схема замещения реального трехобмоточного трансформатора

Во второй части [14] весьма подробно рассматривался прием наращивания схемной модели идеализированного трансформатора активными сопротивлениями обмоток и *поперечными* ветвями для учета активных и реактивных потерь в стали, включая участки между баком и частями магнитопровода, с целью получения схемы замещения реального двухобмоточного трансформатора. Аналогичным образом можно перейти от идеализированной модели (см. рис. 4) к схеме замещения реального трехобмоточного транс-

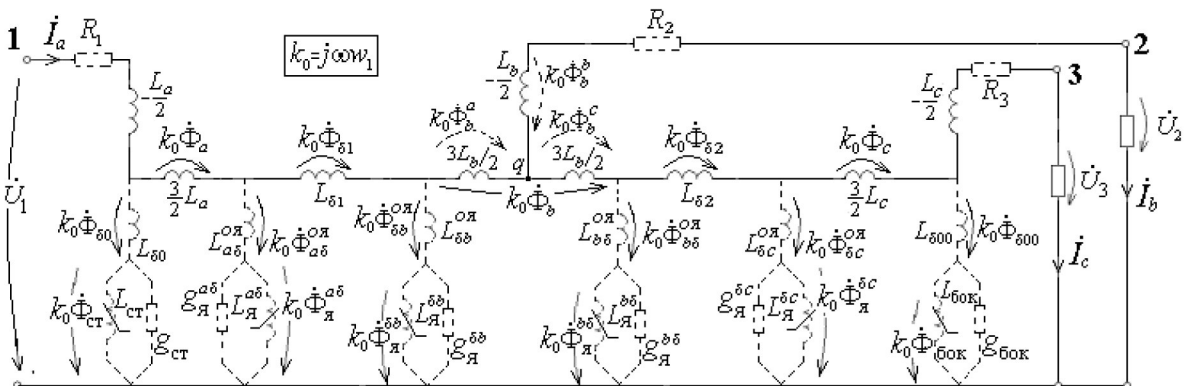


Рис. 5. 6Т-образная схема замещения реального трехобмоточного трансформатора

форматора, как показано пунктиром на рис. 5. Обозначения добавленных индуктивностей и потоков соответствуют принятым в [14]. Нелинейные индуктивности и параллельно подключенные к ним активные проводимости соответствуют следующему:

$L_{ст}, g_{ст}$ – стержню, в котором протекает ток $\dot{\Phi}_{ст}$ (рис. 1);

$L_{я}^{a\delta}, g_{я}^{a\delta}$ – части стыкового ярма, в котором протекает поток $\dot{\Phi}_{я}^{a\delta}$;

$L_{я}^{\delta b}, g_{я}^{\delta b}$ – части стыкового ярма, в котором протекает поток $\dot{\Phi}_{я}^{\delta b}$ и т.д.

Последовательно соединенные с ними линейные индуктивности введены для учета магнитных потоков, возникающих вследствие конечной магнитной проницаемости стали или ее насыщения. Они соответствуют:

$L_{\delta 0} = \mu_0 s_{\delta 0} w_1^2 / h$ – промежутку шириной δ_0 между стержнем и внутренней a -обмоткой, в котором протекает поток $\dot{\Phi}_{\delta 0}$ (рис. 1);

$L_{a\delta}^{oЯ} = \mu_0 s_{a\delta}^{oЯ} w_1^2 / l_{a\delta}^{oЯ}$ – промежутку площадью $s_{a\delta}^{oЯ}$ и длиной $l_{a\delta}^{oЯ}$ между стыковым ярмом и баком, в котором протекает поток $\dot{\Phi}_{a\delta}^{oЯ}$, параллельный потоку $\dot{\Phi}_{я}^{a\delta}$ в ярме;

$L_{\delta b}^{oЯ} = \mu_0 s_{\delta b}^{oЯ} w_1^2 / l_{\delta b}^{oЯ}$ – промежутку площадью $s_{\delta b}^{oЯ}$ и длиной $l_{\delta b}^{oЯ}$ между стыковым ярмом и баком, в котором протекает поток $\dot{\Phi}_{\delta b}^{oЯ}$, параллельный потоку $\dot{\Phi}_{я}^{\delta b}$ в ярме, и т.д.

Примечание 4. Схему на рис. 5 следует дополнить также сопротивлениями $R_a^{вхр}, R_b^{вхр}, R_c^{вхр}$, разделив каждое из них на положительную и отрицательную части. Например,

$$R_b^{вхр} = \frac{3}{2} R_b^{вхр} + \left(-\frac{R_b^{вхр}}{2} \right). \quad (49)$$

Сопротивление $3R_b^{вхр}/2$ следует включить последовательно с индуктивностями $3L_b/3$, а отрицательное сопротивление $(-R_b^{вхр}/2)$ – последовательно с индуктивностью $(-L_b/2)$. Обоснование этой процедуры можно найти в [6, стр.87]. В итоге схема получит семь дополнительных сопротивлений для учета вихревых токов в обмотках. Аналогичным образом следует разбить и сопротивления обмоток R_1, R_2, R_3 . Они не показаны на схеме, чтобы не перегружать рис. 5.

Примечание 5. Обычно отрицательные индуктивности в схемах замещения рассматривают как некую «малую» помеху («косточку в горле»). В монографии [6], специально посвященной многообмоточным трансформаторам, им уделено вскользь всего семь строк. В книге [5, стр.125] и вовсе предлагается для «режимов с сильным насыщением стали ... пренебречь отрицательными индуктивностями». Однако из схемы замещения на рис. 5 вытекает, что это может привести к увеличению погрешности при вычислении сверхпотоков в короткозамкнутом трансформаторе. Действительно, полагая для простоты, что в этом случае при КЗ насыщается только стержень, получим схему (рис. 5) с одной левой поперечной ветвью, напряжение которой можно представить в виде

$$k_0 \dot{\Phi}_{ст}^{кз} + k_0 \dot{\Phi}_{\delta 0}^{кз} = \dot{U}_1 - \left(-j\omega \frac{L_a}{2} \right) \dot{I}_a^{кз}. \quad (50)$$

Ток КЗ $\dot{I}_a^{кз}$ велик. Вместе с ним весьма значительным будет и второе слагаемое в правой части этого выражения. Поэтому пренебрежение им приведет к существенной погрешности в определении сверхпотока $\dot{\Phi}_{ст}^{кз}$ в стержне. Из (50) следует, что сверхпоток в насыщенном короткозамкнутом трансформаторе превышает его значение в ненасыщенном трансформаторе.

2nT-образная схема замещения n-обмоточного идеализированного трансформатора

Изложенный метод сшиваия 4T-схемных моделей двухобмоточных трансформаторов в полной мере применим и к синтезу схемы замещения любого n-обмоточного трансформатора. В качестве примера на рис. 6 изображена схема замещения идеализированного пятиобмоточного трансформатора. Число поперечных стрелок напряжения (с потоками) в схеме равно 2n, что стало основанием назвать ее 2nT-образной моделью. Общее число отрицательных индуктивностей в ней равно числу обмоток, в нашем случае – пяти. Любая обмотка или группа обмоток может рассматриваться в качестве первичных, остальные – в качестве вторичных. На схеме рис.6 роль первичной играет a-обмотка. Для получения модели реального трансформатора схему (рис. 6) необходимо дополнить поперечными ветвями, учитывающими потери в стали,

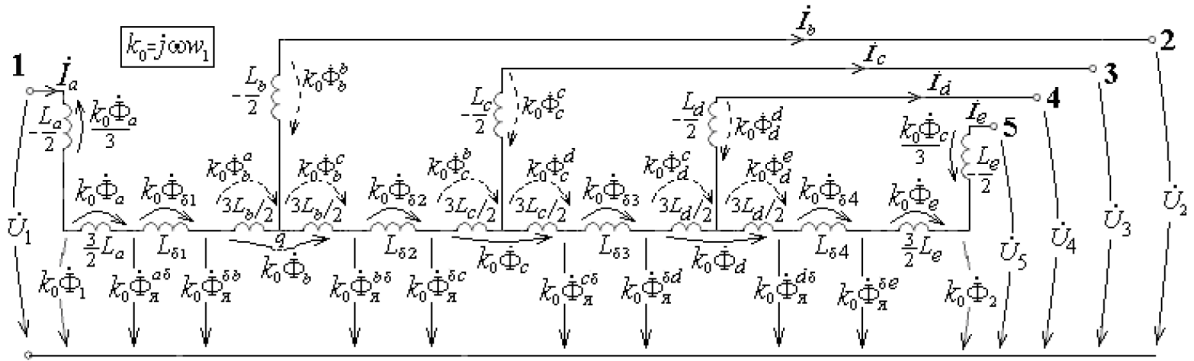


Рис. 6. Схема замещения пятиобмоточного трансформатора

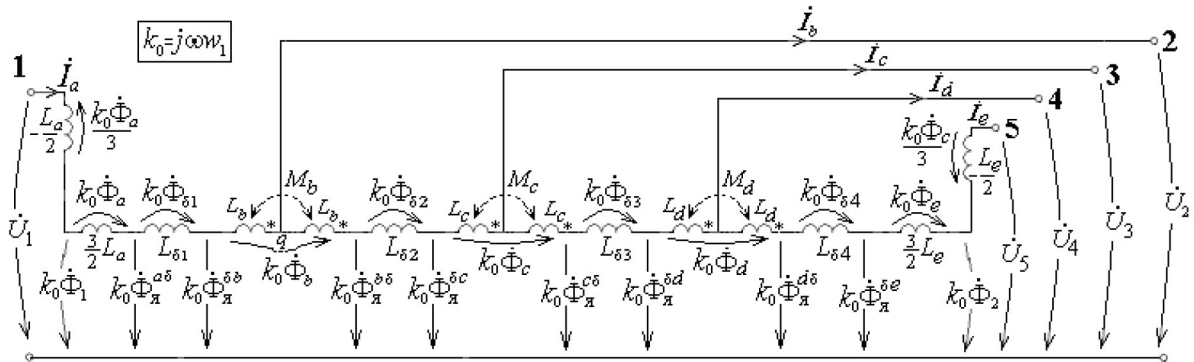


Рис. 7. Схема замещения пятиобмоточного трансформатора без отрицательных индуктивностей внутренних обмоток

а также активными сопротивлениями, как было описано в Примечании 4.

Преобразование отрицательных индуктивностей внутренних обмоток во взаимные индуктивности

От отрицательных индуктивностей можно избавиться, выполнив их перенос через узлы. Согласно правилам этих преобразований [18] при переносе, например индуктивности $(-L_b/2)$ через узел q (рис. 6), ее значение следует приплюсовать к обеим индуктивностям $3L_b/2$ (после чего они станут равными L_b) и ввести между ними взаимную индуктивность, равную $M_b = L_b/2$, как показано на рис. 7. Аналогичным образом выполнен перенос отрицательных индуктивностей двух других внутренних обмоток $(-L_c/2$ и $-L_d/2)$, и в схеме появились еще две взаимноиндуктивные связи ($M_c = L_b/2$ и

$M_d = L_d/2$). При маркировке, принятой на схеме рис. 7, все взаимные индуктивности положительны.

Отрицательные индуктивности крайних обмоток $(-L_d/2$ и $-L_e/2)$ сохранены, благодаря чему все поперечные напряжения остались теми же, что и в схеме рис. 6. И, следовательно, схема рис. 7 может быть также преобразована в схему реального трансформатора путем добавления поперечных и продольных ветвей, учитывающих дополнительные активные и реактивные потери, как было описано выше для схемы рис. 6.

Компактная цепочечная схема замещения идеализированного трансформатора без отрицательных индуктивностей

Объединяя в схеме на рис. 7 последовательно включенные индуктивности между ее узлами, получим схему (рис. 8) с положительными ин-

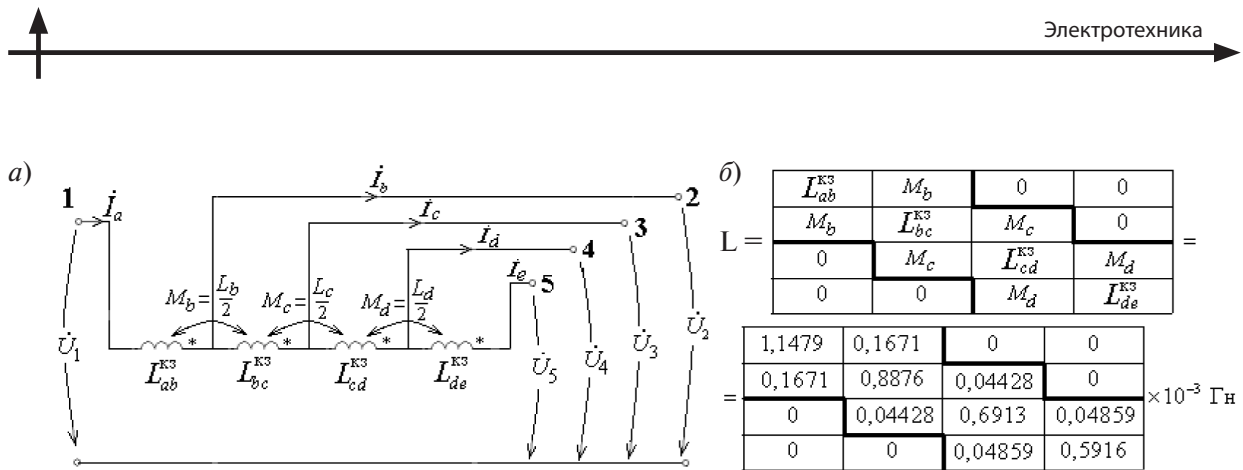


Рис. 8. Компактная цепочечная схема замещения идеализированного пятиобмоточного трансформатора с сопротивлениями КЗ (а) и ее трехдиагональная матрица индуктивностей (б)

дуктивностями, равными индуктивностям КЗ соответствующих двухобмоточных трансформаторов. В частности, суммируя индуктивности между узлом 1 и узлом q , с учетом (18) имеем

$$-\frac{L_a}{2} + \frac{3}{2}L_a + L_{\delta 1} + L_b = L_{ab}^{K3}.$$

Аналогично для группы последовательно включенных индуктивностей справа от узла q на основании (19) находим

$$L_b + L_{\delta 2} + L_c = L_{bc}^{K3},$$

и т.д. В результате получаем компактную цепочечную схему замещения идеализированного n -обмоточного трансформатора, описываемую симметричной трехдиагональной матрицей индуктивностей L . Однако возможности наблюдения потоков, в том числе сверх- и антипотоков при КЗ, в этой схеме утрачиваются. Достоверность схемной модели (рис. 8) отчасти подтверждается совпадением решений выполненных с ее помощью примеров (см. табл.) с числовыми данными для токов и напряжений, полученными ранее на основе анализа сверх- и антипотоков.

Структура компактной схемы (рис. 8) совпадает с топологией модели [11], но отличается от нее элементами матрицы L , которая в статье [11] оказывается полностью заполненной, поскольку, согласно гипотезе ее авторов, взаимные индуктивности M_{ij} должны, якобы, иметь место между всеми индуктивностями ветвей схемы. Физическая трактовка таких взаимных индуктивностей выглядит весьма искусственной, поскольку они оказываются с разными знаками. В отличие от [11, 12], в данной работе представленная компактная модель (рис. 8) основана не

на гипотезе, а на строгих методах теории цепей. Все недиагональные элементы матрицы L положительны, что вытекает из самого способа их получения.

Заключение

Получена новая цепочечная схема замещения n -обмоточного трансформатора, позволяющая во всей полноте представить физическую картину протекающих в нем процессов, благодаря отображению на схеме путей прохождения магнитных потоков и их величин. Особенность разработанной схемы – модульность структуры, вытекающая из оригинального принципа ее построения путем сшивания более простых схемных моделей обычных двухобмоточных трансформаторов. В отличие от прежних ничего не значащих суждений об отрицательных индуктивностях как «приводящих схему замещения n -обмоточного трансформатора в соответствие с реальными соотношениями», в данной работе они рассматриваются как элементы схемы, играющие ключевую роль в отображении магнитных потоков, что важно разработчикам стандартных пакетов программ для корректного моделирования и уточнения процессов, протекающих в многообмоточном трансформаторе в аномальных режимах его работы. Строго доказано, что схема замещения n -обмоточного трансформатора со взаимными индуктивностями, вводимыми вместо отрицательных индуктивностей, характеризуется трехдиагональной матрицей положительных индуктивностей. Приведенные схемы пригодны для анализа как установившихся, так и динамических процессов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Представляет интерес оценить потоки и напряжения при наличии небольшой активной нагрузки $R = 1$ Ом в b, a -трансформаторе (рис. 2, a) при $\dot{U}_1 = \dot{U}_b = 1000$ В и сравнить результат с данными, полученными в [11, стр.360] для этого случая. Непосредственно из схемы рис. 2, a следует, что

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}_b}{R + j\omega L_{ab}^{K3}} = \frac{\dot{U}_1}{R + j\omega(L_a + L_{\delta 1} + L_b)} = (884,9 - j319,1) \text{ А};$$

модуль тока $I = 940,7$ А. Напряжение на нагрузке $R = 1$ Ом равно

$$\dot{U}_a = R\dot{i} = (884,9 - j319,1) \text{ В},$$

и, следовательно, $U_a = 940,7$ В. Для потока в стержне можем написать

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{\text{ст}} \equiv \dot{\Phi}_a^a &= \frac{\left(R - j\omega \frac{L_a}{2}\right) \dot{i}_{K3}}{k_0} = \frac{\dot{U}_1 \left(R - j\omega \frac{L_a}{2}\right)}{k_0 (R + j\omega L_{ab}^{K3})} \\ &= \frac{\left(R - j\omega \frac{L_a}{2}\right)}{(R + j\omega L_{ab}^{K3})} \dot{\Phi}_{\text{ХХ}} = (0,873 - j0,353) \dot{\Phi}_{\text{ХХ}}, \end{aligned}$$

и, следовательно, $\Phi_{\text{ст}} \equiv \Phi_a^a = 0,941 \Phi_{\text{ХХ}}$.

Также непосредственно из схемы (рис. 2, a) следует, что поток в боковом ярме равен

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{\text{бок}} \equiv \dot{\Phi}_a^b &= \frac{\dot{U}_b - j\omega \left(-\frac{L_b}{2}\right) \dot{i}}{k_0} = \frac{\dot{U}_1 \left(1 + \frac{j\omega L_b}{2(R + j\omega L_{ab}^{K3})}\right)}{k_0} \\ &= \left(1 + \frac{j\omega L_b}{2(R + j\omega L_{ab}^{K3})}\right) \dot{\Phi}_{\text{ХХ}} = (1,0167 + j0,0464) \dot{\Phi}_{\text{ХХ}}. \end{aligned}$$

И, поскольку $\Phi_{\text{бок}} \equiv \Phi_a^b = 1,018 \Phi_{\text{ХХ}}$, то его можно считать сверхпоток. Напряжения на обмотках c, d, e равны

$$\begin{aligned} \dot{U}_c = \dot{U}_d = \dot{U}_e &= k_0 \dot{\Phi}_{\text{бок}} = \\ &= \left(1 + \frac{j\omega L_b}{2(R + j\omega L_{ab}^{K3})}\right) \dot{U}_1 = 1,018 \dot{U}_1 \end{aligned}$$

и превосходят по модулю приложенное напряжение (см. третью строку таблицы). В скобках приведены величины, полученные в [11]. Причина расхождения результатов расчетов с данными [11] заключается в нечеткой формулировке [11, стр. 354] условий расчета сопротивлений КЗ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Boyajian A.** Theory of three circuit transformers. // AIEE Trans., Feb. 1924. P. 208–528.
2. **Starr F.** Equivalent circuits - I. // AIEE Trans., Jan. 1932. Vol 57. P. 287–298.
3. **Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C. Minnec S. Montsinger M.V.** Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. New York: Wiley, 1951. 239 с.
4. **Васютинский С.Б.** Вопросы теории и расчета трансформаторов. Л.: Энергия, 1970. 432 с.
5. **Лейтес Л.В.** Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981. 392 с.
6. **Лейтес Л.В., Пинцов А.М.** Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. М.: Энергия, 1974. 192 с.
7. **Петров Г.Н.** Электрические машины. Часть 1. М.: Энергия, 1974. 240 с.
8. **Иванов-Смоленский А.В.** Электрические машины. М.: Энергия, 1980. 927 с.
9. **Хныков А.В.** Теория и расчет многообмоточных трансформаторов. М.: Солон-пресс, 2003. 114 с.
10. **Вольдек А.И., Попов В.В.** Электрические машины. Введение в электромеханику. Машины постоянного тока и трансформаторы. СПб.: Питер, 2007. 320 с.
11. **Alvarez-Marino C., Leon F., Lopez-Fernandez X.M.** Equivalent Circuit for the Leakage Inductance of Multiwinding Transformers: Unification of terminal and duality models // IEEE transactions on power delivery. Jan. 2012. Vol. 27. No.1, P. 353–361.
12. **Leon F., Martinez J.A.** Dual Three-winding Transformer Equivalent Circuit matching Leakage measurements // IEEE transactions on power delivery. January 2009. Vol. 24. No.1. P. 160–168.
13. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 1 // Электричество. 2014. № 9. С. 52–59.
14. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 2 // Электричество. 2014. № 10. С. 53–65.
15. **Шакиров М.А., Андрущук В.В., Дуан Лион.** Аномальные магнитные потоки в двухобмоточном трансформаторе при коротком замыкании // Электричество. 2010. № 3. С. 55–63.

16. Шакиров М.А., Варламов Ю.В. Картины магнитных свер- и антипоток в короткозамкнутом двухобмоточном трансформаторе. Часть 1. Броневого трансформатор // Электричество. 2015. № 8. С. 9–19.

17. Малыгин В.М. Локализация потока энергии в трансформаторе (по поводу статьи М.А.Шакирова,

“Электричество”, 2014, № 9 и 10) // Электричество. 2015. № 4. С. 60–65.

18. Шакиров М.А. Преобразования и диакоптика электрических цепей. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1980. 196 с.

REFERENCES

1. Boyajian A. Theory of three circuit transformers. *AIEE Trans.*, Feb. 1924. P. 208–528.
2. Starr F. Equivalent circuits - I. – *AIEE Trans.*, Jan. 1932. Vol 57, P. 287–298.
3. Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C. Minnes S. Montsinger M.V. Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. New York: Wiley, 1951. 239 s.
4. Vasyutinskiy S.B. Voprosy teorii i rascheta transformatorov [Theory and calculation of power transformers]. L.: Energiya, 1970. 432 s. (rus.)
5. Leytes L.V. Elektromagnitnyye raschety transformatorov i reaktorov [Electromagnetic calculations of transformers and reactors]. M.: Energiya, 1981, 392 s. (rus.)
6. Leytes L.V., Pintsov A.M. Skhemy zameshcheniya mnogoobmotochnykh transformatorov [An equivalent circuit of a multi-winding transformers]. M.: Energiya, 1974. 192 s. (rus.)
7. Petrov G.N. Elektricheskiye mashiny [The electric machine]. Chast 1. M.: Energiya, 1974. 240 s.
8. Ivanov-Smolenskiy A.V. Elektricheskiye mashiny [Electrical machines]. M.: Energiya, 1980. 927s. (rus.)
9. Khnykov A.V. Teoriya i raschet mnogoobmotochnykh transformatorov [Theory and calculation of multiple-winding transformers. Publishing house: Solon-press]. M.: Solon-press, 2003. 114 s. (rus.)
10. Voldek A.I., Popov V.V. Elektricheskiye mashiny . Vvedeniye v elektromekhaniku . Mashiny postoyannogo toka i transformatory [Electric machine. Introduction to electromechanics. Machines of direct-current and transformers]. SPb: Piter, 2007. 320 s. (rus.)
11. Alvarez-Marino S., Leon F., Lopez-Fernandez X.M. Equivalent Circuit for the Leakage Inductance of Multiwinding Transformers: Unification of terminal and duality models. *IEEE transactions on power delivery*. Jan. 2012. Vol. 27. No. 1. P. 353–361. (rus.)
12. Leon F., Martinez J.A. Dual Three-winding Transformer Equivalent Circuit matching Leakage measurements. *IEEE transactions on power delivery*. January 2009. Vol. 24. No. 1. P. 160–168.
13. Shakirov M.A. Vektor Poyntinga i novaya teoriya transformatorov [The Poynting Vector and the new theory of transformers]. Chast 1. *Elektrichestvo*. 2014. № 9. S. 52–59. (rus.)
14. Shakirov M.A. Vektor Poyntinga i novaya teoriya transformatorov [The Poynting vector and the new theory of transformers]. Chast 2. *Elektrichestvo*. 2014. № 10. S. 53–65.
15. Shakirov M.A., Andrushchuk V.V., Duan Liyun. Anomalnyye magnitnyye potoki v dvukhobmotochnom transformatore pri korotkom замыкании [Anomalous magnetic fluxes in two-winding transformer under short circuit conditions]. *Elektrichestvo*. 2010. № 3. S. 55–63.
16. Shakirov M.A., Varlamov Yu.V. Kartiny magnitnykh sver- i antipotokov v korotkozamknutom dvukhobmotochnom transformatore [Patterns of magnetic SVER - and anti-stream in a short-circuited winding of the transformer]. Chast 1. Bronevov transformator. *Elektrichestvo*. 2015. № 8. S. 9–19.
17. Malygin V.M. Lokalizatsiya potoka energii v transformatore (po povodu stati M.A.Shakirova, “Elektrichestvo”, 2014, № 9 i 10) [Localization of the Energy flux in the transformer(About papers of M.A.Shakirov, “Electrical engineering”2014, № 9 i 10)]. *Elektrichestvo*. 2015. № 4. S. 60–65. (rus.)
18. Shakirov M.A. Preobrazovaniya i diakoptika elektricheskikh tsepey [Conversion and diakoptic electrical circuits]. L.: Izd-vo Leningr. un-ta, 1980. 196 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ/AUTHORS

ШАКИРОВ Мансур Акмелович – доктор технических наук профессор кафедры теоретической электротехники и электромеханики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.

E-mail: manshak@mail.ru

SHAKIROV Mansur A. – Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia .

E-mail: manshak@mail.ru