



НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Физико-математические
науки

ТОМ 10, №1
2017

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ ЖУРНАЛА

Алферов Ж.И., академик РАН – председатель;
Боровков А.И., проректор по перспективным проектам;
Варшалович Д.А., академик РАН;
Глухих В.А., академик РАН;
Жуков А.Е., чл.-кор. РАН – зам. председателя;
Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор;
Индейцев Д.А., чл.-кор. РАН;
Рудской А.И., чл.-кор. РАН – зам. председателя;
Сулис Р.А., академик РАН.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия, – главный редактор;
Фотиади А.Э., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия, – зам. главного редактора;
Каприлова В.М., канд. физ.-мат. наук, доцент, СПбПУ, СПб., Россия – ответственный секретарь;
Антонов В.И., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Безпрозванный И.Б., д-р биол. наук, профессор, Юго-Западный медицинский центр
Техасского университета, Даллас, США;
Блинов А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Донецкий Д.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, университет штата Нью-Йорк в Стоуни-Брук, США;
Малерб Й.Б., Dr.Sc. (Physics), профессор, университет Претории, ЮАР;
Остряков В.М., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Привалов В.Е., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Соловьёв А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, Научно-исследовательский центр
мезобионаносистем (MBN), Франкфурт-на-Майне, Германия;
Таганцев А.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, Швейцарский федеральный институт технологий,
Лозанна, Швейцария;
Топтыгин И.Н., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Тропп Э.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Фирсов Д.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия.
Хейфец А.С., Ph.D. (Physics), профессор, Австралийский национальный университет,
Канберра, Австралия.

Журнал с 1995 года издается под научно-методическим руководством Российской академии наук.

Журнал с 2002 г. входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук.

Сведения о публикациях представлены в Реферативном журнале ВИНТИ РАН, в международной справочной системе «Ulrich's Periodical Directory».

С 2008 года выпускается в составе сериального периодического издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ».

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.

Распространяется по Каталогу стран СНГ, Объединенному каталогу «Пресса России» и по Интернет-каталогу «Пресса по подписке». Подписной индекс **71823**.

Журнал включен в базу данных «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ), размещенную на платформе Научной электронной библиотеки на сайте <http://www.elibrary.ru>

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

Точка зрения редакции может не совпадать с мнением авторов статей.

Адрес редакции и издательства: Россия, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.
Тел. редакции (812) 294-22-85.
<http://ntv.spbstu.ru/physics>

© Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2017

THE MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF THE RUSSIAN FEDERATION



ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL

Physics
and Mathematics

VOLUME 10, No. 1
2017

Polytechnical University Publishing House
Saint Petersburg
2017

ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL. PHYSICS AND MATHEMATICS

JOURNAL EDITORIAL COUNCIL

Zh.I. Alferov – full member of RAS, head of the editorial council;
A.I. Borovkov – vice-rector for perspective projects;
D.A. Varshalovich – full member of RAS; *V.A. Glukhikh* – full member of RAS;
A.Ye. Zhukov – corresponding member of RAS, deputy head of the editorial council;
V.K. Ivanov – Dr.Sc.(phys.-math.), prof.; *D.A. Indeitsev* – corresponding member of RAS;
A.I. Rudskoy – corresponding member of RAS, deputy head of the editorial council;
R.A. Suris – full member of RAS.

JOURNAL EDITORIAL BOARD

V.K. Ivanov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – editor-in-chief;
A.E. Fotiadi – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – deputy editor-in-chief;
V.M. Kapralova – Candidate of Phys.-Math. Sc., associate prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – executive secretary;
V.I. Antonov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
I.B. Bezprozvanny – Dr. Sc. (Biology), prof., The University of Texas Southwestern Medical Center, Dallas, TX, USA;
A.V. Blinov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
D.V. Donetski – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., State University of New York at Stony Brook, NY, USA;
D.A. Firsov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
A.S. Kheifets – Ph.D., prof., Australian National University, Canberra, Australia.
J.B. Malherbe – Dr. Sc. (Physics), prof., University of Pretoria, Republic of South Africa;
V.M. Ostryakov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
V.E. Privalov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
A.V. Solov'yov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., MBN Research Center, Frankfurt am Main, Germany;
A.K. Tagantsev – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland;
I.N. Toptygin – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
E.A. Tropp – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia.

The journal is published under the scientific and methodical guidance of RAS since 1995.

The journal is included in the List of leading peer-reviewed scientific journals and other editions to publish major findings of theses for the research degrees of Doctor of Sciences and Candidate of Sciences.

The publications are presented in the VINITI RAS Abstract Journal and Ulrich's Periodical Directory International Database.

The journal is published since 2008 as part of the periodical edition 'Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPb-GPU'.

The journal is registered with the Federal Service for Supervision in the Sphere of Telecom, Information Technologies and Mass Communications (ROSKOMNADZOR). Certificate ПИ № ФС77-52144 issued December 11, 2012.

The journal is distributed through the CIS countries catalogue, the «Press of Russia» joint catalogue and the «Press by subscription» Internet catalogue. The subscription index is **71823**.

The journal is in the Russian Science Citation Index (RSCI) database.

© Scientific Electronic Library (<http://www.elibrary.ru>).

No part of this publication may be reproduced without clear reference to the source.

The views of the authors may not represent the views of the Editorial Board.

Address: 195251 Politekhnikeskaya St. 29, St. Petersburg, Russia.

Phone: (812) 294-22-85.

<http://ntv.spbstu.ru/physics>

© Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 2017

Содержание

Математическое моделирование физических процессов

Беляев А.К., Зиновьева Т.В., Смирнов К.К. Теоретическое и экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния сильфонных компенсаторов как упругих оболочек.....	9
Матюшенко А.А., Котов Е.В., Гарбарук А.В. Анализ причин снижения точности при расчете обтекания крыловых профилей в рамках двумерных уравнений Рейнольдса	20
Смирнов С.И., Смирнов Е.М., Смирновский А.А. Влияние теплопереноса в торцевых стенках на турбулентную конвекцию ртути во вращающемся цилиндре	31

Атомная физика, физика кластеров и наноструктур

Мелькер А.И., Крупина М.А. Геометрическое моделирование роста миди-фуллеренов от C_{32} до C_{60} (статья на английском языке)	47
---	----

Приборы и техника физического эксперимента

Паюров А.Я., Бодров А.И., Кюн В.В., Сипайло А.А., Шишканов Е.Ф. Отечественные волноводные лазеры серии LCD и некоторые аспекты их применения.....	55
Красовский В.И., Феофанов И.Н., Ивашкин П.И., Казарян М.А. Оптоволоконный доплеровский датчик скорости потока крови	64

Физическая электроника

Бердников А.С., Аверин И.А., Краснова Н.К., Соловьёв К.В. Квазиполиномиальные трехмерные электрические и магнитные потенциалы, однородные по Эйлеру	71
Краснова Н.К., Бердников А.С., Соловьёв К.В., Аверин И.А. О квазиполиномиальных трехмерных потенциалах электрических и магнитных полей.....	81

Физическое материаловедение

Милинский А.Ю. Диэлектрические свойства композитов нанокристаллическая целлюлоза – иодат калия	93
Кораблев В.В., Чечевичкин А.В., Боричева И.К., Самонин В.В. Структура и морфологические свойства клиноптилолита, модифицированного диоксидом марганца	100

Механика

Бельченко В.К., Лобачев А.М., Модестов В.С., Третьяков Д.А., Штукин Л.В. Оценка напряженно-деформированного состояния методом акустоупругости при циклическом нагружении	112
Грищенко А.И., Модестов В.С., Полянский В.А., Третьяков Д.А., Штукин Л.В. Экспериментальное исследование поля акустической анизотропии в образце с концентратором напряжений	121

Кузнецов Н.П., Мельников Б.Е., Семенов А.С. <i>Верификация и адаптация моделей пластичности при сложном нагружении с промежуточными полными и частичными разгрузками</i>	130
---	-----

Астрофизика

Липовка А.А., Липовка Н.М. <i>Радиоизлучение группы звезд в созвездиях Водолея и Кита</i>	145
--	-----

<i>Авторский указатель</i>	155
----------------------------------	-----

Contents

Simulation of physical processes

Belyaev A.K., Zinovieva T.V., Smirnov K.K. <i>Theoretical and experimental studies of the stress-strain state of expansion bellows as elastic shells</i>	9
Matyushenko A.A., Kotov E.V., Garbaruk A.V. <i>Calculations of the airfoil profile flow using two-dimensional RANS: an analysis of the reasons for the accuracy decrease</i>	20
Smirnov S.I., Smirnov E.M., Smirnovsky A.A. <i>Endwall heat transfer effects on the turbulent mercury convection in a rotating cylinder</i>	31

Atom physics and physics of clusters and nanostructures

Melker A.I., Krupina M.A. <i>Geometric modeling of midi-fullerene growth from C_{32} to C_{60}</i>	47
---	----

Experimental technique and devices

Payurov A.Ya., Bodrov A.I., Kyun V.V., Sipaylo A.A., Shishkanov E.F. <i>Home-produced waveguide lasers of the LCD series and some features of their application</i>	55
Krasovskii V.I., Feofanov I.N., Ivashkin P.I., Kazaryan M.A. <i>A fiber-optic Doppler blood flow-velocity sensor</i>	64

Physical electronics

Berdnikov A.S., Averin I.A., Krasnova N.K., Solovyev K.V. <i>Quasi-polynomial 3D electric and magnetic potentials homogeneous in Euler's sense</i>	71
Krasnova N.K., Berdnikov A.S., Solovyev K.V., Averin I.A. <i>On the quasi-polynomial 3D potentials of electric and magnetic fields</i>	81

Physical materials technology

Milinskiy A.Yu. <i>Dielectric properties of the nanocrystalline cellulose – potassium iodide composites</i>	93
Korablev V.V., Chechevichkin A.V., Boricheva I.B., Samonin V.V. <i>The structure and morphological properties of clinoptilolite modified by manganese dioxide</i>	100

Mechanics

Belchenko V.K., Lobachev A.M., Modestov V.S., Tretyakov D.A., Shtukin L.V. <i>An estimation of the strain-stress state under cyclic loading by the acoustoelasticity method</i>	112
Grishchenko A.I., Modestov V.S., Polyanskiy V.A., Tretyakov D.A., Shtukin L.V. <i>Experimental investigation of the acoustic anisotropy field in the sample with a stress concentrator</i>	121
Kuznetsov N.P., Melnikov B.E., Semenov A.S. <i>Verification and adaptation of the plasticity models under complex variable loading with intermediate complete and partial unloadings</i>	130

Astrophysics

Lipovka A.A., Lipovka N.M. <i>Radio emission of the group of stars in the Aquarius and Cetus constellations</i>	145
<i>Author index</i>	155



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

DOI: 10.18721/JPM.10101

УДК 539.3

А.К. Беляев, Т.В. Зиновьева, К.К. Смирнов

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СИЛЬФОННЫХ КОМПЕНСАТОРОВ КАК УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК

Рассматривается напряженно-деформированное состояние (НДС) сильфона U -образного компенсатора при нагрузке внутренним давлением. Выведены уравнения и проведены численные расчеты НДС сильфона как гофрированной оболочки вращения под действием осесимметричной нагрузки. Использован вариант классической теории оболочек на основе аналитической механики Лагранжа. Численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений построено методом конечных разностей. Найдено предельное значение давления, при котором начинаются пластические деформации. Численно исследована потеря устойчивости равновесия сильфона. Проведены расчеты НДС в программе ANSYS методом конечных элементов.

УПРУГАЯ ОБОЛОЧКА, ГОФРА, СИЛЬФОННЫЙ КОМПЕНСАТОР, УСТОЙЧИВОСТЬ, МЕТОД КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ.

Введение

При монтаже трубопроводов используются компенсаторы для уменьшения напряжений от действия температуры и вибрации трубы. Сильфон компенсатора представляет собой гофрированную оболочку вращения под внутренним давлением жидкости. При проектировании и эксплуатации таких конструкций необходимо обеспечить их прочность и устойчивость.

Расчет предельного внутреннего давления, при котором оболочка компенсатора переходит в пластическое состояние либо теряет устойчивость, представляет как научный, так и практический интерес.

Цель работы — нахождение указанного давления посредством математического и компьютерного моделирования.

В первой части статьи сильфон моделируется тонкой упругой гофрированной оболочкой. Выведена система обыкновенных

дифференциальных уравнений (ОДУ) и получено ее численное решение. Предельное давление, при котором начинаются пластические деформации сильфона, найдено по критерию Мизеса.

Расчетам оболочек посвящено много работ, содержащих теоретические [1 – 8], а также численные результаты [9, 10]. Нередко полную систему уравнений для оболочек выводят из уравнений трехмерной теории упругости, вводя те или иные упрощения. Однако использованию прямого подхода к расчетам оболочек как деформируемых поверхностей, а также аналитическим технологиям следует отдать предпочтение.

В данной работе применяется вариант классической теории оболочек как поверхностей с материальными нормальными, построенный на основе механики Лагранжа [11 – 14]. Применение этой теории для различных приложений описано в статьях [15 – 17].

Во второй части статьи рассматривается проблема статической устойчивости U -образного сильфона. Проведен теоретический расчет предельного внутреннего давления на сильфон, при котором возникают смежные формы равновесия. Результаты расчета верифицируются с помощью численного эксперимента методом конечных элементов в программе Ansys.

Уравнения теории тонких оболочек

Оболочка рассматривается как материальная поверхность, частицы которой обладают пятью степенями свободы: тремя трансляциями и двумя поворотами. Движение определяется вектором малых перемещений $\mathbf{u}$ и вектором малого поворота $\boldsymbol{\theta}$ в касательной плоскости. Вводится вектор изменения нормали к оболочке

$$\boldsymbol{\varphi} \equiv \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{n} = \dot{\mathbf{n}}$$

(точка означает малое приращение при деформации).

По выражению работы внешнего распределенного момента вводится обобщенная сила, соответствующая вектору $\boldsymbol{\varphi}$:

$$\mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\theta} = \mathbf{m}^* \cdot \boldsymbol{\varphi}, \quad \mathbf{m}^* \equiv \mathbf{m} \times \mathbf{n}.$$

Деформация поверхности определяется тензорами

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\nabla \mathbf{u})_{\perp}^S, \quad \boldsymbol{\kappa} = -(\nabla \boldsymbol{\varphi})_{\perp} + \mathbf{b} \cdot \nabla \mathbf{u}^T. \quad (1)$$

Здесь ∇ — оператор Гамильтона на поверхности, $\mathbf{b} \equiv -\nabla \mathbf{n}$ — второй метрический тензор. Величины в скобках с нижним и верхними индексами обозначают соответственно составляющие в касательной плоскости ($\perp$), симметричную часть (S) и транспонирование (T).

Поворот связан с перемещением (согласно кинематической гипотезе Кирхгофа):

$$\boldsymbol{\varphi} = -\nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}. \quad (2)$$

Принцип виртуальной работы позволяет вывести всю систему уравнений. Силовые факторы в оболочке вводятся как множители Лагранжа: $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\mu}$ — симметричные тензоры сил и моментов; $\mathbf{Q}$ — вектор перерезывающих сил. Эти тензоры и вектор лежат в касательной плоскости.

Из вариационной постановки следуют уравнения баланса сил и моментов:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{Qn}) + \mathbf{q} &= 0, \\ (\nabla \cdot \boldsymbol{\mu})_{\perp} + \mathbf{Q} &= \mathbf{m}^*, \end{aligned} \quad (3)$$

а также граничные условия на контуре в общем виде:

$$\begin{aligned} [\mathbf{P}^0 - \mathbf{v} \cdot (\mathbf{T} + \mathbf{Qn}) + \partial_l (\mathbf{A} \cdot \mathbf{ln})] \cdot \delta \mathbf{u} - \\ - \mathbf{A} \cdot \mathbf{v} \mathbf{n} \cdot \partial_v \delta \mathbf{u} &= 0, \\ \mathbf{A} \equiv \mathbf{M}^0 \times \mathbf{n} + \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\mu}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\mathbf{q}$, $\mathbf{m}^*$ — внешняя распределенная нагрузка и момент на поверхности; $\mathbf{P}^0$, $\mathbf{M}^0$ — внешняя распределенная нагрузка и момент на контуре.

Всего в компонентах имеем пять уравнений равновесия и четыре скалярных условия на контуре оболочки.

На отрезке внутреннего контура длиной dl с нормалью $\mathbf{v}$ действует (со стороны $\mathbf{v}$) сила $d\mathbf{F}$ и момент $d\mathbf{M}$:

$$\begin{aligned} d\mathbf{F} = \mathbf{v} \cdot (\mathbf{T} + \mathbf{Qn})dl, \quad d\mathbf{M} = \mathbf{v} \cdot (\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{n})dl, \\ (\mathbf{T} \equiv \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{b}). \end{aligned}$$

Для оболочки из изотропного материала соотношения упругости имеют вид

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} = C_1 \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{a} + C_2 \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \boldsymbol{\mu} = D_1 \boldsymbol{\kappa} \mathbf{a} + D_2 \boldsymbol{\kappa}, \\ \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}), \quad \boldsymbol{\kappa} \equiv \text{tr}(\boldsymbol{\kappa}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} C_1 = E h \nu / (1 - \nu^2), \quad C_2 = E h / (1 + \nu), \\ D_1 = C_1 h^2 / 12, \quad D_2 = C_2 h^2 / 12. \end{aligned}$$

Здесь $\mathbf{a} \equiv \nabla \mathbf{r}$ — первый метрический тензор на поверхности (единичный тензор в касательной плоскости); коэффициенты C_1 , C_2 , D_1 , D_2 взяты такими же, как в пластине Кирхгофа; E — модуль упругости материала оболочки, h — ее толщина; ν — коэффициент Пуассона.

Соотношений упругости для вектора перерезывающих сил $\mathbf{Q}$ в классической теории нет, вместо него имеем соотношение (2).

Система уравнений для оболочек вращения

Рассмотрим оболочку, поверхность которой образована вращением меридиана вокруг оси x [11]. Меридиан задается за-

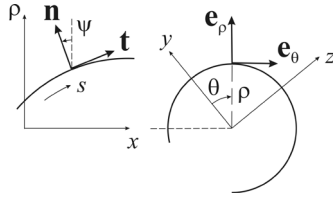


Рис. 1. Геометрическая схема к постановке задачи: поверхность вращения оболочки образована вращением меридиана вокруг оси x ; положение меридиана на поверхности определяется углом θ . Остальные обозначения приведены в тексте

висимостью цилиндрических координат от дуговой координаты: $x = x(s)$, $\rho = \rho(s)$, а его положение на поверхности определяется углом θ (рис. 1).

Радиус-вектор точек поверхности задается равенством

$$\mathbf{r}(\theta, s) = x(s)\mathbf{i} + \rho(s)\mathbf{e}_\rho(\theta),$$

$$\mathbf{e}_\rho = \mathbf{j} \cos(\theta) + \mathbf{k} \sin(\theta),$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – орты декартовой системы координат вдоль осей x, y, z соответственно; орт касательной к параллели:

$$\mathbf{e}_\theta = -\mathbf{j} \sin(\theta) + \mathbf{k} \cos(\theta) = \mathbf{e}'_\rho.$$

Для ортов касательной и нормали к меридиану в его плоскости имеем

$$\mathbf{t} = \partial \mathbf{r} / \partial s = x'(s)\mathbf{i} + \rho'(s)\mathbf{e}_\rho(\theta),$$

$$x' = \cos \psi, \quad \rho' = \sin \psi,$$

$$\partial \mathbf{t} / \partial s = \omega \mathbf{n}, \quad \omega \equiv \psi'(s), \quad \mathbf{n} \equiv -\mathbf{i} \sin \psi + \mathbf{e}_\rho \cos \psi,$$

где ω – кривизна меридиана, ρ^{-1} – параллели.

В осесимметричной задаче равны нулю компоненты внешних нагрузок q_θ и m_θ^x , вектор перемещений оболочки имеет две компоненты:

$$\mathbf{u} = u_t \mathbf{t} + u_n \mathbf{n}.$$

По формулам (1), (2) определим поворот, деформации удлинения и изгиба:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta &= \rho^{-1} u_\rho, \quad u_\rho \equiv u_t \sin \psi + u_n \cos \psi, \\ \varepsilon_t &= u'_t - \omega u_n, \quad \varphi_t = -\omega u_t - u'_n, \\ \kappa_\theta &= -\rho^{-1} \varphi_t \sin \psi - \rho^{-2} u_\rho \cos \psi, \\ \kappa_t &= \omega(u'_t - \omega u_n) - \varphi'_t. \end{aligned} \quad (6)$$

С использованием уравнений (5) запишем соотношения сил и моментов:

$$\begin{aligned} \mu_\theta &= (D_1 + D_2) \kappa_\theta + D_1 \kappa_t, \\ \mu_t &= (D_1 + D_2) \kappa_t + D_1 \kappa_\theta, \\ T_\theta &= (C_1 + C_2) \varepsilon_\theta + C_1 \varepsilon_t - \rho^{-1} \mu_\theta \cos \psi, \\ T_t &= (C_1 + C_2) \varepsilon_t + C_1 \varepsilon_\theta + \omega \mu_t. \end{aligned} \quad (7)$$

Систему в компонентах замыкают уравнения баланса (3):

$$\begin{aligned} \rho^{-1} (T_t - T_\theta) \sin \psi + T'_t - \omega Q_t + q_t &= 0, \\ -\rho^{-1} T_\theta \cos \psi + \omega T_t + \rho^{-1} Q_t \sin \psi + \\ + Q'_t + q_n &= 0, \\ \rho^{-1} (\mu_t - \mu_\theta) \sin \psi + \mu'_t + Q_t &= m_t^x. \end{aligned} \quad (8)$$

Из граничных условий (4) следуют три скалярных условия на контуре оболочки. В случае заделки это условия

$$u_t = u_n = 0, \quad \gamma_\theta \equiv u'_n = 0.$$

На свободном же контуре с нормалью $\mathbf{v} = \mathbf{t}$ задаются растягивающая сила $T_t = P_t^0$, перерезывающая сила $Q_t = P_n^0$ и изгибающий момент $\mu_t = M_\theta^0$.

НДС оболочки при осесимметричной нагрузке

Уравнения (6) – (8) могут быть сведены к системе ОДУ:

$$Y'(s) = f(s, Y), \quad (9)$$

$$Y = (u_t, u_n, \gamma_\theta, T_t, Q_t, \mu_t)^T$$

для столбца из шести неизвестных.

Эта система имеет вид

$$\begin{aligned} u'_t &= \varepsilon_t + \omega u_n, \quad u'_n = \gamma_\theta, \\ \gamma'_\theta &= -\omega' u_t - \omega^2 u_n - 2\omega \varepsilon_t + \kappa_t, \\ T'_t &= \omega Q_t - \rho^{-1} (T_t - T_\theta) \sin \psi - q_t, \\ Q'_t &= \rho^{-1} \cos \psi T_\theta - \omega T_t - \rho^{-1} \sin \psi Q_t - q_n, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\mu'_t = -\rho^{-1} (\mu_t - \mu_\theta) \sin \psi - Q_t,$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= (T_t - C_1 \varepsilon_\theta - \omega \mu_t) / (C_1 + C_2), \\ \varepsilon_\theta &= \rho^{-1} (\sin \psi u_t + \cos \psi u_n), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\kappa_t &= (\mu_t - D_1 \kappa_0) / (D_1 + D_2), \\ \kappa_0 &= -\rho^{-1} \sin \psi \varphi_t - \rho^{-2} \cos \psi \times \\ &\quad \times (\sin \psi u_t + \cos \psi u_n), \\ \varphi_t &= -\omega u_t - \gamma_0.\end{aligned}$$

Система ОДУ (10) дополняется тремя граничными условиями на каждом крае оболочки. Эта краевая задача решается методом конечных разностей на промежутке $s \in [0, L]$. Дифференциальные уравнения аппроксимируются разностными с равномерным шагом $\delta = L / N$; функции $u_t \dots \mu_t$ непрерывного аргумента S заменяются сеточными функциями $(u_t)_i \dots (\mu_t)_i$ ($i = 0, 1, \dots, N$). Численная схема позволяет вычислить приближенные значения функций в узлах. Функции затем восстанавливаются посредством интерполяции.

При аппроксимации системы (10) используется неявная симметричная одношаговая разностная схема, имеющая второй порядок точности [18]:

$$Y'(s) = f(s, Y) \Rightarrow \frac{Y_{i+1} - Y_i}{\delta} = \frac{f_i + f_{i+1}}{2}, \quad (11)$$

$$i = 0, 1, \dots, N,$$

для чего вводится один дополнительный узел с номером $i = N + 1$, и решение продолжается вне области определения $[0, L]$ еще на один интервал δ справа от границы. Таким образом, неизвестными становятся $6N + 12$ значений.

Разностные уравнения (11) — это система $6(N + 1)$ алгебраических уравнений, которая дополняется разностными аналогами шести граничных условий в узлах с номерами $i = 0, N$. Всего имеем $6N + 12$ уравнений для такого же количества неизвестных, и система может быть решена стандартными алгоритмами [19]. После ее решения значения неизвестных функций в дополнительном узле откидываются и не используются при интерполяции. Изложенная схема была реализована в пакете Mathematica [20].

Меридиан гофрированной оболочки можно задать в виде

$$\rho(x) = R_0 + r \sin \Omega x, \quad \Omega = 2\pi/w, \quad (12)$$

где R_0, r — образующие радиусы; m — число

волн по длине оболочки; w — длина одного гофра.

Для каждой точки меридиана вычисляется дуговая координата по формуле

$$s(x) = \int_0^x \sqrt{1 + (\rho'_x)^2} dx,$$

затем строятся интерполяции $x(s)$, $\rho(s)$ и рассчитываются остальные коэффициенты системы (10):

$$\cos \psi = x'_s, \quad \sin \psi = \rho'_s, \quad \omega = \rho''_s (x'_s)^{-1}.$$

После определения сил и моментов необходимо вычислить напряжения на лицевых поверхностях:

$$\sigma_t = \pm \frac{6\mu_t}{h^2} + \frac{\tau_t}{h}, \quad \sigma_0 = \pm \frac{6\mu_0}{h^2} + \frac{\tau_0}{h}, \quad (13)$$

где $\tau_t = T_t - \omega \mu_t$, $\tau_0 = (C_1 + C_2)\varepsilon_0 + C_1\varepsilon_t$, $\mu_0 = (D_1 + D_2)\kappa_0 + D_1\kappa_t$.

Далее находятся компоненты девиатора напряжений и норма Мизеса S_{eqv} :

$$\begin{aligned}S_t &= (2\sigma_t - \sigma_0)/3, \quad S_0 = (2\sigma_0 - \sigma_t)/3, \\ S_{eqv} &= \sqrt{(S_t^2 + S_0^2)/2}.\end{aligned} \quad (14)$$

Начало пластических деформаций в оболочке определяется условием текучести [21]:

$$S_{eqv} = \tau_*/\sqrt{3}, \quad (15)$$

где τ_* — предел текучести материала при растяжении.

Давление на оболочку, при котором условие (15) выполняется, будем считать предельным.

Проведены расчеты гофрированной оболочки с параметрами $R_0 = 63,1$ мм, $r = 7,6$ мм, $h = 1$ мм, $w = 14$ мм, $m = 3,5$. Материал оболочки — сталь с модулем упругости $E = 200$ ГПа и коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$. Давление $q_n = 1$ МПа. Края оболочки зашкелены.

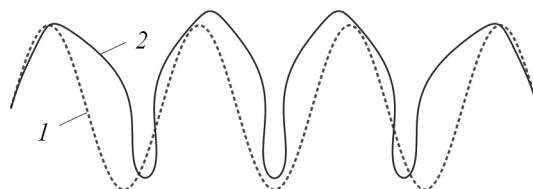


Рис. 2. Форма меридиана до (1) и после (2) приложения нагрузки

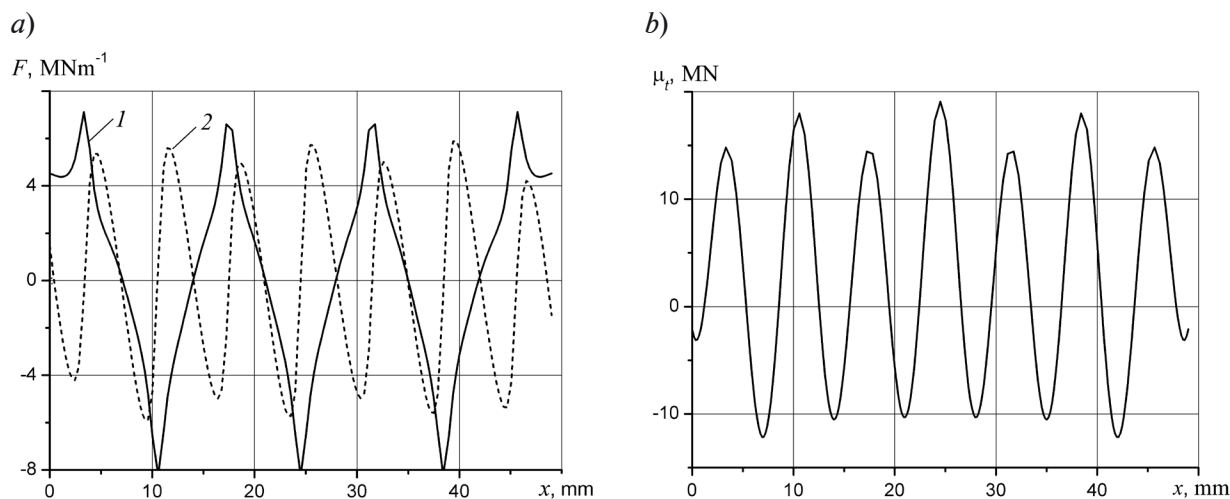


Рис. 3. Результаты расчета усилий (а) и изгибающего момента (б) в оболочке, у которой защемлены края. Представлены усилия $T_i(1)$ и $Q_i(2)$

Форма меридиана до и после приложения нагрузки показана на рис. 2; при ее построении смещения были промасштабированы.

На рис. 3 представлены зависимости усилий и изгибающего момента на внутреннем контуре оболочки от координаты x .

Расчеты показали, что максимум нормы Мизеса, соответствующий приложенной нагрузке $q_n = 1$ МПа, равен $S_{eqv}^{\max} = 62$ МПа. Предел текучести стали при растяжении $\tau_* = 215$ МПа. С учетом линейности задачи и формулы (15) можно утверждать, что пластическая деформация

начнется при выполнении условия

$$q_n^{cr} S_{eqv}^{\max} = \tau_* / \sqrt{3},$$

откуда следует критическое значение давления на оболочку $q_n^{cr} = 2$ МПа.

Расчет устойчивости сильфонного компенсатора U-образного типа

В работах [22, 23] описаны расчеты критического внутреннего давления, при котором наступает глобальная неустойчивость оболочки сильфона U-образного типа (рис. 4, а). Авторы предлагают рассматривать сильфон как стержень с приведенной

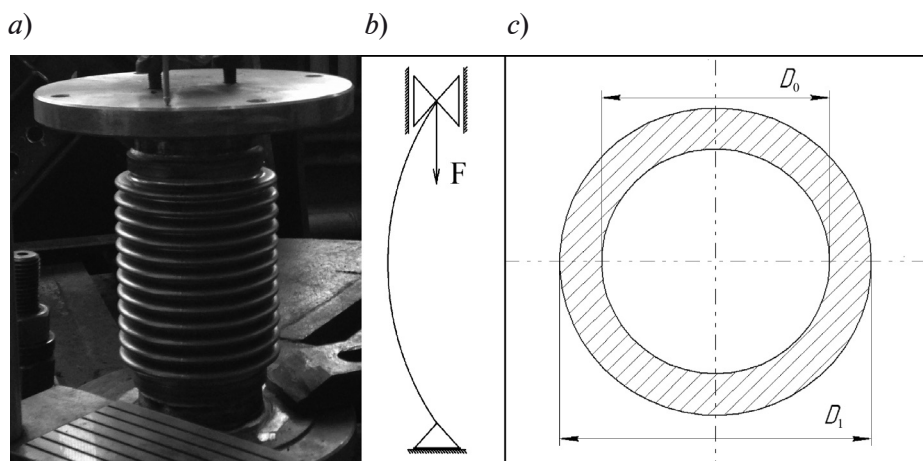


Рис. 4. Сильфон U-образного типа: его фотография на стенде (а); схема его модели для случая шарнирного закрепления на патрубках (б); условное цилиндрическое сечение сильфона (с)

изгибной жесткостью. Осевая сила, возникающая в закреплённом патрубке сильфона, принимается равной условной площади сечения оболочки, умноженной на внутреннее давление.

Рассмотрим случай шарнирного закрепления сильфона на патрубках (рис. 4, б). Решение задачи о потере устойчивости стержня с шарнирным закреплением концов представляется формулой Эйлера:

$$F = \pi^2 EI / l^2. \quad (16)$$

Далее представим сильфон как полый цилиндр с неизвестной толщиной стенки (рис. 4, в). Выразим эффективный модуль Юнга через осевую жесткость сильфона K :

$$E = Kl / S. \quad (17)$$

Выражения момента инерции данного сечения и его площади имеют вид

$$I = \pi(D_1^4 - D_0^4) / 64, \quad (18)$$

$$S = \pi(D_1^2 - D_0^2) / 4.$$

Далее подставим выражения (17), (18) в формулу Эйлера:

$$F = \frac{\pi^2 Kl(D_1^4 - D_0^4)}{16l^2(D_1^2 - D_0^2)}. \quad (19)$$

Дальнейшие преобразования приводят к выражениям

$$F = \pi^2 KD_{eq}^2 / 8l, \quad D_{eq}^2 \approx (D_1^2 + D_0^2) / 2, \quad (20)$$

после чего выразим осевую силу в следующем виде:

$$F = p\pi D_{eq}^2 / 4. \quad (21)$$

В итоге, подставляя выражение (21) в формулу (20), получим формулу для критического внутреннего давления сильфона:

$$p = \frac{\pi K}{2l} = \mu \frac{\pi K}{l}, \quad (22)$$

где $\mu = 0,5$ при шарнирном закреплении, $\mu = 1$ при смешанном, и $\mu = 2$ при жестком защемлении.

Таким образом, критическое внутреннее давление зависит от осевой жесткости компенсатора, от суммарной длины его гофров, а также от способа закрепления патрубков.

Сравнение результатов КЭ-моделирования и аналитического расчета

Используемая схема конечно-элементного расчета состоит из двух этапов:

Первый — статический расчет сильфона, нагруженного внутренним давлением;

Второй — поиск смежных форм равновесия.

Нами было рассмотрено несколько вариантов геометрии гофра. Для каждого из них были построены сильфоны из 3 — 12 гофр и рассмотрены постановки с различным закреплением, а именно:

шарнир — шарнир,

шарнир — заделка,

заделка — заделка.

В конечно-элементной (КЭ) модели использованы 8-узловые оболочечные элементы.

Рассмотрим схему КЭ-решения подробнее. Предварительно решается задача статического нагружения внутренним давлением, из которой выводится матрица напряжений $[\sigma]$:

$$[K^T]U = F_{in}; \quad U \rightarrow [\sigma]. \quad (23)$$

Далее проводится поиск смежных форм равновесия. В работах [24, 25] описан учет изменения ориентации элемента поверхности при поиске соседнего равновесного состояния. Запишем уравнение равенства внешних нагрузок для смежных форм равновесия:

$$[K^T]\psi_i = \lambda_i[S]\psi_i, \quad (24)$$

$$[S] = \int_{vol} [S_g]^T [\sigma] [S_g] dV,$$

где $[S]$ — матрица жесткости, $[S_g]$ — матрица производных функций форм.

В результате решения имеем набор множителей исходной нагрузки λ_i для каждой из возможных смежных форм равновесия:

$$F_i = \lambda_i F_{in}. \quad (25)$$

Мы рассмотрели два набора параметров геометрии гофра (см. таблицу, наборы № 1 и № 2).

Для каждого из наборов параметров по результатам расчетов была построена кри-

Таблица

Расчетные наборы геометрических параметров гофра при КЭ-моделировании

Параметр	Обозначение	Значение параметра, мм		
		Набор № 1	Набор № 2	Набор № 3
Диаметр сильфона	R	15	100	117
Внешний радиус гофра	r	3,25	3,25	3,25
Высота гофра	W	10	10	15,2
Толщина слоя оболочки	h	0,5	0,5	0,5

вая распределения критического внутреннего давления в зависимости от количества N гофров в сильфоне. Также на графиках представлены значения, полученные аналитически по формуле (22).

Анализ полученных данных показал, что результаты КЭ-расчетов близки к теоретическим (рис. 5, *a*). Однако это не относится к оболочкам компенсаторов, для которых локальная форма потери устойчивости наступает раньше глобальной. Например, на рис. 5, *b* при значении критического давления 20 МПа происходит заметное расхождение результатов аналитического и конечно-элементного расчетов. Здесь наглядно демонстрируется эффект потери устойчивости в плоскости гофра. Следует

отметить, что критическое давление, при котором возникают смежные устойчивые локальные формы равновесия, практически не зависит от количества гофров в сильфоне.

Рассмотрим некоторые из полученных смежных форм равновесия сильфонов. На рис. 6 изображены сильфоны, состоящие из четырех и семи гофров. Основные геометрические параметры гофра приведены в таблице (набор № 3).

Из анализа рис. 6 можно заключить, что глобальная форма потери устойчивости характеризуется отклонением оболочки сильфона от оси симметрии, в то время как особенность локальной формы – изгиб оболочки в плоскости гофра.

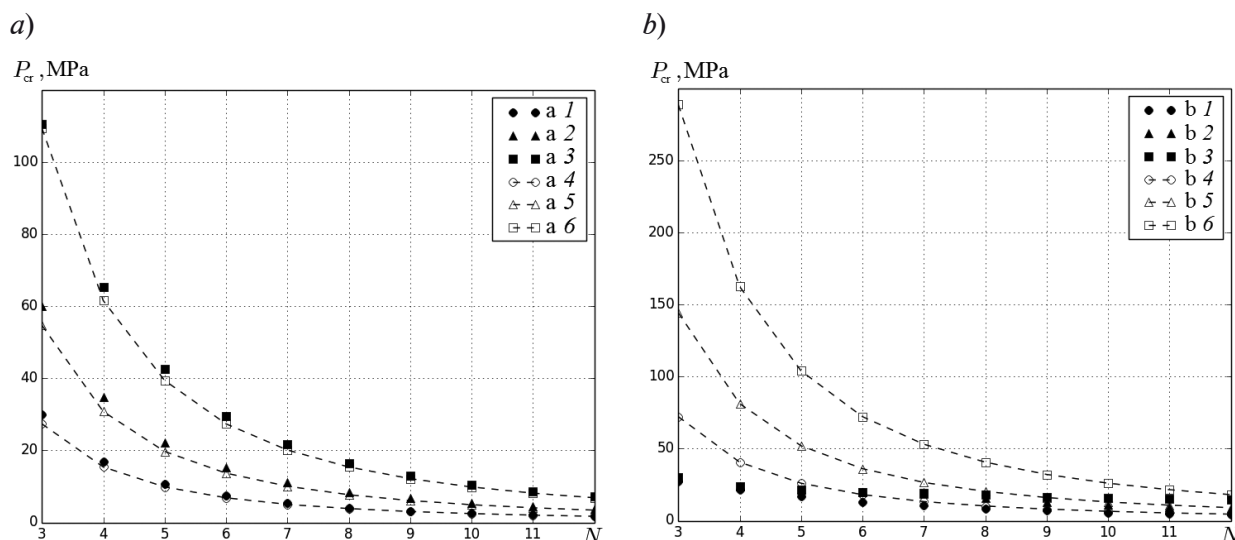


Рис. 5. Сравнение расчетных зависимостей критического внутреннего давления сильфона, полученных аналитически (кривые 4 – 6) и при КЭ-моделировании (1 – 3), от количества гофров с двумя наборами параметров: № 1 (*a*) и № 2 (*b*) (см. таблицу).

Рассмотрены постановки задач с различным закреплением сильфонов: шарнир – шарнир (1,4), шарнир – заделка (2,5), заделка – заделка (3,6)

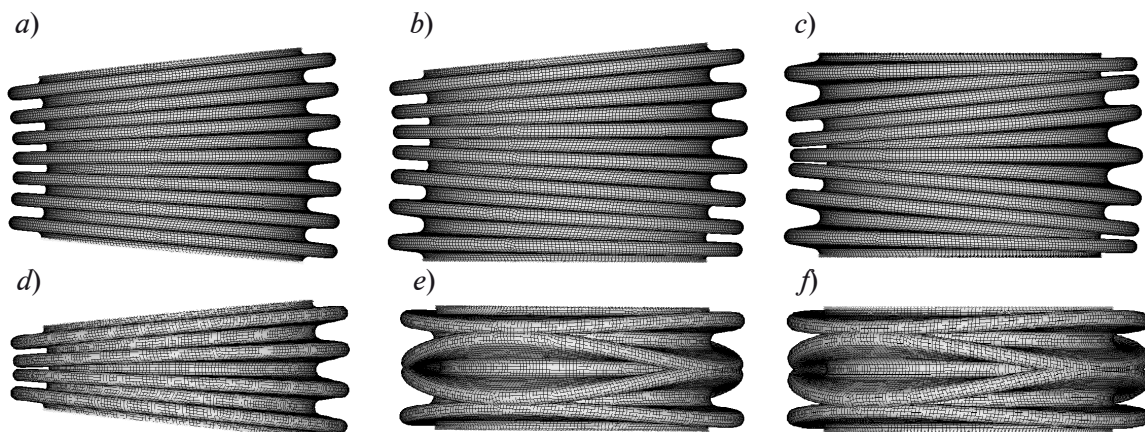


Рис. 6. Примеры сильфонов, для которых расчетом получены смежные формы равновесия: сильфоны, состоящие из семи (a – c) и четырех (d – f) гофров, при шарнирном (a, d), смешанном (b, e) и заделанном (c, f) закреплении

Заключение

В работе поставлена и решена задача о напряженно-деформированном состоянии и критическом внутреннем давлении в сильфоне компенсатора как упругой гофрированной оболочки. Использован современный вариант классической теории оболочек, выведены уравнения для оболочки вращения под осесимметричной нагрузкой. Обыкновенные дифференциальные уравнения для гофрированной оболочки решены методом конечных разностей. Использован

критерий Мизеса для нахождения критического давления при переходе в пластическое состояние.

Проведено теоретическое и численное исследование устойчивости сильфона компенсатора U-образного типа под действием внутреннего давления, смоделированы условия возникновения смежных форм равновесия. Сравнение теоретических результатов с данными численного эксперимента, проведенного в программе Ansys, выявило совпадение для глобальной формы потери устойчивости при значительной длине оболочки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Биргер И.А. Стержни, пластинки, оболочки. М.: Наука, 1992. 392 с.
- [2] Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука, 1976. 512 с.
- [3] Доннелл Л.Г. Балки, пластины и оболочки. М.: Наука, 1982. 568 с.
- [4] Еремеев В.А., Zubov Л.М. Механика упругих оболочек. М.: Наука, 2008. 280 с.
- [5] Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 2010. 380 с.
- [6] Чернина В.С. Статика тонкостенных оболочек вращения. М.: Наука, 1968. 456 с.
- [7] Blaauwendraad J., Hoefakker J.H. Structural shell analysis, Springer, Netherlands, 2014.
- [8] Berdichevsky V.L. Variational principles of continuum mechanics. Vol. 2. Applications. Berlin: Springer, 2009.
- [9] Карпов В.В. Прочность и устойчивость подкрепленных оболочек вращения: в 2 ч. Ч. 2.
- Вычислительный эксперимент при статическом механическом воздействии. М.: Физматлит, 2011. 248 с.
- [10] Chapelle D., Bathe K.J. The finite element analysis of shells – Fundamentals // Computational Fluid and Solid Mechanics. 2nd ed. Berlin: Springer, 2011.
- [11] Елисеев В.В. Механика упругих тел. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2003. 336 с.
- [12] Елисеев В.В. К нелинейной теории упругих оболочек // Научно-технические ведомости СПбГТУ. 2006. № 3. С. 35–39.
- [13] Eliseev V., Vetyukov Yu. Finite deformation of thin shells in the context of analytical mechanics of material surfaces // Acta Mechanica. 2010. Vol. 209. No. 1-2. Pp. 43–57.
- [14] Eliseev V., Vetyukov Yu. Theory of shells as a product of analytical technologies in elastic body mechanics // Shell Structures: Theory and



Applications – Proceedings of the 10th SSTA 2013 Conference. 2014. Vol. 3. Pp. 81–84.

[15] **Eliseev V.V., Vetyukov Yu.M., Zinov'eva T.V.** Divergence of a helicoidal shell in a pipe with a flowing fluid // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2011. Vol. 52. No.3. Pp. 450–458.

[16] **Eliseyev V.V., Zinovieva T.V.** Two-dimensional (shell-type) and three-dimensional models for elastic thin-walled cylinder // PNRPU Mechanics Bulletin. 2014. Vol. 3. Pp. 50–70.

[17] **Зиновьева Т.В.** Вычислительная механика упругих оболочек вращения в машиностроительных расчетах // Материалы 2-й Международной научно-практической конференции «Современное машиностроение. Наука и образование». 14–15 июня 2012. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. С. 335–343.

[18] **Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.Г.** Численные методы. М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2003. 630 с.

[19] **Chapra S.C., Canale R.P.** Numerical methods for engineers. New York: McGraw-Hill

Education, 2014.

[20] **Borwein J.M., Skeritt M.B.** An introduction to modern mathematical computing: with Mathematica. Springer. Vol. 16, 2012.

[21] **Елисеев В.В.** Механика деформируемого твердого тела. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2006. 231 с.

[22] **Аксельрад Э.Л.** Гибкие оболочки. М.: Наука, 1976. 376 с.

[23] **Гусенков А.П., Лукин Б.Ю., Шустов В.С.** Унифицированные гибкие элементы трубопроводов. М.: Изд-во стандартов, 1988. 293 с.

[24] **Вольмир А.С.** Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.

[25] **Bonet J., Wood R.D.** Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

[26] **Meissner E.** Über das Knicken Kreisförmiger Scheiben // Schweizerische Bauzeitung. 1933. Pp. 87–89.

[27] **Mansfield E.H.** On the buckling of annular plate // Farnborough: Royal Aircraft Establishment. 1959. Pp. 16–23.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

БЕЛЯЕВ Александр Константинович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
vice.ipme@gmail.com

ЗИНОВЬЕВА Татьяна Владимировна – кандидат технических наук, доцент кафедры «Компьютерные технологии в машиностроении» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
tatiana.zinovieva@gmail.com

СМИРНОВ Кирилл Константинович – аспирант кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
kismir@mail.ru

Belyaev A.K., Zinovieva T.V., Smirnov K.K. THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES OF THE STRESS-STRAIN STATE OF EXPANSION BELLOWS AS ELASTIC SHELLS.

This paper studies a stress-strain state of the *U*-shaped expansion bellows under an internal-pressure induced load. The bellows is considered as a corrugated shell of revolution under axisymmetric load. The governing equations have been derived and the numerical calculations of the stress-strain state were carried out. A variant of the classical shell theory based upon Lagrangian mechanics was used. The finite-difference method was applied to solve the obtained system of ordinary differential equations. The ultimate internal pressure resulting in plastic deformations was determined. A simulation of the loss of equilibrium stability

of the expansion bellows was performed. The ANSYS code was used for Finite-Element Method (FEM) in order to calculate the stress-strain state in the bellows.

ELASTIC SHELL, CORRUGATION, EXPANSION BELLWS, STABILITY, FINITE ELEMENT METHOD.

REFERENCES

- [1] **I.A. Birger**, Sterzhni, plastinki, obolochki [Rods, plates, shells], Moscow, Nauka, 1992.
- [2] **A.L. Goldenveyzer**, Teoriya uprugikh tonkikh obolochek [The theory of elastic thin shells], Moscow, Nauka, 1976.
- [3] **L.G. Donnell**, Balki, plastiny i obolochki [Beams, plates and shells], Moscow, Nauka, 1982.
- [4] **V.A. Eremeyev, L.M. Zubov**, Mekhanika uprugikh obolochek [Mechanics of elastic shells], Moscow, Nauka, 2008.
- [5] **V.V. Novozhilov**, Teoriya tonkikh obolochek [The theory of thin shells], St. Petersburg, Izd-vo St. Petersburg. Un-ta, 2010.
- [6] **V.S. Chernina**, Statika tonkostennykh obolochek vrashcheniya [The statics of thin-walled shells of revolution], Moscow, Nauka, 1968.
- [7] **J. Blaauwendraad, J.H. Hoefakker**, Structural shell analysis, Springer Netherlands, 2014.
- [8] **V.L. Berdichevsky**, Variational principles of continuum mechanics, Vol. 2, Applications, Springer, Berlin, 2009.
- [9] **V.V. Karpov**, Prochnost i ustoychivost podkreplennykh obolochek vrashcheniya: in 2 Vols., Part 2. Vychislitelnyy eksperiment pri staticheskom mekhanicheskom vozdeystvii [Strength and stability of stiffened shells of revolution, in 2 Vols., Part 2. Numerical experiment under static mechanical action], Moscow, Fizmatlit, 2011.
- [10] **D. Chapelle, K.J. Bathe**, The finite element analysis of shells – Fundamentals, Computational Fluid and Solid Mechanics, 2nd ed. Springer, Berlin, 2011.
- [11] **V.V. Eliseyev**, Mekhanika uprugikh tel [Mechanics of elastic bodies], St. Petersburg, Izd-vo SPbGPU, 2003.
- [12] **V.V. Eliseyev**, K nelineynoy teorii uprugikh obolochek [To nonlinear theory of elastic shells], St. Petersburg State Polytechnical University Journal. (3) (2006) 35–39.
- [13] **V. Eliseev, Yu. Vetyukov**, Finite deformation of thin shells in the context of analytical mechanics of material surfaces, Acta Mechanica. 209 (1-2) (2010) 43–57.
- [14] **V. Eliseev, Yu. Vetyukov**, Theory of shells as a product of analytical technologies in elastic body mechanics, Shell Structures: Theory and Applications. – Proceedings of the 10th SSTA 2013 Conference. (3) (2014) 81–84.
- [15] **V.V. Eliseev, Yu.M. Vetyukov, T.V. Zinov'eva**, Divergence of a helicoidal shell in a pipe with a flowing fluid, Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 52 (3) (2011) 450–458.
- [16] **V.V. Eliseyev, T.V. Zinovieva**, Two-dimensional (shell-type) and three-dimensional models for elastic thin-walled cylinder, PNRPU Mechanics Bulletin, (3) (2014) 50–70.
- [17] **T.V. Zinov'eva**, Vychislitelnaya mekhanika uprugikh obolochek vrashcheniya v mashinostroitelnykh raschetakh [Numerical mechanics of elastic shells of revolution in mechanical engineering calculations], Materialy 2-y mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii "Sovremennoye mashinostroyeniye. Nauka i obrazovaniye". June 14–15, 2012. St. Petersburg: Izd-vo Politekh. Un-ta (2012) 335–343.
- [18] **N.S. Bakhvalov, N.P. Zhidkov, G.G. Kobelkov**, Chislennyye metody [Numerical methods], Moscow, Binom, Laboratoriya znaniy, 2003.
- [19] **S.C. Chapra, R.P. Canale**, Numerical methods for engineers, McGraw-Hill Education, New York, 2014.
- [20] **J.M. Borwein, M.B. Skeritt**, An introduction to modern mathematical computing: with Mathematica, Springer 16 (2012).
- [21] **Eliseyev V.V.**, Mekhanika deformiruyemogo tverdogo tela [Mechanics of deformed solids], St. Petersburg: Izd-vo Politekh. Un-ta, 2006.
- [22] **E.L. Akselrad**, Gibkiye obolochki [Flexible shells], Moscow, Nauka, 1976.
- [23] **A.P. Gusenkov, B.Yu. Lukin, V.S. Shustov**, Unifitsirovannyye gibkiye elementy truboprovodov [Unified flexible elements of pipelines], Moscow, Izdatelstvo standartov, 1988.
- [24] **A.S. Volmir**, Ustoychivost deformiruyemykh sistem [Stability of deformed systems], Moscow, Nauka, 1967.
- [25] **J. Bonet, R.D. Wood**, Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis, Cambridge University Press, 1997.
- [26] **E. Meissner**, Über das Knicken Kreisförmiger Scheiben, Schweizerische Bauzeitung (1933) 87–89.
- [27] **E.H. Mansfield**, On the buckling of annular plate, Farnborough: Royal Aircraft Establishment (1959) 16–23.

THE AUTHORS

BELYAEV Aleksander K.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

vice.ipme@gmail.com

ZINOVIEVA Tatiana V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

tatiana.zinovieva@gmail.com

SMIRNOV Kirill K.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

kismir@mail.ru

DOI: 18721/JPM.10102

УДК 532.517.4

А.А. Матюшенко, Е.В. Котов, А.В. Гарбарук

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

АНАЛИЗ ПРИЧИН СНИЖЕНИЯ ТОЧНОСТИ ПРИ РАСЧЕТЕ ОБТЕКАНИЯ КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЕЙ В РАМКАХ ДВУМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ РЕЙНОЛЬДСА

В рамках двумерных уравнений Рейнольдса проведено численное исследование обтекания крыловых профилей различной формы и толщины при относительно высоких числах Рейнольдса ($Re \geq 1\,000\,000$) и низких уровнях турбулентности набегающего потока ($I \leq 0,1\%$). Проведена оценка влияния различных факторов и моделей турбулентности на предсказываемые аэродинамические характеристики. Установлено, что наиболее вероятными причинами систематического рассогласования расчета и эксперимента являются трехмерные эффекты, которые невозможно учесть в рамках двумерного подхода, или несовершенство современных полуэмпирических моделей турбулентности.

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ ПРОФИЛЬ, ПОДЪЕМНАЯ СИЛА, МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ, ДВУМЕРНЫЕ УРАВНЕНИЯ РЕЙНОЛЬДСА.

Введение

Определение аэродинамических характеристик крыловых профилей является важной практической задачей вычислительной аэродинамики. Расчеты этих характеристик выполняются, как правило, в рамках двумерных уравнений Рейнольдса (Reynolds Averaged Navier – Stokes (RANS)) в сочетании с различными полуэмпирическими моделями турбулентности. Это связано с тем, что применение вихреразрешающих подходов для решения таких задач требует больших вычислительных затрат [1], что крайне затруднительно в рамках серийных инженерных расчетов. Исходя из этого, применение двумерного RANS-подхода является приемлемым компромиссом между точностью расчетов и затрачиваемыми вычислительными ресурсами.

Накопленный к настоящему времени огромный опыт расчетов обтекания профилей существенно дозвуковым потоком (число Маха $M \leq 0,2$) свидетельствует о том, что при углах атаки, соответствующих безотрывным режимам течения, расчет хорошо согласуется с экспериментом, однако для отрывных режимов точность расчета суще-

ственно снижается. При этом, как правило, расчетное значение коэффициента подъемной силы C_l превышает экспериментальное, причем ошибка достигает максимального значения (оно может составить 40 %) при угле атаки α , обеспечивающем максимум коэффициента подъемной силы в расчете. Следует отметить, что именно эти режимы представляют существенный практический интерес для ветроэнергетики и других областей промышленности.

Такое поведение наблюдается при обтекании различных крыловых профилей в широком диапазоне параметров (число Маха, число Рейнольдса, степень турбулентности набегающего потока) и при использовании разнообразных полуэмпирических моделей турбулентности, включая модели, учитывающие ламинарно-турбулентный переход (см., например, работы [2 – 4]). Однако несмотря на обилие работ, посвященных расчету крыловых профилей, в подавляющем большинстве случаев не проводилось систематических исследований, посвященных выявлению возможных причин такого рассогласования.

Эти причины могут носить различный характер. С одной стороны, они могут быть



обусловлены несоответствием расчетной постановки задачи (двумерное обтекание профиля бесконечным потоком несжимаемой жидкости) условиям эксперимента, в котором крыловой профиль конечного размаха обтекается воздухом в закрытой секции аэродинамической трубы. Отсутствие учета какого-либо фактора, например стенки трубы или сжимаемость потока, а также трехмерных эффектов может служить источником наблюдаемой ошибки.

Другая возможная причина связана с несовершенством полуэмпирических моделей турбулентности. Так, неправильная реакция модели на положительный градиент давления, возникающий на верхней поверхности профиля, может приводить к сдвигу положения точки отрыва, которое существенно влияет на аэродинамические характеристики. Не менее существенным является правильное предсказание ламинарно-турбулентного перехода, поскольку его положение влияет на толщину пограничного слоя и, как следствие, на положение отрыва.

Наконец, нельзя исключить систематических ошибок вычислительного характера, таких например, как недостаточный размер расчетной области, недостаточно мелкая сетка и т. п.

Целью настоящей работы является выяснение главной причины из вышеупомянутых, которая ответственна за систематическое завышение расчетного коэффициента подъемной силы относительно экспериментального значения, при углах атаки, обеспечивающих максимальное значение коэффициента подъемной силы.

Использованные экспериментальные данные

Современные экспериментальные исследования обтекания аэродинамических профилей, как правило, проводятся в аэродинамических трубах закрытого типа, представляющих собой замкнутый циркуляционный контур, перед рабочей частью которого установлен конфузور, в наибольшем сечении которого находится решетка для устранения крупномасштабных турбулентных структур в потоке. Крыловой профиль занимает всю ширину рабочей части

трубы, причем его удлинение выбирается достаточным для того, чтобы обеспечить двумерный поток в центральной секции и его окрестности. Однако в ряде экспериментальных и расчетных работ приводятся свидетельства трехмерности потока в центральной секции даже при очень существенных удлинениях крылового профиля (см., например, работы [5, 6])

Для приведения результатов измерений в трубе к условиям свободного потока, в указанные результаты вводятся соответствующие поправки [7], которые носят эмпирический характер и индивидуальны для каждой трубы. Скорректированный коэффициент подъемной силы принято считать соответствующим значению в свободном потоке.

Для контроля положения ламинарно-турбулентного перехода зачастую на передней кромке крыловых профилей устанавливаются так называемые турбулизаторы потока (как правило, на поверхность профиля наклеивают шероховатую полосу). В этом случае считается, что пограничный слой является турбулентным на всем своем протяжении, что соответствует полностью турбулентному режиму обтекания. В противном случае (гладкий профиль) при экспериментальных числах Рейнольдса положение перехода априори неизвестно, что приводит к необходимости определения его положения при проведении расчетов.

В настоящей работе рассмотрены крыловые профили A-Airfoil, NACA-4412, NACA-4415, S805, S809, S814, S825, DU-96-W-180, DU-97-W-300 различной толщины (от 12 до 30 %) и формы. Их обтекание в широком диапазоне углов атаки было исследовано экспериментально [8 – 16] в аэродинамических трубах с низким уровнем турбулентности набегающего потока ($I < 0,1\%$) при относительно высоких числах Рейнольдса ($Re > 10^6$). Для некоторых профилей в эксперименте использовались турбулизаторы (эти данные помечены «tripped»), в остальных рассматривалось обтекание гладкого профиля («clean»). В большинстве экспериментов удлинение крыла L_z/c (L_z – размах крыла, c – его хорда) составляло 2,0, однако в некоторых случаях оно достигало 4,7.

Постановка задачи

Расчеты проводились в рамках двумерных уравнений Рейнольдса, для замыкания которых использовались различные полуэмпирические модели турбулентности. В случае, когда поверхность профиля в эксперименте была гладкой (A-Airfoil [8], DU-96-W-180 [9], DU-97-W-300 [9], NACA-4415 [10]), использовались модели, способные учесть ламинарно-турбулентный переход, а если эксперимент проводился с турбулизаторами (NACA-4412 [11]), то использовались модели турбулентности, настроенные на полностью турбулентный режим течения. Поскольку для профилей S-серии (S805 [12], S809 [13], S814 [14], S825 [15]) эксперимент проводился как на гладком профиле, так и с турбулизаторами, расчет также проводился и в полностью турбулентной постановке, и с учетом ламинарно-турбулентного перехода.

Рассматривались два типа расчетных областей: в свободном потоке и с учетом верхней и нижней стенок аэродинамической трубы. Во всех случаях расстояние от профиля до свободных (входных и выходных) границ расчетной области было

не менее 15с. При построении сетки в расчетной области была выделена подобласть в окрестности профиля (рис. 1), причем ее граница представляла собой окружность. Такой подход позволяет без труда построить сетки для различных углов атаки путем поворота внутренней подобласти относительно внешней.

На входной границе расчетной области задавался однородный профиль скорости, а давление экстраполировалось изнутри области. Также на входной границе задавались характеристики турбулентности, а их значения соответствовали экспериментальным величинам (уровень турбулентности $I = 0,1\%$ и турбулентная вязкость $\nu_t/\nu = 1$). На выходной границе задавался постоянный уровень давления, остальные переменные экстраполировались изнутри расчетной области. На поверхности профиля использовалось условие прилипания, а на верхней и нижней стенках аэродинамической трубы задавалось условие проскальзывания.

Используемые расчетные сетки были неравномерными и позволяли разрешить все особенности потока. В частности, пристенный шаг был достаточен для разрешения вязкого подслоя, а коэффициент

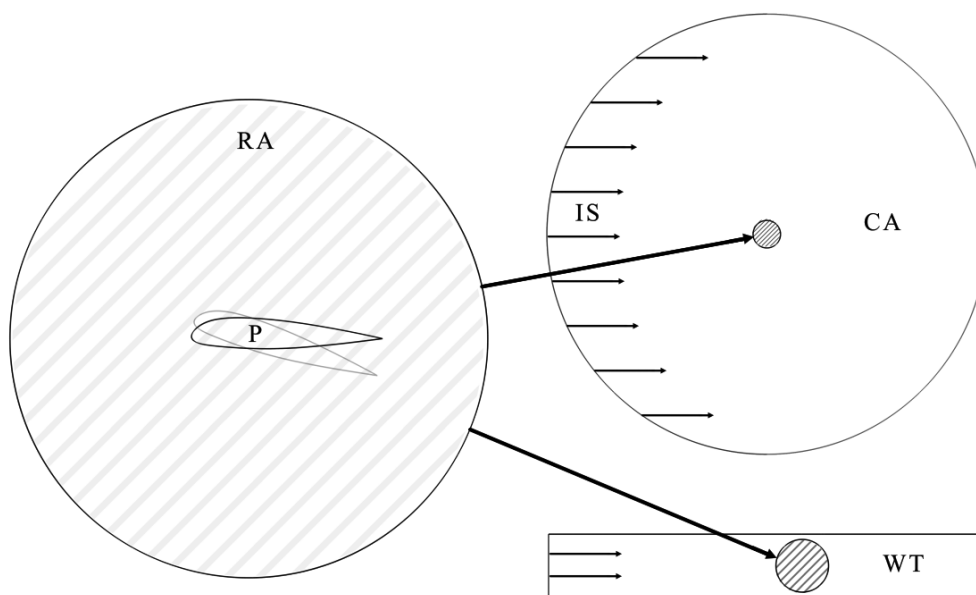


Рис. 1. Схематичное изображение постановки задачи в свободном потоке и в аэродинамической трубе (WT): RA – вращающаяся область, P – профиль, CA – свободная область, IS – набегающий поток



Таблица 1

Характеристики расчетных сеток

Расчетная сетка	Число узлов на профиле	Общее число ячеек
Полностью турбулентный режим обтекания	~400	~100 000
Учитывался ламинарно-турбулентный переход	~700	~200 000

расширения сетки по нормали к стенке вблизи поверхности профиля не превышал 1,1. Кроме того, шаги сетки измельчались в наиболее чувствительных к сетке областях потока: в окрестности передней кромки для разрешения формирующегося тонкого пограничного слоя и в окрестности области ламинарно-турбулентного перехода. Проведенные расчеты показали, что дополнительное измельчение сетки не приводит к изменению результатов расчета, что свидетельствовало о достаточности используемых сеток (табл. 1) для получения сеточно-независимого решения.

Для построения расчетных сеток использовался пакет ICEM CFD, а сами расчеты проводились с использованием коммерческого программного пакета ANSYS Fluent 16,0.

Результаты расчетов

Расчеты в свободном потоке. Для всех рассмотренных в работе профилей был проведен расчет их характеристик в свободном потоке в рамках двумерных несжимаемых уравнений Рейнольдса. В тех случаях, когда в эксперименте использовались турбулизаторы, расчеты проводились в полностью турбулентной постановке с использованием модели турбулентности SST [16], а в остальных случаях использовалась модель перехода γ -SST [17].

Результаты расчетов (рис. 2) согласуются с известными из литературы данными. Так, при безотрывном режиме течения, который наблюдается при малых углах атаки (до $7 - 12^\circ$, в зависимости от профиля), наблюдается хорошее согласование расчета и эксперимента. При увеличении угла атаки, на стороне разрежения профиля появляется отрыв, при этом расчетный

коэффициент подъемной силы превышает экспериментальный. С ростом угла атаки ошибка увеличивается и достигает своего максимального значения при том угле атаки, когда расчетный коэффициент подъемной силы является максимальным. Наряду с завышением максимального коэффициента подъемной силы, величина которого крайне важна для практических приложений, завышается также величина угла, при котором этот коэффициент достигается.

Поскольку для профилей S-серии (S805, S809, S814, S825) экспериментальные исследования были проведены как с использованием турбулизаторов, так и без них, расчеты этих профилей проводились с использованием двух моделей турбулентности: SST и γ -SST. Видно (см. рис. 2), что эффект ламинарно-турбулентного перехода одинаково проявляется и в расчете, и в эксперименте. Это влияние заметно при малых углах атаки, однако максимальное значение коэффициента подъемной силы практически не зависит от положения перехода. Этот факт свидетельствует о том, что, по крайней мере, для профилей S-серии точность предсказания ламинарно-турбулентного перехода не является причиной рассогласования расчета и эксперимента.

Влияние размера аэродинамической трубы. Одна из возможных причин рассогласования расчета и эксперимента состоит во влиянии верхней и нижней стенок аэродинамической трубы, из-за которых возникает так называемый эффект поджатия потока. Для учета этого эффекта в экспериментальные данные вводятся соответствующие эмпирические поправки, однако их эффективность априори неочевидна.

Для прояснения этого вопроса для профиля NACA-4412 была проведена серия

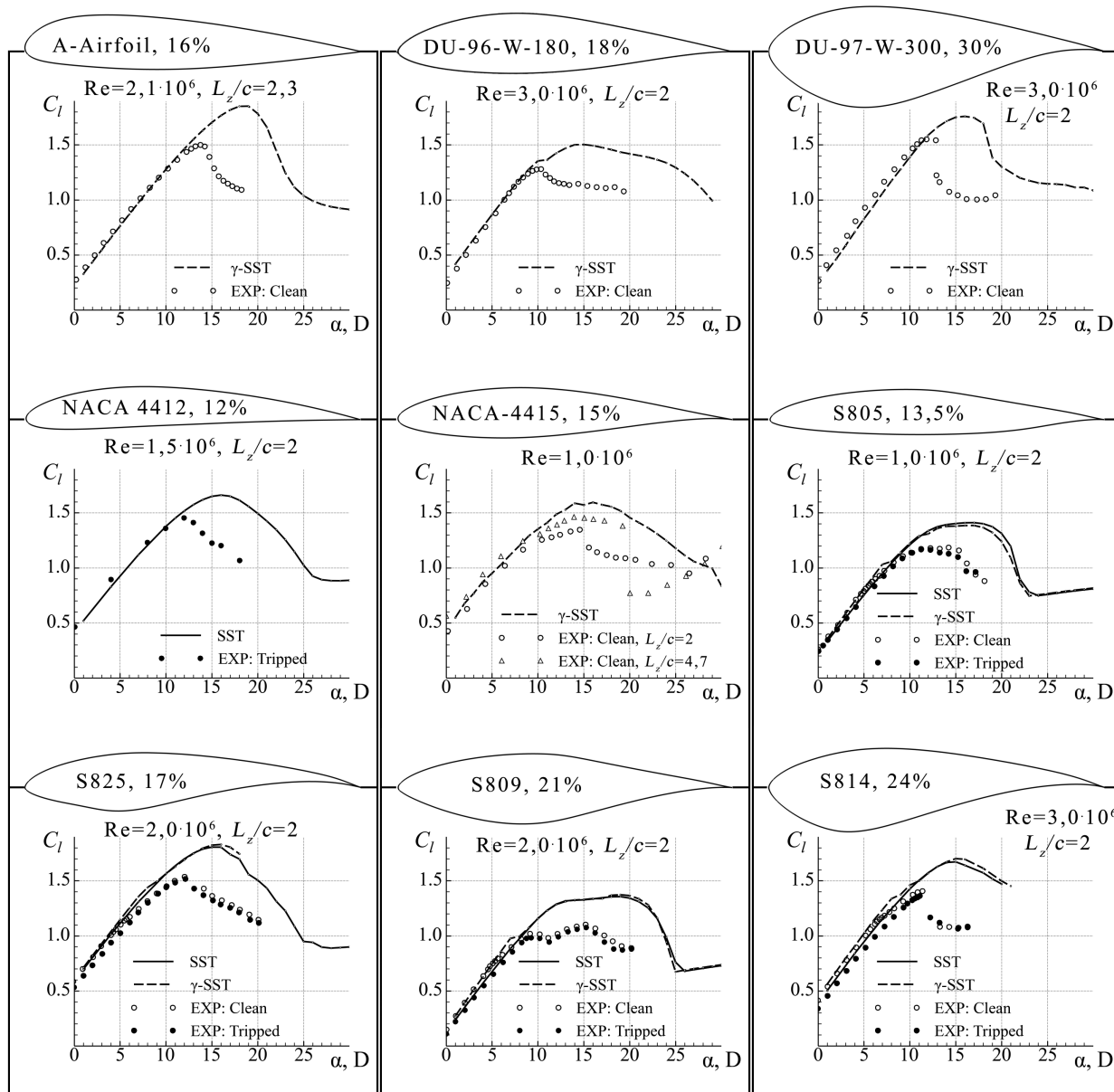


Рис. 2. Сравнение расчетного (линии) и экспериментального (символы) распределений коэффициента подъемной силы в зависимости от угла атаки для девяти различных крыловых профилей; представлены экспериментальные данные по обтеканию гладкого профиля (clean) и с использованием турбулизаторов (tripped) при размахе крыла L_z/c ; в расчетах по двум моделям варьировались число Рейнольдса Re и относительная толщина профиля (в процентах)

расчетов для случая обтекания в аэродинамической трубе, причем высота области H менялась от значения, соответствующего эксперименту ($2,37c$), до величины, равной $10c$. Видно (рис. 3), что при малых и умеренных углах атаки высота рабочей секции аэродинамической трубы оказывает влияние на максимум коэффициента подъем-

ной силы не более чем на 3 % (табл. 2). При увеличении угла атаки эффект поджатия потока верхними стенками проявляется гораздо сильнее, однако учет поджатия потока в расчете лишь увеличивает максимальный коэффициент подъемной силы, т. е. еще сильнее ухудшает согласие расчета с экспериментом. Таким образом, наблю-

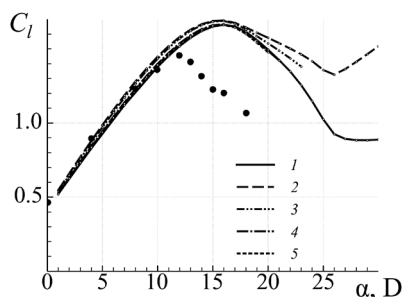


Рис. 3. Сравнение расчетных зависимостей (линии) коэффициента подъемной силы от угла атаки для различных значений высоты аэродинамической трубы H , отн. ед.: 2,37с (2), 3,00с (3), 5,00с (4), 6,00с (5); представлен случай свободного потока (1) и данные эксперимента ($H = 2,37с$) с использованием турбулизаторов (точки). Крыловой профиль NACA-4412, относительная толщина – 12 %. $Re = 1,5 \cdot 10^6$, $L_c/c = 2$ (c – хорда)

даемое рассогласование расчетного и экспериментального коэффициента подъемной силы никак не может быть связано с тем, что в расчетах не учитывали влияния верхней и нижней стенок трубы.

Влияние эффектов сжимаемости. Другой возможной причиной завышения расчетного максимального коэффициента подъемной силы является игнорирование в расчете сжимаемости потока. Влияние эффектов

сжимаемости было проанализировано для крылового профиля NACA-4412, экспериментальное исследование которого проводилось при числе Маха $M = 0,15$. Видно (рис. 4), что эффекты сжимаемости не оказывают существенного влияния на коэффициент подъемной силы вплоть до углов атаки, соответствующих массивованному отрыву пограничного слоя с передней кромки, не влияя, в том числе, и на максимальное значение коэффициента подъемной силы. Угол атаки, при котором достигается это максимальное значение, уменьшается при росте числа Маха, однако для достижения удовлетворительного согласования величины этого угла с экспериментальным значением необходимо существенно более высокое число Маха $M = 0,3$. Таким образом, влиянием сжимаемости потока также невозможно объяснить различие расчетных и экспериментальных данных.

Влияние модели турбулентности. Рассмотрим сначала *полностью турбулентный режим обтекания*. Кроме представленных выше расчетов, направленных на выяснение влияния размеров трубы и использующих модели $k-\omega$ SST, для профиля NREL S825 были выполнены расчеты с различными моделями турбулентности. Применялась линейная модель с одним уравнением

Таблица 2

Расчетное влияние высоты аэродинамической трубы на максимум коэффициента подъемной силы для профиля NACA-4412

H , отн. ед.	$C_{l,max}$	δ , %
∞ (свободный поток)	1,653	0
10,00	1,655	0,1
6,00	1,661	0,5
5,00	1,665	0,7
4,00	1,672	1,1
2,37	1,687	2,1

Обозначения: H – высота трубы, $C_{l,max}$ – максимум коэффициента подъемной силы, $\delta = \frac{|C_{l,max} - C_{l,max}^{fs}|}{C_{l,max}^{fs}} \cdot 100\%$, где $C_{l,max}^{fs}$ – значение $C_{l,max}$ для свободного потока (*freestream*)

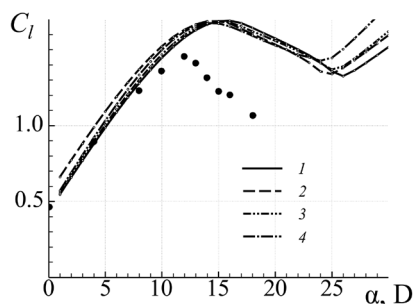


Рис. 4. Расчетные (линии) и экспериментальная (точки) зависимости, аналогичные представленным на рис. 3, для различных значений числа Маха M : 0,10 (2), 0,20 (3), 0,30 (4); представлен случай несжимаемого потока (I) и данные эксперимента ($M = 0,15$) с использованием турбулизаторов (точки). Крыловой профиль и расчетные параметры идентичны данным рис. 3

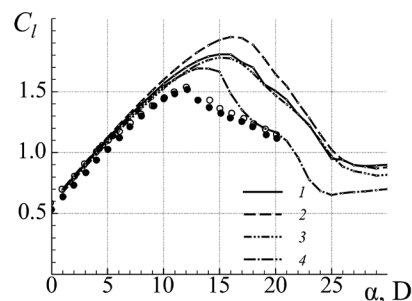


Рис. 5. Сравнение расчетных распределений коэффициента подъемной силы (линии), полученных с применением различных моделей турбулентности, с экспериментальными данными (точки). Использованные модели: SST (1), SA (2), BSL-EARSM (3), DRSM (4). Представлены экспериментальные данные по обтеканию гладкого профиля (кружки) и с использованием турбулизаторов (точки). Крыловой профиль S825, относительная толщина – 17 %, $Re = 2,0 \cdot 10^6$, $L_z/c = 2$

SA [18], а также дифференциальная и алгебраическая модели рейнольдсовых напряжений ω -RSM (DRSM) [19] и WJ-BSL-EARSM [20]. Следует отметить, что каждая из выбранных моделей турбулентности является если не лучшей, то одной из лучших среди моделей своего типа [1].

Видно (рис. 5), что ни одна из рассмотренных моделей турбулентности не способна правильно предсказать зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки. С одной стороны, такое заключение вовсе не доказывает, что в рамках двумер-

ных уравнений Рейнольдса принципиально невозможно предсказать изучаемое экспериментальное распределение. С другой стороны, кажется маловероятным получить хорошее совпадение эксперимента и расчета с использованием какой-либо другой модели, настроенной на широкий набор турбулентных течений. Ведь для проведенного тестирования были выбраны лучшие из имеющихся на настоящий момент моделей.

Рассмотрим теперь влияние модели ламинарно-турбулентного перехода.

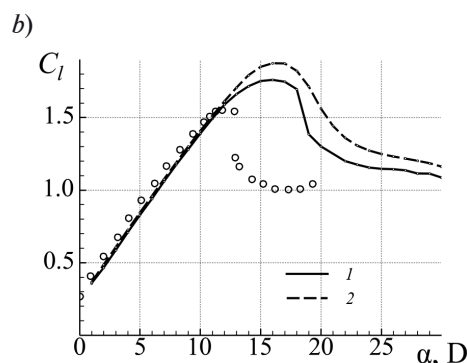
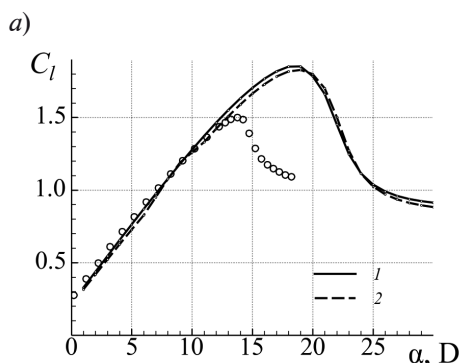


Рис. 6. Сравнение расчетных распределений коэффициента подъемной силы (линии), полученных с применением двух моделей ламинарно-турбулентного перехода, с экспериментальными данными (кружки) для крыловых профилей A-Airfoil, 16 % (a) и DU-97-W-300, 30 % (b).

Использованы модели: γ -SST (1) и γ - $Re_{\text{от}}$ -SST (2). Представлены экспериментальные данные по обтеканию гладкого профиля. $Re = 2,1 \cdot 10^6$, $L_z/c = 2,3$ (a); $Re = 3,0 \cdot 10^6$, $L_z/c = 2,0$ (b)



В ситуации, когда экспериментальные данные получены только на гладких моделях крыльев, точность предсказания положения ламинарно-турбулентного перехода может повлиять на согласование расчетных и экспериментальных данных. Для оценки чувствительности результата к рассматриваемой модели был проведен расчет крыловых профилей A-Airfoil, DU-97-W-300 с использованием одной из моделей данного класса – γ - $Re_{\text{от}}$ -SST [21].

Сравнение полученных результатов (рис. 6) с соответствующими данными для модели γ -SST приводит к заключению, что ни одна из рассмотренных моделей перехода не способна правильно предсказать зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки. Этот вывод свидетельствует о том, что рассогласование расчета и эксперимента не связано с точностью предсказания ламинарно-турбулентного перехода.

Заключение

При расчете обтекания аэродинамических профилей в свободном потоке в рамках двумерных уравнений Рейнольдса, замкнутых при помощи различных полу-

эмпирических моделей турбулентности, наблюдается систематическое завышение максимального коэффициента подъемной силы и угла, при котором он достигается, по сравнению с экспериментом.

Проведенное в настоящей работе исследование показало, что наблюдаемое рассогласование не связано ни с эффектами поджатия потока, вызванными влиянием верхней и нижней стенок аэродинамической трубы, ни с эффектами сжимаемости. Все рассмотренные модели турбулентности, каждая из которых считается одной из лучших в своем классе, не обеспечивают удовлетворительного согласования расчетных и экспериментальных значений коэффициента подъемной силы вблизи его максимума.

Таким образом, наиболее вероятной причиной наблюдаемого рассогласования является трехмерность потока, возникающая в эксперименте при отрывных режимах обтекания. Однако нельзя исключить и наличия систематического недостатка, присущего всем современным моделям турбулентности, который приводит к затягиванию отрыва и, как следствие, к завышению коэффициента подъемной силы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Травин А.К., Шур М.Л. Современные подходы к моделированию турбулентности. Учеб. пос. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2016. 234 с.
- [2] Villalpando F., Reggio M., Ilinca A. Assessment of turbulence models for flow simulation around a wind turbine airfoil // *Modelling and Simulation in Engineering*. 2011. Article ID 714146. 8 p.
- [3] Gilling L., Sørensen N.N. Large eddy simulations of an airfoil in turbulent inflow // 4th PhD Seminar on Wind Energy in Europe. Magdeburg, Germany: European Academy of Wind Energy, 2008. Pp. 33–36.
- [4] Матюшенко А.А., Гарбарук А.В., Смирнов П.Е., Менгер Ф.Р. Численное исследование влияния ламинарно-турбулентного перехода на характеристики аэродинамических профилей // *Тепловые процессы в технике*. 2015. Т. 7. № 8. С. 338–343.
- [5] Занин Б.Ю., Козлов В.В. Вихревые структуры в дозвуковых отрывных течениях. Учеб. пос. Новосибирск: Изд. Новосиб. гос. ун-та, 2011. 116 с.
- [6] Матюшенко А.А., Гарбарук А.В. Численное исследование влияния трехмерных гребенообразных структур на характеристики // *Тепловые процессы в технике*. 2016. № 1. С. 31–36.
- [7] Allen J.H., Vincenti W.G. Wall interference in a two-dimensional-flow wind tunnel, with consideration of the effect of compressibility. NACA Rep. 782. 1944. (Supersedes NACA WR A-63.) 184 p.
- [8] Gleyzes C., Capbern P. Experimental study of two AIRBUS/ONERA airfoils in near stall conditions. Part I: Boundary layers // *Aerospace Science and Technology*. 2003. Vol. 7. No. 6. Pp. 439–349.
- [9] Timmer W.A., van Rooij R.P.J.O.M. Summary of the Delft university wind turbine dedicated airfoils // *J. Sol. Energy Eng.* 2003. Vol. 125. No. 4. Pp. 488–496.
- [10] Somers D.M. Effects of grit roughness and pitch oscillations on the NACA 4415 Airfoil. NACA Rep. January 1999.
- [11] Wadcock A.J. Investigation of low-speed turbulent separated flow around airfoils.

NACA CR 177450. 1987.

[12] **Somers D.M.** Design and experimental results for the S805 Airfoil. NREL Rep. January, 1997.

[13] **Somers D.M.** Design and experimental results for the S809 Airfoil. NRELSR-440-6918, January, 1997.

[14] **Somers D.M.** Design and experimental results for the S814 Airfoil. NREL Rep. January, 1997.

[15] **Somers D.M.** Design and experimental results for the S825 Airfoil. NREL Rep. January, 2005.

[16] **Menter F.R., Kuntz M., Langtry R.** Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // Turbulence, Heat and Mass Transfer. 4, eds: K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, Begell House, Inc. 2003. Pp. 625–632.

[17] **Menter F.R., Smirnov P.E., Liu T., Avancha R.**

A one-equation local correlation-based transition model // Flow Turbulence and Combustion, 2015. № 95. Pp. 583–619.

[18] **Spalart P.R., Allmaras S.R.** A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // Recherche Aerospatiale. 1994. No. 1. Pp. 5–21.

[19] **Wilcox D.C.** Turbulence modeling for CFD. DCW Industries, Inc., La Canada CA, 1998. 537 p.

[20] **Menter F.R., Garbaruk A.V., Egorov Y.** Explicit algebraic Reynolds stress models for anisotropic wall-bounded flows // EUCASS – 3rd European Conference for Aero-Space Sciences, 2009.

[21] **Langtry R.B., Menter F.R.** Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes // AIAA Journal. 2009. Vol. 47. No. 12. Pp. 2894–2906.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

МАТЮШЕНКО Алексей Алексеевич – аспирант и младший научный сотрудник кафедры «Гидродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
alexey.matyushenko@gmail.com

КОТОВ Евгений Владимирович – студент Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
ekotov.cfd@gmail.com

ГАРБАРУК Андрей Викторович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Гидродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
agarbaruk@mail.ru

Matyushenko A.A., Kotov E.V., Garbaruk A.V. CALCULATIONS OF THE AIRFOIL PROFILE FLOW USING TWO-DIMENSIONAL RANS: AN ANALYSIS OF THE REASONS FOR THE ACCURACY DECREASE.

Flows around sets of airfoils with different shapes and thicknesses have been numerically investigated at the relatively high Reynolds number ($Re \geq 10^6$) and the low turbulence intensity ($I \leq 0.1\%$) using two-dimensional (2D) Reynolds Averaged Navie-Stokes equations (RANS) in the combination with different semi-empirical turbulence models. The effects of different factors such as wind tunnel walls, the compressibility and the influence of the laminar-turbulent transition were investigated. The most probable reasons for the systematic disagreement between simulation and experimental data were established to be 3D effects impossible to be taken into account within 2D simulation or imperfection of the present-day semi-empirical turbulence models.

AIRFOIL, HIGH LIFT, TURBULENCE MODELING, TWO-DIMENSIONAL RANS, CALCULATION ACCURACY.



REFERENCES

- [1] A.V. Garbaruk, M.Kh. Strelets, A.K. Travin, M.L. Shur, *Sovremennyye podkhody k modelirovaniyu turbulentnosti* [Modern approaches to the turbulence simulation], St. Petersburg, Izd-vo Politekh. Un-ta, 2016.
- [2] F. Villalpando, M. Reggio, A. Ilinca, Assessment of turbulence models for flow simulation around a wind turbine airfoil, *Modelling and Simulation in Engineering*, (2011), article ID 714146.
- [3] L. Gilling, N.N. Sørensen, Large eddy simulations of an airfoil in turbulent inflow, 4th PhD Seminar on Wind Energy in Europe, Magdeburg, Germany, European Academy of Wind Energy (2008) 33–36.
- [4] A.A. Matyushenko, A.V. Garbaruk, P.E. Smirnov, F.R. Menter, *Chislennoye issledovaniye vliyaniya laminarno-turbulentnogo perekhoda na kharakteristiki aerodinamicheskikh profiley* [Numerical investigation of the effect of the laminar-turbulent transition on the characteristics of airfoil profiles], *Teplovyye protsessy v tekhnike*. 7 (8) (2015) 338–343.
- [5] B.Yu. Zanin, V.V. Kozlov, *Vikhrevyye struktury v dozvukovykh otryvnykh techeniyakh* [Vortex structures in the subsonic separated flows], Novosib. gos. Univ., Novosibirsk, 2011.
- [6] A.A. Matyushenko, A.V. Garbaruk, *Chislennoye issledovaniye vliyaniya trekhmernykh griboobraznykh struktur na kharakteristiki* [Numerical investigation of the effect of 3D fungous-forming structures on characteristics], *Teplovyye protsessy v tekhnike*. (1) (2016) 31–36.
- [7] J.H. Allen, W.G. Vincenti, Wall interference in a two-dimensional-flow wind tunnel, with consideration of the effect of compressibility, *NACA Rep.* 782, 1944, (Supersedes NACA WR A-63).
- [8] C. Gleyzes, P. Capbern, Experimental study of two AIRBUS/ONERA airfoils in near stall conditions, Part I: Boundary layers, *Aerospace Science and Technology*. 7 (6) (2003) 439–349.
- [9] W.A. Timmer, R.P.J.O.M. van Rooij, Summary of the Delft university wind turbine dedicated airfoils, *J. Sol. Energy Eng.* 125(4) (2003) 488–496.
- [10] D.M. Somers, Effects of grit roughness and pitch oscillations on the NACA 4415 Airfoil, *NACA Rep.*, January, 1999.
- [11] A.J. Wadcock, Investigation of low-speed turbulent separated flow around airfoils, *NACA CR* 177450, 1987.
- [12] D.M. Somers, Design and experimental results for the S805 Airfoil, *NREL Rep.*, January, 1997.
- [13] D.M. Somers, Design and experimental results for the S809 Airfoil, *NRELSR-440-6918*, January, 1997.
- [14] D.M. Somers, Design and experimental results for the S814 Airfoil, *NREL Rep.*, January, 1997.
- [15] D.M. Somers, Design and experimental results for the S825 Airfoil, *NREL Rep.*, January, 2005.
- [16] F.R. Menter, M. Kuntz, R. Langtry, Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*, eds: K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, Begell House, Inc. 2003, Pp. 625–632.
- [17] F.R. Menter, P.E. Smirnov, T. Liu, R. Avancha, A one-equation local correlation-based transition model // *Flow Turbulence and Combustion*. (2015) (95) 583–619.
- [18] P.R. Spalart, S.R. Allmaras, A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, *Recherche Aerospaciale*. (1) (1994) 5–21.
- [19] D.C. Wilcox, *Turbulence modeling for CFD*, DCW Industries, Inc., La Canada CA, 1998.
- [20] F.R. Menter, A.V. Garbaruk, Y. Egorov, Explicit algebraic Reynolds stress models for anisotropic wall-bounded flows, *EUCASS – 3rd European Conference for Aero-Space Sciences*, 2009.
- [21] R.B. Langtry, F.R. Menter, Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes, *AIAA Journal*. 47 (12) (2009) 2894–2906.

THE AUTHORS

MATYUSHENKO Aleksey A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
alexey.matyushenko@gmail.com

KOTOV Eugeny V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
ekotov.cfd@gmail.com

GARBARUK Andrey V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

agarbaruk@mail.ru

*С.И. Смирнов, Е.М. Смирнов, А.А. Смирновский*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ТОРЦЕВЫХ СТЕНКАХ НА ТУРБУЛЕНТНУЮ КОНВЕКЦИЮ РТУТИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРЕ

Представлены результаты прямого численного моделирования турбулентной свободной конвекции ртути (число Прандтля $Pr = 0,025$) в подогреваемой снизу вращающейся цилиндрической емкости с высотой, равной диаметру. Изучено влияние вращения емкости и теплопереноса в горизонтальных твердых стенках на структуру конвекции и интегральную теплоотдачу. Эффективное число Рэлея $Ra_{eff} \approx 10^6$. Уравнения Навье – Стокса в приближении Буссинеска решались по методу дробных шагов. Проанализированы мгновенные и осредненные поля скорости и температуры, спектральный состав пульсаций, а также данные по интегральной теплоотдаче. Проведено сравнение результатов расчетов по коду внутреннего пользования SINF/Flag-S с экспериментальными данными и с результатами, полученными с использованием коммерческого программного пакета ANSYS Fluent 15.0.

КОНВЕКЦИЯ РЭЛЕЯ – БЕНАРА, ВРАЩАЮЩАЯСЯ ЕМКОСТЬ, ЖИДКИЙ МЕТАЛЛ, СОПРЯЖЕННЫЙ ТЕПЛООБМЕН.

Введение

Свободная конвекция при низких числах Прандтля широко распространена в природе и технике (конвекция во внешнем ядре Земли, производство стали, выращивание кристаллов полупроводников из расплава, теплообменные процессы в ядерных реакторах и т. п.). К числу модельных задач в этой области относится задача о конвекции Рэлея – Бенара в вертикально ориентированной цилиндрической емкости (контейнер), заполненной жидкостью с малым числом Прандтля (жидкий металл или расплав полупроводника). При численном моделировании эта задача обычно рассматривается в несопряженной постановке — при задании граничных условий непосредственно на внутренних поверхностях твердых стенок, ограничивающих емкость. Горизонтальные стенки чаще всего полагаются изотермическими, а боковая цилиндрическая поверхность — адиабатической. Задание температуры непосредственно на внутренних поверхностях ограничивающих стенок является хорошим приближением к

реальности только в том случае, если термическое сопротивление стенок много меньше сопротивления жидкой среды. Однако в случае низких чисел Прандтля термические сопротивления жидкой и твердой областей могут оказаться соизмеримыми, что требует учета эффектов сопряженного теплообмена. Представительными в этом отношении являются результаты, полученные в ходе экспериментального исследования свободной конвекции в невращающемся цилиндре [1], согласно которым варьирование соотношения физических параметров жидкой и твердой сред оказывает существенное влияние на структуру течения и теплоотдачу.

К настоящему времени выполнен большой объем экспериментальных и расчетных исследований турбулентной конвекции Рэлея – Бенара, развивающейся в областях различных геометрических форм и при разных числах Прандтля (см., например, обзорную работу [2], содержащую обширный список источников). Среди них имеется большое число экспериментальных исследований турбулентной конвекции жидко-

сти в цилиндрических контейнерах с небольшим отношением высоты к диаметру, при числах Прандтля, превышающих единицу (такие числа характерны, например, для воды). В работах [3, 4] представлены результаты недавних обстоятельных исследований конвекции воды в невращающихся емкостях. Конвекция воды во вращающихся контейнерах изучалась в работах [5 – 7].

Исследованиям конвекции Рэлея – Бенара при низких числах Прандтля посвящено существенно меньшее число работ. Экспериментально турбулентная конвекция ртути в невращающейся цилиндрической емкости изучалась в работах [8, 9]. Результаты исследований конвекции жидких металлов во вращающихся емкостях представлены на примере ртути в работах [10 – 12]; при этом в первых двух из упомянутых изучалась турбулентная конвекция Рэлея – Бенара в полостях, диаметр которых на порядок превосходит их высоту, а в третьей приведены результаты экспериментов для случая вращающегося цилиндра с высотой, равной диаметру.

Авторы всех упомянутых выше экспериментальных работ стремились создавать условия, позволяющие пренебречь эффектами теплопереноса в ограничивающих емкость стенках. Влияние термического сопротивления стенок на структуру конвекции и интегральную теплопередачу изучалось в сравнительно небольшом числе работ. Среди экспериментальных работ, посвященных изучению влияния сопряженного теплообмена на конвекцию в цилиндрической (невращающейся) емкости, следует отметить детальные исследования [1, 13], выполненные для сред с различным числом Прандтля: $Pr = 0,7$ [1] и $Pr = 4,4$ [13].

В течение последних трех десятилетий турбулентная конвекция Рэлея – Бенара активно изучалась и продолжает изучаться методом прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation (DNS)), с охватом широкого диапазона чисел Прандтля. При этом в качестве расчетной области часто рассматривается горизонтальный слой с заданием условий периодичности на вер-

тикальных границах. Результаты детальных расчетных исследований конвекции в стационарном горизонтальном слое при числах Прандтля порядка единицы приведены в работах [14, 15], а для случая вращающегося слоя – в работах [16, 17]. Конвекция в стационарном слое при низких числах Прандтля изучалась методом DNS в работе [14] для $Pr = 0,07$ и числа Рэлея Ra , изменявшегося в диапазоне от 10^4 до 10^7 , а также в работе [18] для $Pr = 0,025$ и $Ra = 10^5$. Влияние наложенного глобального вращения изучалось в работе [19] при $Pr = 0,1$ и $10^4 \leq Ra \leq 10^8$. Эффекты сопряженного теплообмена на структуру турбулентной конвекции и теплопередачу в невращающемся горизонтальном слое, ограниченном стенками конечной толщины, исследовались методом DNS в работе [20] для случая $Pr = 0,025$, $Ra = 10^5$. Подобных исследований для случая вращающегося слоя пока не проводилось.

К настоящему времени накоплен также значительный объем расчетных данных, которые получены методом DNS для турбулентной конвекции Рэлея – Бенара, развивающейся в цилиндрических емкостях (в условиях несопряженной постановки задачи) при существенно различных числах Прандтля (см., например, статью [21], где приведен обширный список работ, посвященных экспериментальным и расчетным исследованиям в этой области). Конвекция в стационарных цилиндрических емкостях при числе Прандтля, лежащем в диапазоне от $0,1$ до 10^4 , и числе Рэлея в интервале от 10^5 до 10^9 рассматривается в работе [22]. Результаты DNS-расчетов турбулентной конвекции во вращающемся цилиндре при значениях числа Прандтля порядка единицы и $10^8 \leq Ra \leq 10^9$ представлены в работах [21, 23].

Случай конвекции Рэлея – Бенара в цилиндрической (невращающейся) емкости, заполненной жидкостью с низким числом Прандтля, исследовался методом DNS в работах [22, 24 – 26]. Авторы работ [24, 25] численно моделировали конвекцию ртути ($Pr = 0,025$) при числах Рэлея до 10^6 . Результаты численного моделирования при более высоких значениях числа Рэлея

(до 10^9) представлены в работах [22] для $Pr = 0,1$ и в [26] для $Pr = 0,021$. Сравнение данных, полученных в сопряженной и несопряженной постановках для случая конвекции ртути при $Ra = 10^6$, представлено в статье [27]. Расчетных работ, посвященных турбулентной конвекции жидкостей с низким числом Прандтля, в условиях вращения цилиндрической емкости, в доступных нам литературных источниках обнаружить не удалось.

В настоящей работе представляются результаты прямого численного моделирования турбулентной свободной конвекции ртути в подогреваемом снизу вращающемся цилиндре в сопряженной и несопряженной постановках задачи.

Основные расчеты выполнены с использованием программного кода собственной разработки. Результаты этих расчетов сопоставляются с экспериментальными данными [12] и с результатами вычислений, проведенных с использованием программного пакета ANSYS Fluent 15.0 [28].

Постановка задачи

Прямое численное моделирование естественной конвекции ртути ($Pr = 0,025$) в подогреваемой снизу вращающейся емкости выполнено в двух постановках: в сопряженной — с учетом эффектов теплопереноса в горизонтальных стенках конечной толщины, и в несопряженной — отвечающей идеализированному случаю нулевой толщины горизонтальных стенок.

В случае сопряженной задачи расчетная область (рис. 1, а), включает заполненную жидкостью цилиндрическую ячейку диаметром D и высотой H ($H/D = 1$) и два твердотельных диска толщиной h . В настоящей работе представлены расчеты для случая $h/D = 0,25$.

На всех границах внутренней цилиндрической ячейки задаются условия их непроницаемости и отсутствия скольжения жидкости, заполняющей эту ячейку. На внешних горизонтальных поверхностях твердотельных дисков в качестве термических граничных условий задаются постоянные значения температуры (T_h , T_c). Внутренние поверхности дисков считаются

поверхностями термического сопряжения жидкой и твердой сред. Боковые цилиндрические поверхности внутренней ячейки и дисков полагаются адиабатическими.

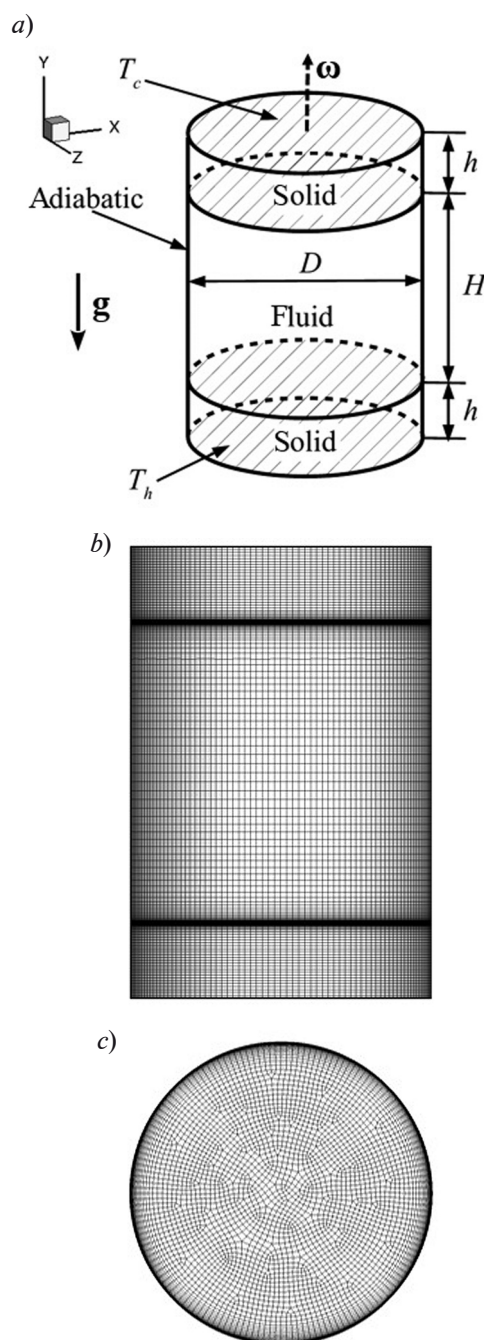


Рис. 1. Расчетная область с параметрами задачи (а) и сечения типичной расчетной сетки вертикальной (b) и горизонтальной (c) плоскостями.

Solid — твердотельные диски, Fluid — жидкость;
 T_h , T_c — постоянные значения температуры

Термоконвективное движение жидкости с постоянными физическими свойствами и теплоперенос во вращающемся контейнере со стенками конечной толщины описываются системой уравнений (1) – (3), включающей уравнение неразрывности, нестационарные уравнения Навье – Стокса, записанные в приближении Буссинеска для учета эффектов плавучести в полях гравитационной и центробежной сил, и нестационарное уравнение конвективно-диффузионного переноса тепла (в твердых областях только диффузионного). Система имеет следующий вид:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p + \beta(T_0 - T)(\mathbf{g} + \omega^2 \mathbf{R}) - 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V} + \nu \nabla^2 \mathbf{V}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \frac{\lambda_i}{\rho_i C_i} \nabla^2 T, \quad (3)$$

где $\mathbf{V} = (V_x, V_y, V_z)$ – поле скорости; t – время, p – давление, T – температура, ρ_i – плотность среды ($i = f$ или s), ν – кинематическая вязкость, β – коэффициент теплового расширения, C_i – теплоемкость среды, λ_i – коэффициент теплопроводности, $\mathbf{g}$ – ускорение свободного падения, T_0 – температура в условиях гидростатического равновесия, $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость вращения, $\mathbf{R}$ – расстояние от текущей точки расчетной области до оси вращения.

Уравнение энергии решается совместно в жидкой ($i = f$) и твердой ($i = s$) подобластях. В дальнейшем эффекты плавучести в поле центробежной силы (член $\beta(T_0 - T)\omega^2 \mathbf{R}$ в уравнении движения) опустим из рассмотрения, полагая их много меньшими, чем эффекты плавучести в поле гравитационной силы.

Из набора физических свойств сред, рассматриваемых при решении сопряженной задачи, в дополнение к числу Прандтля $Pr = \mu C_f / \lambda_f$ можно построить еще два безразмерных определяющих параметра нестационарной конвекции, а именно λ_f / λ_s и $\rho_f C_f / \rho_s C_s$. В настоящей работе принималось, что $\lambda_f / \lambda_s = 1,641$, $\rho_f C_f / \rho_s C_s = 0,472$; это соответствует отношениям исходных

размерных параметров, взятых для ртути в качестве жидкости и для стали в качестве материала стенок.

Масштабные критерии подобия (число Рэлея и параметр вращения, построенные по масштабным величинам), задаваемые в ходе расчетов, определялись для сопряженной и несопряженной постановок следующим образом:

$$Ra = Pr \cdot (g\beta \Delta T_0 H^3 / \nu^2); \quad (4)$$

$$K = 2\omega \cdot (H / (g\beta \Delta T_0))^{0,5}, \quad (5)$$

где ΔT_0 – перепад температуры ($\Delta T_0 = T_h - T_c$).

В случае сопряженной постановки конвекция в полости фактически определяется значением эффективного числа Рэлея Ra_{eff} [27] и эффективного параметра вращения K_{eff} (случай вращающейся полости), которые могут быть построены по разнице ΔT осредненных по пространству и времени температур на границах раздела жидкой и твердой сред. Таким образом,

$$Ra_{eff} = Pr \cdot (g\beta \Delta T H^3 / \nu^2); \quad (6)$$

$$K_{eff} = 2\omega \cdot (H / (g\beta \Delta T))^{0,5}. \quad (7)$$

Эффективные значения определяющих параметров вычисляются после завершения расчетов, проводимых в сопряженной постановке. Для вычленения из полученных расчетных данных собственно эффектов сопряженного теплообмена, масштабные критерии подобия подбираются (итерационно) такими, чтобы эффективное число Рэлея практически равнялось некоторому базовому значению, выбранному при решении несопряженной задачи. В настоящей работе базовое значение числа Рэлея составляло приблизительно 10^6 .

Численный метод

Для выполнения основной серии расчетов использовался конечно-объемный «неструктурированный» программный код SINF/Flag-S, разработанный сотрудниками кафедры «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» СПбПУ. В качестве одной из опций по решению уравнений Навье – Стокса в этом коде для продвижения по физическому времени реализован автор-



ский вариант неявного метода дробных шагов, который широко используется (в различных формулировках) для численного решения нестационарных задач гидродинамики (см., например, работы [29 – 31]).

Суть метода дробных шагов состоит в разделении пространственных операторов, входящих в уравнение количества движения, и трактовки роли градиента давления как проекционного оператора, который переводит произвольное поле скорости в соленоидальное. Как и в работе [29], представленный ниже метод основывается на использовании схемы Кранка – Николсон (имеет второй порядок точности по времени) для уравнения количества движения, которое аппроксимируется следующим образом:

$$\frac{\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p^{n+1/2} + \beta(T_0 - T^{n+1/2})\mathbf{g} - 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}^{n+1/2} + \nu \nabla^2 \mathbf{V}^{n+1/2} - [\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n+1/2}, \quad (8)$$

где Δt – шаг по времени; $n, n + 1$ – временные слои.

Заметим, что вычисление конвективного слагаемого $[\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n+1/2}$ в выражении (8) может осуществляться различными способами. Чаще всего используется экстраполяция конвективного слагаемого как единого целого с двух предыдущих временных слоев по схеме Адамса – Башфорта [29]:

$$[\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n+1/2} = 1,5 [\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^n - 0,5 [\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n-1}. \quad (9)$$

Вследствие явности данной схемы (по конвективным слагаемым), алгоритм вычислений в целом устойчив только при числах Куранта, меньших единицы. Как отмечено в работе [31], в случае течений при больших числах Рейнольдса использование уравнения (9) может потребовать введения некоторой стабилизирующей добавки. Кроме того, как показала практика использования этой схемы в коде SINF/Flag-S, в случае сильно скошенных ячеек, для устойчивости вычислений требуется значительно уменьшать число Куранта, вплоть до нескольких сотых. В связи с этим использование неявной формулировки для вычисления конвективного слагаемого яв-

ляется предпочтительным. В частности, в статье [30], также применительно к схеме Кранка – Николсон, предложено вычислять данное слагаемое по полунеявной схеме:

$$[\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n+1/2} = \nabla \cdot (\mathbf{V}^n \mathbf{V}^{n+1}). \quad (10)$$

Согласно работе [30], схема (10) обеспечивает устойчивость вычислений при числах Куранта больше единицы, при этом она задействует только два временных слоя. Известно, однако, что схема Кранка – Николсон является нейтрально устойчивой и в ряде задач с сильными нелинейными (конвективными) эффектами она может приводить к возникновению нефизических колебаний во времени. Распространенным способом подавления таких колебаний является использование схемы, взвешивающей вклады неявной схемы Эйлера первого порядка и схемы Кранка – Николсон. Но это приводит к понижению порядка точности во времени.

Для решения указанных проблем, в коде SINF/Flag-S используется авторская модификация для вычисления конвективных слагаемых, которая сочетает экстраполяцию с двух предыдущих временных слоев по схеме Адамса – Башфорта и введение неявности в схему следующим образом:

$$[\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n+1/2} = \nabla \cdot (\overline{\mathbf{V}^{n+1/2}} \mathbf{V}^{n+1/2}). \quad (11)$$

При этом скорость на промежуточном $(n + 1/2)$ -слое вычисляется как

$$\mathbf{V}^{n+1/2} = 0,5(\mathbf{V}^{n+1} + \mathbf{V}^n). \quad (12)$$

Под величиной $\overline{\mathbf{V}^{n+1/2}}$ понимается результат линейной экстраполяции с двух предыдущих временных слоев:

$$\overline{\mathbf{V}^{n+1/2}} = 1,5\mathbf{V}^n - 0,5\mathbf{V}^{n-1}. \quad (13)$$

Преимущество такого подхода для вычисления конвективного слагаемого, по сравнению с предложенным в работе [30], заключается в том, что при проявлении отмеченного выше недостатка схемы Кранка – Николсон можно непосредственно переключиться на использование аппроксимации уравнения сохранения с трехслойной дискретизацией временной производной по схеме Эйлера «разностью назад» (в этом

случае экстраполяция производится на слой $n + 1$, а не на промежуточный слой $n + 1/2$). Данная схема не генерирует нефизические осцилляции во времени, являясь при этом схемой второго порядка точности.

Поскольку при проведении представленных ниже расчетов турбулентной конвекции по схеме Кранка – Николсон, проблем с возникновением нефизических колебаний не возникало, вычисления проводились по этой схеме с аппроксимацией конвективного слагаемого в уравнении движения по формуле (11). Член в правой части этого уравнения, отражающий действие силы плавучести, включает величину

$$T^{n+1/2} = 0,5(T^{n+1} + T^n), \quad (14)$$

которая определяется при решении уравнения энергии, также аппроксимируемого по схеме Кранка – Николсон:

$$\frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} = \frac{\lambda_i}{\rho_i C_i} \nabla^2 T^{n+1/2} - \nabla \cdot (\mathbf{V}^{n+1/2} T^{n+1/2}). \quad (15)$$

Алгоритм расчета поля скорости, удовлетворяющего на новом временном слое уравнению движения и уравнению неразрывности, строится следующим образом. Проводится расщепление уравнения (8) на два уравнения:

$$\frac{\mathbf{V}^* - \mathbf{V}^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p^{n-1/2} + \beta(T_0 - T^{n+1/2})\mathbf{g} - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{V}^* + \mathbf{V}^n) + 0,5\nabla^2(\mathbf{V}^* + \mathbf{V}^n) - 0,5\nabla \cdot (\mathbf{V}^{n+1/2}(\mathbf{V}^* + \mathbf{V}^n)); \quad (16)$$

$$\frac{\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla(p^{n+1/2} - p^{n-1/2}). \quad (17)$$

Уравнение (16) системы записано относительно «предикторной» скорости $\mathbf{V}^*$, которая находится при использовании поля давления на предыдущем временном слое $p^{n-1/2}$. Второе уравнение связывает искомые скорость и давление на новом временном слое. Замыкающим соотношением является условие соленидальности поля искомой скорости:

$$\nabla \cdot \mathbf{V}^{n+1} = 0. \quad (18)$$

Объединение уравнений (17) и (18) дает уравнение Пуассона для приращения давления $\Delta p = p^{n+1/2} - p^{n-1/2}$ в виде

$$\Delta t \nabla^2(\Delta p) = -\rho_f \nabla \cdot \mathbf{V}^*. \quad (19)$$

По результатам решения уравнения (19) рассчитывается искомое поле скорости:

$$\mathbf{V}^{n+1} = \mathbf{V}^* - \Delta t \frac{\nabla(\Delta p)}{\rho_f}. \quad (20)$$

Решение уравнений (15), (16) и (19) в коде SINF/Flag-S ищется итерационно, с введением невязок и поправок, например предикторная скорость ищется как

$$\mathbf{V}^* \rightarrow \mathbf{V}_{m+1}^* = \mathbf{V}_m^* + \delta \mathbf{V}^*, \quad (21)$$

где m – номер предыдущей итерации.

В качестве первого приближения ($m = 0$) для $\mathbf{V}^*$ принимается скорость $\mathbf{V}^n$ на предыдущем временном слое. Уравнение (16) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathbf{V}^*}{\Delta t} + \mathbf{L}(\delta \mathbf{V}^*) = \\ = -\left(\tilde{\mathbf{R}}_s(\mathbf{V}_m^*, \dots) + \frac{\mathbf{V}_m^* - \mathbf{V}^n}{\Delta t} \right) \equiv -\mathbf{R}, \end{aligned} \quad (22)$$

где $\mathbf{L}$ – «стабилизирующий» оператор, $\tilde{\mathbf{R}}_s(\mathbf{V}_m^*, \dots)$ – невязка правой части уравнения (16), $\mathbf{R}$ – полная невязка уравнения баланса количества движения.

Аналогичным образом преобразуются уравнения (15) и (19) (в последнем, однако, отсутствует временная производная).

Запись решаемых уравнений в виде (22) позволяет использовать разные шаблоны (наборы расчетных точек) для аппроксимации пространственных операторов в левой и правой частях. В коде SINF/Flag-S стабилизирующий оператор в целом аппроксимируется на наиболее компактном шаблоне, что, в частности, существенно облегчает параллелизацию вычислений по технологии «Domain Decomposition», особенно в случае неструктурированных сеток; конвективные слагаемые в операторе $\mathbf{L}$ оцениваются по противоточной схеме первого порядка. При вычислении невязки правой части уравнения (22) шаблон расширен, что, с одной стороны, позволяет для конвективных слагаемых использовать



схемы повышенного порядка (в настоящих расчетах использовалась схема **QUICK**, номинально, третьего порядка точности), а с другой — учесть влияние скошенности расчетных ячеек. Аналогичные замечания относятся и к способу аппроксимации уравнений (15) и (19).

Поскольку код **SINF/Flag-S** основан на использовании совмещенных сеток, с целью подавления развития «четно-нечетных» пространственных осцилляций в полях давления и скорости, вводится поправка $R_{\text{хи}} - \text{Чоу}$ [32], вычисляемая по полю давления на предыдущем временном слое, аналогично вычислениям, выполненным в работе [33].

Отдельные вычислительные аспекты

Все расчеты проводились в суперкомпьютерном центре СПбПУ на кластере «Политехник — РСК Торнадо» с пиковой производительностью около тысячи петафлопсов.

Как отмечалось выше, при решении сопряженной задачи требовалось обеспечить равенство эффективного числа Рэлея и базового числа Рэлея, отвечающего случаю несопряженной задачи. Для этого при каждом выбранном значении масштабного параметра вращения проводилось несколько расчетов в сопряженной постановке. После их завершения вычислялись значения Ra_{eff} . Затем по полученным значениям Ra_{eff} проводилась интерполяция в точку, соответствующую базовому значению $Ra = 10^6$, выбранному для несопряженной задачи, и оценивалось масштабное число Рэлея, которое необходимо задать в сопряженной постановке, чтобы обеспечить эффективное число Рэлея, равное 10^6 . На завершающем этапе проводился расчет с оцененным значением масштабного числа Ra при масштабном параметре вращения, не варьируемым в ходе описанной процедуры подбора Ra .

Часть результатов, полученных с использованием кода **SINF/Flag-S**, сопоставлялась с данными расчетов, выполненных с использованием коммерческого программного кода **ANSYS Fluent 15.0**. Здесь также дискретизация конвективных слагаемых

осуществлялась с использованием схемы **QUICK** (диффузионные слагаемые аппроксимируются по центрально-разностной схеме второго порядка). Продвижение по времени также осуществлялось по методу дробных шагов, с заданием для каждого уравнения трех субитераций (параметр “Max. Corrections” равен трем). Остальные параметры решателя **ANSYS Fluent 15.0** брались по умолчанию.

Использовалась расчетная сетка, состоящая из шестигранных элементов: около $5 \cdot 10^5$ ячеек относилось к области жидкости и по $2 \cdot 10^5$ ячеек — к каждой из горизонтальных стенок. Сетка была сгущена к стенкам и поверхностям раздела сред (вертикальный размер ячейки вблизи интерфейса составлял величину около $1,5 \cdot 10^{-4} H$). Распределение ячеек в различных сечениях представлено на рис. 1, *b*, *c*.

Шаг по времени составлял величину порядка одной тысячной от характерного конвективного времени задачи, определяемого как

$$t_{\text{conv}} = (H / (g\beta\Delta T))^{0.5}. \quad (23)$$

Локальное число Куранта не превышало единицы. Выборки, использованные для осреднения, составляли 1000 — 3000 безразмерных времен. Время расчета процесса длительностью в десять безразмерных времен (примерно 20 тыс. шагов по времени) по обоим кодам составляло около трех часов на двадцати вычислительных ядрах.

В ходе расчетов осуществлялся мониторинг температуры и компонент скорости в точках, расположенных внутри области жидкости, вблизи адиабатической стенки в центральной горизонтальной плоскости и вблизи границ раздела сред. Также производился мониторинг осредненного по плоскости теплового потока на внешних стенках и границах раздела сред.

Результаты расчетов

Как отмечалось выше, масштабные величины подбирались таким образом, чтобы обеспечить эффективное число Рэлея, близкое к 10^6 . В целях сохранения преемственности с предыдущей работой [27], базовое значение числа Рэлея, выбранное для ре-

шения несопряженной задачи, составляло $9,64 \cdot 10^5$. При решении сопряженной задачи масштабные числа Рэлея **Ra**, обеспечивающие получение $Ra_{eff} = 9,64 \cdot 10^5$, были подобраны для трех вариантов, различающихся значением задаваемого масштабного параметра вращения, а именно для $K = 0; 0,499$ и $5,823$. Подобранные значения масштабного числа Рэлея составили, соответственно, $2,72 \cdot 10^6$; $2,66 \cdot 10^6$ и $1,28 \cdot 10^6$. Результирующие значения эффективного числа вращения K_{eff} составили $0; 0,834$ и $6,706$.

На рис. 2 показана структура конвективного течения, рассчитанная в сопряженной постановке задачи при трех различных интенсивностях вращения. При невысоких значениях параметра вращения ($K_{eff} = 0$ и $0,834$) течение в целом может быть охарактеризовано как глобальная конвективная ячейка (рис. 2, *a, b*), визуальные образы которой представлялись ранее в работах [21, 23, 27]. При увеличении интенсивности вращения картина течения меняется: происходит распад конвективной ячейки на группу более мелких структур (рис. 2, *c*). Аналогичные изменения в структуре течения с ростом параметра вращения отмечались авторами статьи [6], проводившими DNS-расчеты при $Pr = 0,7$, и в работе [23] для $Pr = 6,4$. Заметим также, что **изоповерхности** вертикальной скорости, полученные для тех же значений определяющих параметров при расчетах в несопряженной постановке, аналогичны представленным на рис. 2.

На рис. 3 представлен характер временных изменений безразмерной вертикальной компоненты скорости, рассчитанных при разных скоростях вращения емкости в сопряженной постановке (масштабом скорости служит скорость плавучести $V_b = (Hg\beta\Delta T)^{0,5}$). Временная выборка (она же использовалась и для осреднения) для случая отсутствия вращения — заметно длиннее, чем для вариантов с вращением емкости. Это связано с тем, что упомянутая выше глобальная ячейка циркуляции времени от времени, случайным образом, меняет ориентацию в пространстве. Однако по данным рис. 3, *a* видно, что наблюдаются два относительно устойчивых состояния этой структуры. Аналогичное поведение численного решения наблюдается и при расчетах с использованием программного пакета ANSYS Fluent 15.0. Заметим также, что сходные явления наблюдались в экспериментах, описанных в работе [9], и объяснялись высокой чувствительностью глобальной конвективной ячейки к небольшим дефектам установки и неидеальной изотермичности горизонтальных стенок.

При наложении вращения емкости изменение ориентации глобальной конвективной ячейки перестает носить случайный характер. Действие силы Кориолиса в условиях умеренного вращения приводит к возникновению прецессии конвективной ячейки с постоянной угловой скоростью, что отчетливо прослеживается на рис. 3, *b*, где видно периодическое чередование

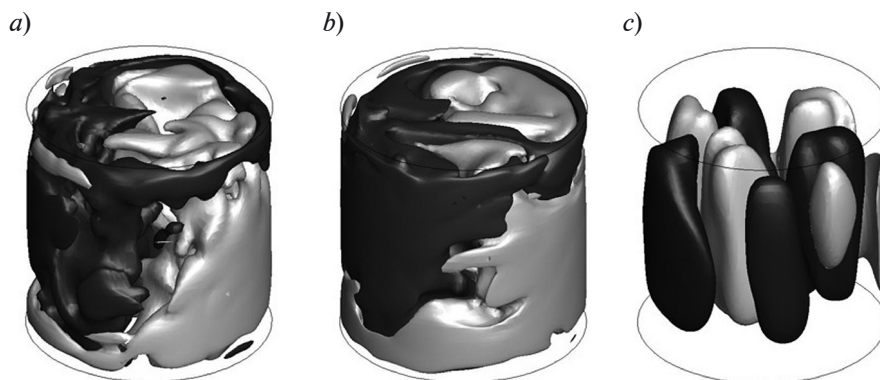


Рис. 2. Изоповерхности вертикальной компоненты скорости при трех значениях интенсивности вращения: $K_{eff} = 0$ (*a*); $0,834$ (*b*); $6,706$ (*c*). Темные структуры соответствуют нисходящему течению, светлые — восходящему

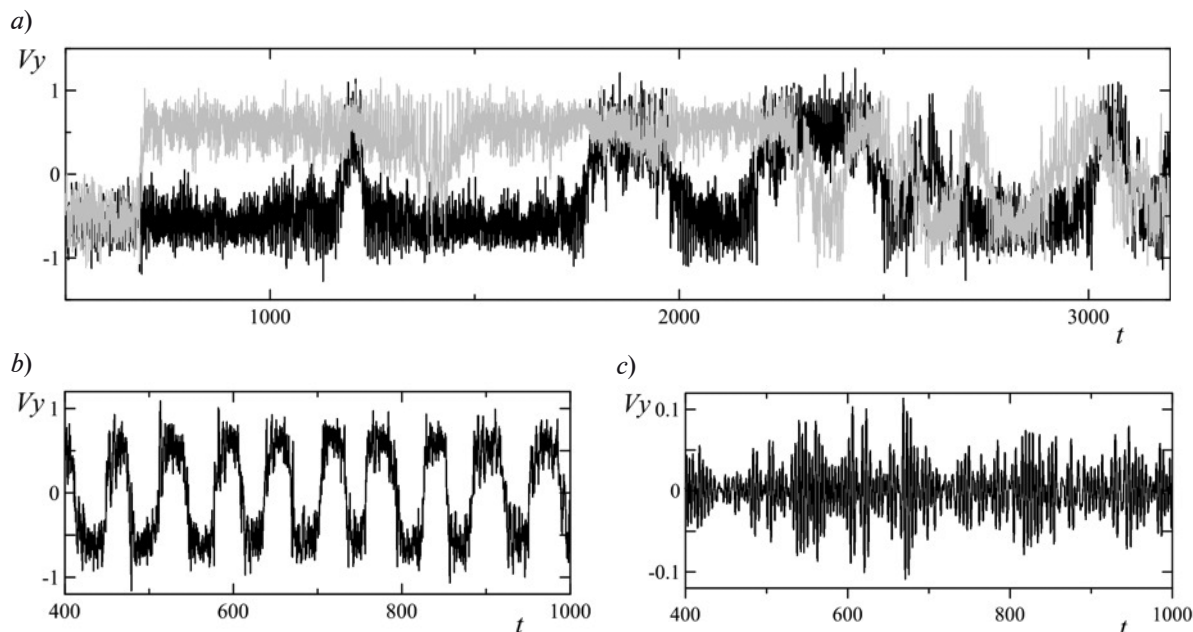


Рис. 3. Динамика изменения вертикальной компоненты скорости вблизи адиабатической стенки в центральном горизонтальном сечении при трех значениях интенсивности вращения:

$K_{eff} = 0$ (a), 0,834(b), 6,706 (c).

Расчеты проведены с использованием программного пакета ANSYS Fluent 15.0 (кривые серого цвета) и по коду SINF/Flag-S (кривые черного цвета)

участков, соответствующих положительным и отрицательным значениям вертикальной скорости. При интенсивном вращении происходит не только распад глобальной конвективной ячейки на несколько структур, но и резкое уменьшение амплитуды пульсаций вертикальной составляющей скорости (рис. 3, c), что свидетельствует об общем подавлении конвекции.

Результаты расчетов в несопряженной постановке позволяют сделать аналогичные заключения как для случая умеренного, так и интенсивного вращения.

На рис. 4 для разных вариантов расчета конвекции во вращающейся полости представлены зависимости безразмерных среднеквадратических (RMS – Root Mean Square) пульсаций компонент скорости и температуры от безразмерной вертикальной координаты (отсчитываемой вдоль оси емкости от нижней границы раздела сред). Здесь u , v , w – пульсации компонент скорости V_x , V_y , V_z , соответственно. Приведены также профили безразмерной средней температуры. Подчеркнем, что в случае

решения сопряженной задачи температура отсчитывается от осредненного значения температуры нижней границы раздела сред и преобразуется в безразмерную посредством деления на разницу ΔT осредненных температур нижней и верхней границ. Из данных, показанных на рис. 4, a – c, видно, что в случае умеренного вращения ($K_{eff} = 0,834$), вычисления в сопряженной постановке предсказывают несколько большие значения интенсивности пульсаций скорости и температуры, чем таковые, полученные для несопряженной задачи: в окрестности центрального горизонтального сечения различие составляет около 10 %. Интенсивное вращение ($K_{eff} = 6,706$) приводит к резкому уменьшению уровня пульсаций, и различие в профилях RMS-величин, полученных для сопряженной и несопряженной постановок, практически исчезает. Рис. 4, d показывает, что переход к сопряженной постановке задачи практически не сказывается на характере профиля средней температуры в области, занятой жидкостью, как при умеренной, так и при относительно

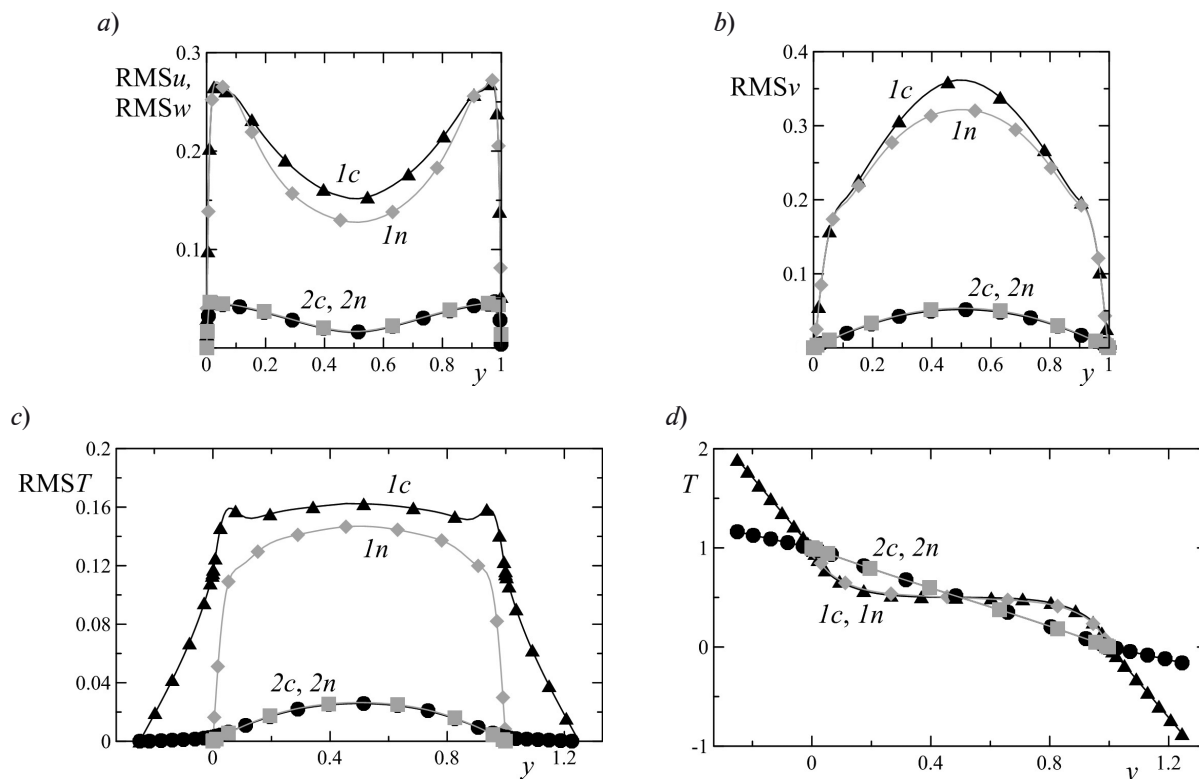


Рис. 4. Вертикальные распределения различных функций по результатам расчетов в сопряженной (кривые $1c$, $2c$) и несопряженной ($1n$, $2n$) постановках задачи при двух значениях интенсивности вращения: $K_{eff} = 0,834$ ($1c$, $1n$) и $6,706$ ($2c$, $2n$). Представлены функции: среднеквадратичные (RMS) пульсации u , w (a) и v (b) компонент скорости V_x , V_z (a) и V_y (b) соответственно; RMS-пульсации температуры T (c); профили средней температуры (d)

большой интенсивности вращения. В последнем случае профиль средней температуры приобретает линейный характер, что говорит о преобладании диффузионного переноса тепла над конвективным во всей области жидкости.

Влияние интенсивности вращения на энергетический спектр вертикальной компоненты скорости иллюстрируется на рис. 5 (точка мониторинга расположена в центральной горизонтальной плоскости на расстоянии $0,05H$ от адиабатической стенки). По горизонтальной оси отложена безразмерная частота колебаний

$$f = f' \cdot t_{conv}, \quad (24)$$

где f' – размерная частота.

Энергетические спектры, полученные для случаев нулевой и умеренной интенсивности вращения (рис. 5, a, b), достаточно заполнены и свидетельствуют о принадлеж-

ности моделируемого конвективного течения к турбулентному режиму. Штриховыми линиями здесь представлены зависимости, соответствующие убыванию спектральной плотности по закону Колмогорова « $-5/3$ ». Вместе с тем, на рис. 5, b, отвечающему случаю $K_{eff} = 0,834$, наблюдается пик спектральной плотности энергии, который соответствует частоте прецессии глобальной конвективной ячейки; число Струхала данной прецессии составляет $Sh = f_{peak} = 0,016$. При увеличении интенсивности вращения происходит подавление турбулентности и энергетический спектр кардинально изменяется (рис. 5, c).

Переходя к изложению результатов, характеризующих интегральную теплопередачу, рассмотрим сначала данные верификационных расчетов, проведенных в несопряженной постановке для случая не вращающейся полости. В табл. 1 осреднен-

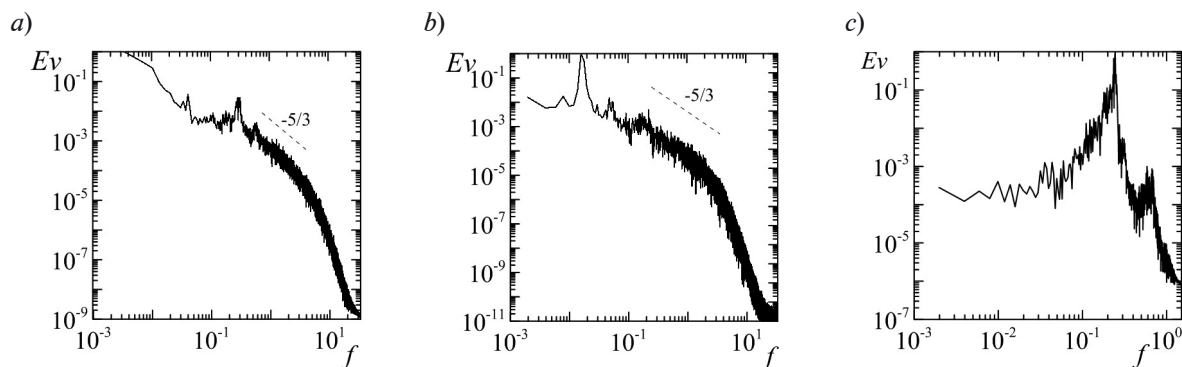


Рис. 5. Энергетические спектры вертикальной компоненты скорости по результатам расчетов в сопряженной постановке при трех значениях интенсивности вращения: $K_{eff} = 0$ (a), 0,834(b), 6,706 (c).

Показаны кривые убывания спектральной плотности по закону Колмогорова «-5/3» (пунктир)

ные по пространству и времени числа Нуссельта, полученные в ходе этих расчетов, сопоставлены с имеющимися в литературе расчетными и экспериментальными данными для числа Рэлея, равного 10^6 . Для приведения данных, полученных в настоящей работе при $Ra = 9,64 \cdot 10^5$, к случаю $Ra = 10^6$ использовалось соотношение

$$Nu_1/Nu_2 = (Ra_1/Ra_2)^n, \quad (25)$$

где Nu_1 , Nu_2 — числа Нуссельта при $Ra_1 = 10^6$ и $Ra_2 = 9,64 \cdot 10^5$, а показатель степени n брался равным 0,25, в соответствии с корреляционной зависимостью, установленной, в частности, в экспериментальном исследовании, представленном в работе [12].

Из данных табл. 1 видно, что все имеющиеся расчетные данные хорошо согласуются между собой, а также с экспериментальными результатами работы [12]. Более ранние экспериментальные исследования [8, 9] дают значения числа Нуссельта, отклоняющиеся от результатов DNS на 10 – 15 %, при этом в разные стороны.

Влияние параметра вращения и теплопереноса в горизонтальных стенках на интегральную теплопередачу через находящуюся в термоконвективном движении жидкость можно определить, анализируя представленные в сводной табл. 2 значения осредненных по пространству и времени чисел Нуссельта $\langle Nu \rangle$. Видно, что значения этого числа, полученные для сопряжен-

Таблица 1

Сравнение расчетных (DNS) и экспериментальных значений числа Нуссельта для случая несопряженной постановки задачи и невращающейся полости

Показатель	Расчет DNS				Эксперимент		
	Настоящая работа	[27]	[24]	[25]	[8]	[9]	[12]
$\langle Nu \rangle$	5,58	5,66	5,59	5,55	6,46	5,08	5,85
Δ , %	0	1,4	0,2	-0,5	14	-9,8	4,6

Примечания. Расчетные данные, полученные методом прямого численного моделирования (DNS) в настоящей работе при значении $Ra = 9,64 \cdot 10^5$, приведены к случаю $Ra = 10^6$ ($K = 0$) с помощью соотношения $Nu_1/Nu_2 = (Ra_1/Ra_2)^n$, где Nu_1 , Nu_2 — числа Нуссельта при числах Рэлея $Ra_1 = 10^6$ и $Ra_2 = 9,64 \cdot 10^5$; $n = 0,25$. Значения $\langle Nu \rangle$ осреднены по пространству и времени; величина Δ характеризует процентное отклонение от полученного нами значения.

Таблица 2

Влияние параметра вращения и теплопереноса в горизонтальных стенках полости на значения числа Нуссельта, рассчитанные для разных случаев постановки задачи и по двум вариантам программ

Программа расчета	Постановка задачи	Ra	K	K_{eff}	$\langle Nu \rangle$
SINF/Flag-S	Сопряженная	$2,72 \cdot 10^6$	0		5,975
		$1,28 \cdot 10^6$	5,823	6,706	1,064
		$2,66 \cdot 10^6$	0,499	0,834	5,845
	Несопряженная	$9,64 \cdot 10^5$	0		5,527
			6,706		1,062
			0,834		5,320
ANSYS Fluent 15.0	Сопряженная	$2,72 \cdot 10^6$	0		5,980
		$1,28 \cdot 10^6$	5,823	6,706	1,070

Примечание. Результаты расчетов числа Нуссельта, осредненного по поверхности и по времени, получены при значении $Ra_{eff} = 9,64 \cdot 10^5$.

ной задачи при нулевом и умеренном вращении емкости, оказываются на 8 – 10 % больше, чем в случае несопряженной задачи (для невращающегося цилиндра такая оценка получена ранее в работе [27]). Это коррелирует с отмеченным выше фактом роста интенсивности пульсаций скорости и температуры при переходе к решению сопряженной задачи. При значительном увеличении интенсивности вращения (случай $K_{eff} = 6,706$), когда конвекция подавлена, среднее число Нуссельта $\langle Nu \rangle$ падает практически до единицы при решении как сопряженной, так и несопряженной задач.

Для вариантов, соответствующих значениям параметра вращения $K_{eff} = 0$ и $6,706$, были проведены также расчеты с использо-

ванием программного пакета ANSYS Fluent 15.0. В обоих вариантах полученные результаты очень хорошо согласуются с данными расчетов по коду SINF/Flag-S.

Рис. 6 иллюстрирует изменение во времени среднего по поверхности теплового потока (числа Нуссельта Nu) на границе раздела сред. Примечательно, что в случае сопряженной задачи амплитуда флуктуаций числа Nu , рассчитанная для варианта с умеренным вращением емкости (рис. 6, а), заметно меньше, чем амплитуда его флуктуаций на изотермической стенке в случае несопряженной задачи. Это можно объяснить способностью пульсаций температуры проникать в твердотельную область через поверхности раздела. По причине же обще-

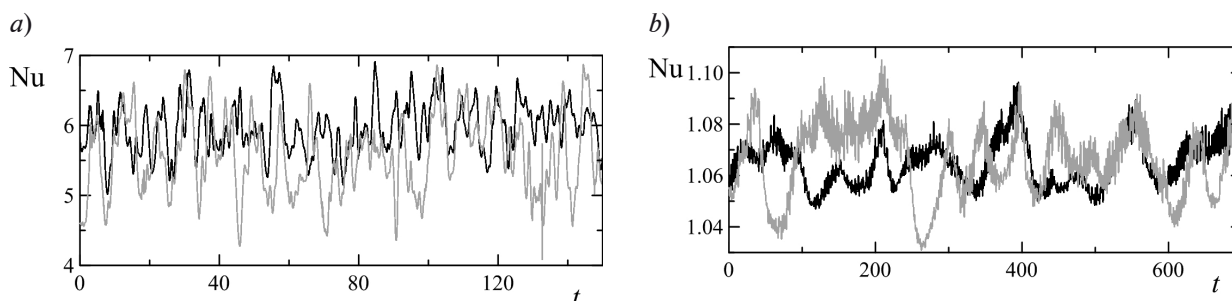


Рис. 6. Временные флуктуации осредненного по поверхности числа Нуссельта на границе раздела сред при двух значениях интенсивности вращения: $K_{eff} = 0$ (а) и $6,706$ (б).

Представлены результаты расчетов при сопряженной (кривые черного цвета) и несопряженной (кривые серого цвета) постановках задачи



го подавления конвекции, в случае интенсивного вращения, интенсивность флуктуаций среднего по поверхности теплового потока на границе раздела сред также сильно уменьшается (рис. 6, *b*).

Заключение

Проведено прямое численное моделирование (DNS) турбулентной конвекции ртути в подогреваемой снизу вращающейся и невращающейся цилиндрической емкости, с высотой, равной диаметру, при нулевой и конечной проводимости твердых горизонтальных стенок. Представлены расчетные данные, полученные при эффективном числе Рэлея, близком к 10^6 .

Показано, что при малых и умеренных значениях параметра вращения течение, которое развивается в емкости, может быть в целом охарактеризовано как глобальная конвективная ячейка, причем для случаев и сопряженной, и несопряженной постановок задачи теплообмена. В отсутствие вращения пространствен-

ная ориентация ячейки время от времени (случайным образом) меняет ориентацию в пространстве. При условии вращения емкости устанавливается прецессия конвективной ячейки с постоянной угловой скоростью. При дальнейшем росте интенсивности вращения картина течения существенно меняется: происходит распад конвективной ячейки на группу более мелких структур, при этом резко уменьшается амплитуда пульсаций вертикальной составляющей скорости.

Вплоть до значений эффективного параметра вращения, близких к единице, интегральная теплопередача через слой жидкости при сопоставимых условиях (равенстве эффективного числа Рэлея) может быть на 10 % выше, если учитывается теплоперенос в твердых горизонтальных стенках. При интенсивном вращении, практически подавляющем конвекцию, теплопередача определяется в основном механизмом диффузии как в случае сопряженной, так и несопряженной задач теплообмена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **Verzicco R.** Effects of nonperfect thermal sources in turbulent thermal convection // *Physics of Fluids*. 2004. Vol. 16. No. 6. Pp. 1965–1979.
- [2] **Ahlers G., Grossmann S., Lohse D.** Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh–Bénard convection // *Reviews of Modern Physics*. 2009. Vol. 81. No. 2. Pp. 503–537.
- [3] **Funfschilling D., Brown E., Nikolaenko A., Ahlers G.** Heat transport by turbulent Rayleigh–Bénard convection in cylindrical samples with aspect ratio one and larger // *J. Fluid Mech.* 2005. Vol. 536. Pp. 145–154.
- [4] **Weiss S., Ahlers G.** Turbulent Rayleigh–Bénard convection in a cylindrical container with aspect ratio $\Gamma = 0.50$ and Prandtl number $Pr = 4.38$ // *J. Fluid Mech.* 2011. Vol. 676. Pp. 5–40.
- [5] **Zhong J.-Q., Ahlers G.** Heat transport and the large-scale circulation in rotating turbulent Rayleigh–Bénard convection // *J. Fluid Mech.* 2010. Vol. 665. Pp. 300–333.
- [6] **Zhong J.-Q., Stevens R.J.A.M., Clercx H.J.H., Verzicco R., Lohse D., Ahlers G.** Prandtl-, Rayleigh-, and Rossby-number dependence of heat transport in turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102. No. 4. 044502.
- [7] **Liu Y., Ecke R.E.** Heat transport measurements in turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection // *Phys. Rev. E*. 2009. Vol. 80. No. 3. 036314.
- [8] **Takeshita T., Segawa T., Glazier J.A., Sano M.** Thermal turbulence in mercury // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76. No. 9. Pp. 1465–1468.
- [9] **Cioni S., Ciliberto S., Sommeria J.** Strongly turbulent Rayleigh–Bénard convection in mercury: comparison with results at moderate Prandtl number // *J. Fluid Mech.* 1997. Vol. 335. Pp. 111–140.
- [10] **Rossby H.T.** A study of Bénard convection with and without rotation // *J. Fluid Mech.* 1969. Vol. 36. No. 2. Pp. 309–335.
- [11] **Aurnou J.M., Olson P.L.** Experiments on Rayleigh–Bénard convection, magnetoconvection and rotating magnetoconvection in liquid gallium // *J. Fluid Mech.* 2001. Vol. 430. Pp. 283–307.
- [12] **King E.M., Aurnou J.M.** Turbulent convection in liquid metal with and without rotation // *PNAS of the USA*. 2013. Vol. 110. No. 17. Pp. 6688–6693.
- [13] **Brown E., Nikolaenko A., Funfschilling D., Ahlers G.** Heat transport in turbulent Rayleigh–Bénard convection: Effect of finite top- and bottom-plate conductivities // *Physics of Fluids*. 2005. Vol. 17. 075108.
- [14] **Kerr R.M., Herring J.R.** Prandtl number

dependence of Nusselt number in direct numerical simulations // J. Fluid Mech. 2000. Vol. 419. Pp. 325–344.

[15] **Hartlep T., Tilgner A., Busse F.H.** Transition to turbulent convection in a fluid layer heated from below at moderate aspect ratio // J. Fluid Mech. 2005. Vol. 544. Pp. 309–322.

[16] **Julien K., Legg S., McWilliams J., Werne J.** Rapidly rotating turbulent Rayleigh–Bénard convection // J. Fluid Mech. 1996. Vol. 322. Pp. 243–273.

[17] **Kunnen R.P.J., Geurts B.J., Clercx H.J.H.** Direct numerical simulation of turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection // In: Sixth International ERCOFTAC Workshop on Direct and Large-Eddy Simulation VI. 2006. Pp. 233–240.

[18] **Otić I., Grötzbach G.** Direct numerical simulation and RANS modeling of turbulent natural convection for low Prandtl number fluids // ASME, PVP-Vol. 491-2. 2004. Vol. 2. Pp. 159–165.

[19] **Pharasi H.K., Kannan R., Kumar K., Bhat-tacharjee J.K.** Turbulence in rotating Rayleigh–Bénard convection in low-Prandtl-number fluids // Phys. Rev. E. 2011. Vol. 84. No. 4. 047301.

[20] **Ivanov N., Smirnov S.** Numerical simulation of turbulent conjugate free convection in horizontal low-Pr fluid layer // Proceedings of the 7th Baltic Heat Transfer Conference. 2015. Pp. 29–34.

[21] **Stevens R.J.A.M., Clercx H.J.H., Lohse D.** Heat transport and flow structure in rotating Rayleigh–Bénard convection // European Journal of Mechanics. B. Fluids. 2013. Vol. 40. Pp. 41–49.

[22] **Silano G., Screenivasan K.R., Verzicco R.** Numerical simulations of Rayleigh–Bénard convection for Prandtl numbers between 10^{-1} and 10^4 and Rayleigh numbers between 10^5 and 10^9 // J. Fluid Mech. 2010. Vol. 662. Pp. 409–446.

[23] **Kooij G.L., Botchev M.A., Geurts B.J.** Direct numerical simulation of Nusselt number scaling in rotating Rayleigh–Bénard convection // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2015. Vol. 55. Pp. 26–33.

[24] **Verzicco R., Camussi R.** Transitional regimes of low-Prandtl thermal convection in a cylindrical cell // Physics of Fluids. 1997. Vol. 9. No. 5. Pp. 1287–1295.

[25] **Abramov A., Korsakov A.** Direct numerical modeling of mercury turbulent convection in axisymmetric reservoirs including magnetic field effects // Heat Transfer Research. 2004. Vol. 35. No. 1–2, Pp. 76–84.

[26] **Scheel J.D., Schumacher J.** Global and local statistics in turbulent convection at low Prandtl numbers // J. Fluid Mech. 2016. Vol. 802. Pp. 147–173.

[27] **Abramov A., Smirnov E., Smirnovsky A.** Numerical simulation of turbulent Rayleigh–Bénard conjugate convection of low-Pr fluid in a cylindrical container // Proceedings of the 7th Baltic Heat Transfer Conference. 2015. Pp. 11–16.

[28] ANSYS Fluent 15.0, User Guide. 2013.

[29] **Kim J., Moin P.** Application of a fractional-step method to incompressible Navier–Stokes equations // Journal of Computational Physics. 1985. Vol. 59. Pp. 308–323.

[30] **Jan Y.-J., Sheu T.W.-H.** A quasi-implicit time advancing scheme for unsteady incompressible flow. Part I: Validation // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2007. Vol. 196. No. 45–48. Pp. 4755–4770.

[31] **Bevan R., Boileau E., Loon R., Lewis R., Nithiarasu R.** A comparative study of fractional step method in its quasi-implicit, semi-implicit and fully-explicit forms for incompressible flows // International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow. 2016. Vol. 26. Pp. 595–623.

[32] **Rhie C.M., Chow W.L.** Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation // AIAA Journal. 1983. Vol. 21. No. 11. Pp. 1525–1532.

[33] **Armeld S.W., Williamson N., Kirkpatrick M.P., Street R.** A divergence free fractional-step method for the Navier–Stokes equations on non-staggered grids // ANZIAM Journal (EMAC2009). 2010. Vol. 51. Pp. C654–C667.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

СМИРНОВ Сергей Игоревич — лаборант-исследователь кафедры «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
sergeysmirnov92@mail.ru

СМИРНОВ Евгений Михайлович — доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
smirnov_em@spbstu.ru



СМИРНОВСКИЙ Александр Андреевич — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
smirta@mail.ru

Smirnov S.I., Smirnov E.M., Smirnovsky A.A. ENDWALL HEAT TRANSFER EFFECTS ON THE TURBULENT MERCURY CONVECTION IN A ROTATING CYLINDER.

The obtained results of direct numerical simulation of the free mercury convection in a rotating cylindrical container heated from below are presented. Setting the Prandtl number equal to 0.025 and the height-to-diameter ratio equal to 1.0, effects of container rotation and heat transfer in horizontal solid walls have been studied. The effective Rayleigh number was close to 10^6 . The Navier — Stokes equations, written with the Boussinesq approximation, were solved using the fractional-step method. The instant and time-averaged flow fields, the pulsation spectra and the integral heat transfer data were analyzed. The in-house code SINF/Flag-S results were compared with the available experimental data, and with the data obtained using the commercial software ANSYS Fluent 15.0.

RAYLEIGH — BÉNARD CONVECTION, ROTATING CONTAINER, LIQUID METAL, CONJUGATE HEAT TRANSFER.

REFERENCES

- [1] **R. Verzicco**, Effects of nonperfect thermal sources in turbulent thermal convection, *Physics of Fluids*. 16 (6) (2004) 1965–1979.
- [2] **G. Ahlers, S. Grossmann, D. Lohse**, Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh–Bénard convection, *Reviews of Modern Physics*. 81 (2) (2009) 503–537.
- [3] **D. Funfschilling, E. Brown, A. Nikolaenko, G. Ahlers**, Heat transport by turbulent Rayleigh–Bénard convection in cylindrical samples with aspect ratio one and larger, *J. Fluid Mech.* 536 (2005) 145–154.
- [4] **S. Weiss, G. Ahlers**, Turbulent Rayleigh–Bénard convection in a cylindrical container with aspect ratio $\Gamma = 0.50$ and Prandtl number $Pr = 4.38$, *J. Fluid Mech.* 676 (2011) 5–40.
- [5] **J.-Q. Zhong, G. Ahlers**, Heat transport and the large-scale circulation in rotating turbulent Rayleigh–Bénard convection, *J. Fluid Mech.* 665 (2010) 300–333.
- [6] **J.-Q. Zhong, R.J.A.M. Stevens, H.J.H. Clercx, et al.**, Prandtl-, Rayleigh-, and Rossby-number dependence of heat transport in turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection, *Phys. Rev. Lett.* 102 (4) (2009) 044502.
- [7] **Y. Liu, R.E. Ecke**, Heat transport measurements in turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection, *Phys. Rev. E*. 80 (3) (2009) 036314.
- [8] **T. Takeshita, T. Segawa, J.A. Glazier, M. Sano**, Thermal turbulence in mercury, *Phys. Rev. Lett.* 76 (9) (1996) 1465–1468.
- [9] **S. Cioni, S. Ciliberto, J. Sommeria**, Strongly turbulent Rayleigh–Bénard convection in mercury: comparison with results at moderate Prandtl number, *J. Fluid Mech.* 335 (1997) 111–140.
- [10] **H.T. Rossby**, A study of Bénard convection with and without rotation, *J. Fluid Mech.* 36 (2) (1969) 309–335.
- [11] **J.M. Aurnou, P.L. Olson**, Experiments on Rayleigh–Bénard convection, magnetoconvection and rotating magnetoconvection in liquid gallium, *J. Fluid Mech.* 430 (2001) 283–307.
- [12] **E.M. King, J.M. Aurnou**, Turbulent convection in liquid metal with and without rotation, *PNAS of the USA*. 110 (17) (2013) 6688–6693.
- [13] **E. Brown, A. Nikolaenko, D. Funfschilling, G. Ahlers**, Heat transport in turbulent Rayleigh–Bénard convection: Effect of finite top- and bottom-plate conductivities, *Physics of Fluids*. 17 (2005) 075108.
- [14] **R.M. Kerr, J.R. Herring**, Prandtl number dependence of Nusselt number in direct numerical simulations, *J. Fluid Mech.* 419 (1) (2000) 325–344.
- [15] **T. Hartlep, A. Tilgner, F.H. Busse**, Transition to turbulent convection in a fluid layer heated from below at moderate aspect ratio, *J. Fluid Mech.* 544 (2005) 309–322.
- [16] **K. Julien, S. Legg, J. McWilliams, J. Werne**, Rapidly rotating turbulent Rayleigh–Bénard convection, *J. Fluid Mech.* 322 (1996) 243–273.
- [17] **R.P.J. Kunnen, B.J. Geurts, H.J.H. Clercx**, Direct numerical simulation of turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection, In: *Sixth International ERCOFTAC Workshop on Direct and Large-Eddy Simulation VI*, (2006) 233–240.
- [18] **I. Otić, G. Grötzbach**, Direct numerical simulation and RANS modeling of turbulent natural convection for low Prandtl number fluids, *ASME*,

PVP-Vol. 491-2. 2004. 2 (2004) 159–165.

[19] **H.K. Pharasi, R. Kannan, K. Kumar, J.K. Bhattacharjee**, Turbulence in rotating Rayleigh–Bénard convection in low-Prandtl-number fluids, *Phys. Rev. E*. 84 (4) (2011) 047301.

[20] **N. Ivanov, S. Smirnov**, Numerical simulation of turbulent conjugate free convection in horizontal low-Pr fluid layer, *Proceedings of the 7th Baltic Heat Transfer Conference*, (2015) 29–34.

[21] **R.J.A.M. Stevens, H.J.H. Clercx, D. Lohse**, Heat transport and flow structure in rotating Rayleigh–Bénard convection, *European Journal of Mechanics, B, Fluids*. 40 (2013) 41–49.

[22] **G. Silano, K.R. Screenivasan, R. Verzicco**, Numerical simulations of Rayleigh–Bénard convection for Prandtl numbers between 10^{-1} and 10^4 and Rayleigh numbers between 10^5 and 10^9 , *J. Fluid Mech.* 662 (2010) 409–446.

[23] **G.L. Kooij, M.A. Botchev, B.J. Geurts**, Direct numerical simulation of Nusselt number scaling in rotating Rayleigh–Bénard convection, *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 55 (2015) 26–33.

[24] **R. Verzicco, R. Camussi**, Transitional regimes of low-Prandtl thermal convection in a cylindrical cell, *Physics of Fluids*. 9 (5) (1997) 1287–1295.

[25] **A. Abramov, A. Korsakov**, Direct numerical modeling of mercury turbulent convection in axisymmetric reservoirs including magnetic field effects, *Heat Transfer Research*. 35 (1–2) (2004) 76–84.

[26] **J.D. Scheel, J. Schumacher**, Global and local statistics in turbulent convection at low Prandtl numbers, *J. Fluid Mech.* 802 (2016) 147–173.

[27] **A. Abramov, E. Smirnov, A. Smirnovsky**, Numerical simulation of turbulent Rayleigh–Bénard conjugate convection of low-Pr fluid in a cylindrical container, *Proceedings of the 7th Baltic Heat Transfer Conference*. (2015) 11–16.

[28] ANSYS Fluent 15.0, User Guide (2013).

[29] **J. Kim, P. Moin**, Application of a fractional-step method to incompressible Navier–Stokes equations, *Journal of Computational Physics*. 59 (1985) 308–323.

[30] **Y.-J. Jan, T.W.-H. Sheu**, A quasi-implicit time advancing scheme for unsteady incompressible flow, Part I: Validation, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 196 (45–48) (2007) 4755–4770.

[31] **R. Bevan, E. Boileau, R. Loon, R. Lewis, R. Nithiarasu**, A comparative study of fractional step method in its quasi-implicit, semi-implicit and fully-explicit forms for incompressible flows, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. 26 (2016) 595–623.

[32] **C.M. Rhie, W.L. Chow**, Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *AIAA Journal*. 21 (11) (1983) 1525–1532.

[33] **S.W. Armeld, N. Williamson, M.P. Kirkpatrick, R. Street**, A divergence free fractional-step method for the Navier–Stokes equations on non-staggered grids, *ANZIAM Journal (EMAC2009)*. 51 (2010) C654–C667.

THE AUTHORS

SMIRNOV Sergey I.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
sergeysmirnov92@mail.ru

SMIRNOV Evgeniy M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
smirnov_em@spbstu.ru

SMIRNOVSKY Aleksander A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
smirta@mail.ru

GEOMETRIC MODELING OF MIDI-FULLERENE GROWTH FROM C_{32} TO C_{60}

Axonometric projections together with the corresponding graphs for fullerenes are constructed in the range from 32 to 60. The growth of fullerenes is studied on the basis of a mechanism according to which a carbon dimer embeds in a hexagon of an initial fullerene. This leads to stretching and breaking the covalent bonds which are parallel to arising tensile forces. In this case, instead of a hexagon adjoining two pentagons, two adjacent pentagons adjoining two hexagons are obtained. As a result, there arises a new atomic configuration and there is a mass increase of two carbon atoms. We considered the direct descendants of fullerene C_{32} ; namely, C_{2n} where $n = 17 - 30$.

FULLERENE, MODELING, GROWTH, CARBON DIMER, GRAPH, STRUCTURE.

Introduction

Since the discovery of fullerenes [1, 2] and carbon nanotubes [3], carbon occupies a strategic position in materials science and technology as one of the most versatile and far-reaching materials [4, 5]. Obtaining fullerenes smaller than C_{60} , e.g., C_{36} [6] and C_{20} [7], has attracted considerable attention, since smaller fullerenes are highly strained due to the presence of fused five-membered rings. Caged molecules with low mass in the fullerene family are especially interesting because of their high curvature and increased strain energy that give rise to high reactivity.

Current studies on fullerenes and their compounds mainly focus on large-size fullerenes. Experimental researches and practical applications of small-size fullerenes are still limited by their low yield and poor stability. The comprehensive experimental study on small or medium-size fullerenes revealed the following [8]. In the mass spectra of products of benzene pyrolysis, the authors found out the ions of all kinds of carbon molecules including

(i) Small carbon molecules ($C_3 - C_{20}$);

(ii) Quasi-fullerenes C_{21} , C_{23} , C_{33} , C_{48} , C_{52} , C_{54} , C_{56} and C_{58} ;

(iii) Hydrides of small carbon molecules, such as C_5H_2 , $C_{10}H_4$, $C_{14}H_4$, $C_{16}H_8$ and $C_{18}H_2$;

(iv) Hydrides of quasi-fullerenes, such as $C_{25}H_2$, $C_{27}H_2$, $C_{31}H_4$, $C_{37}H_6$, $C_{39}H_6$, $C_{43}H_8$, $C_{47}H_{10}$ and $C_{49}H_{10}$.

(We preserve here the terminology employed by the authors).

However the structures of these molecules are not known; therefore theoretical methods are helpful in this field to identify some potential compounds with good properties.

It must be emphasized that most investigations of fullerenes have centered on either obtaining these materials experimentally or studying properties of these materials whose structure was previously postulated. To our mind, the crucial questions for advanced applications of these materials are the following:

How the materials are originated,
And what structure they obtain.

The answer to these questions gives the possibility to develop nanotechnology on a scientific basis.

Various ingenious schemes have been proposed for the mechanism of fullerene formation [e.g., Refs. 9 – 11]. They can be categorized into two major groups: bottom-up and top-down models. In the first case, fullerene cages and nanotubes are considered to be formed from carbon atoms and small carbon clusters [9, 10]. In the second case, fullerenes and nanotubes are thought as direct transformation of graphene into fullerenes [11]. We will follow one of the first-group mechanisms suggested for the first time in Ref. [12] because, to our mind, it has better justification [10]. Briefly, it consists in the following. A carbon dimer embeds into a hexagon of an initial fullerene. This leads to stretching and breaking the covalent bonds which are parallel to the arising tensile forces. As a consequence, instead of the hexagon adjoining two pentagons, when the dimer embeds into this hexagon, one obtains two adjacent pentagons adjoining two hexagons. It means that there arises a new atomic configuration and there is a mass increase of two carbon atoms.

In doing so, we geometrically modeled growth of the second branch of the family of tetra-hexa-cell equator fullerenes beginning with C_{24} [13] in the range from 24 to 48. We have constructed the axonometric projections and the corresponding graphs for these fullerenes. The structure of the initial fullerene C_{24} was suggested in Ref. [14] on the basis of one of the types of graph presentation developed for

scanning cyclohexane electronic structure [15]. Later it was obtained as a mirror-symmetry fusion reaction of two half fullerenes C_{12} [16]. The main characteristic feature of the initial fullerene C_{24} is that it is perfect and has a three-fold symmetry (D_{3h} symmetry). It was found that during the growth, along with imperfect fullerenes, the perfect fullerenes C_{30} , C_{36} , and C_{48} were formed. The first two conserve three-fold symmetry, the third one changes it to D_{6d} symmetry. According to Ref. [2], perfect fullerenes should have enhanced stability relative to near neighbors.

In this contribution we consider the geometric modelling of middle-size fullerenes growth beginning with C_{32} ; namely C_{34} , C_{36} , C_{38} , C_{40} , C_{42} , C_{44} , C_{46} , C_{48} , C_{50} , C_{52} , C_{54} , C_{56} , C_{58} , and C_{60} . We have studied their growth at first obtaining their graphs, what is simpler, and then designing their structure on the basis of the graphs obtained. The aim of the study is to find perfect fullerenes.

Branch of tetra₆-hexa₁₂ polyhedral fullerene C_{32}

The initial perfect fullerene C_{32} consists of six squares and twelve hexagons (Fig. 1) so it was named a tetra₆-hexa₁₂ polyhedron. It has D_{4h} symmetry. The fullerene was predicted together with its graph in Ref. [14], but the structure was not given.

First stage. Starting with this fullerene, it is possible to obtain its direct descendants with the help of the mechanism of dimer embedding into a hexagon. We have emphasized in our

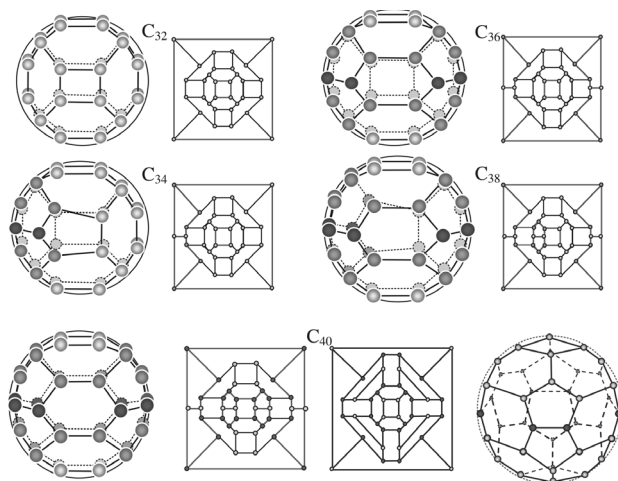


Fig. 1. Atomic structure and graphs of fullerenes C_{32} , C_{34} , C_{36} , C_{38} , and C_{40}

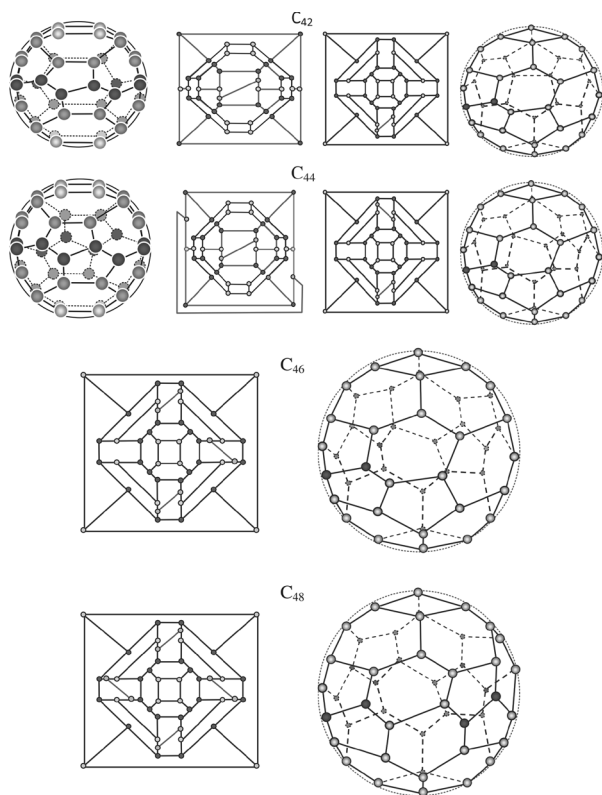


Fig. 2. Atomic structure and graphs of fullerenes C_{40} , C_{42} , C_{44} , C_{46} , and C_{48}

previous papers that drawing the axonometric projections of fullerenes is a rather tedious procedure, but it allows avoiding many mistakes in subsequent reasoning. Constructing the graphs of fullerenes is easier than drawing the axonometric projections. Taking the structure as a basis and the graph of fullerene C_{32} , we have obtained the fullerenes from C_{32} to C_{44} (Figs. 1 and 2). To gain a better understanding of the mechanism of dimer embedding, its main features are given in the form of schematic representation (Fig. 3).

Let us analyze these figures. From the configurations shown it follows that the first embedding, which transforms fullerene C_{32} into fullerene C_{34} , influences deeply only one of the hexagons and two of its square neighbours. This hexagon transforms into two adjacent pentagons and its square neighbors become pentagons; the fullerene C_{34} loses four-fold symmetry. It becomes an imperfect fullerene with C_1 symmetry. At that, a cell which contains four pentagons appears in the fullerene.

The second imbedding transforms fullerene C_{34} into fullerene C_{36} . Similar to the previous case, one of two remaining hexagons transforms into two adjacent pentagons, its square neighbour into a pentagon, and its pentagon neighbour into a hexagon. As a result, the more symmetric fullerene C_{36} with two-fold symmetry is obtained. The fullerene is semi-perfect with two cells of three adjacent pentagons and belongs to C_2 symmetry. The third embedding leads to the transition from fullerene C_{36} to fullerene C_{38} . It eliminates one more hexagon and two its neighbours, a pentagon and a square, but in return creates an adjacent hexagon of another local orientation and a new pentagon. Again the fullerene becomes less symmetric. As fullerene

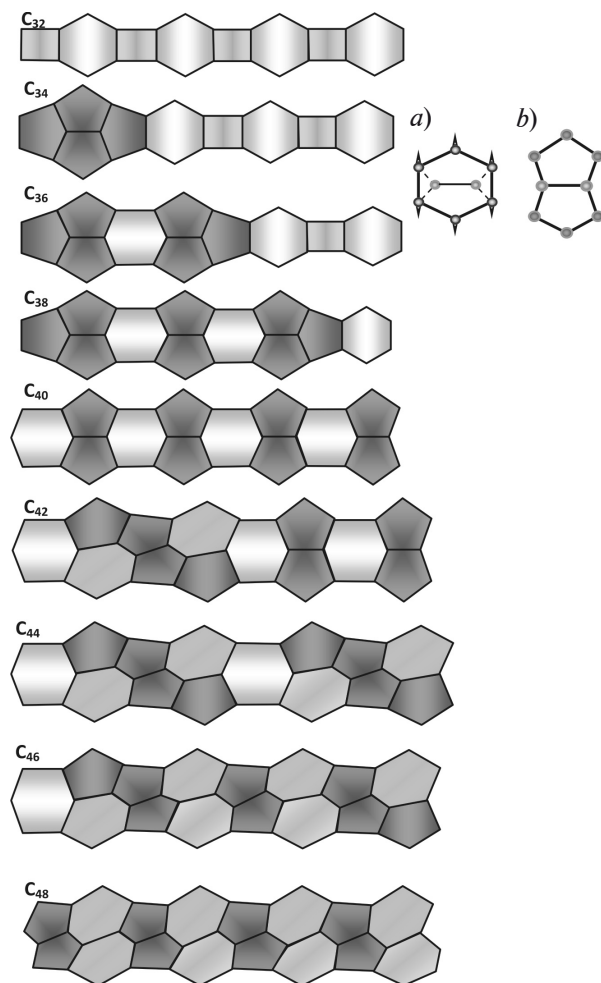


Fig. 3. Scheme reflecting the main structural changes during the growth of fullerene C_{32} . Dimer embedding into a hexagon (a) transforms it into two adjacent pentagons (b)

C_{34} , fullerene C_{38} belongs to C_1 symmetry. At last the fourth embedding restores D_{4h} symmetry. The perfect fullerene C_{40} obtained could be named a tetra₂-penta₈-hexa₁₂ polyhedron where every two adjacent pentagons have the form of a bow tie.

Second stage. Now the fullerene C_{40} is up against the problem that it can grow only at an angle to its main axis of symmetry, for example, by the way shown in Figs. 2 and 3. It is connected with the fact that embedding can be realized only normal to a direction along which a hexagon has two neighbouring mutually antithetic pentagons. During further growth fullerenes C_{42} , C_{44} , C_{46} , and C_{48} (Figs. 2 and 3) are obtained. Similar to the first stage, the fullerenes with an odd number of embedded dimers are imperfect (C_{42} and C_{48} , C_1 symmetry), fullerene C_{44} having two embedded dimers is semi-perfect (C_2 symmetry) and fullerene C_{48} having four embedded dimers is perfect (four-fold D_4 symmetry). It should be emphasized that in this case the number of embedded dimers is equal to the degree of symmetry.

The structure of all the fullerenes obtained at the first and the second stages has one common feature. For visualization of this feature it is convenient to use the system of coordinates where the axis z , or the main axis of symmetry, passes through the centers of two squares. It is easy to verify that each square surrounded with four hexagons forms a cluster. The clusters are separated by other atoms creating an equator. It is worth to note that all the equator atoms are former dimer atoms.

Bifurcation. In principle, any hexagon having two neighboring mutually antithetic pentagons is capable of embedding a dimer. However, it can embed a hexagon having not only two neighbouring mutually antithetic pentagons, but one pentagon and a mutually antithetic square. Such a possibility appears for all fullerenes formed at the second stage and leads to branching. The reason is connected with the well-known fact: the less is the fullerene surface (or the curvature), the less is its distortion energy. In its turn the local curvature is defined by the sum of adjacent angles having a common vertex. The larger is the sum, the less is the curvature, and there-

fore the less is the local stress concentration. We consider this possibility by the example of fullerene C_{44} .

The fullerene C_{44} of configuration shown in Fig. 2 has eight hexagons, each of them having two vertices where the angle sum is

$$90 + 2 \cdot 120 = 330^\circ.$$

Even a first embedding of a dimer into one of these hexagons increases the sum to

$$2 \cdot 108 + 120 = 336^\circ,$$

and so decreases the curvature.

Therefore the configuration can be more stable. Growing fullerene C_{46} is shown in Fig. 4. It continues until fullerene C_{52} is obtained. For visualization study of the growth it is convenient to use the same system of coordinates as before, where the axis z is the main axis of symmetry.

The structure of fullerene C_{52} is unusual. It is formed of eight hexagons along a meridian which divides the fullerene into two hemispheres, each of them containing two chains of three adjacent pentagons and two crosses of four hexagons. To gain a better understanding of this structure, the pentagon chains are specially marked in Fig. 4. During the following growth (Fig. 5) the end pentagons of chains transform into hexagons and the middle pentagons become isolated. At the same time there appear pairs of two adjacent pentagons. The final result is fullerene C_{60} . It contains four isolated pentagons and four pairs of two adjacent pentagons. Again to gain a better understanding of its structure, the isolated pentagons and pentagon pairs are specially marked in Fig. 5.

Early similar isomers, containing four isolated pentagons and four pairs of two adjacent pentagons, were carefully studied with the help of the Avogadro visualization package [17]. The authors calculated the formation energies of the isomers and have found that the less are their surfaces, the less are their Gibbs free energies. The energy of a fullerene with four pairs of two adjacent pentagons on an equator (Fig. 6,a) differs from the energy of a fullerene with two pairs of adjacent pentagons on an equator and two pairs on a meridian (in limits of errors).

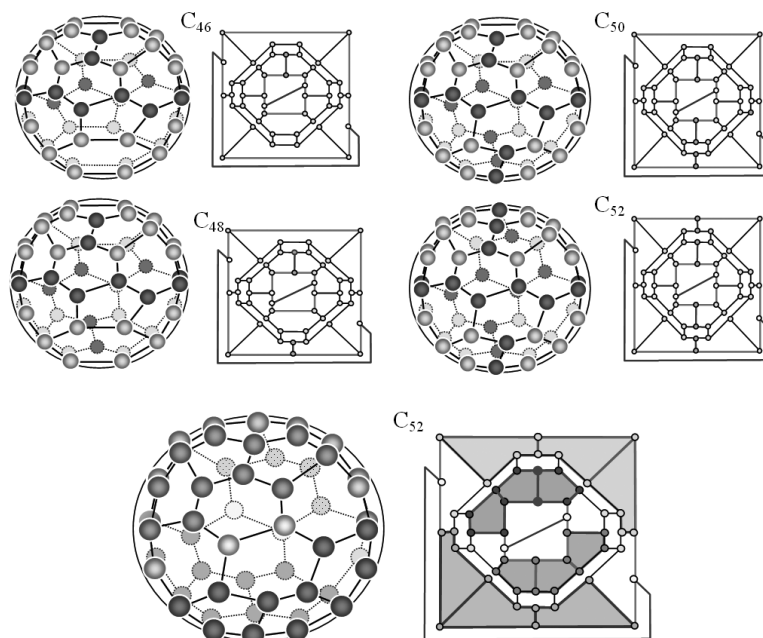


Fig. 4. Atomic structure and graphs of fullerenes C_{46} , C_{48} , C_{50} and C_{52} . Four chains of three adjacent pentagons in fullerene C_{52} are presented below

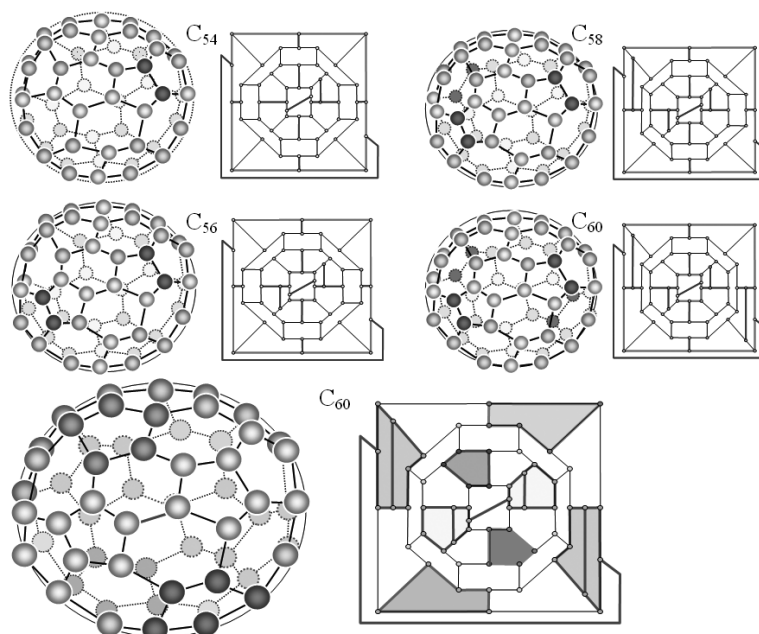


Fig. 5. Atomic structure and graphs of fullerenes C_{54} , C_{56} , C_{58} and C_{60} . Four isolated pentagons and four pairs of two adjacent pentagons in fullerene C_{60} are shown below

They were the least energies that exceed a little the energy of fullerene C_{70} . In our case two pairs of adjacent pentagons form a zigzag (Fig. 6, *b*). It is worth to note that each two pairs are connected by means of either one

bond or a pair of two bonds. This fullerene is one of four possible isomers containing four isolated pentagons and four pairs of two adjacent pentagons. The volume models of these isomers were constructed in Ref. [17]; all of them can

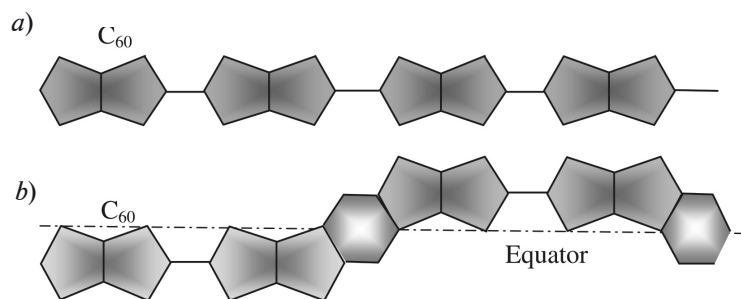


Fig. 6. Arrangement of two pairs of adjacent pentagons: postulated (a) and modeled (b)

be imagined as being composed of one and the same pairs of clusters having different orientation. For this reason, we suppose that all four isomers, including the isomer obtained with the help of embedding modeling, have free energies being close enough.

Conclusion, discussion and prediction

Axonometric projections together with the corresponding graphs for tetra-hexa-cell-equator fullerenes are constructed in the range from 32 to 60. Growth of fullerenes is studied on the basis of graph theory using the mechanism according to which a carbon dimer embeds in a hexagon of an initial fullerene. It leads to stretching and breaking the covalent bonds which are parallel to arising tensile forces. In this case, instead of the hexagon adjoining two pentagons, two adjacent pentagons adjoining two hexagons are obtained. As a result, there arises a new atomic configuration and there is a mass increase of two carbon atoms.

We obtained direct descendants of the tetra-hexa-cell-equator family beginning with C_{32} ; namely C_{34} , C_{36} , C_{38} , C_{40} , C_{42} , C_{44} , C_{46} , C_{48} , C_{50} , C_{52} , C_{54} , C_{56} , C_{58} , and C_{60} . Among them we can set off perfect symmetric fullerenes C_{32} , C_{40} , and C_{48} . The symmetry can be easily discovered looking at their graphs.

As pointed out in the Introduction, there is no clear and unique theory of fullerene growth. "The problem here is not the lack of imagination, because quite numerous models have been proposed. What is rather lacking is a model using quantities that might be evaluated and measured. Moreover, a theoretical model,

in order to deserve its name, should lead to numerical predictions. In order to represent something more than a set of circular arguments, a model should predict more numerical values, parameters or functional relations than the number of input parameters" [18].

Let us consider to what degree our model developed on the basis of combination of graph theory and group theory meets these requirements.

Predictions. Modeling the growth of fullerenes originating from fullerene C_{24} (D_{3h} symmetry), we have obtained the perfect fullerenes C_{30} and C_{36} conserving three-fold symmetry. In the present study the found perfect fullerenes originating from fullerene C_{32} (D_{4h} symmetry) and conserving four-fold symmetry are C_{40} and C_{48} . The mass difference between successive fullerenes in the first case is $\Delta m = 6$, in the second case $\Delta m = 8$. It should be emphasized that in both cases the mass difference is equal to a double degree of symmetry.

Suppose that this empirical rule is valid for fullerenes of other symmetries. We consider this possibility by the example of fullerenes C_{40} and C_{48} designed in Ref. [14]. In the first case perfect fullerenes C_{50} and C_{60} , the fullerenes conserving five-fold symmetry, can be obtained during the growth of fullerenes originating from fullerene C_{40} (D_{5h} symmetry). In a similar way, during the growth of fullerenes originating from fullerene C_{48} (D_{6h} symmetry) perfect fullerenes C_{60} and C_{72} conserving six-fold symmetry can be formed. Preliminary studies confirmed these predictions.



REFERENCES

- [1] H.W. Kroto, J.R. Heath, S.C. O'Brien, et al., C_{60} : Buckminsterfullerene, *Nature*. 318 (6042) (1985) 162–163.
- [2] H.W. Kroto, The stability of the fullerenes C_n , with $n = 24, 28, 32, 36, 60, 60$ and 70 , *Nature*. 329 (6139) (1987) 529–531.
- [3] S. Iijima, Helical microtubules of grafitic carbon, *Nature*. 354 (6348) (1991) 56–58.
- [4] Nanostructured carbon for advanced applications, edited by G. Benedek, P. Milani, and V.G. Ralchenko, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001, NATO Science Series II. Mathematics, Physics and Chemistry. Vol. 24, 368 p.
- [5] Carbon Nanotubes, edited by V.N. Popov and Ph. Lambin, Springer, Dordrecht, 2006, NATO Science Series II. Mathematics, Physics and Chemistry. Vol. 222, 253 p.
- [6] C. Piskoti, J. Yarger, A. Zettl, C_{36} , a new carbon solid, *Nature*. 393 (6687) (1998) 771–774.
- [7] H. Prinzbach, A. Weiler, P. Landenberger, et al., Gas-phase production and photoelectron spectroscopy of the smallest fullerene, C_{20} , *Nature*. 407 (6800) (2000) 60–63.
- [8] A. Kharlamov, G. Kharlamova, M. Bondarenko, V. Fomenko, Joint synthesis of small carbon molecules (C_3 – C_{11}), quasi-fullerenes (C_{40} , C_{48} , C_{52}) and their hydrides, *Chemical Engineering and Science*. 1 (3) (2013) 32–40.
- [9] N.S. Goroff, Mechanism of fullerene formation, *Accounts of Chem. Res.* 29 (2) (1996) 77–83.
- [10] S.D. Khan, S. Ahmad, Modelling of C_2 addition rout to the formation of C_{60} , *Nanotechnology*. 17 (2006) 18–24.
- [11] A. Chuvilin, U. Kaiser, E. Bichoutskaia, et al., Direct transformation of grapheme to fullerene, *Nature Chem.* 2 (6) (2010) 450–453.
- [12] M. Endo, H.W. Kroto, Formation of carbon nanofibers, *J. Phys. Chem.* 96 (17) (1992) 6941–6944.
- [13] A.I. Melker, M.A. Krupina, Geometric modeling of midi-fullerenes growth from C_{24} to C_{48} , *St. Petersburg State Polytech. Univ. J. Phys. & Math.* 3(248) (2016) 52–58.
- [14] A.I. Melker, M.A. Krupina, Designing mini-fullerenes and their relatives on graph basis, *Materials Physics and Mechanics*. 20 (1) (2014) 18–24.
- [15] V.I. Gerasimov, A. Trofimov, O. Proskurina, Isomers of fullerene C_{60} , *Materials Physics and Mechanics*. 20(1) (2014) 25–36.

THE AUTHORS

MELKER Aleksander I.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

ksta@inbox.ru

KRUPINA Maria A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

ksta@inbox.ru

Мелькер А.И., Крупина М.А. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РОСТА МИДИ-ФУЛЛУРЕНОВ ОТ C_{32} ДО C_{60}

Аксонметрические проекции вместе с соответствующими графами для фуллеренов сконструированы в диапазоне от 32 до 60. Рост фуллеренов изучался на основе механизма, согласно которому углеродный димер внедряется в шестиугольник исходного фуллерена. Это приводит к растяжению и разрыву ковалентных связей, которые параллельны возникающим растягивающим силам. В этом случае вместо шестиугольника, смежного к двум пятиугольникам, возникают два соседних пятиугольника, смежные к двум шестиугольникам. В результате возникает новая конфигурация, и масса фуллерена увеличивается на два атома. Мы рассмотрели потомки фуллерена C_{32} , а именно C_{2n} , где $n = 17 - 30$.

ФУЛЛЕРЕН, МОДЕЛИРОВАНИЕ, РОСТ, УГЛЕРОДНЫЙ ДИМЕР, ГРАФ, СТРУКТУРА.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kroto H.W., Heath J.R., O'Brien S.C., Curl R.F., Smalley R.E. C_{60} : Buckminsterfullerene // Nature. 1985. Vol. 318. No. 6042. Pp. 162–163.
- [2] Kroto H.W. The stability of the fullerenes C_n with $n = 24, 28, 32, 36, 60, 70$ // Nature. 1987. Vol. 329. No. 6139. Pp. 529–531.
- [3] Iijima S. Helical microtubules of grafitic carbon // Nature. 1991. Vol. 354. No. 6348. Pp. 56–58.
- [4] Nanostructured carbon for advanced applications. Edited by G. Benedek, P. Milani, and V.G. Ralchenko. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001. NATO Science Series II. Mathematics, Physics and Chemistry. Vol. 24. 368 p.
- [5] Carbon nanotubes. Edited by V.N. Popov and Ph. Lambin. Dordrecht: Springer, 2006. NATO Science Series II. Mathematics, Physics and Chemistry. Vol. 222. 253 p.
- [6] Piskoti C., Yarger J., Zettl A. C_{36} , a new carbon solid // Nature. 1998. Vol. 393. No. 6042. Pp. 771–774.
- [7] Prinzbach H., Weiler A., Landenberger P., et al. Gas-phase production and photoelectron spectroscopy of the smallest fullerene C_{20} // Nature. 2000. Vol. 407. No. 6800. Pp. 60–63.
- [8] Kharlamov A., Kharlamova G., Bondarenko M., Fomenko V. Joint synthesis of small carbon molecules (C_3 – C_{11}), quasi-fullerenes (C_{40} , C_{48} , C_{52}) and their hydrides // Chemical Engineering and Science. 2013. Vol. 1. No. 3. Pp. 32–40.
- [9] Goroff N.S. Mechanism of fullerene formation // Accounts of Chem. Res. 1996. Vol. 29. No. 2. Pp. 77–83.
- [10] Khan S.D., Ahmad S. Modelling of C_2 addition rout to the formation of C_{60} // Nanotechnology. 2006. Vol. 17. No. 18. Pp. 18–24.
- [11] Chuvilin A., Kaiser U., Bichoutskaia E., Besley N.A., Khlobystov A.N. Direct transformation of grapheme to fullerene // Nature Chem. 2010. Vol. 2. No. 6. Pp. 450–453.
- [12] Endo M., Kroto H.W. Formation of carbon nanofibers // J. Phys. Chem. 1992. Vol. 96. No. 17. Pp. 6941–6944.
- [13] Мелькер А.И., Крупина М.А. Геометрическое моделирование роста мидифулленов от C_{24} до C_{48} // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2016. № 3 (248). С. 52–58.
- [14] Melker A.I., Krupina M.A. Designing mini-fullerenes and their relatives on graph basis // Materials Physics and Mechanics. 2014. Vol. 20. No. 1. Pp. 18–24.
- [15] Gerasimov V.I., Trofimov A., Proskurina O. Isomers of fullerene C_{60} // Materials Physics and Mechanics. 2014. Vol. 20. No. 1. Pp. 25–36.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

МЕЛЬКЕР Александр Иосифович — доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
ksta@inbox.ru

КРУПИНА Мария Алексеевна — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры экспериментальной физики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
ksta@inbox.ru

DOI: 10.18721/JPM.10105

УДК: 621.373.826

*А.Я. Паюров, А.И. Бодров, В.В. Кюн,
А.А. Сипайло, Е.Ф. Шишканов*

АО «Плазма» г. Рязань, Российская Федерация

ОТЕЧЕСТВЕННЫЕ ВОЛНОВОДНЫЕ ЛАЗЕРЫ СЕРИИ LCD И НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

В работе впервые рассмотрено влияние различных факторов на стабильность характеристик компактных волноводных CO_2 -лазеров серии LCD, выпускаемых АО «Плазма» (Россия). Установлено, что угловые разъюстировки зеркал резонатора являются основной причиной относительной нестабильности излучения лазеров в частотном диапазоне 0 – 0,5 Гц. Лазеры работают при ВЧ-возбуждении и обладают выходной мощностью от 3 до 50 Вт в неселективном режиме генерации; они могут работать на фиксированной длине волны излучения или в режиме перестройки длины волны. Динамическое управление спектром излучения этих лазеров может осуществляться в автоматическом режиме по заданной программе с управлением встроенным сервоприводом от персонального компьютера. Лазеры серии LCD могут использоваться в системах мониторинга окружающей среды, а также в лидарах.

ВОЛНОВОДНЫЙ CO_2 -ЛАЗЕР, ЗЕРКАЛО РЕЗОНАТОРА, ВЧ-ВОЗБУЖДЕНИЕ, ГЕТЕРОДИННЫЙ ЛИДАР, НЕСТАБИЛЬНОСТЬ МОЩНОСТИ.

Введение

Волноводные молекулярные CO_2 -лазеры широко применяются в промышленности, связи, экологии, медицине, военной технике и научных исследованиях. В связи с этим к ним предъявляются требования высокой надежности, стабильности выходных параметров, экономичности, малых габаритов. В открытом акционерном обществе «Плазма» [1] разработаны волноводные CO_2 -лазеры с высокочастотным (ВЧ) возбуждением (серия LCD – Laser (based on) Carbon Dioxide, т. е. лазер на двуокиси углерода), с выходной мощностью от 3 до 50 Вт в неселективном режиме генерации. При работе на фиксированной длине волны мощность генерации варьируется от 1 до 30 Вт. Переключаемые по длинам волн волноводные лазеры имеют мощность излучения 5, 10 Вт на наиболее интенсивных линиях 9R-,

9P-, 10R- и 10P- ветвей. Общее количество линий составляет от 60 до 80.

Цель настоящей работы – анализ выходных характеристик волноводных CO_2 -лазеров серии LCD для выработки рекомендаций по перспективным направлениям их использования.

Характеристики волноводных CO_2 -лазеров серии LCD

Во всех приборах серии LCD заложены единые конструкторские и технологические решения [2]:

оптический волноводный резонатор U-образной складной конструкции;

металлокерамическая разрядная структура, обеспечивающая отвод тепла от разряда на внешнюю поверхность прибора, и симметричность конструкции, гарантирующие стабильность параметров излучения;

возбуждение высокочастотного разряда по схеме с одним центральным и двумя заземленными электродами, обеспечивающее малое межосевое расстояние между каналами;

оптический узел поворотных зеркал, обладающий малыми оптическими потерями и исключающий разъюстировку при работе излучателя в условиях жестких механических воздействий;

рациональная технология сборки разрядной структуры, обеспечивающая ее надежную фиксацию в корпусе резонатора;

современная технология термовакuumной обработки, обеспечивающая требуемые параметры надежности в условиях серийного производства.

Приведем стандартный набор характеристик волноводных CO_2 -лазеров серии LCD:

мощность лазерного излучения — от 3 до 50 Вт (варьируется за счет изменения протяженности усиливающей среды, а соответственно, и длины излучателя);

нестабильность мощности излучения находится в пределах 3 — 5 %;

распределение интенсивности в поперечном сечении пучка излучения — гауссоподобное (90 %-й эквивалент моды TEM_{00} , $M^2 \leq 1,1 - 1,2$);

диапазон перестройки по длине волны излучения — 9,2 — 10,8 мкм (может быть расширен при использовании изотопов молекулы CO_2);

кратковременная нестабильность частоты излучения — не хуже $5 \cdot 10^{-9}$ отн. ед.

Приборы работают в отпаянном режиме при типичном составе рабочей газовой смеси $\text{CO}_2 : \text{CO} : \text{N}_2 : \text{He} : \text{Xe}$, они устойчивы к механическим воздействиям по четвертой группе жесткости. В лазерах серии LCD используется ВЧ-возбуждение на рабочей частоте 81,36 МГц. Данное значение частоты является оптимальным для используемых разрядных структур с поперечным сечением 2,0 — 2,8 мм, поскольку приэлектродные слои значительно уже разрядного промежутка, а дальнейшее увеличение частоты приводит к проблеме продольной неоднородности разряда [3].

Экспериментальные данные

Рассмотрим некоторые факторы, влияющие на параметры излучения. Наибольшая относительная нестабильность лазерного излучения регистрируется в диапазоне 0 — 0,5 Гц и связана, во-первых, с угловыми разъюстировками зеркал резонатора; во-вторых, тепловые изменения длины резонатора приводят к смещению частоты генерации относительно контура усиления в активной среде. Это смещение приводит к изменению мощности генерации, причем чем короче резонатор, тем больше колебания мощности (рис. 1).

Для неволноводных лазеров, например типа ЛГ-74, ЛГН-901, давление рабочей газовой смеси составляет 20 — 30 Торр. В лазерах же типа LCD, по сравнению с неволноводными, давление рабочей газовой смеси гораздо выше: 100 Торр и более; соответственно, ширина контура усиления достигает примерно 500 МГц. Кроме того, для складных резонаторов частотный интервал между соседними продольными модами резонатора в два раза меньше, чем для линейных (при одинаковой базовой длине излучателей).

Сочетание двух указанных выше факторов позволяет достичь гораздо меньшей не-

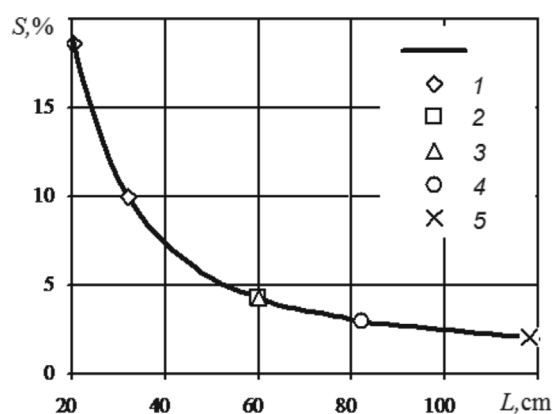


Рис. 1. Зависимость нестабильности мощности излучения разных волноводных CO_2 -лазеров, вызванной изменением их температуры, от длины резонатора. Экспериментальные точки представлены для лазеров марок LCD-X, где X = 1A, W (1), 5A (2), 10A, W (3), 15A, W (4), 25 (5)

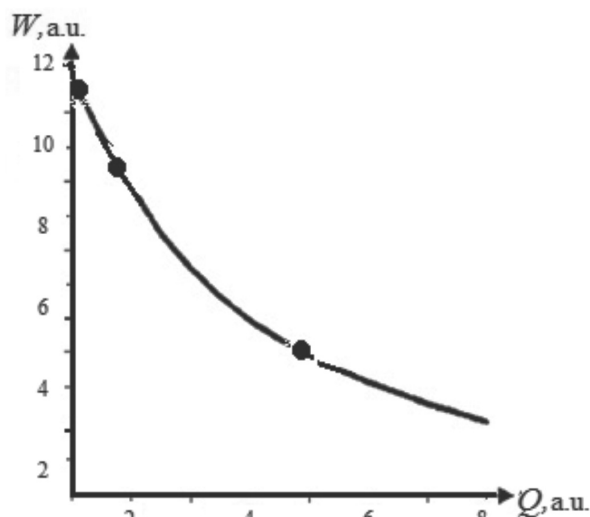


Рис. 2. Зависимость мощности излучения лазера LCD-10W от скважности управляющего сигнала на частоте модуляции 4 кГц

стабильности мощности излучения без применения специальных мер по стабилизации длины резонатора. К тому же волноводные лазеры менее критичны к разъюстировке оптических элементов, что также повышает стабильность выходных характеристик.

Определенный интерес для практических целей вызывает возможность модуляции мощности излучения за счет управления характеристиками высокочастотного емкостного разряда.

На рис. 2 приведена зависимость мощности лазерного излучения W от скважности Q управляющего сигнала на частоте модуляции 4 кГц.

На рис. 3 представлены формы импульса излучения при различных частотах управляющего сигнала при скважности $Q = 2$ (частота следования импульсов 2 и 5 кГц) и при $Q = 5$ (частота следования импульсов 10 кГц). Наборы параметров, представленные на рис. 3, это частота модуляции f_m , частота следования импульсов ν , длительность импульсов τ .

При параметрах запускающих импульсов, приведенных на рис. 3, наблюдается 100%-я модуляция мощности излучения. Для обеспечения такой модуляции на частотах следования импульсов выше 10 кГц необходимо увеличить скорость разруше-

ния верхних рабочих уровней молекулы CO_2 после снятия импульсов накачки. С этой целью повышают общее давление рабочей газовой смеси относительно оптимальных значений, относительную долю гелия в ней и др. Как правило, это приводит к снижению выходной мощности излучения.

Возможность непрерывной и дискретной перестройки частоты (длины волны) излучения волноводных CO_2 -лазеров реализуется за счет размещения дифракционной решетки в специальном оптическом узле [4, 5] и использования оптических резонаторов с выводом излучения в первый или нулевой порядки излучения. По желанию потребителей перестройка по длинам волн может осуществляться вручную с помощью микрометрического винта либо

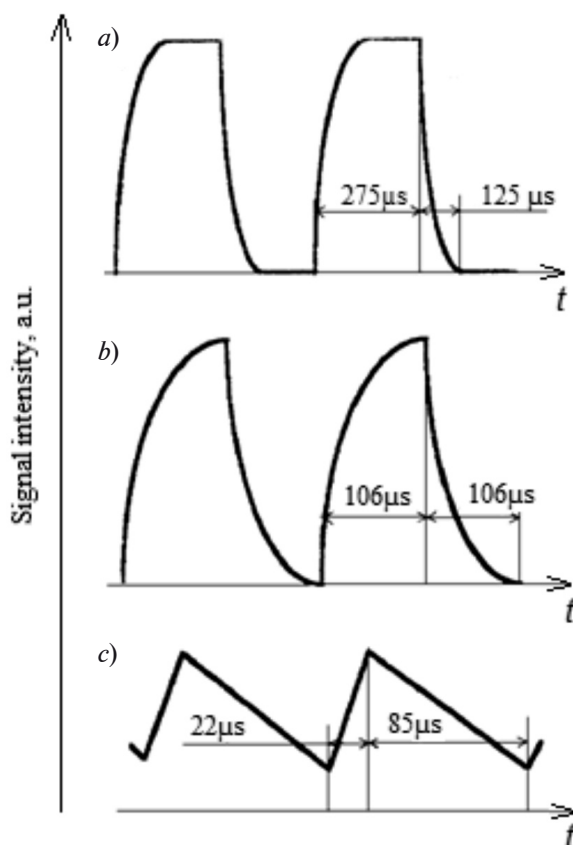


Рис. 3. Формы импульсов излучения лазера LCD-1A при различных наборах параметров управляющего сигнала: $f_m = \nu = 2$ кГц, $\tau = 250$ мкс (a); $f_m = \nu = 5$ кГц, $\tau = 100$ мкс (b); $f_m = \nu = 10$ кГц, $\tau = 19$ мкс (c); $Q = 2$ (a, b) и 5 (c)

в автоматическом режиме по заданной программе с управлением встроенным сервоприводом от персонального компьютера. В последнем случае скорость сканирования по всему диапазону не превышает единиц секунд (в зависимости от сложности алгоритма управления).

Применение волноводных CO_2 -лазеров

При средствах обработки сигналов, организованных определенным образом, функции лазерных лидаров могут быть сделаны весьма гибкими [6]. Например, регистрация отраженного сигнала только на частоте, соответствующей доплеровскому сдвигу, позволяет выделить объекты, движущиеся с определенной скоростью, подавляя при этом отражения от неподвижных объектов. Если использовать «выборку» сигнала, соответствующую отражению от объектов на заданном расстоянии, то можно также исключить фоновые изображения предметов вне изучаемой зоны пространства. Острая направленность луча и достаточно малая длина волны позволяют добиваться высокого пространственного разрешения. С помощью лазерных лидаров обеспечивается наблюдение малоразмерных предметов, например проводов линий электропередач с борта самолета или вертолета, производящих полеты на малых высотах.

Измерение концентраций молекул, контроль примесей в атмосфере. Применение лазеров для газоанализа расширяется очень интенсивно и представляет сейчас достаточно развитое направление, отраженное во многих монографиях. Большие успехи достигнуты при использовании частотно-перестраиваемых лазеров в инфракрасной области спектра. За исключением сравнительно редких случаев, когда плотности молекул могут быть измерены по поглощению видимого света на переходах между различными электронными состояниями, для аналитических целей используются методы поглощения в инфракрасной области спектра на колебательно-вращательных переходах.

Ряд систем активной безопасности движущихся объектов (автомобили, самолеты и др.) основан на применении зондирую-

щих комплексов — лидаров. В датчиках подобного типа с помощью когерентного лазерного излучения видимого и инфракрасного диапазонов определяется расстояние до находящегося впереди объекта (транспортного средства), а также его скорость. Лидарные комплексы могут использоваться для обнаружения, анализа состава и определения концентраций загрязняющих примесей (веществ) в атмосфере, в зонах транспортных магистралей различного назначения и др.

В качестве примера рассмотрим работу лазерного дальномера непрерывного действия с частотной модуляцией (рис. 4). Принцип его работы представлен на рис. 5. Излучение одного и того же лазера используется в качестве как опорного, так и зондирующего, что достигается расщеплением на фотоприемнике луча с последующим смещением опорного излучения с излучением, отраженным от объекта.

Сперва рассмотрим случай, когда объект неподвижен относительно радара (см. рис. 5). В интервале времени ΔT (от T_1 до T_m) частота F генерации лазера линейно меняется на величину ΔF от F_1 до F_m . Пусть время, необходимое для прохождения светом пути R от лидача до объекта и обратно, равно

$$\Delta t = T_2 - T_1 = 2R/c.$$

За это время частота лазера изменится на величину $F_s = F_2 - F_1$. Поэтому при смешении местного и отраженного излучений

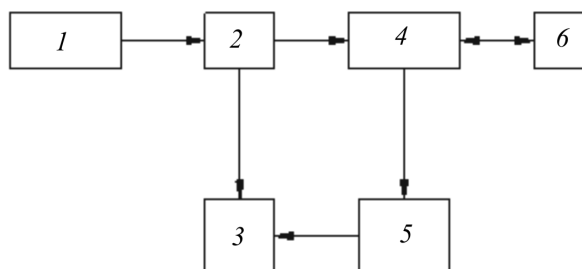


Рис. 4. Функциональная схема лазерного дальномера непрерывного действия:

1 — волноводный CO_2 -лазер, 2 — схема расщепления, 3 — фотоприемное устройство, 4 — приемопередающая антенна, 5 — согласующее устройство, 6 — объект контроля

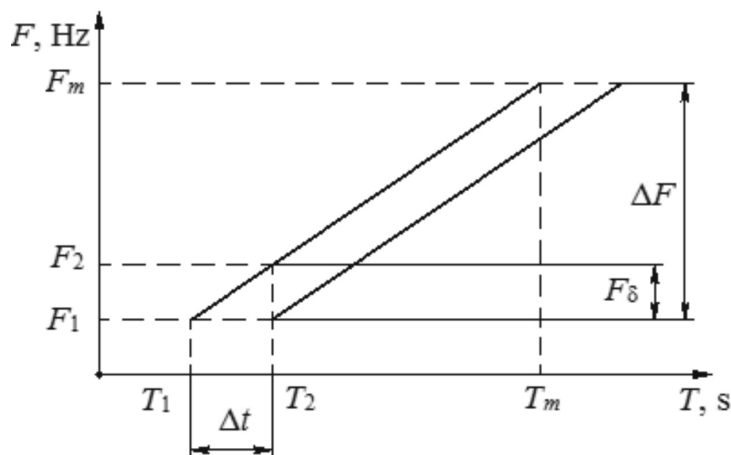


Рис. 5. Схема, поясняющая принцип действия лазерного дальномера в непрерывном режиме
(представлена динамика изменения частоты генерации лазера)

на нелинейном фотоприемнике возникают биения на частоте F_δ пропорционально расстоянию до объекта. Из рис. 5 видно, что $F_\delta = 2\Delta F R / c T_m$. Оценим погрешность измерения расстояния ΔR , связанную с конечной точностью определения частоты биений:

$$F_\delta \pm \delta = \frac{2 \cdot \Delta F}{c} \cdot \frac{R \pm \Delta R}{T_m}. \quad (1)$$

Уширение спектра биений возникает из-за конечного времени их регистрации, определяемого интервалом частотного сканирования. Пользуясь известными правилами перехода от временного к частотному описанию величин, величину δ можно определить как $\delta = T_m^{-1}$, откуда следует, что $\Delta R = c/2\Delta F$. Видно, что пространственное разрешение по лучу наблюдения определяется полосой частотной перестройки лазера. Отсюда и возникает интерес к применению в лидарах волноводных лазеров с их широким диапазоном непрерывной перестройки.

Перестройка лазерной частоты достигается сканированием длины резонатора с помощью одного из отражателей на пьезоэлементе, электродинамическом устройстве и т. п. Разумеется, необходимо обеспечить линейность сканирования или учесть соответствующую нелинейность при обработке сигнала.

Другое важное требование связано с частотной стабильностью лазера за короткие периоды времени. Характерный уровень стабильности, достаточный для применения в указанных целях, составляет для видимого диапазона примерно $10^{-10} - 10^{-11}$ при времени усреднения около $10^{-3} - 10^{-4}$ с; в инфракрасной же области достаточно стабильности порядка $10^{-9} - 10^{-10}$.

Одновременно с измерением расстояния та же система позволяет определять и скорость относительного движения объекта. Для этого используется пилообразная модуляция частоты лазера. Диаграмма соответствует сближению радара и объекта. Независимо от расстояния отраженный от объекта сигнал вследствие эффекта Доплера имеет частотный сдвиг F_D , который накладывается на сдвиг F_R , связанный с перестройкой частоты лазера за время двойного прохода светом расстояния от радара до объекта. На участке с возрастанием частоты генерации, частота биений будет составлять

$$F_{+\delta} = F_R - F_D$$

(на падающем участке $F_{-\delta} = F_R + F_D$).

Отсюда определяется доплеровский сдвиг и соответствующая ему скорость движения объекта.

Лазерный лидар гетеродинный. На рис. 6 представлена схема лазерного лидара на

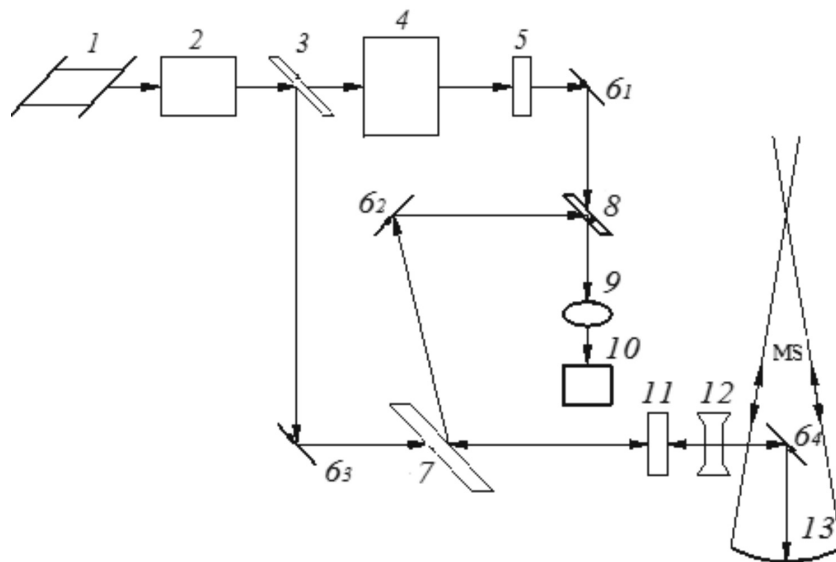


Рис. 6. Оптическая схема гетеродинного лидара:

1 – CO₂-лазер; 2 – двукратный телескоп; 3 – делительное зеркало; 4 – акустооптический модулятор; 5, 11 – пластины $\lambda/2$ и $\lambda/4$ соответственно; 6₁ – зеркала; 7 – брьюстеровская пластина; 8 – смесительное зеркало; 9, 10 – фотоприемное устройство и его линза; 11, 12, 13 – отрицательная линза антенны, ее плоское и сферическое зеркала соответственно; MS (measuring space) – область измерительного объема

основе волноводного CO₂-лазера.

Одномодовое излучение CO₂-лазера 1 линейно поляризовано, угол диаграммы направленности составляет примерно $1 \cdot 10^{-3}$ рад. Для уменьшения расходимости и улучшения качества пучка излучение направляется в телескоп 2, собранный по схеме Галилея из отрицательной и положительной линз. Линзы выполнены из ИК-прозрачных материалов (ZnSe, AsGa, Ge и др.) с нанесением на рабочие поверхности специальных просветляющих покрытий в области 10,6 мкм. После телескопа 2 излучение расщепляется на клиновидной пластине 3 на зондирующий и опорный пучки в соотношении примерно 20:1. Деление пучка происходит на рабочей поверхности пластины, подбор коэффициента деления осуществляется нанесением соответствующего покрытия. Вторая, «нерабочая», сторона пластины просветлена на длину волны 10,6 мкм. Клиновидность пластины обеспечивает устранение (увод в сторону) паразитных переотражений. Опорный пучок проходит через оптический клин и попадает в акустооптический модулятор 4. Последний представляет собой германиевый

монокристалл с наклеенным на него пьезокорректором. Поскольку пьезоэлемент создает частичное уплотнение среды, формируется частичная дифракция лазерного пучка. Плоскость его поляризации параллельна большой оси кристалла. Угол падения на боковую грань кристалла равен $2,2^\circ$ относительно оптической оси. Благодаря геометрии кристалла, выходящий луч также составляет угол $2,2^\circ$ относительно той же оси. Подводимая к элементу мощность имеет порядок в единицы ватт.

Частота управляющего напряжения выбирается из диапазона 20 – 50 МГц. После акустооптического модулятора 4 излучение приобретает соответствующий частотный сдвиг, проходит пластину 5 (из селенида цинка), которая сдвигает фазу излучения на $\lambda/2$ и делает излучение s-поляризованным. Это преобразование необходимо для согласования пучка с зондирующим пучком, возвращенным из атмосферы. После пластины 5 излучение попадает на смесительное зеркало 8.

В свою очередь, зондирующее p-поляризованное излучение (оно составляет примерно 90 – 95 % от общей мощ-

ности лазерного излучения) направляется зеркалом 6_3 на поляризационную развязку, в качестве которой используется пластина 7 (из германия), расположенная под углом Брюстера (примерно 76°). После развязки 7 излучение поступает на пластину 11 ($\lambda/4$, из селенида цинка), которая преобразует линейно-поляризованное излучение в излучение с круговой поляризацией.

Формирование каустики измерительного объема (MS) осуществляется антенной системой. Антенна формируется из отрицательной линзы 12 с узлом перефокусировки. Зеркало 6_4 поворачивает пучок на 90° и направляет его в сферическое зеркало 13, которое формирует в пространстве измерительный объем MS.

Скорость движения частиц в измерительном объеме равна скорости ветра. Фотоприемное устройство регистрирует соответствующую частоту перемещения интерференционных полос F_{sum} :

$$F_{sum} = F_{AOM} + F_{VETRA}, \quad (2)$$

где $F_{AOM} = 40$ МГц;

$$F_{VETRA} = \frac{2 \cdot v \cdot V_v}{c}, \quad (3)$$

где $v = 200$ МГц; V_v , c (м/с) — скорости ветра и света.

Сигнал частотой F_{sum} с выхода фотоприемного устройства поступает в радиотехническую часть схемы, где вычисляется скорость перемещения контролируемого объекта (ветер, автомобиль и пр.).

Заключение

В данной работе мы проанализировали возможные применения лазеров LCD для целей экомониторинга, исследовали их спектральные характеристики, оценили влияние внешних воздействий на стабильность спектра и уровень шумов лазерного излучения. На основе полученных данных выработаны рекомендации по применению этих лазеров в оптических схемах систем контроля экологической обстановки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Сайт фирмы АО «Плазма». Режим доступа: <http://www.plasmalabs.ru/> (дата обращения 30.07. 2016).

[2] Cherezov V.M., Kyun V.V., Payurov A.Ya., Samorodov V.G., Shishkanov F.F., Sipaylo A.A. Parametrical line of RF-excited waveguide CO₂ lasers // Proc. SPIE. 2000. Vol. 4165. Pp. 150–156.

[3] Hall D.R., Hill C.A. Radio frequency discharge excited CO₂ lasers // Handbook of Molecular Laser. Ed. P.K. Cheo, Marsel Bakker, 1987.

[4] Кюн В.В., Паюров А.Я., Сипайло А.А.,

Шлыкova С.П. Перестраиваемый лазер. Патент 2244368. Российская Федерация. МПК7 Н 01 S3/1055; заявитель и патентообладатель ОА «Плазма» № 2003117310/28; заявл.09.06.03; опубл. 10.01.05.

[5] Кюн В.В., Паюров А.Я., Сипайло А.А. Перестраиваемый лазер. Патент 60795. Российская Федерация. МПК7 H01S 3/13.; заявитель и патентообладатель ОА «Плазма» № 2006131845/22; заявл.05.09.06; опубл. 27.01.2007, Бюл. № 3.

[6] Очкин В.Н. Волноводные газовые лазеры. М.: Изд-во «Знание», 1988.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ПАЮРОВ Александр Яковлевич — старший научный сотрудник АО «Плазма», г. Рязань, Российская Федерация.

390000, Российская Федерация, г. Рязань, ул. Циолковского, 24
mera@plasmalabs.ru

БОДРОВ Александр Иванович — технический директор АО «Плазма», г. Рязань, Российская Федерация.

390000, Российская Федерация, г. Рязань, ул. Циолковского, 24
sales@plasmalabs.ru

КЮН Валерий Владимирович — кандидат физико-математических наук, директор центра АО «Плазма», г. Рязань, Российская Федерация.

390000, Российская Федерация, г. Рязань, ул. Циолковского, 24
kvazar@plasmalabs.ru

СИПАЙЛО Алексей Антонович — старший научный сотрудник АО «Плазма», г. Рязань, Российская Федерация.

390000, Российская Федерация, г. Рязань, ул. Циолковского, 24
grp@plasmalabs.ru

ШИШКАНОВ Евгений Федорович — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник АО «Плазма», г. Рязань, Российская Федерация.

390000, Российская Федерация, г. Рязань, ул. Циолковского, 24
mera@plasmalabs.ru

Payurov A.Ya., Bodrov A.I., Kyun V.V., Sipaylo A.A., Shishkanov E.F. HOME-PRODUCED WAVEGUIDE LASERS OF THE LCD SERIES AND SOME FEATURES OF THEIR APPLICATION.

The influence of various factors on stability of the performance data of compact CO₂ waveguide lasers (the LCD series) produced by Plasma JSC in Russia has been considered for the first time. An angular misalignment of cavity mirrors was found to be the main reason for the relative instability of the laser emission in the frequency range of 0 – 0.5 Hz. These lasers work under RF excitation and have a power output from 3 to 50 W in a non-selective oscillating mode. Lasers can work at the fixed emission wavelength or in the wavelength-change mode. Preprogrammed dynamic control of the laser's emission spectrum can be carried out in the automatic mode using the built-in servo-driver from the personal computer. The CO₂ waveguide lasers of the LCD series can be used in laser lidar systems, particularly, for observation of small-sized objects and monitoring of the environment.

CO₂ WAVEGUIDE LASER, CAVITY MIRROR, RF EXCITATION, LIDAR, LCD SERIES.

REFERENCES

- [1] The site of the joint-stock company "Plazma". URL: <http://www.plasmalabs.ru/> (the last accessed date is 30.07.2016).
- [2] V.M. Cherezov, V.V. Kyun, A.Ya. Payurov, et al., Parametrical line of RF-excited waveguide CO₂ lasers, Proc. SPIE. 4165 (2000) 150–156.
- [3] D.R. Hall, C.A. Hill, Radio frequency discharge excited CO₂ lasers, In: Handbook of Molecular Laser, Ed. P.K. Cheo, Marsel Bakker (1987).
- [4] V.V. Kyun, A.Ya. Payurov, A.A. Sipaylo, Perestraivayemyy lazer [Tunable laser], Patent 60795 Rossiyskaya Federatsiya, MPK7 H01S 3/13.; заявитель i patentoobladatel OA "Plazma" № 2006131845/22 ; заявл.05.09.06; опubl. 27.01.2007, Byul. № 3.
- [5] V.V. Kyun, A.Ya. Payurov, A.A. Sipaylo, S.P. Shlykova, Perestraivayemyy lazer [Tunable laser], Patent 2244368 Rossiyskaya Federatsiya, MPK7 H 01 S3/1055.; заявитель i patentoobladatel OA "Plazma" No. 2003117310/28; заявл.09.06.03; опubl. 10.01.05.
- [6] V.N. Ochkin, Volnovodnyye gazovyye lazery [Waveguide gas lasers], Izd-vo "Znaniye", Moscow, 1988.

THE AUTHORS

PAYUROV Aleksander Ya.

Joint-stock company "Plasma"

24 Tsiolkovskogo St., Ryazan, 390000, Russian Federation
mera@plasmalabs.ru

BODROV Aleksander I.

Joint-stock company "Plasma"

24 Tsiolkovskogo St., Ryazan, 390000, Russian Federation
sales@plasmalabs.ru

KYUN Valeriy V.

Joint-stock company "Plasma"

24 Tsiolkovskogo St., Ryazan, 390000, Russian Federation
kvazar@plasmalabs.ru

SIPAYLO Aleksey A.

Joint-stock company "Plasma"

24 Tsiolkovskogo St., Ryazan, 390000, Russian Federation

grp@plasmalabs.ru

SHISHKANOV Eugeny F.

Joint-stock company "Plasma"

24 Tsiolkovskogo St., Ryazan, 390000, Russian Federation

mera@plasmalabs.ru

DOI: 10.18721/JPM.10106

УДК 577.31

*В.И. Красовский^{1,2}, И.Н. Феофанов³,
П.И. Ивашкин¹, М.А. Казарян³*

¹ Институт общей физики РАН им. А.М. Прохорова,
г. Москва, Российская Федерация;

² Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
г. Москва, Российская Федерация;

³ Физический институт им. П.Н. Лебедева,
г. Москва, Российская Федерация

ОПТОВОЛОКОННЫЙ ДОПЛЕРОВСКИЙ ДАТЧИК СКОРОСТИ ПОТОКА КРОВИ

Описан макет оптоволоконного доплеровского измерителя скорости потока крови, принцип действия которого основан на регистрации доплеровского сдвига частоты рассеянного излучения одночастотного, одномодового полупроводникового лазера. Излучение вводилось в макет кровеносного сосуда с помощью оптоволоконного зонда. Проведено измерение характеристик разработанного аппарата. Продемонстрировано, что созданное устройство позволяет надежно измерять скорость потока крови в сосудах путем введения в них оптоволоконного зонда. Точность измерения определяется точностью применяемого регистрирующего оборудования. Характеристики такого устройства, полученные на макете кровеносного сосуда, вполне удовлетворяют всем современным требованиям.

СЕНСОР, ДАТЧИК, ОПТОВОЛОКНО, ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ, СКОРОСТЬ ПОТОКА КРОВИ, ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЙ ЛАЗЕР.

Исследование объемного кровотока имеет более чем полувековую историю и применяется к клинической практике для измерения скорости кровотока во время операций с 20-х годов прошлого столетия. Впервые метод регистрации объемного кровотока был предложен в работе Рейна [1]. Позднее была развита радионуклидная диагностика, были созданы бесконтактные электромагнитные и ультразвуковые измерители потока. Эти методы применяются до настоящего времени.

Использование лазерного излучения, которое можно вводить в кровеносный сосуд с помощью оптоволоконного световода, расширяет возможности традиционных методов. Измерение спектра флуктуаций интенсивности при квазиупругом рассеянии лазерного излучения от движущихся клеток позволяет определять скорость их движения и другие параметры при помощи

эффекта Доплера [2].

Технический прогресс в физике лазеров, электронике, вычислительной технике открывает новые возможности для реализации приборов с улучшенными характеристиками: повышенной точностью измерений, низким энергопотреблением, компактностью, с увеличенным сроком службы.

В данной работе был сконструирован макет оптоволоконного доплеровского измерителя скорости потока крови, принцип действия которого основан на регистрации доплеровского сдвига частоты рассеянного излучения одночастотного одномодового полупроводникового лазера, введенного в кровеносный сосуд с помощью оптоволоконного зонда, и проведено измерение его характеристик на макете кровеносного сосуда.

Работа прибора основана на лазерной

интерферометрии, широко используемой в промышленных и лабораторных условиях для измерения смещения, скорости твердых и жидких объектов, вибрации и расстояния. Применяемая в данной работе внутрирезонаторная лазерная автодинная интерферометрия, при которой излучение полупроводникового инжекционного лазера, рассеянное объектом, вводится обратно в резонатор, впервые предложена в 1986 году в работах [3, 4]. К достоинствам такого подхода можно отнести компактность конструкции, использование встроенного в лазерный модуль фотодиода для регистрации сигнала, высокая чувствительность, которая при охлаждении модуля может быть доведена до работы устройства в режиме счета отдельных фотонов, возможность дистанционного измерения, в том числе и от диффузно рассеивающих объектов.

Оптическая обратная связь в лазерных диодах ранее интенсивно изучалась как теоретически, так и экспериментально. В статье [5] была предложена классификация различных режимов обратной связи, рассмотрено изменение спектров излучения, изучены шумовые характеристики. В работе [6] был выполнен теоретический анализ режимов автодинного детектирования.

Рассеянное лазерное излучение с частотой ω , сдвинутое по частоте на $\Delta\omega$ вследствие эффекта Доплера, попадает обратно в оптоволокно, усиливается во время прохода лазерной среды, интерферирует с исхо-

дным излучением частоты ω , и амплитудно-модулированный сигнал с частотой $\Delta\omega$ регистрируется встроенным фотоприемником (рис. 1).

В общем случае это рассеянное излучение изменяет порог генерации лазера, что приводит к модуляции амплитуды и фазы лазерного излучения. Кроме того, поскольку изменение порога генерации связано с плотностью носителей, меняется и спектр лазерного излучения. Временная шкала этого изменения лежит в субнаносекундной области.

Аналитическое стационарное уравнение, описывающее эту модуляцию, имеет следующий вид:

$$P(\phi) = P_0(1 + mF(\phi)), \quad (1)$$

где P_0 — исходная мощность лазерного излучения, m — параметр модуляции, $F(\phi)$ — периодическая функция изменения фазы ϕ .

Параметр модуляции и форма функции $F(\phi)$ зависят от так называемого параметра обратной связи C [6]:

$$C = ks \frac{\sqrt{1 + \alpha^2}}{L_{\text{las}} n_{\text{las}}}, \quad (2)$$

где α — фактор уширения лазерной линии; L_{las} — длина резонатора; n_{las} — показатель преломления лазерной среды; k — коэффициент, равный

$$k = \frac{\varepsilon}{\sqrt{A}} \frac{1 - R_2}{\sqrt{R_2}}.$$

Здесь $\varepsilon \leq 1$ — разница между исходной и рассеянной модами; A — полное ослабление мощности излучения вне резонатора; R_2 — коэффициент отражения выходного зеркала лазера (см. рис. 1).

Таким образом, значение параметра C зависит как от степени обратной связи, так и от расстояния s до рассеивающего объекта. Указанный параметр определяет режим обратной связи. В нашем случае $C \ll 1$, режим обратной связи является очень слабым, функция имеет форму косинуса, а индекс $m \ll \sqrt{A}$.

Аналитическое выражение для сигнала биений, который регистрируется фотоприемником, для случая $C \ll 1$ имеет вид [7]:

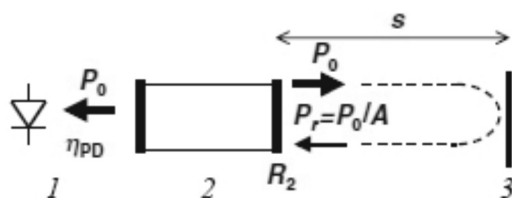


Рис. 1. Схема метода автодинной лазерной интерферометрии [7]:

1 — мониторный фотодиод, 2 — лазерный диод, 3 — рассеивающий объект; P_0 , P_r — исходная и рассеянная мощности лазерного излучения; η_{PD} — квантовая эффективность фотодиода; R_2 — коэффициент отражения выходного зеркала лазера

$$S_I = \eta_{PD} \frac{q}{h\nu} P_0 \frac{2\varepsilon\tau_p(1-R_2)}{\tau_{las}\sqrt{A}\sqrt{R_2}} \times \frac{I/I_{th} - N_0/N_{th}}{I/I_{th} - 1}, \quad (3)$$

где $\eta_{PD} = \eta_c \eta_q$ (произведение квантовой эффективности η_c встроенного фотодиода на коэффициент связи η_q); τ_p — время жизни фотона в резонаторе; τ_{las} — время обхода резонатора; I, I_{th} — соответственно ток накачки и пороговый ток; N_0/N_{th} — отношение рабочей плотности носителей к их пороговой плотности (обычно оно равно 0,8).

Амплитуда сигнала S_I измеряется как отношение от пика до пика при изменении фазы рассеянного излучения на 2π .

Рассчитанные в работе [5] зависимости сигнала биений от ослабления мощности показали широкий диапазон линейного отклика, ограниченный снизу отношением сигнал/шум. Для нашей системы шумы фототока, основной составляющей которых является дробовой шум, определяются выражением

$$I_n^2 = 2q\eta_{PD} \frac{q}{h\nu} FP_0 B, \quad (4)$$

где B — диапазон частот измерений; F — шумовой фактор фотоприемника по сравнению с идеальным ($F = 2$); η_{PD} — квантовый выход фотоприемника.

Для нашей системы коэффициент ослабления $A \approx 10^{-12}$.

Для лазера с внешним брэгговским резонатором, применяемым в данной работе, значения параметров следующие: $L_{las} = 1$ см; $\tau_p = 1,9$ пс; $R_2 = 0,35$. Полоса частот, необходимая для регистрации доплеровского сигнала, составляла около 2 МГц. Отношение сигнал/шум, рассчитанное с использованием выражений (3), (4), составило примерно 26 дБ.

Основой прибора был модуль полупроводникового лазера BLD-790-14BF [7]. Этот модуль представляет собой одночастотный одномодовый лазер с длиной волны 790 нм при 25°C, выходной мощностью 20 мВт, пороговым током 80 мА, рабочим током 100 мА, с волоконным выходом и разъемом типа FC на конце одномодового волокна. Устройство лазерного модуля с внешним волоконным брэгговским резонатором представлено на рис. 2.

К выходному разъему присоединен опто-

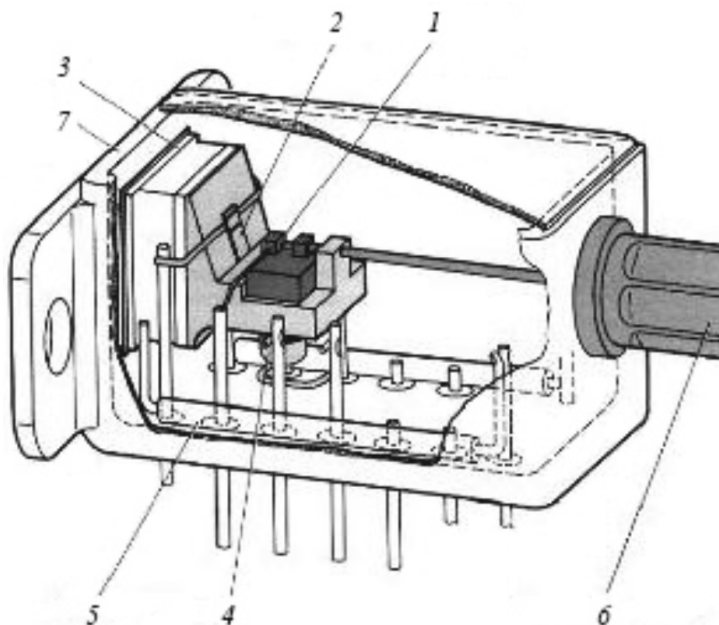


Рис. 2. Устройство лазерного модуля с внешним волоконным брэгговским резонатором:
1 — лазерный диод, 2 — контрольный фотодиод, 3 — холодильник Пельтье, 4 — терморезистор,
5 — вывод, 6 — силовой элемент, 7 — корпус прибора

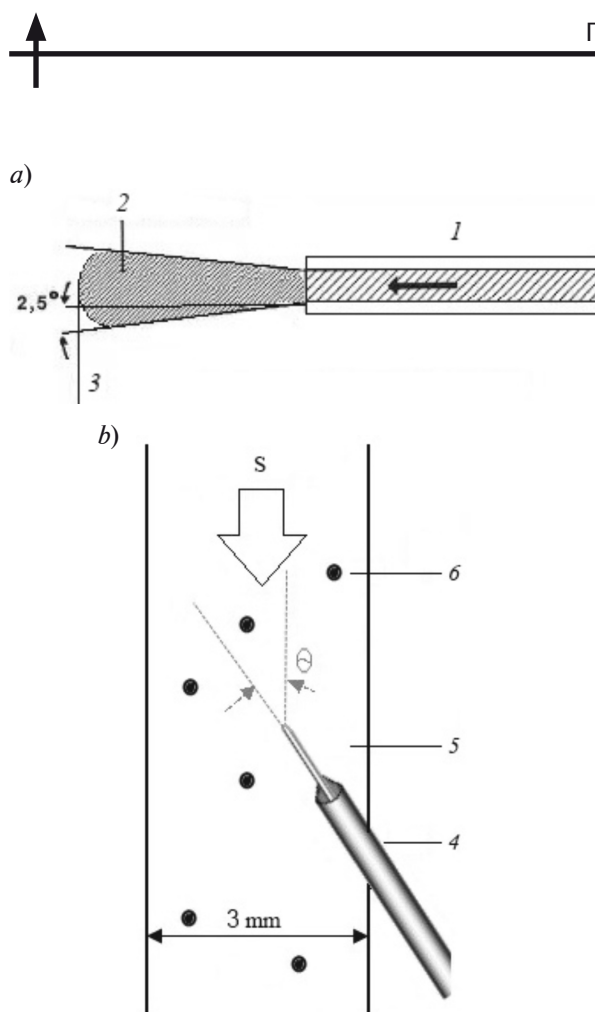


Рис. 3. Схемы ввода оптоволоконного зонда в макет сосуда (а) и геометрии измерений (б): 1 – излучающее волокно с сердцевинкой, 2 – пробный объем, 3 – максимальное измеряемое расстояние для рассеянного назад света; 4 – инъекционная игла, 5 – оптическое волокно, 6 – светорассеивающие частицы; стрелка S указывает направление потока жидкости (диаметр сосуда – 3 мм)

волоконный зонд, выходной торец которого погружен в поток жидкости, содержащей частицы (рис. 3, а). Рассеянное в пробном объеме (рис. 3, б) лазерное излучение с частотой ω , сдвинутое по частоте на $\Delta\omega$ вследствие эффекта Доплера, попадает обратно в оптоволоконно, усиливается за один проход через активную среду примерно в 1000 раз, интерферирует с исходным излучением с частотой ω , и амплитудно-модулированный сигнал с частотой $\Delta\omega$ регистрируется встроенным фотоприемником.

Питание лазерного диода осуществлялось от источника тока. Все детали прибора размещены в полистирольном корпусе

размером $120 \times 100 \times 35$ мм, на передней панели которого расположен оптический разъем для подключения стандартного медицинского оптоволоконного зонда.

Приготовление жидкости, моделирующей несколько параметров крови (вязкость, концентрация и размер частиц), проводилось по рецепту, приведенному в работе [8]. Исходный раствор представлял собой водно-глицериновую смесь в концентрации 10:1, в которую были добавлены красная краска (гуашь) из расчета 10 г/л и хлорид натрия в концентрации 13,5 г/л. Глицерин увеличивает вязкость жидкости до $1,3 \text{ Па} \cdot \text{с}$, а хлорид натрия – ее проводимость. Повышение проводимости необходимо для надежного сопоставления результатов измерений, выполненных оптическим и магнитоиндукционным методами.

Скорость жидкости в трубке измеряли по времени заполнения мерной кюветы объемом 250 мл (использовали секундомер). Эта скорость составляла 17,3 см/с при разности высот расположения емкостей в 65 см. Сигнал с выходного разъема кабеля регистрировался осциллографом типа RIGOL DS1204B (цифровой осциллограф, который позволяет производить математические операции с измеряемым сигналом в реальном времени).

Осциллограмма сигнала датчика представлена на рис. 4 (вверху). Видно, что

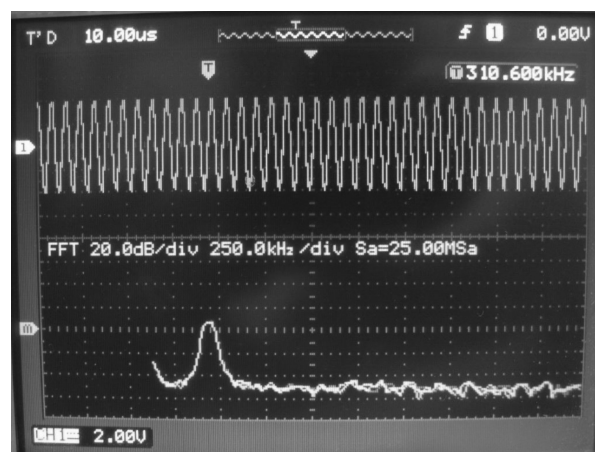


Рис. 4. Пример временного сигнала доплеровского сдвига частоты (вверху) и его спектр (внизу) на экране осциллографа; скорость потока жидкости – 1,7 см/с

форма сигнала близка к синусоидальной. Отношение сигнал/шум (оценка по сигналам) составило 22 дБ.

Измерение спектра (представлен на рис. 4, внизу), выполненное в режиме быстрого преобразования Фурье, позволило сразу получить частоту сигнала и пересчитать ее в значение скорости в режиме математических операций. При разности высот двух емкостей в 5,5 см, при которой скорость потока жидкости составляла около 1,5 см/с, частота доплеровского сдвига составила 310,6 кГц, а при разности высот в 55 см — 3,1 МГц, что соответствует скорости потока 17 см/с.

Минимальная скорость, регистрируемая прибором, была рассчитана при отношении сигнал/шум, равном 3, и составила

0,02 см/с. Максимальная скорость должна ограничиваться либо полосой пропускания регистрирующей электроники, либо частотными характеристиками фотоприемника, встроенного в лазерный модуль.

Таким образом, создан и опробован макет прибора, позволяющий надежно и с достаточной точностью измерять скорость потока крови в сосудах путем введения в них оптоволоконного зонда. Характеристики такого устройства, полученные на макете кровеносного сосуда, вполне удовлетворяют всем современным требованиям.

Данная работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантами РФФИ 16-32-80032, 16-02-00694 и Программой Президиума РАН 1.39П.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Rein H. Thermo-Stromuhr, Ein Verfahren zur fortiaufenden Messung der mittleren absoluten Durchflussmengen in ununterbrochenen Gefassen in situ // Z. Bijijgy. 1928. Bd. 87. S. 394–418.
- [2] Тучин В.В. Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях. 2-е изд., испр. и доп. М.: Физматлит, 2010. 478 с.
- [3] Shinoara S., Mochizuki A., Yoshida H., Sumi M. Laser Doppler velocimeter using the self-mixing effect of a semiconductor laser diode // Appl. Opt. 1986. Vol. 25. No.1. Pp. 1417–1419.
- [4] Beheim G., Fritsch K. Range finding using frequency modulated laser diode // Appl. Opt. 1986. Vol. 25. No. 1. Pp. 1439–1442.
- [5] Acket G.A., Lenstra B., Den Boef A.J., Verbeek B.H. The influence of feedback intensity on longitudinal mode properties and optical noise in index-guided semiconductor lasers // IEEE J. Quantum Electron. 1984. Vol. 20. No. 10 Pp. 1163–1169.
- [6] Wang W.M., Grattan K.T., Palmer A.W., Boyle W.J. Self-mixing interference inside a single-mode diode laser for optical sensing applications // J. Lightwave Technol. 1994. Vol. 12. No. 9. Pp. 1577–1587.
- [7] Giuliani G., Norgia M., Donati S., Bosch T. Laser diode self-mixing technique for sensing applications // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2002. Vol. 4. No. 1. Pp. 283–294.
- [8] ЗАО «НОЛАТЕХ» (Новая лазерная техника). Адрес сайта: <http://nolatech.ru/>
- [9] Mito K., Ogasawara Y., Hiramatsu O., et al. A laser Doppler catheter for monitoring both phase and mean coronary vein flow // Heart Vessels. 1990. Vol. 6. No. 1. Pp. 1–8

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КРАСОВСКИЙ Виталий Иванович — кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией систем экологического мониторинга Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», г. Москва, Российская Федерация.

115409, Российская Федерация, г. Москва, Каширское шоссе, 31.
krasovskii@inbox.ru

ФЕОФАНОВ Иван Николаевич — младший научный сотрудник отдела люминесценции Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, г. Москва, Российская Федерация.

119991, ГСП-1, Российская Федерация, г. Москва, Ленинский пр., 53.
mail@feofanov.ru

ИВАШКИН Пётр Иванович — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник научно-образовательного центра Института общей физики им. А.М. Прохорова РАН, г. Москва, Российская Федерация.

119991, Российская Федерация, г. Москва, ул. Вавилова, 38.
ivashkin@kapella.gpi.ru



КАЗАРЯН Мишик Айразатович — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела люминесценции Физического института им. П.Н. Лебедева РАН, г. Москва, Российская Федерация.

119991, ГСП-1, Российская Федерация, г. Москва, Ленинский пр., 53.
kazarmishik@yahoo.com

Krasovskii V.I., Feofanov I.N., Ivashkin P.I., Kazaryan M.A. A FIBER-OPTIC DOPPLER BLOOD FLOW-VELOCITY SENSOR.

The mock-up of a fiber-optic Doppler blood flow-velocity sensor has been made and described. The principle of its operation is based on the recording of the Doppler shift of scattered radiation of a monofrequent single-mode semiconductor laser. The radiation was inserted into a blood vessel model using a fiber-optic probe. The performance data of the mock-up in the blood vessel model was measured. The designed apparatus was shown to make possible the reliable measurement of the blood flow velocity in the blood vessels through inserting the fiber optic probes. The measurement accuracy depends on the accuracy of the used recording equipment. The performance data of the designed apparatus, that obtained using the blood vessel model, meets all modern requirements.

SENSOR, OPTICAL FIBER, INTERFEROMETRY, BLOOD FLOW-VELOCITY SENSOR, SEMICONDUCTOR LASER.

REFERENCES

- [1] **H. Rein**, Thermo-Stromuhr, Ein Verfahren zur fortlaufenden Messung der mittleren abso-luten Durchflussmengen in ununterbrochenen Gefassen in situ, *Z. Bijiggy*. 87(1) (1928) 394–418.
- [2] **V.V. Tuchin**, *Lazery i volokonnaya optika v biomeditsinskikh issledovaniyakh* [Lasers and fiber optics in biomedical studies], 2-nd ed., Moscow, Fizmatlit, 2010.
- [3] **S. Shinoara, A. Mochizuki, H. Yoshida, M. Sumi**, Laser Doppler velocimeter using the self-mixing effect of a semiconductor laser diode, *Appl. Opt.* 25(1) (1986) 1417–1419.
- [4] **G. Beheim, K. Fritsch**, Range finding using frequency modulated laser diode, *Appl. Opt.* 25(1) (1986) 1439–1442.
- [5] **G.A. Acket, V. Lenstra, A.J. Den Boef, B.H. Verbeek**, The influence of feedback intensity on longitudinal mode properties and optical noise in index-guided semiconductor lasers, *IEEE J. Quantum Electron.* 20(10) (1984) 1163–1169.
- [6] **W.M. Wang, K.T. Grattan, A.W. Palmer, W.J. Boyle**, Self-mixing interference inside a single-mode diode laser for optical sensing applications, *J. Lightwave Technol.* 12 (9) (1994) 1577–1587.
- [7] **G. Giuliani, M. Norgia, S. Donati, T. Bosch**, Laser diode self-mixing technique for sensing applications, *J. Opt. A, Pure Appl. Opt.* 4(1) (2002) 283–294.
- [8] ZAO “NOLATEKH”, URL: <http://nolatech.ru/>
- [9] **K. Mito, Y. Ogasawara, O. Hiramatsu, et al.**, A laser Doppler catheter for monitoring both phase and mean coronary vein flow, *Heart Vessels*. 6 (1) (1990) 1–8.

THE AUTHORS

KRASOVSKII Vitaliy I.

National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute)
31 Kashirskoe HW, Moscow, 115409, Russian Federation
krasovskii@inbox.ru

FEOFANOV Ivan N.

P.N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences
53 Leninskiy Ave., Moscow, 119991, Russian Federation
feofanov@mail.ru

IVASHKIN Pyotr I.

Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences
38 Vavilova St., Moscow, 119991, Russian Federation
ivashkin@kapella.gpi.ru

KAZARYAN Mishik A.

P.N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences

53 Leninskiy Ave., Moscow, 119991, Russian Federation

kazarmishik@yahoo.com

DOI: 10.18721/JPM.10107

УДК: 537.534.7

*А.С. Бердников¹, И.А. Аверин²,
Н.К. Краснова², К.В. Соловьёв²*¹Институт аналитического приборостроения РАН,
г. Санкт-Петербург, Российская Федерация;²Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

КВАЗИПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ ТРЕХМЕРНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ, ОДНОРОДНЫЕ ПО ЭЙЛЕРУ

Электрические и магнитные поля, однородные по Эйлеру, являются удобным инструментом для разработки электронно- и ионнооптических систем. Принцип подобия траекторий в таких полях, который впервые применил Ю.К. Голиков, позволяет более осмысленно и целенаправленно синтезировать спектрографические корпускулярно-оптические системы при использовании полей, принадлежащих этому классу. Данная работа посвящена рассмотрению трехмерных гармонических функций, однородных по Эйлеру, которые могут быть представлены в виде полинома конечной степени по одной из переменных.

ОДНОРОДНАЯ ПО ЭЙЛЕРУ ФУНКЦИЯ, ПРИНЦИП ПОДОБИЯ ТРАЕКТОРИЙ, ОПТИКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ.

Введение

Электростатическое поле является однородным по Эйлеру, если напряженность электрического поля $\mathbf{E}(x, y, z)$ как функция пространственных координат удовлетворяет тождеству

$$\mathbf{E}(\lambda x, \lambda y, \lambda z) \equiv \lambda^{k-1} \mathbf{E}(x, y, z),$$

где k — порядок однородности, в области, в которой происходит движение заряженных частиц, при всех коэффициентах $\lambda > 0$ [1, 2].

Магнитостатическое поле является однородным по Эйлеру, если индукция магнитного поля $\mathbf{B}(x, y, z)$ как функция пространственных координат удовлетворяет тождеству

$$\mathbf{B}(\lambda x, \lambda y, \lambda z) \equiv \lambda^{k-1} \mathbf{B}(x, y, z)$$

в области, в которой происходит движение

заряженных частиц, при всех $\lambda > 0$.

При $k \neq 0$ скалярный потенциал, описывающий соответствующее электрическое или магнитное поле, является функцией, однородной по Эйлеру, с порядком однородности, равным k . В случае полей, однородных по Эйлеру с нулевым порядком однородности, скалярный потенциал есть функция, также однородная по Эйлеру с нулевым порядком, с точностью до аддитивной логарифмической добавки вида

$$U_0 \ln(z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}).$$

Однородные по Эйлеру электростатические и магнитные поля являются полезным инструментом для синтеза корпускулярно-оптических систем с априорно гарантированными полезными свойствами [3 – 6]. В частности, на базе этих полей можно сконструировать спектрографические си-

стемы с идеальными характеристиками [7 – 12], поскольку выполняется принцип подобия траекторий.

Для нашего исследования выберем электрические поля, обладающие плоскостью симметрии $z = 0$, т. е. электрический потенциал

$$U(x, y, -z) \equiv U(x, y, z)$$

— суть симметричная функция от координаты z . В этом случае нормальная компонента напряженности электрического поля в плоскости симметрии обращается в нуль:

$$E_z(x, y, 0) = -(\partial U(x, y, z)/\partial z)_{z=0} = 0.$$

Магнитные поля в нашем рассмотрении будут антисимметричными, и скалярный магнитный потенциал

$$\Phi(x, y, -z) \equiv -\Phi(x, y, z)$$

— суть антисимметричная функция от координаты z , так что $\Phi(x, y, 0) \equiv 0$, а тангенциальные компоненты индукции магнитного поля в плоскости симметрии обращаются в нуль:

$$B_x(x, y, 0) = -(\partial \Phi(x, y, z)/\partial x)_{z=0} = 0,$$

$$B_y(x, y, 0) = -(\partial \Phi(x, y, z)/\partial y)_{z=0} = 0.$$

В этой работе рассмотрены трехмерные гармонические потенциалы, однородные по Эйлеру, представленные в виде полиномов конечной степени относительно одной из декартовых координат. Аналитическая теория этих потенциалов, названных нами квазиполиномиальными, дается в последовательном и замкнутом виде и обсуждается впервые.

Общая формула для планарных потенциалов, однородных по Эйлеру (частный случай)

Потенциалы полей в электронной оптике обычно строятся как решение тех или иных краевых задач для решения уравнения Лапласа. В случае планарных электрических полей $U(x, y)$ решается двумерное уравнение вида

$$U_{xx} + U_{yy} = 0.$$

Если использовать общую теорию аналитических функций комплексного пере-

менного, теснейшим образом связанную с уравнением Лапласа, то решение можно получить без сложных выкладок.

Для описания двумерных Лапласовых полей в электростатике обычно вводят аналитическую функцию комплексного переменного — комплексный потенциал следующего вида [13]:

$$\Omega(\omega) = \Phi(x, y) + iU(x, y), \quad \omega = x + iy, \quad (1)$$

где Φ и U — сопряженные функции, связанные системой Коши — Римана, а именно

$$\Phi_x = U_y, \quad \Phi_y = -U_x \quad (2)$$

и

$$\Delta \Phi = 0, \quad \Delta U = 0. \quad (2a)$$

Функции Φ и U — суть решения уравнения Лапласа; линии $U = \text{const}$ (эквипотенциали) и $\Phi = \text{const}$ (силовые линии поля) вместе образуют на плоскости ортогональную сетку. Функция $U(x, y)$ — обычный скалярный потенциал, вводимый в электродинамике, через который вектор напряженности поля выражается формулой

$$\mathbf{E} = -\text{grad} U(x, y).$$

С помощью системы (2) и комплексного дифференцирования по ω вектор поля в комплексной форме запишется в виде

$$E = E_1(x, y) + iE_2(x, y) = \overline{\left(i \frac{d\Omega}{d\omega} \right)},$$

где черта означает комплексное сопряжение.

Теперь построим потенциалы нужных нам двумерных спектрографических сред (потенциалы являются однородными функциями по Эйлеру). Рассмотрим функцию $\Omega(\omega)$ вида

$$\Omega = c\omega^k, \quad c = c_1 + ic_2.$$

Полагая

$$\omega = x + iy = re^{i\gamma},$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \gamma = \arctg \frac{y}{x},$$

получим

$$\begin{aligned} \Omega &= (c_1 + ic_2) r^k (\cos k\gamma + i \sin k\gamma) = \\ &= \Phi + iU = r^k (c_1 \cos k\gamma - c_2 \sin k\gamma) + \end{aligned}$$



$$+ ir^k(c_1 \sin k\gamma + c_2 \cos k\gamma),$$

и, следовательно,

$$U = r^k(c_1 \sin k\gamma + c_2 \cos k\gamma). \quad (3)$$

Выражение (3) дает нам наиболее общий вид двумерной, однородной по Эйлеру гармонической функции. Для дальнейшего нашего исследования выберем две формы: симметричную и антисимметричную. Первая — это структура вида

$$U_c(x, y) = U_0(\sqrt{x^2 + y^2})^k \cos\left(k \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)\right), \quad (4)$$

причем полагаем, что $c_2 = U_0$, $c_1 = 0$. Вторая, антисимметричная, имеет вид

$$U_s(x, y) = U_0(\sqrt{x^2 + y^2})^k \sin\left(k \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)\right), \quad (5)$$

и полагаем $c_1 = U_0$, $c_2 = 0$.

В роли двумерных зеркал для электростатического энергоанализатора, работающего в режиме спектрографа, электрические потенциалы вида (2) исследовались в работах [4, 9, 14, 15] для случая, когда потенциал не зависит от координаты z , а основное движение заряженных частиц происходит в плоскости OXY .

Квазиполиномиальные поля (общий случай)

Рассмотрим класс полей с трехмерными однородными потенциалами, на базе которых можно построить спектрографические электрические и магнитные системы. Генерировать новые потенциальные структуры будем по следующей схеме.

Построим трехмерные потенциалы в виде полинома конечной степени $2n$ или $2n - 1$ одной из декартовых координат (например, y) с коэффициентами, которые являются однородными функциями соответствующего порядка от двух других координат: x и z . Основная задача состоит в том, чтобы найти вид этих функций-коэффициентов, полагая, что их аналитическая форма должна быть либо симметричной, как выражение (4), либо антисимметричной, как (5). Указанные потенциалы распадаются на два непересекающихся семейства: полиномы по четным степеням и полиномы по нечетным степеням:

$$U(x, y, z) = U_{0,k}(x, z) - \frac{1}{2!} y^2 U_{2,k-2}(x, z) + \dots$$

$$\dots \pm \frac{1}{(2n)!} y^{2n} U_{2n,k-2n}(x, z), \quad (6)$$

$$U(x, y, z) = y U_{1,m-1}(x, z) - \frac{1}{3!} y^3 U_{3,m-3}(x, z) + \dots$$

$$\dots \pm \frac{1}{(2n+1)!} y^{2n+1} U_{2n+1,m-2n-1}(x, z). \quad (7)$$

В качестве небольшого отступления от основной канвы изложения отметим следующее. Прямой подстановкой в трехмерное уравнение Лапласа легко проверить, что каждый из двух полиномов по отдельности тоже будет гармонической функцией, если гармоническую функцию (она представляет собой полином конечной степени от координаты y) разбить на сумму двух полиномов по четным и по нечетным степеням y . Этот результат следует из того, что те рекуррентные соотношения для множителей при различных степенях y , которые должны быть выполнены, чтобы полином в целом был гармонической функцией, не пересекаются для четных и для нечетных степеней y .

Далее, если в качестве функций $U_{j,k-j}(x, z)$ или $U_{j,m-j}(x, z)$ выбираем симметричные функции аргумента z с порядком однородности $k - j$ или $m - j$ соответственно, то в результате построения получаем вариант электрического потенциала. Если же функции антисимметричны, то получаем конфигурацию магнитного потенциала.

Фактически можно вести решение по двум независимым направлениям.

Сначала рассмотрим разложение (6) по четным степеням для симметричного потенциала, используя четную функцию в качестве базовой.

Подставим разложение (6) в трехмерное уравнение Лапласа

$$U_{xx} + U_{yy} + U_{zz} = 0$$

и сгруппируем вместе члены при одинаковых степенях y .

В силу равенства нулю всего выражения, коэффициенты при разных степенях y должны обнуляться; тогда получаем цепоч-

ку следующих равенств:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_{0,k}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{0,k}}{\partial z^2} &= U_{2,k-2}, \\ \frac{\partial^2 U_{2,k-2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{2,k-2}}{\partial z^2} &= U_{4,k-4}, \\ &\dots\dots\dots, \\ \frac{\partial^2 U_{2n-2,k-2n+2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{2n-2,k-2n+2}}{\partial z^2} &= U_{2n,k-2n}, \\ \frac{\partial^2 U_{2n,k-2n}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{2n,k-2n}}{\partial z^2} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

В качестве генерирующей функции возьмем однородную по Эйлеру гармоническую функцию со степенью однородности $p = k - 2n$, и это будет коэффициент при старшей степени y^{2n} :

$$U_{2n,p}(x, z) = U_0 r^p \cos p\gamma.$$

После этого множитель $U_{2n-2,p+2}(x, z)$ при степени y^{2n-2} можно найти, решив уравнение Пуассона с правой частью $U_{2n,p}(x, z)$ и условием быть симметричной по координате z . Как легко проверить, такая функция будет иметь вид

$$U_{2n-2,p-2}(x, z) = c_1 U_0 r^{p+2} \cos p\gamma + U_1 r^{p+2} \cos(p+2)\gamma,$$

где U_1 — свободная константа, а c_1 подбирается так, чтобы результат удовлетворял уравнению Пуассона с функцией вида $U_0 r^p \cos p\gamma$ в правой части. Множитель

$$U_{2n-2,p+4}(x, z)$$

при степени y^{2n-2} (8) получится уже в виде

$$U_{2n-2,p-4}(x, z) = d_1 r^{p+4} \cos p\gamma + d_2 r^{p+4} \cos(p+2)\gamma + U_2 r^{p+4} \cos(p+4)\gamma,$$

где U_1 будет свободной константой.

Константа d_2 подбирается так, чтобы обеспечить совпадение с членом

$$U_1 r^{p+2} \cos(p+2)\gamma$$

в правой части уравнения Пуассона, а константа d_1 — с членом

$$c_1 U_0 r^{p+2} \cos p\gamma$$

в правой части уравнения Пуассона.

Описанная процедура продолжается, пока цепочка рекуррентных вычислений не замкнется на первом члене разложения (8). Формулы для нечетных степеней y и для антисимметричных потенциалов конструируются аналогичным образом.

Свободные константы $U_1, U_2, \dots$, как легко видеть, соответствуют однородным по Эйлеру потенциалам меньшей степени. Эти константы, за исключением старшего коэффициента U_0 , можно без ограничения общности положить равными нулю. В итоге конструируем набор линейно независимых базисных функций с последовательно возрастающими степенями полиномов.

Далее приведены выражения для однородных по Эйлеру симметричных и антисимметричных потенциалов, которые могут служить спектрографическими средами; заметим, что порядок однородности k не обязан быть целым числом.

Потенциалы, симметричные по z и с четными степенями y :

$$\begin{aligned} U_0^+(x, y, z) &= \cos k\gamma \cdot r^k; \\ U_2^+(x, y, z) &= \cos(k-2)\gamma \cdot \left(y^2 r^{k-2} - \frac{r^k}{2(k-1)} \right); \\ U_4^+(x, y, z) &= \cos(k-4)\gamma \times \\ &\times \left(y^4 r^{k-4} - \frac{3y^2 r^{k-2}}{(k-3)} + \frac{3r^k}{4(k-3)(k-2)} \right); \quad (9) \\ U_6^+(x, y, z) &= \cos(k-6)\gamma \cdot \left(y^6 r^{k-6} - \frac{15y^4 r^{k-4}}{2(k-5)} + \right. \\ &+ \frac{45y^2 r^{k-2}}{4(k-5)(k-4)} - \left. \frac{15r^k}{8(k-5)(k-4)(k-3)} \right); \\ U_8^+(x, y, z) &= \cos(k-8)\gamma \cdot \left(y^8 r^{k-8} - \frac{14y^6 r^{k-6}}{(k-7)} + \right. \\ &+ \frac{105y^4 r^{k-4}}{2(k-7)(k-6)} - \frac{105y^2 r^{k-2}}{2(k-7)(k-6)(k-5)} + \\ &+ \left. \frac{105r^k}{16(k-7)(k-6)(k-5)(k-4)} \right) \dots \end{aligned}$$

Потенциалы, симметричные по z и с нечетными степенями y :

$$U_1^+(x, y, z) = \cos(k-1)\gamma \cdot y r^k;$$



$$U_3^+(x, y, z) = \cos(k-3)\gamma \cdot \left(y^3 r^{k-3} - \frac{3yr^{k-1}}{2(k-2)} \right);$$

$$U_5^+(x, y, z) = \cos(k-5)\gamma \times \\ \times \left(y^5 r^{k-5} - \frac{5y^3 r^{k-3}}{(k-4)} + \frac{15yr^{k-1}}{4(k-4)(k-3)} \right); \quad (10)$$

$$U_7^+(x, y, z) = \cos(k-7)\gamma \cdot \left(y^7 r^{k-7} - \frac{21y^5 r^{k-5}}{2(k-6)} + \right. \\ \left. + \frac{105y^3 r^{k-3}}{4(k-6)(k-5)} - \frac{105yr^{k-1}}{8(k-6)(k-5)(k-4)} \right);$$

$$U_9^+(x, y, z) = \cos(k-9)\gamma \cdot \left(y^9 r^{k-9} - \frac{18y^7 r^{k-7}}{(k-8)} + \right. \\ \left. + \frac{189y^5 r^{k-5}}{2(k-8)(k-7)} - \frac{315y^3 r^{k-3}}{2(k-8)(k-7)(k-6)} + \right. \\ \left. + \frac{945yr^k}{16(k-8)(k-7)(k-6)(k-5)} \right) \dots$$

Потенциалы, антисимметричные по z и с четными степенями y :

$$U_0^-(x, y, z) = \sin k\gamma \cdot r^k;$$

$$U_2^-(x, y, z) = \sin(k-2)\gamma \cdot \left(y^2 r^{k-2} - \frac{r^k}{2(k-1)} \right);$$

$$U_4^-(x, y, z) = \sin(k-4)\gamma \times \\ \times \left(y^4 r^{k-4} - \frac{3y^2 r^{k-2}}{(k-3)} + \frac{3r^k}{4(k-3)(k-2)} \right); \quad (11)$$

$$U_6^-(x, y, z) = \sin(k-6)\gamma \cdot \left(y^6 r^{k-6} - \frac{15y^4 r^{k-4}}{2(k-5)} + \right. \\ \left. + \frac{45y^2 r^{k-2}}{4(k-5)(k-4)} - \frac{15r^k}{8(k-5)(k-4)(k-3)} \right);$$

$$U_8^-(x, y, z) = \sin(k-8)\gamma \cdot \left(y^8 r^{k-8} - \frac{14y^6 r^{k-6}}{(k-7)} + \right. \\ \left. + \frac{105y^4 r^{k-4}}{2(k-7)(k-6)} - \frac{105y^2 r^{k-2}}{2(k-7)(k-6)(k-5)} + \right. \\ \left. + \frac{105r^k}{16(k-7)(k-6)(k-5)(k-4)} \right) \dots$$

Потенциалы, антисимметричные по z и с нечетными степенями y :

$$U_1^-(x, y, z) = \sin(k-1)\gamma \cdot yr^k;$$

$$U_3^-(x, y, z) = \sin(k-3)\gamma \cdot \left(y^3 r^{k-3} - \frac{3yr^{k-1}}{2(k-2)} \right);$$

$$U_5^-(x, y, z) = \sin(k-5)\gamma \times \\ \times \left(y^5 r^{k-5} - \frac{5y^3 r^{k-3}}{(k-4)} + \frac{15yr^{k-1}}{4(k-4)(k-3)} \right); \quad (12)$$

$$U_7^-(x, y, z) = \sin(k-7)\gamma \cdot \left(y^7 r^{k-7} - \frac{21y^5 r^{k-5}}{2(k-6)} + \right. \\ \left. + \frac{105y^3 r^{k-3}}{4(k-6)(k-5)} - \frac{105yr^{k-1}}{8(k-6)(k-5)(k-4)} \right);$$

$$U_9^-(x, y, z) = \sin(k-9)\gamma \cdot \left(y^9 r^{k-9} - \frac{18y^7 r^{k-7}}{(k-8)} + \right. \\ \left. + \frac{189y^5 r^{k-5}}{2(k-8)(k-7)} - \frac{315y^3 r^{k-3}}{2(k-8)(k-7)(k-6)} + \right. \\ \left. + \frac{945yr^k}{16(k-8)(k-7)(k-6)(k-5)} \right).$$

На рис. 1 – 4 представлены эквипотенциальные поверхности полей из списка, представленного формулами (9) – (12).

Симметричность или антисимметричность функции по соответствующей координате полностью эквивалентны разложению потенциала в ряд только по четным или только по нечетным степеням координаты. Поэтому при синтезе корпускулярно-оптических систем нужного типа можно использовать выражения (9) – (12) в «развернутом» варианте, когда координаты y и z меняются местами. Однако главной плоскостью, в которой происходит основное движение частиц, по-прежнему остается плоскость OXY . Такие развернутые конфигурации двумерных электростатических и магнитостатических зеркал применительно к задаче синтеза электронных спектрографов с идеальными характеристиками рассматривались, например, в работах [4, 7 – 10].

Заключение

В работе рассмотрен новый класс потенциалов для электрических и магнитных полей, которые можно использовать для создания спектрографических систем. Указанные потенциалы записываются в ана-

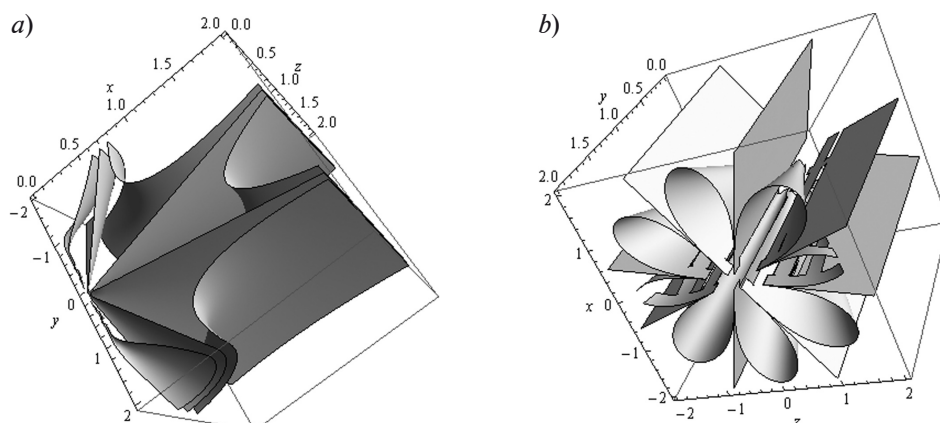


Рис. 1. Графическое представление эквипотенциальных поверхностей полей для потенциала $U_4^+(x,y,z)$ при $k = 10/3$ (a) и $k = 1/3$ (b) (см. формулу (9))

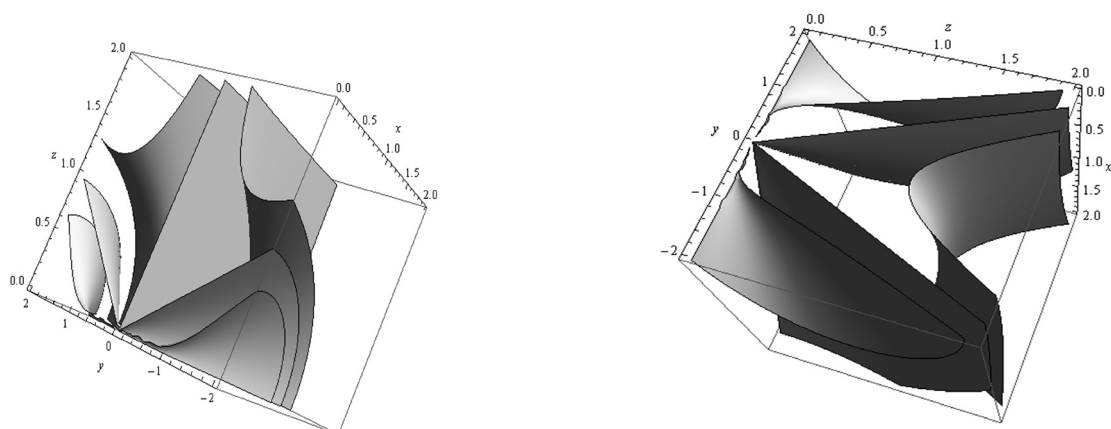


Рис. 2. Графическое представление эквипотенциальных поверхностей полей для потенциала $U_3^+(x,y,z)$ при $k = 7/3$ (см. формулу (10))

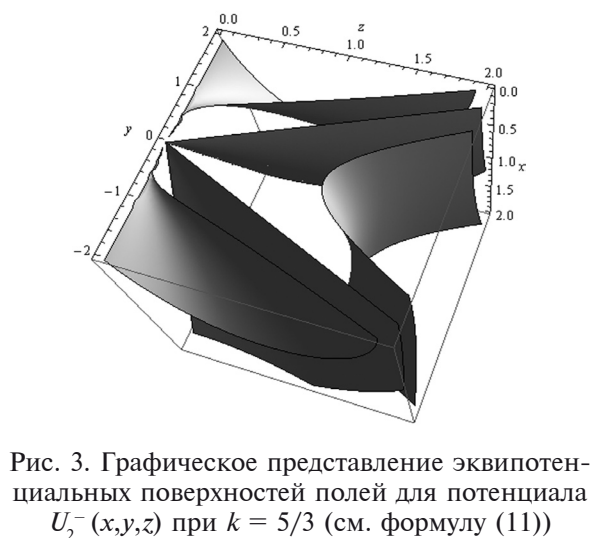


Рис. 3. Графическое представление эквипотенциальных поверхностей полей для потенциала $U_2^-(x,y,z)$ при $k = 5/3$ (см. формулу (11))

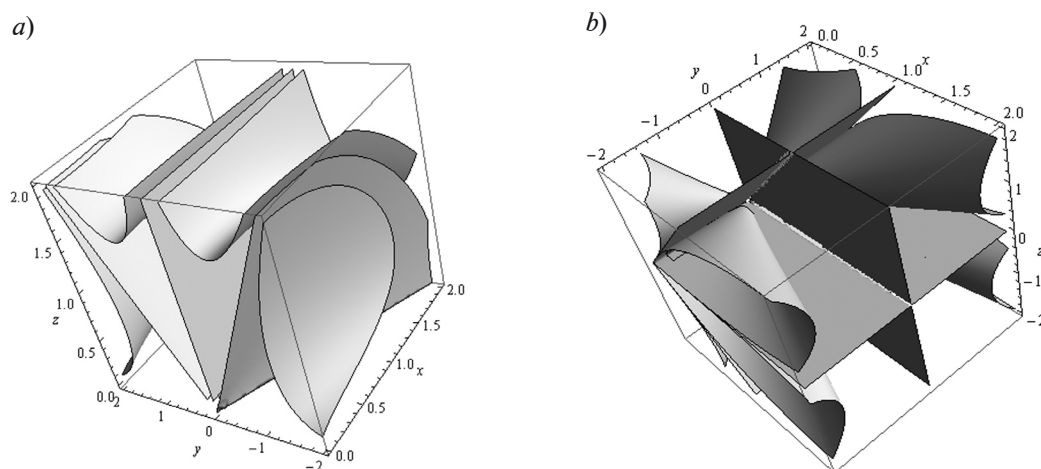


Рис. 4. Графическое представление эквипотенциальных поверхностей полей для потенциала $U_3^-(x,y,z)$ при $k = 11/3$ (a) и $k = 1/6$ (b) (см. формулу (12))



литическом виде как полиномы конечной степени по одной из декартовых координат, в то время как коэффициенты полинома представляют собой функции двух оставшихся координат и не обязательно имеют полиномиальный вид, поэтому полученные аналитические представления потенциалов названы квазиполиномами.

Коэффициенты квазиполинома были найдены в соответствии со следующими требованиями:

во-первых, потенциал есть гармоническая функция, т. е. аналитическое выражение удовлетворяло трехмерному уравнению Лапласа;

во-вторых, потенциал есть однородная по Эйлеру функция с заданным порядком однородности.

В работе показано, что вычисление коэффициентов квазиполинома сводится к цепочке двумерных уравнений Пуассона, где неизвестной функцией является текущий коэффициент, а в правой части находится коэффициент квазиполинома предыдущей степени. Полученная цепочка рекуррентных уравнений оказывается разрешимой в однородных функциях и при этом корректно замыкается на самом младшем коэффициенте квазиполинома.

Следует отметить, что процедура генерации квазиполинома в некотором смысле является обратной к процедуре разложения гармонической функции в ряд Тейлора в окрестности плоскости симметрии или антисимметрии по заданному ее поведению вдоль плоскости симметрии или антисимметрии [1, 2]. Так, здесь для коэффициентов разложения в ряд Тейлора мы начинаем с самого младшего полиномиального коэффициента и постепенно продвигаемся рекуррентным образом к полиномиальным коэффициентам все более старшего порядка. При этом процедура, вообще говоря, оказывается бесконечной, если только поведение функции вдоль

плоскости симметрии (антисимметрии) сама по себе не оказывается полиномом от двух переменных. В отличие от этого процесса, конструирование квазиполиномов начинается с самого старшего коэффициента и постепенно продвигается рекуррентным образом к полиномиальным коэффициентам все более низшего порядка, обрываясь на самом младшем члене через конечное число шагов. Отличается указанная процедура и от метода использования производящей функции применительно к ортогональным полиномам общего вида, например формула Родрига для полиномов Эрмита, Лагерра, Лежандра, Чебышева, Якоби, Гегенбауэра, Сонина и др. (см. монографию [16]).

Квазиполиномиальные гармонические функции могут конструироваться по такой же в точности схеме и без привязки к условию однородности по Эйлеру у результирующего выражения. Получаемые при этом аналитические выражения, естественно, будут более общего вида, чем приводимые здесь формулы. Этот случай здесь не рассматривается, хотя, по всей видимости, он также приводит к любопытным новым классам потенциалов электрических и магнитных полей, допускающих представление в виде аналитических формул.

Посвящение

Авторы посвящают эту статью памяти нашего общего учителя и наставника Юрия Константиновича Голикова, создателя и бессменного руководителя лаборатории корпускулярной оптики кафедры физической электроники Ленинградского политехнического института (ныне Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого). Его вклад в идеологию синтеза спектрографических и отклоняющих электронно- и ионнооптических систем с помощью полей, однородных по Эйлеру, является определяющим.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3 тт. Т. 1. М.: Физматлит, 2001. 616 с.
- [2] Смирнов В.И. Курс высшей математики:

в 5 тт. Т. 1. М.: Наука, 1974. 480 с.

- [3] Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Электрические поля, однородные по Эйлеру, для электронной спектрографии // Журнал технической

физики. 2011. Т. 81. № 2. С. 9–15.

[4] **Краснова Н.К.** Двумерные степенные электронные спектрографы с плоскостью симметрии // Журнал технической физики. 2011. Т. 81. № 6. С. 97–103.

[5] **Габдуллин П.Г., Голиков Ю.К., Краснова Н.К., Давыдов С.Н.** Применение формулы Донкина в теории энергоанализаторов. I. // Журнал технической физики. 2000. Т. 70. № 2. С. 91–94.

[6] **Габдуллин П.Г., Голиков Ю.К., Краснова Н.К., Давыдов С.Н.** Применение формулы Донкина в теории энергоанализаторов. II. // Журнал технической физики. 2000. Т. 70. № 3. С. 44–47.

[7] **Бердников А.С., Аверин И.А., Голиков Ю.К.** Статические масс-спектрографы нового типа, использующие электрические и магнитные поля, однородные по Эйлеру. I. // Масс-спектрометрия. 2015. Т. 12. № 4. С. 272–281.

[8] **Бердников А.С., Аверин И.А., Голиков Ю.К.** Статические масс-спектрографы нового типа, использующие электрические и магнитные поля, однородные по Эйлеру. II. // Масс-спектрометрия. 2016. Т. 13. № 1. С. 11–20.

[9] **Аверин И.А.** Электростатические и магнитостатические электронные спектрографы с однородными по Эйлеру потенциалами, характеризующимися нецелочисленными порядками однородности // Научное приборостроение.

2015. Т. 25. № 3. С. 35–44.

[10] **Бердников А.С., Аверин И.А.** Новый подход к разработке ионно-оптических схем статических масс-спектрографов на основе неоднородных магнитных полей, однородных по Эйлеру // Успехи прикладной физики. 2016. Т. 4. № 1. С. 89–95.

[11] **Аверин И.А., Бердников А.С.** Краевые поля бессточных электронных спектрографов с однородными по Эйлеру электростатическими полями // Успехи прикладной физики. 2016. Т. 4. № 1. С. 5–8.

[12] **Краснова Н.К.** Идеальная фокусировка в теории электростатических спектрографов // Журнал технической физики. 2012. Т. 82. № 8. С. 105–109.

[13] **Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.** Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958. 688 с.

[14] **Краснова Н.К.** Теория и синтез диспергирующих и фокусирующих электронно-оптических сред. Дис. ... докт. физ.-мат. наук. 01.04.04; защищена 22 мая 2014 г.; утв. 08.12.2014. С.-Петербург, 2013. 259 с.

[15] **Голиков Ю.К., Краснова Н.К.** Теория синтеза электростатических энергоанализаторов. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2010. 409 с.

[16] **Cerë Г.** Ортогональные многочлены. М.: ГИФМЛ, 1962. 500 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

БЕРДНИКОВ Александр Сергеевич — доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Института аналитического приборостроения РАН, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

190103, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Рижский пр. 26
asberd@yandex.ru

АВЕРИН Игорь Андреевич — аспирант кафедры физической электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
agreer@bk.ru

КРАСНОВА Надежда Константиновна — доктор физико-математических наук, профессор кафедры физической электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
n.k.krasnova@mail.ru

СОЛОВЬЁВ Константин Вячеславович — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физической электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
k-solovyev@mail.ru



Berdnikov A.S., Averin I.A., Krasnova N.K., Solovyev K.V. QUASI-POLYNOMIAL 3D ELECTRIC AND MAGNETIC POTENTIALS HOMOGENEOUS IN EULER'S SENSE.

Electric and magnetic fields homogeneous in Euler's sense are a useful instrument for designing the systems of charge particle optics. The similarity principle for the charged particle trajectories in these fields was applied by Yu.K. Golikov for the first time to create spectrographic charge particle optical systems in a more systematic and intelligence way when using the fields being homogeneous in Euler's sense. This paper studies the Laplace potentials homogeneous in Euler's sense. The coefficients of the polynomials are functions of the two rest coordinates; they are presented not by the polynomial but ought to be the functions harmonic and homogeneous in Euler's sense. We have solved a finite chain of Poisson equations starting from the highest coefficients. By means of the proposed procedure we obtained new classes of potentials which provided a base for electric and magnetic spectrograph systems.

FUNCTION HOMOGENEOUS IN EULER'S SENSE, SIMILARITY PRINCIPLE, CHARGED PARTICLE TRAJECTORY.

REFERENCES

- [1] **G.M. Fikhtengolts**, Kurs differentsialnogo i integralnogo ischisleniya [Course of differential and integral calculus]: Vol. 1, Moscow, Fizmatlit, 2001.
- [2] **V.I. Smirnov**, Kurs vysshey matematiki [Course of higher mathematics], Vol. 1, Moscow, Nauka, 1974.
- [3] **Yu.K. Golikov, N.K. Krasnova**, Application of electric fields uniform in the Euler sense in electron spectrography, Technical Physics. 57 (2) (2011) 164–170.
- [4] **N.K. Krasnova**, Two-dimensional power-type electronic spectrographs with a symmetry plane, Technical Physics. 57 (6) (2011) 843–849.
- [5] **P.G. Gabdullin, Yu. K. Golikov, N.K. Krasnova, S.N. Davydov**, The use of Donkin's formula in the theory of energy analyzers. I, Technical Physics. 45 (2) (2000) 232–235.
- [6] **P.G. Gabdullin, Yu.K. Golikov, N.K. Krasnova, S.N. Davydov**, Application of Donkin's formula in the theory of energy analyzers: Part II, Technical Physics 45 (3) (2000) 330–333.
- [7] **A.S. Berdnikov, I.A. Averin, Yu.K. Golikov**, Statische mass-spektrografy novogo tipa, ispolzuyushchiye elektricheskiye i magnitnyye polya, odnorodnyye po Eyleru. I. [Static mass spectrographs of new type using electric and magnetic fields homogeneous in Euler's sense. I.], Mass-spektrometriya. 12 (4) (2015) 272–281.
- [8] **A.S. Berdnikov, I.A. Averin, Yu.K. Golikov**, Statische mass-spektrografy novogo tipa, ispolzuyushchiye elektricheskiye i magnitnyye polya, odnorodnyye po Eyleru. II. [Static mass spectrographs of new type using electric and magnetic fields homogeneous in Euler's sense. II.], Mass-spektrometriya. 13 (1) (2016) 11–20.
- [9] **I.A. Averin**, Electrostatic and magnetostatic electron spectrographs based on Euler's homogeneous potentials with non-integer orders, Nauchnoye priborostroyeniye. 25 (3) (2015) 35–44.
- [10] **A.S. Berdnikov, I.A. Averin**, Novyy podkhod k razrabotke ionno-opticheskikh skhem staticheskikh mass-spektrografov na osnove neodnorodnykh magnitnykh poley, odnorodnykh po Eyleru [New approach to design ion optical schemes for mass spectrographs based on nonuniform magnetic fields homogeneous in Euler's sense], Uspekhi prikladnoy fiziki. 4 (1) (2016) 89–95.
- [11] **I.A. Averin, A.S. Berdnikov**, Krayevyye polya bessetochnykh elektronnykh spektrografov s odnorodnymi po Eyleru elektrostatcheskimi polyami [Boundary fields of non-grid electron spectrographs with homogeneous in Euler's sense electrostatic fields], Uspekhi prikladnoy fiziki. 4 (1) (2016) 5–8.
- [12] **N.K. Krasnova**, Ideal focusing in the theory of electrostatic spectrographs, Technical Physics. 58 (8) (2012) 1143–1147.
- [13] **M.A. Lavrentyev, B.V. Shabat**, Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo [Methods of theory of functions of complex variable], Moscow, Fizmatgiz, 1958.
- [14] **N.K. Krasnova**, Teoriya i sintez dispergiruyushchikh i fokusiruyushchikh elektronno-opticheskikh sred [Theory and synthesis of dispersion and focusing electron optics sphere], dis. ...dokt. fiz.-mat. nauk: St. Petersburg, 2013.
- [15] **Yu. K. Golikov, N.K. Krasnova**, Teoriya sinteza elektrostatcheskikh energoanalizatorov [Theory of synthesis of electrostatic energy analyzers], St. Petersburg, Izdatelstvo Politekhnicheskogo Universiteta, 2010.
- [16] **G. Sege**, Ortogonalnyye mnogochleny [Orthogonal polynomials], Moscow, GIFML, 1962.

THE AUTHORS

BERDNIKOV Alexander S.

Institute for Analytical Instrumentation RAS

26 Rizskiy Ave., 190103, St. Petersburg, Russian Federation

asberd@yandex.ru

AVERIN Igor A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

agreer@bk.ru

KRASNOVA Nadezhda K.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

n.k.krasnova@mail.ru

SOLOVYEV Konstantin V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

k-solovyev@mail.ru



*Н.К. Краснова¹, А.С. Бердников²,
К.В. Соловьёв¹, И.А. Аверин¹*

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
г. Санкт-Петербург, Российская Федерация;

²Институт аналитического приборостроения РАН,
г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

О КВАЗИПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ ПОТЕНЦИАЛАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Спектрографические электронно- и ионно-оптические структуры в значительной мере расширяют возможности современного энерго- и масс-анализа. Электрические и магнитные поля, потенциалы которых выражаются однородными по Эйлеру функциями, являются эффективным инструментом для разработки новых спектроаналитических систем с заранее заданными функциональными характеристиками. В работе формулируются и обсуждаются методы построения трехмерных гармонических структур, однородных по Эйлеру, которые могут быть представлены в виде полинома конечной степени по одной из переменных. Используемые строго математические подходы значительно расширяют класс квазиполиномиальных потенциалов, обогащая практику современного приборостроения новыми спектроаналитическими конфигурациями.

ОДНОРОДНЫЕ ПО ЭЙЛЕРУ ФУНКЦИИ, ПРИНЦИП ПОДОБИЯ ТРАЕКТОРИЙ, ФОРМУЛА ТОМСОНА, УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ.

Введение

Данная статья продолжает исследования спектрографических корпускулярно-оптических структур, на базе которых можно создавать эффективные приборы как с электрическим, так и с магнитным полями. Потенциальные структуры этих полей должны обладать одним важным свойством: быть однородными по Эйлеру [1, 2]. По нашему мнению, это свойство является основным условием для конструирования электрических и магнитных спектрографов с рекордными рабочими характеристиками: разрешением, чувствительностью, пропусканием, светосилой, дисперсией и другими, при компактности и малогабаритности полезадающих электродных конфигураций.

Свойство однородности выражается в следующей аналитической форме. Однородность по Эйлеру n -ой кратности для непрерывной функции с тремя аргументами, которой является потенциал $U(x, y, z)$, определяется функциональным тождеством

$$U(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^k U(x, y, z), \quad (1)$$

где k — произвольное вещественное число.

Если функция $U(x, y, z)$ дифференцируема, то ее можно охарактеризовать дифференциальным уравнением первого порядка вида

$$x \frac{\partial U}{\partial x} + y \frac{\partial U}{\partial y} + z \frac{\partial U}{\partial z} = kU(x, y, z). \quad (2)$$

Наличие подобных траекторий заряженных частиц в полях с такой потенциальной структурой, как следствие указанного свойства, позволяет конструировать анализаторы с многоканальным способом регистрации частиц по параметру — энергии (электрические спектрографы) или массе (магнитные спектрографы). За последние десять лет в рамках единой идеологии создания спектрографических приборов предложен целый ряд аналитических методов [3 — 8], на основе которых построены различные классы полей, изучены свойства отдельных представителей этих классов

и предложены конкретные схемы спектрографов для различных приложений энерго- и масс-анализа [9 – 14].

Впервые в нашей работе [15] предложена аналитическая теория трехмерных гармонических потенциалов, однородных по Эйлеру, которые представляются в виде полиномов конечной степени относительно одной из декартовых координат. Эти потенциалы названы нами квазиполиномиальными. В настоящей работе нашли отражение методы и подходы, которые позволяют обогатить новыми структурами класс квазиполиномиальных потенциалов с идеальными электронно-оптическими характеристиками.

Натуральные порядки однородности (специальный случай)

В упомянутой выше работе [15] предложен новый алгоритм для синтеза трехмерных потенциальных структур с целью создания эффективных электрических и магнитных спектрографов на их основе. Эту методику можно применять для синтеза потенциальных структур с однородными по Эйлеру функциями с произвольным порядком однородности k . Однако получить структуры с однородными по Эйлеру функциями с целочисленным порядком однородности k по этому алгоритму не удастся. На одном из этапов данного алгоритма синтеза следует изменить утверждение о выбираемом частном решении. Поэтому ниже приведем поэтапное выполнение процедуры нахождения искомых трехмерных потенциальных структур.

Первый этап. Строим трехмерный потенциал в виде полинома конечной степени $2n$ или $2n - 1$ по координате y с коэффициентами, которые являются однородными функциями соответствующего порядка от двух других координат: x и z . Здесь возможно построение потенциала как в четной, так и в нечетной форме. Они распадаются на два непересекающихся семейства:

$$U(x, y, z) = U_{0,k}(x, z) - \frac{1}{2!} y^2 U_{2,k-2}(x, z) + \dots \quad (3)$$

$$\dots \pm \frac{1}{(2n)!} y^{2n} U_{2n,k-2n}(x, z),$$

$$U(x, y, z) = y U_{1,m-1}(x, z) - \frac{1}{3!} y^3 U_{3,m-3}(x, z) + \dots \quad (4)$$

$$\dots \pm \frac{1}{(2n+1)!} y^{2n+1} U_{2n+1,m-2n-1}(x, z).$$

Второй этап. Подстановка желаемого разложения (3) или (4) в трехмерное уравнение Лапласа

$$U_{xx} + U_{yy} + U_{zz} = 0 \quad (5)$$

и группировка членов при одинаковых степенях y приводит к тому, что уравнение распадается на цепочку равенств, по форме представляющих собой уравнения Пуассона для соответствующих функций-коэффициентов. Исключением является равенство, отвечающее коэффициенту при старшей степени полинома. В результате получаем набор равенств для разложения (3):

$$\frac{\partial^2 U_{0,k}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{0,k}}{\partial z^2} = U_{2,k-2},$$

$$\frac{\partial^2 U_{2,k-2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{2,k-2}}{\partial z^2} = U_{4,k-4},$$

$$\dots, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 U_{2n-2,k-2n+2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{2n-2,k-2n+2}}{\partial z^2} = U_{2n,k-2n},$$

$$\frac{\partial^2 U_{2n,k-2n}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{2n,k-2n}}{\partial z^2} = 0,$$

а также другого разложения, дающего нечетный полином (4):

$$\frac{\partial^2 U_{1,m-1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{1,m-1}}{\partial z^2} = U_{3,m-3},$$

$$\frac{\partial^2 U_{3,m-3}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{3,m-3}}{\partial z^2} = U_{5,m-5},$$

$$\dots, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 U_{2n-3,m-2n+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{2n-3,m-2n+1}}{\partial z^2} = U_{2n-1,m-2n-1},$$

$$\frac{\partial^2 U_{2n-1,m-2n-1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{2n-1,m-2n-1}}{\partial z^2} = 0.$$

Третий этап. Решаем уравнение Лапласа, последнее в данной цепочке, и в качестве



генерирующей функции берем однородную по Эйлеру гармоническую функцию со степенью однородности $p = k - 2n$ (в случае построения четного полинома) или $s = m - 2n - 1$ (для нечетного полинома):

$$U_{2n,p}(x, z) = c_0(\gamma) r^p$$

или

$$U_{2n+1,s}(x, z) = c_0(\gamma) r^s,$$

где $r = \sqrt{x^2 + z^2}$, $\gamma = \arctg(z/x)$; $c_0(\gamma)$ — неизвестная функция, четная или нечетная по аргументу γ (вместо $c_0 r^p \cos p\gamma$ либо $c_0 r^s \sin s\gamma$, т. е. вместо тех функций, которые мы использовали в работе [15]).

Четвертый и последующие этапы. Далее находим все оставшиеся множители

$$U_{2n-j,p+j}(x, z) (U_{2n-j+1,s+j}(x, z))$$

при меньших степенях y , решая последовательно соответствующие уравнения Пуассона с правой частью, найденной на предыдущем этапе и отвечающей условию быть симметричной или антисимметричной по координате z .

Заметим, что неопределенные функции-коэффициенты мы будем искать как частное решение, представленное в следующей форме:

$$c_j(\gamma) r^{p-j}.$$

Эта форма имеет самый общий вид для функции двух переменных, однородных по Эйлеру с соответствующим порядком однородности.

Описанная процедура продолжается, пока цепочка рекуррентных вычислений не замкнется на первом члене разложения (3) или (4).

Кроме того, возможны варианты, когда множитель при старшей степени y оказывается гармонической функцией с нулевым порядком однородности и, следовательно, будет задаваться формулами

$$U(x, z) = U_0 = \text{const}$$

или

$$U(x, z) = U_0 \arctg\left(\frac{z}{x}\right) = U_0 \gamma$$

вместо формул

$$\begin{aligned} U(x, z) &= U_0 (\sqrt{x^2 + z^2})^k \cos\left(k \arctg\left(\frac{z}{x}\right)\right) = \\ &= U_0 r^k \cos k\gamma, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U(x, z) &= U_0 (\sqrt{x^2 + z^2})^k \sin\left(k \arctg\left(\frac{z}{x}\right)\right) = \\ &= U_0 r^k \sin k\gamma, \end{aligned}$$

как это было в случае с произвольным значением порядка однородности k или m [15].

Окончательный результат представлен далее (записаны только те случаи, которые принципиально отличаются от общих формул, приведенных в статье [15]).

Потенциалы, симметричные по z и с четными степенями y

$$k = 0 : U_0^+(x, y, z) = 1;$$

$$k = 1 : U_2^+(x, y, z) = \frac{(y^2 - r^2) \cos \gamma}{r} - r \gamma \sin \gamma;$$

$$k = 2 : U_4^+(x, y, z) = y^2 - \frac{1}{2} r^2;$$

$$\begin{aligned} k = 2 : U_4^+(x, y, z) &= \\ &= \cos 2\gamma \left(\frac{y^4}{r^2} + 3y^2 - \frac{3}{4} r^2 \right) - \frac{3}{2} r^2 \gamma \sin 2\gamma; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k = 3 : U_6^+(x, y, z) &= \cos \gamma \left(\frac{y^4}{r} - 6y^2 r + \frac{9}{8} r^3 \right) + \\ &+ \left(\frac{3}{2} r^3 - 6y^2 r \right) \gamma \sin \gamma + r^3 \cos 3\gamma; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k = 3 : U_6^+(x, y, z) &= \cos 3\gamma \left(\frac{y^6}{r^3} + \frac{15y^4}{4r} + \right. \\ &\left. + \frac{45y^2 r}{8} - \frac{5}{8} r^3 \right) - \frac{15}{8} r^3 \gamma \sin 3\gamma; \end{aligned}$$

$$k = 4 : U_8^+(x, y, z) = y^4 - 3y^2 r^2 + \frac{3}{8} r^4; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} k = 4 : U_8^+(x, y, z) &= \\ &= \cos 2\gamma \left(\frac{y^6}{r^2} + \frac{15}{2} y^4 - \frac{45}{4} y^2 r^2 + \frac{5}{8} r^4 \right) + \\ &+ \left(\frac{15}{4} r^4 - \frac{45}{2} y^2 r^2 \right) \gamma \sin 2\gamma + \frac{45}{32} r^4 \cos 4\gamma; \end{aligned}$$

$$k = 4 : U_8^+(x, y, z) = \cos 4\gamma \left(\frac{y^8}{r^4} + \frac{14}{3} \frac{y^6}{r^2} + \frac{35}{4} y^4 + \frac{35}{4} y^2 r^2 - \frac{35}{64} r^4 \right) - \frac{35}{16} r^4 \gamma \sin 4\gamma.$$

Потенциалы, симметричные по z и с нечетными степенями y

$$\begin{aligned} k = 1 : U_1^+(x, y, z) &= y; \\ k = 2 : U_3^+(x, y, z) &= \frac{y^3 - 3yr^2}{r} \cos \gamma - 3yr \gamma \sin \gamma; \\ k = 3 : U_5^+(x, y, z) &= y^3 - \frac{3}{2} yr^2; \\ k = 3 : U_5^+(x, y, z) &= \left(\frac{y^5}{r^2} + 5y^3 - \frac{15}{4} yr^2 \right) \cos 2\gamma - \frac{15}{2} yr^2 \gamma \sin 2\gamma; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} k = 4 : U_5^+(x, y, z) &= \left(\frac{y^5}{r} - 10y^3 r + \frac{45}{8} yr^3 \right) \cos \gamma + \\ &+ \left(\frac{15}{2} yr^3 - 10y^3 r \right) \gamma \sin \gamma + 5yr^3 \cos 3\gamma; \\ k = 4 : U_7^+(x, y, z) &= \left(\frac{y^7}{r^3} + \frac{21}{4} \frac{y^5}{r} + \frac{105}{8} y^3 r - \frac{35}{8} yr^3 \right) \cos 3\gamma - \frac{105}{8} yr^3 \gamma \sin 3\gamma. \end{aligned}$$

Потенциалы, антисимметричные по z и с четными степенями y

$$\begin{aligned} k = 0 : U_0^-(x, y, z) &= \gamma; \\ k = 1 : U_2^-(x, y, z) &= \frac{y^2 \sin \gamma}{r} + r \gamma \cos \gamma; \\ k = 2 : U_2^-(x, y, z) &= \left(y^2 - \frac{1}{2} r^2 \right) \gamma; \\ k = 2 : U_4^-(x, y, z) &= \sin 2\gamma \left(\frac{y^4}{r^2} + 3y^2 \right) + \frac{3r^2}{2} \gamma \cos 2\gamma; \\ k = 3 : U_4^-(x, y, z) &= \sin \gamma \left(\frac{y^4}{r} - \frac{3}{8} r^3 \right) + \\ &+ \left(6y^2 r - \frac{3}{2} r^3 \right) \gamma \cos \gamma; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} k = 3 : U_6^-(x, y, z) &= \sin 3\gamma \left(\frac{y^6}{r^3} + \frac{15y^4}{4r} + \frac{45y^2 r}{8} \right) + \frac{15}{8} r^3 \gamma \cos 3\gamma; \\ k = 4 : U_4^-(x, y, z) &= \left(y^4 - 3y^2 r^2 + \frac{3}{8} r^4 \right) \gamma; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k = 4 : U_6^-(x, y, z) &= \sin 2\gamma \left(\frac{y^6}{r^2} + \frac{15}{2} y^4 - \frac{45}{4} y^2 r^2 - \frac{5}{8} r^4 \right) + \\ &+ \left(\frac{45}{2} y^2 r^2 - \frac{15}{4} r^4 \right) \gamma \cos 2\gamma + \frac{45}{32} r^4 \sin 4\gamma; \\ k = 4 : U_8^-(x, y, z) &= \sin 4\gamma \left(\frac{y^8}{r^4} + \frac{14}{3} \frac{y^6}{r^2} + \frac{35}{4} y^4 + \frac{35}{4} y^2 r^2 \right) + \frac{35}{16} r^4 \gamma \cos 4\gamma. \end{aligned}$$

Потенциалы, антисимметричные по z и с нечетными степенями y

$$\begin{aligned} k = 1 : U_1^-(x, y, z) &= y \gamma; \\ k = 2 : U_3^-(x, y, z) &= \frac{y^3}{r} \sin \gamma + 3yr \gamma \cos \gamma; \\ k = 3 : U_3^-(x, y, z) &= \left(y^3 - \frac{3}{2} yr^2 \right) \gamma; \\ k = 3 : U_5^-(x, y, z) &= \left(\frac{y^5}{r^2} + 5y^3 \right) \sin 2\gamma + \frac{15}{2} yr^2 \gamma \cos 2\gamma; \\ k = 4 : U_5^-(x, y, z) &= \left(\frac{y^5}{r} - \frac{15}{8} yr^3 \right) \sin \gamma + \\ &+ \left(10y^3 r - \frac{15}{2} yr^3 \right) \gamma \cos \gamma; \\ k = 4 : U_7^-(x, y, z) &= \left(\frac{y^7}{r^3} + \frac{21}{4} \frac{y^5}{r} + \frac{105}{8} y^3 r \right) \sin 3\gamma + \\ &+ \frac{105}{8} yr^3 \gamma \cos 3\gamma. \end{aligned} \quad (11)$$

Полученный набор потенциалов, однородных по Эйлера с целочисленными значениями порядка однородности k , является дополнением к семейству квазиполиномиальных трехмерных потенциалов, однородных с любыми другими порядками однород-



ности [15]. Но класс квазиполиномиальных трехмерных структур, представленных в аналитической форме, можно расширить за счет применения преобразований, которые сохраняют, прежде всего, гармоничность функций и однородность по Эйлеру; при этом порядок однородности может отличаться от данного изначально.

Вращение, масштабирование и параллельный перенос системы координат

Как известно, уравнение Лапласа сохраняет свою форму при масштабировании, повороте и смещении системы декартовых координат. Кроме того, масштабирование и вращение сохраняют свойство однородности функции. Поэтому, делая замену переменных типа трехмерного вращения общего вида [16], можно из имеющихся аналитических выражений для однородных гармонических потенциалов получить, вообще говоря, новые аналитические выражения для однородных гармонических потенциалов. Впрочем, вращение в плоскости xz , как легко понять, приведет лишь к линейной комбинации уже имеющихся симметричных и несимметричных квазиполиномов.

Когда порядок однородности будет целым числом, а квазиполином — обычным гармоническим полиномом, принципиально новых аналитических выражений для трехмерных потенциалов этим способом получить не удастся, так как все получаемые выражения (за исключением перестановок координатных осей) будут линейными комбинациями с постоянными коэффициентами от уже имеющихся полиномиальных выражений. Однако в случае, когда порядки однородности не являются целыми числами или когда квазиполином не является гармоническим полиномом, с помощью этого способа можно получить достаточно интересные новые аналитические выражения для трехмерных потенциалов электрических и магнитных полей.

Также перспективной в этом плане выглядит возможность использовать линейные комбинации с постоянными коэффициентами, составленные из однородных гармонических функций, которые генерируются

с помощью независимых вращений системы координат. Здесь следует отметить, что для чистых квазиполиномов подобная линейная комбинация снова окажется уже известным нам квазиполиномом.

Формула Томсона (лорда Кельвина)

В трактате [17] показано, что если $U(x, y, z)$ — произвольная гармоническая функция, то функция

$$U^*(x, y, z) = \frac{1}{\rho} U\left(\frac{x}{\rho^2}, \frac{y}{\rho^2}, \frac{z}{\rho^2}\right), \quad (12)$$

где $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, тоже будет гармонической.

Замена переменных

$$\begin{aligned} x &\rightarrow \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad y \rightarrow \frac{y}{x^2 + y^2 + z^2}, \\ z &\rightarrow \frac{z}{x^2 + y^2 + z^2} \end{aligned} \quad (13)$$

представляет собой инверсию в шаре и сохраняет однородность и гармоничность функции. Указанное преобразование может использоваться при синтезе электронно- и ионнооптических систем, что продемонстрировано в работах [3, 4].

Факт сохранения гармоничности трехмерной функции $U^*(x, y, z)$ можно проверить прямой подстановкой формулы (12) в трехмерное уравнение Лапласа (5). Кроме того, стоит отметить, что формула (12) не является единственной формулой такого типа. Так, добавив к инверсии преобразование трехмерного поворота относительно начала координат, в общем виде допускающее параметризацию с помощью трех независимых параметров [16], получим формулу вида (12), в которой числители у аргументов функции U будут линейными комбинациями переменных x, y, z с постоянными коэффициентами.

Отличительным свойством формулы Томсона является такое, что если $U(x, y, z)$ — однородная по Эйлеру функция с порядком однородности k , то факт однородности функции сохраняется, и при этом функция $U^*(x, y, z)$ будет однородной по Эйлеру функцией с порядком однородности $(-k - 1)$ [3]. Повторно примененное

преобразование (12) осуществляет обратный переход от функции $U^*(x, y, z)$ к функции $U(x, y, z)$, возвращая порядок однородности к прежнему значению:

$$k \rightarrow (-k - 1) \rightarrow -(-k - 1) - 1 = k.$$

Продemonстрируем последнее утверждение.

Преобразование (12) порождает новую гармоническую, однородную по Эйлеру функцию $U^*(x, y, z)$.

Поскольку функция $U(x, y, z)$ — однородная по Эйлеру k -ой кратности, то ввиду выполнения тождества (1), эту функцию представим в виде

$$U\left(\frac{x}{\rho^2}, \frac{y}{\rho^2}, \frac{z}{\rho^2}\right) = \frac{1}{\rho^{2k}} U(x, y, z).$$

Тогда новая функция $U^*(x, y, z)$ запишется как

$$U^*(x, y, z) = \frac{1}{\rho^{2k-1}} U(x, y, z),$$

что гарантирует однородность такой функции с порядком однородности $(-k - 1)$. Здесь учитывается тот факт, что сама функция $U(x, y, z)$ есть однородная по Эйлеру k -ой кратности (подробности можно найти в первом томе монографии [17] в Приложении к главе 1, посвященном сферическим гармоникам).

Легко проверить, что преобразование (12) сохраняет свойство четности или нечетности потенциальной функции как по переменной z , так и по переменной y . Тем самым, если взять за основу квазиполиномиальные потенциалы (8) — (11) и (9) — (12) из работы [15], с показателем однородности, равным $k^* = -k - 1$, то с помощью формулы Томсона (12) можно сконструировать в аналитической форме новые потенциалы с нужным типом симметрии, выраженные однородными по Эйлеру функциями с нужным показателем однородности k .

На рис. 1 — 3 даны эквипотенциальные поверхности полей с потенциалами, представленные в аналитической форме формулами (9) — (16), и полей с измененными потенциалами; к ним применялось преобразование по формуле Томсона (12).

Если мы возьмем потенциальную, одно-

родную по Эйлеру структуру с порядком однородности $k = 3$ $U_5^+(x, y, z)$ (9), то, применив преобразование (12), получим конфигурацию следующего вида:

$$V_5^+(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^7}} \times \left[\left(\frac{y^5}{r^2} + 5y^3 - \frac{15}{4} yr^2 \right) \cos 2\gamma - \frac{15}{2} yr^2 \gamma \sin 2\gamma \right], \quad (14)$$

порядок однородности которой $k = -4$.

Применение преобразования Томсона (12), к антисимметричному по z потенциалу $U_2^-(x, y, z)$, выраженному однородной по Эйлеру функцией (10) кратности $k = 2$, породит структуру, также антисимметричную $V_2^-(x, y, z)$, порядок однородности которой $k = -3$:

$$V_2^-(x, y, z) = \frac{y^2 - r^2 / 2}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^5}} \gamma. \quad (15)$$

Потенциал, выражаемый однородной по Эйлеру функцией ($k = -2$) вида

$$V_1^-(x, y, z) = \frac{y}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}} \gamma, \quad (16)$$

есть результат, полученный из потенциальной структуры $U_1^-(x, y, z)$, который представляет собой квазиполином с нечетными степенями y и антисимметричной по z функцией (11), преобразованием (12).

Управление устойчивостью движения в электростатических квазиполиномиальных полях

Квазиполиномы заданной степени, представленные в списках (8) — (11) и (9) — (12) из работы [15], не являются уникальными. Легко понять, что прибавив к квазиполиному степени n и порядка однородности k произвольную линейную комбинацию с постоянными коэффициентами, составленную из полиномов меньшей степени, мы снова получим квазиполиномиальный потенциал того же самого типа. Имеющуюся степень свободы можно использовать для того, чтобы оптимизировать свойства корпускулярно-оптической систе-

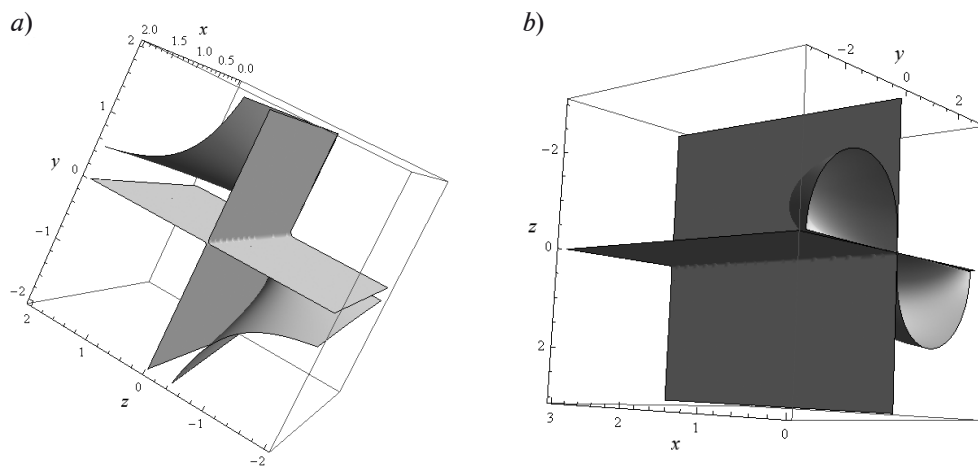


Рис. 1. 3D-изображения эквипотенциальных поверхностей полей с потенциалами $U_5^+(x, y, z)$ (a) и $V_5^+(x, y, z)$ (b) (см. формулы (9) и (14) соответственно)

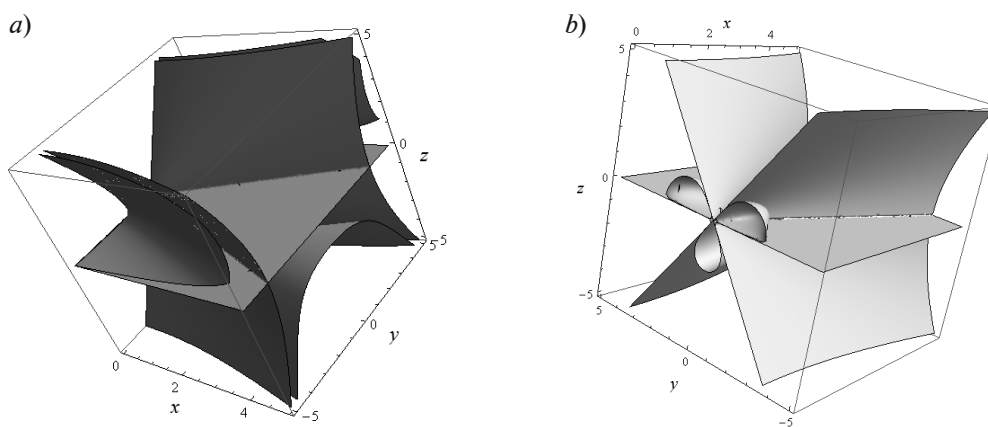


Рис. 2. 3D-изображения эквипотенциальных поверхностей полей с потенциалами $U_2^-(x, y, z)$ (a) и $V_2^-(x, y, z)$ (b) (см. формулы (10) и (15) соответственно)

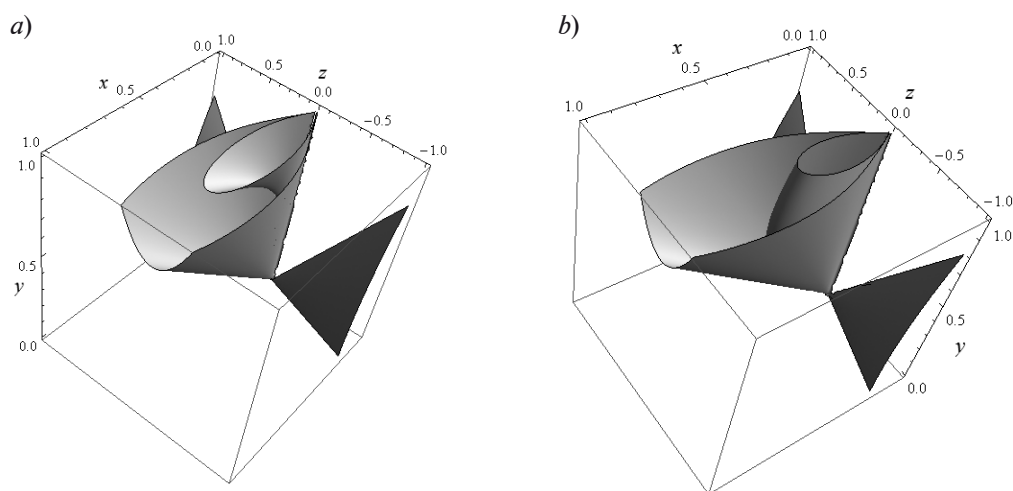


Рис. 3. 3D-изображения эквипотенциальных поверхностей полей с потенциалами $U_1^-(x, y, z)$ (a) и $V_1^-(x, y, z)$ (b) (см. формулы (11) и (16) соответственно)

мы. Одним из важных критериев оптимизации является устойчивость траекторий заряженных частиц по отношению к малым отклонениям от средней плоскости [18]. Если использовать достаточный критерий устойчивости, полученный в работе [18], то можно быстро определить, с какими весовыми коэффициентами нужно добавить квазиполиномы меньшей степени (либо дополнительные однородные функции иного вида), чтобы исправить локальную неустойчивость траекторий. Рассмотрим несколько примеров.

Сам критерий формулируется следующим образом. Если движение заряженных частиц рассматривается в поле с плоскостью симметрии $z = 0$, то их движение вблизи этой плоскости будет устойчивым, когда выполняется следующее условие:

$$U_{xx} + U_{yy}|_{z=0} < 0. \quad (17)$$

Пример 1. Построим поле $U(x, y, z)$ как комбинацию двух других полей, потенциалы которых являются однородными одного порядка $k = 2$: один $U_2^+(x, y, z)$ и другой $U_4^+(x, y, z)$ (см. формулу (8)). Итак,

$$U(x, y, z) = U_2^+(x, y, z) + hU_4^+(x, y, z) = y^2 - \frac{1}{2}r^2 + h \left[\cos 2\gamma \left(\frac{y^4}{r^2} + 3y^2 - \frac{3}{4}r^2 \right) - \frac{3}{2}r^2 \gamma \sin 2\gamma \right], \quad (18)$$

где h — коэффициент перемешивания.

Для того чтобы удовлетворить критерию устойчивости (17), следует взять $h < 0$. Это будет справедливо во всем пространстве. На рис. 4 представлены эквипотенциальные поверхности этого поля. Поверхности имеют довольно сложную конусовидную форму, однако ось y является местом смыкания эквипотенциальных поверхностей, что порождает возникновение сил, действующих на частицы вблизи плоскости $z = 0$, заставляя их возвращаться к исходной плоскости.

Пример 2. Возьмем комбинацию потенциалов $U_2^+(x, y, z)$ и $U_4^+(x, y, z)$ (см. формулу (8)) с различными порядками однородности:

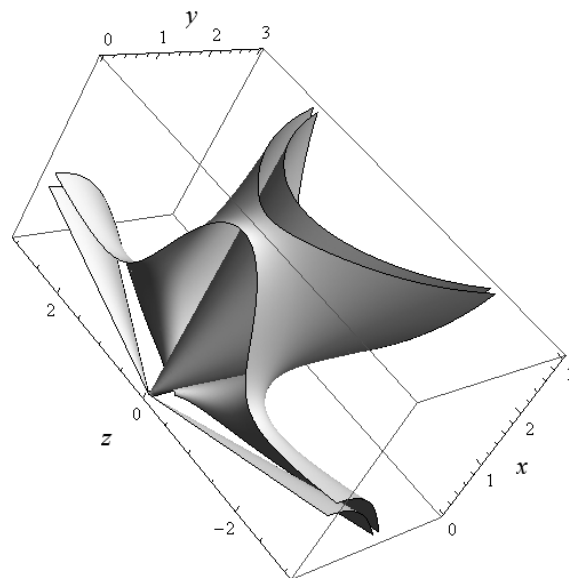


Рис. 4. 3D-изображение эквипотенциальных поверхностей поля с потенциалом $U(x, y, z)$, задаваемым формулой (18)

$$U(x, y, z) = U_2^+(x, y, z) + hU_4^+(x, y, z) = y^2 - \frac{1}{2}r^2 + h \left[y^4 - 3y^2r^2 + \frac{3}{8}r^4 \right]. \quad (19)$$

Картина эквипотенциалей дана на рис. 5. При $h < 0$ критерий устойчивости выполняется, но не во всем пространстве, а только ограниченно, при $y > x/2$ или $y < -x/2$.

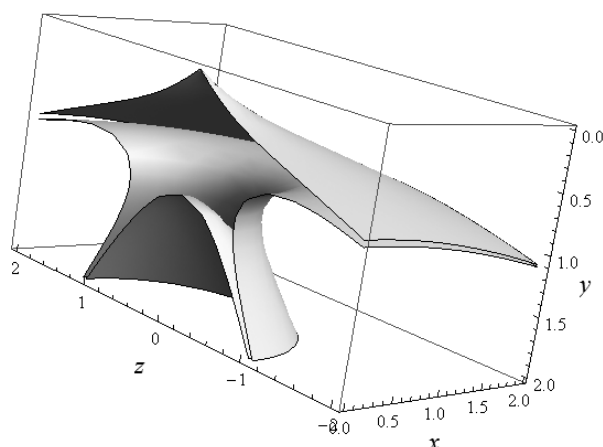


Рис. 5. 3D-изображение эквипотенциальных поверхностей поля с потенциалом $U(x, y, z)$, задаваемым формулой (19)



Пример 3. Построим поле $U(x, y, z)$ как комбинацию двух других полей с однородными потенциалами разной кратности — $U_3^+(x, y, z)$ ($k = 3$) и $U_2^+(x, y, z)$ ($k = 2$), согласно формуле (9):

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= U_3^+(x, y, z) + hU_2^+(x, y, z) = \\ &= y^3 - \frac{3}{2}yr^2 + \\ &+ h \left[\frac{y^3 - 3yr^2}{r} \cos \gamma - 3yr \gamma \sin \gamma \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Картина эквипотенциалей дана на рис. 6. Устойчивость траекторий заряженных частиц также выполняется, но в ограниченном пространстве.

Заключение

Мы рассмотрели квазиполиномиальные трехмерные потенциальные структуры для электрических и магнитных полей, которые могут быть выражены в аналитическом виде. Потенциалы строятся на основе однородных по Эйлеру функций и представляют собой полиномы конечной степени. Алгоритм синтеза таких потенциалов распространен на случай однородных по Эйлеру функций с целыми значениями порядка однородности; в этом варианте процесс рекуррентного вычисления коэффициентов квазиполинома имеет дополнительную специфику, отсутствующую у однородных квазиполиномов общего вида, что было предметом рассмотрения предыдущей работы [15].

Кроме того, класс квазиполиномиальных трехмерных потенциалов может быть

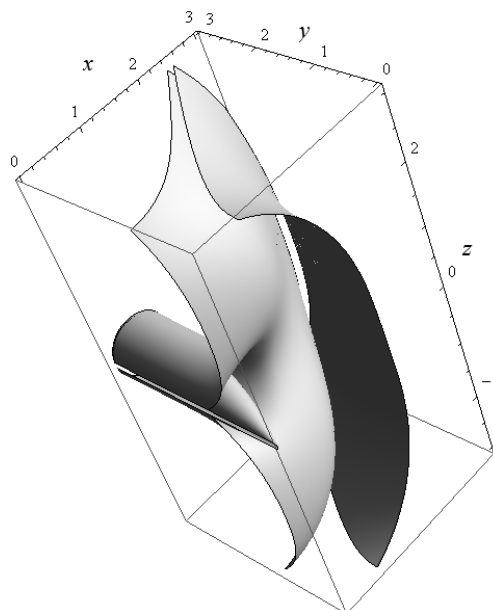


Рис. 6. 3D-изображение эквипотенциальных поверхностей поля с потенциалом $U(x, y, z)$, задаваемым формулой (20)

расширен за счет новых структур, полученных преобразованиями системы координат — масштабированием, вращением и параллельным переносом, сохраняющими гармоничность функций и их однородность по Эйлеру. Все использованные методы и подходы порождают однородные потенциалы с порядком однородности $k > 0$. Применение преобразования на основе формулы Томсона дополняет рассматриваемый класс потенциальными структурами, являющимися однородными по Эйлеру с порядками однородности $k < 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3 тт. Т. 1. М.: Физматлит, 2001. 616 с.
- [2] Смирнов В.И. Курс высшей математики: в 5 тт. Т. 1. М.: Наука, 1974. 480 с.
- [3] Краснова Н.К. Теория и синтез диспергирующих и фокусирующих электронно-оптических сред. Дис. ... докт. физ.-мат. наук. 01.04.04; защищена 22 мая 2014 г.; утв. 08.12.2014. СПб., 2013. 259 с.
- [4] Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Электрические поля, однородные по Эйлеру, для электронной спектроскопии // Журнал технической физики. 2011. Т. 81. № 2. С. 9–15.
- [5] Краснова Н.К. Двумерные степенные электронные спектрографы с плоскостью симметрии // Журнал технической физики. 2011. Т. 81. № 6. С. 97–103.
- [6] Краснова Н.К., Абраменок О.А. Семейство полевых структур с плоскостью симметрии для электронной спектроскопии // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2011. № 2 (122). С. 85–92.
- [7] Краснова Н.К. Идеальная фокусировка в теории электростатических спектрографов // Журнал технической физики. 2012. Т. 82. № 8. С. 105–109.

[8] Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Теория синтеза электростатических энергоанализаторов. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2010. 409 с.

[9] Бердников А.С., Аверин И.А., Голиков Ю.К. Статические масс-спектрографы нового типа, использующие электрические и магнитные поля, однородные по Эйлеру. I. // Масс-спектрометрия. 2015. Т. 12. № 4. С. 272–281.

[10] Бердников А.С., Аверин И.А., Голиков Ю.К. Статические масс-спектрографы нового типа, использующие электрические и магнитные поля, однородные по Эйлеру. II. // Масс-спектрометрия. 2016. Т. 13. № 1. С. 11–20.

[11] Аверин И.А. Электростатические и магнитостатические электронные спектрографы с однородными по Эйлеру потенциалами, характеризующимися нецелочисленными порядками однородности // Научное приборостроение. 2015. Т. 25. № 3. С. 35–44.

[12] Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Аналитические структуры электрических обобщенно-однородных спектрографических сред // Научное приборостроение 2014. Т. 24. № 1. С. 50–58.

[13] Габдуллин П.Г., Голиков Ю.К., Краснова Н.К., Давыдов С.Н. Применение форму-

лы Донкина в теории энергоанализаторов. II // Журнал технической физики. 2000. Т. 70. № 3. С. 44–47.

[14] Голиков Ю.К., Краснова Н.К., Абраменок О.А. Электрические спектрографы потоков заряженных частиц с потенциалами Эйлера типа // Прикладная физика. 2011. № 5. С. 69–73.

[15] Бердников А.С., Аверин И.А., Краснова Н.К., Соловьёв К.В. Квазиполиномиальные трехмерные электрические и магнитные потенциалы, однородные по Эйлеру // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2017. Т. 10. № 1. С. 71–80.

[16] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973. 832 с.

[17] Томсон У. (лорд Кельвин), Тэт П.Г. Трактат по натуральной философии. В 2 ч. Ч. II. Москва – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский ин-т компьютерных исследований, 2011. 560 с.

[18] Бердников А.С., Краснова Н.К. Достаточный критерий устойчивости и компактности плоских ионных пучков в трехмерных электрических и магнитных полях с плоскостью симметрии // Научное приборостроение. 2015. Т. 25. № 2. С. 69–90.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КРАСНОВА Надежда Константиновна — доктор физико-математических наук, профессор кафедры физической электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
n.k.krasnova@mail.ru

БЕРДНИКОВ Александр Сергеевич — доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Института аналитического приборостроения РАН, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

190103, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Рижский пр. 26
asberd@yandex.ru

СОЛОВЬЁВ Константин Вячеславович — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физической электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
k-solovyev@mail.ru

АВЕРИН Игорь Андреевич — аспирант кафедры физической электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
agreer@bk.ru



Krasnova N.K., Berdnikov A.S., Solovyev K.V., Averin I.A. ON THE QUASI-POLYNOMIAL 3D POTENTIALS OF ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS.

Spectrographic electron and ion optical structures markedly raise the possibilities of modern energy and mass analysis. Electric and magnetic fields which potentials are expressed by functions homogeneous in Euler's sense are the effective instrumentation that is used for creating new spectrographic analytical devices with the determined working characteristics. This paper puts forward and discusses some methods for building 3D harmonic and homogeneous in Euler's sense structures representable as the polynomials of finite degree with respect to one of variables. These strictly mathematical approaches provide a possibility of expanding significantly a class of quasi-polynomial potentials and of enriching modern analytical instrumentation by new spectrographic electrical and magnetic configurations.

FUNCTIONS HOMOGENEOUS IN EULER'S SENSE, SIMILARITY PRINCIPLE, THOMSON FORMULA, STABILITY OF MOTION.

REFERENCES

- [1] **G.M. Fikhtengolts**, Kurs differentsialnogo i integralnogo ischisleniya [Course of differential and integral calculus]: Vol. 1, Moscow, Fizmatlit, 2001.
- [2] **V.I. Smirnov**, Kurs vysshey matematiki [Course of higher mathematics], Vol. 1, Moscow, Nauka, 1974.
- [3] **N.K. Krasnova**, Teoriya i sintez dispergiruyushchikh i fokusiruyushchikh elektronno-opticheskikh sred [Theory and synthesis of dispersion and focusing electron optics sphere], Dis. ...dokt. fiz.-mat. nauk, St. Petersburg, 2013.
- [4] **Yu.K. Golikov, N.K. Krasnova**, Application of electric fields uniform in the Euler sense in electron spectrography, Technical Physics. 57 (2) (2011) 164–170.
- [5] **N.K. Krasnova**, Two-dimensional power-type electronic spectrographs with a symmetry plane, Technical Physics. 57 (6) (2011) 843–849.
- [6] **N.K. Krasnova, O.A. Abrameonok**, A set of field structures with a symmetry plane for electron spectrography, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. (2) (2011) 85–92.
- [7] **N.K. Krasnova**, Ideal focusing in the theory of electrostatic spectrographs, Technical Physics. 58 (8) (2012) 1143–1147.
- [8] **Yu.K. Golikov, N.K. Krasnova**, Teoriya sinteza elektrostatičeskikh energoanalizatorov [Theory of synthesis of electrostatic energy analyzers], St. Petersburg, Izdatelstvo Politekhničeskogo Universiteta, 2010.
- [9] **A.S. Berdnikov, I.A. Averin, Yu.K. Golikov**, Statičeskiye mass-spektrografy novogo tipa, ispolzuyushchiye elektricheskiye i magnitnyye polya, odnorodnyye po Eyleru. I. [Static mass spectrographs of new type used electric and magnetic fields homogeneous in Euler's sense. I.], Mass-spektrometriya. 12 (4) (2015) 272–281.
- [10] **A.S. Berdnikov, I.A. Averin, Yu.K. Golikov**, Statičeskiye mass-spektrografy novogo tipa, ispolzuyushchiye elektricheskiye i magnitnyye polya, odnorodnyye po Eyleru. II. [Static mass spectrographs of new type used electric and magnetic fields homogeneous in Euler's sense. II.], Mass-spektrometriya. 13 (1) (2016) 11–20.
- [11] **I.A. Averin**, Electrostatic and magnetostatic electron spectrographs based on Euler's homogeneous potentials with non-integer orders, Nauchnoye priborostroyeniye. 25 (3) (2015) 35–44.
- [12] **Yu.K. Golikov, N.K. Krasnova**, Analitičeskiye struktury elektricheskikh obobshchenno-odnorodnykh spektrograficheskikh sred [Analytical structures of electrical generalized homogeneous spectrographic sphere], Nauchnoye priborostroyeniye. 24 (1) (2014) 50–58.
- [13] **P.G. Gabdullin, Yu.K. Golikov, N.K. Krasnova, S.N. Davydov**, Application of Donkin's formula in the theory of energy analyzers: Part II, Technical Physics. 45 (3) (2000) 330–333.
- [14] **Yu.K. Golikov, N.K. Krasnova, O.A. Abramyonok**, Electric spectrographs of charged particle flows with potentials of Euler's type, Prikladnaya fizika. (5) (2011) 69–73.
- [15] **A.S. Berdnikov, I.A. Averin, N.K. Krasnova, K.V. Solovyev**, Quasi-polynomial 3D electric and magnetic potentials homogeneous in Euler's sense, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 10 (1) (2017) 71–80.
- [16] **G. Korn, T. Korn**, Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov [A handbook of mathematics for research workers and engineers]. Moscow, Nauka, 1973.
- [17] **W. Thomson, P.G. Tet**, Treatise on natural philosophy, Part II, URL: <http://name.umdl.umich.edu/ABR1665.0001.001>.
- [18] **A.S. Berdnikov, N.K. Krasnova**, Dostatochnyy kriteriy ustoychivosti i kompaktnosti ploskikh ionnykh

puchkov v trekhmernykh elektricheskikh i magnitnykh
polyakh s ploskostyu simmetrii [A sufficient criterion
of stability and compactness of the plane ionic beams

in the 3D electrical and magnetic fields with plane
symmetry], Nauchnoye priborostroyeniye. 25(2)
(2015) 69–90.

THE AUTHORS

KRASNOVA Nadezhda K.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

n.k.krasnova@mail.ru

BERDNIKOV Alexander S.

Institute for Analytical Instrumentation RAS

26 Rizskiy Ave., 190103, St. Petersburg, Russian Federation

asberd@yandex.ru

SOLOVYEV Konstantin V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

k-solovyev@mail.ru

AVERIN Igor A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

agreer@bk.ru

DOI: 10.18721/JPM.10109

УДК 537.226.33.

А.Ю. Милинский

Благовещенский государственный педагогический университет,
г. Благовещенск, Российская федерация,

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОМПОЗИТОВ НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКАЯ ЦЕЛЛЮЛОЗА – ИОДАТ КАЛИЯ

Исследованы линейные и нелинейные диэлектрические свойства композитов на основе KIO_3 и нанокристаллической целлюлозы *Acetobacter Xylinum*. Обнаружено повышение температуры структурных переходов $\text{IV} \rightarrow \text{III}$ и $\text{III} \rightarrow \text{II}$ на 20 и 24 К, соответственно, для иодата калия в порах нанокристаллической целлюлозы относительно соответствующих переходов в объемном KIO_3 . Обсуждаются возможные причины, приводящие к увеличению температуры переходов.

НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКАЯ ЦЕЛЛЮЛОЗА, ИОДАТ КАЛИЯ, ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ, ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД.

Введение

Изучение свойств сегнетоэлектрических материалов, введенных в нанопористые матрицы, является актуальной задачей современной физики. Интерес к сегнетоэлектрическим нанокомпозитам на основе пористых матриц обусловлен, прежде всего, перспективами их практического применения. В заполненных матрицах формируется ансамбль наночастиц, размер и взаимное расположение которых определяется геометрией сетки пор. В качестве матриц могут использоваться, например, пористые стекла, фотонные кристаллы, молекулярные сита, цеолиты, пористый оксид алюминия [1 – 5]. Имеется несколько работ, в которых для создания сегнетоэлектрических нанокомпозитов в качестве несущей матрицы использовалась нанокристаллическая целлюлоза *Acetobacter Xylinum* (НКЦ) [6, 7]. НКЦ содержит большое количество параллельных друг другу наноканалов диаметром 50 – 100 нм, с длиной, превышающей этот диаметр в тысячи раз. Такая матрица обла-

дает большой сорбционной способностью благодаря высокой поверхностной энергии, связанной с расположением на поверхности наноканалов первичных ОН-групп.

Важными факторами, влияющими на свойства НКЦ и, следовательно, композитов на ее основе, является наличие заряда на ее поверхности и электростатическое взаимодействие между сегнетоэлектрическими включениями и матрицей.

Иодат калия KIO_3 в ограниченной геометрии исследовался ранее при введении в пористый оксид алюминия [9]. В статье описываются сегнетоэлектрические свойства плотного массива наностержней KIO_3 диаметром 43 нм и длиной 1 мкм, выращенных внутри пористой пленки оксида алюминия Al_2O_3 . Однако авторами не изучалось влияние ограниченной геометрии на фазовые переходы в иодате калия.

В настоящей работе приводятся результаты исследований линейных и нелинейных диэлектрических свойств нанокомпозитов на основе иодата калия, внедренного в нанокристаллическую целлюлозу *Acetobacter*

Xylinum, в температурном интервале 100 – 400 К. В качестве сравнения аналогичные исследования проведены для объемного иодата калия.

Образцы и методика эксперимента

Согласно недавним исследованиям [10], иодат калия представляет собой несобственный сегнетоэлектрик, который претерпевает пять фазовых переходов при следующих значениях температуры:

около 485 К (из фазы I в фазу II);
345,5 К (из фазы II в фазу III);
258 К (при охлаждении) / 263 К (при нагреве) (из фазы III в фазу IV);
113 К (из фазы IV в фазу V);
при 33 К (из фазы V в фазу VI).

Кроме того, наблюдается аномалия при температуре (428 ± 2) К [10], соответствующая изменению типа электрической проводимости и не относящаяся к какому-либо фазовому переходу [11].

Кристалл KIO_3 в фазе I обладает ромбоэдрической структурой с симметрией $R3m$, и, таким образом, является сегнетоэлектриком с полярной исходной фазой [12]. Моноклинная фаза II обладает симметрией Pm , и триклинная фаза III – симметрией $P1$ [11].

Низкотемпературные фазы KIO_3 [11] также имеют триклинную структуру, а переходы $\text{III} \rightarrow \text{IV}$ и $\text{IV} \rightarrow \text{V}$ связаны лишь с незначительными изменениями в расположении атомов [12, 13].

Для измерения диэлектрических свойств использовался цифровой измеритель импеданса E7-25 с частотным диапазоном 25 Гц – 1 МГц. Измерения проводились в режиме непрерывного нагрева со скоростью 1 К/мин. Температура измерялась с помощью цифрового термометра ТС-6621 с точностью около 0,1 К. Погрешность измерения диэлектрической проницаемости исследуемых образцов не превышала 5 %.

Установка для температурных исследований амплитуды высших гармоник включала в себя генератор синусоидальных колебаний с рабочей частотой 2 кГц. Сигнал снимался с резистора, включенного последовательно с образцом, и подавался на цифровой анализатор спектра – компьютер

с 24-разрядным аналого-цифровым преобразователем ZET-230 и программным обеспечением ZetLab.

В сегнетоэлектриках, при приложении электрического поля E , много меньшего, чем коэрцитивное, не происходит переключения поляризации. В связи с этим, электрическое смещение D при описании разлагается в степенной ряд по E :

$$D = P_s + \varepsilon_0 \frac{\partial P}{\partial E} E + \frac{1}{2} \varepsilon_0^2 \frac{\partial^2 P}{\partial E^2} E^2 + \frac{1}{6} \varepsilon_0^3 \frac{\partial^3 P}{\partial E^3} E^3 + \dots + \frac{1}{n!} \varepsilon_0^n \frac{\partial^n P}{\partial E^n} E^n = P_s + \varepsilon_1 \varepsilon_0 E + \varepsilon_2 \varepsilon_0^2 E^2 + \varepsilon_3 \varepsilon_0^3 E^3 \dots, \quad (1)$$

где P_s – спонтанная поляризация; ε_1 – линейная диэлектрическая проницаемость; ε_2 , ε_3 – величины диэлектрической проницаемости второго и третьего порядка.

В сегнетоэлектрических материалах нелинейными членами нельзя пренебрегать даже в относительно низком электрическом поле. При приложении к образцу электрического поля, меняющегося по закону $E = E_0 \sin(\omega t)$, в токе через резистор в результате нелинейной зависимости $D(E)$ будут присутствовать высшие гармоники на частотах 2ω , 3ω и т. д., амплитуды которых будут определяться значениями ε_2 , ε_3 и т. д. соответственно.

В настоящей работе исследовалась генерация третьей гармоники. В качестве величины, характеризующей интенсивность ее генерации, использовалось отношение амплитуды напряжения на частоте 3ω к амплитуде подаваемого на образец напряжения – коэффициент третьей гармоники $\gamma_{3\omega}$ [14]. Напряженность поля на образцах составляла около 300 В/см.

Перед изготовлением композитов, из гель-пленок НКЦ частично удаляли влагу при помощи фильтровальной бумаги так, чтобы толщина образца уменьшилась в два раза. Внедрение иодата калия проводили из насыщенного водного раствора при температуре около 300 К. После этого образец высушивали при температуре 370 К в течение 10 ч. На полученные образцы наносили электроды с использованием индиево-галлиевой пасты. Ориентация наноканалов

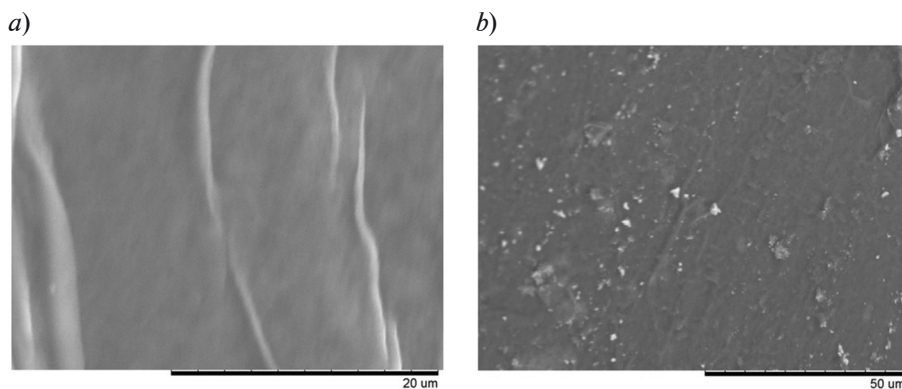


Рис. 1. Микрофотографии поверхности НКЦ (а) и нанокompозита НКЦ – KIO_3 (b) (использован электронный микроскоп Hitachi TM-1000)

НКЦ выбиралась таким образом, чтобы электроды были им параллельны.

На рис. 1 представлены поверхность высушенного образца НКЦ (рис. 1, а) и поверхность нанокompозита НКЦ – KIO_3 (рис. 1, б). На рис. 1, б видно, что на поверхности НКЦ имеется большое количество объемного иодата калия, не вошедшего в поры. Следовательно, диэлектрический отклик полученных образцов должен содержать вклад как объемного, так и наноструктурированного KIO_3 .

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Температурная зависимость вещественной части диэлектрической проницаемости ϵ' для поликристаллического образца KIO_3 , определенная на частоте 1 кГц, показана на рис. 2, а. Видно, что зависимость $\epsilon'(T)$ имеет четыре аномалии в интервале температур 80 – 500 К: наблюдаются выраженные пики диэлектрической проницаемости при значениях температуры 113, 263 и 345 К, а также резкое уменьшение ϵ' (485 К), что характерно для несобственных сегнетоэлектрических фазовых переходов [15]. Аномалий вблизи температуры 428 К обнаружено не было. Пунктирными линиями на рис. 2, а показаны температурные границы фаз в иодате калия [11].

Согласно результатам измерений, коэффициент третьей гармоники $\gamma_{3\omega}$ зависит от температуры и имеет аномалии при фазовых переходах $V \rightarrow IV$, $IV \rightarrow III$, $III \rightarrow II$ (рис. 2, б). Аномалий при фазовом переходе

$II \rightarrow I$ не наблюдается. Пунктирными линиями также показаны границы фаз.

Обсудим возможные причины поведения полученной зависимости $\gamma_{3\omega}(T)$. Согласно работе [16], полная спонтанная поляризация P_s в моноклинном иодате калия состоит из двух качественно различных, взаимно перпендикулярных составляющих:

три компоненты, которые не переориентируемы и параллельны полярным осям исходной фазы I;

три компоненты, переключаемые на 120° .

Эти составляющие получили названия как непереориентируемая пьезоэлектрическая поляризация P_{sp} и переориентируемая сегнетоэлектрическая поляризация P_{sf} . Обе составляющие P_{sp} и P_{sf} зависят от температуры. Особенностью свойств иодата калия является неравенство $P_{sp} \gg P_{sf}$. Фазовый переход при температуре 485 К сопровождается обнулением сегнетоэлектрической компоненты P_{sf} , и общая поляризация образца равна P_{sp} . Однако, как известно, в пьезоэлектрических кристаллах нелинейность диэлектрических свойств отсутствует даже в сильных электрических полях и компонента P_{sf} не может быть причиной столь большого значения коэффициента третьей гармоники $\gamma_{3\omega}$ в параэлектрической фазе [17]. Можно предположить, что высокая нелинейность связана с пьезоэлектрическими свойствами кристаллов иодата калия в параэлектрической фазе вследствие его нецентросимметричной структуры [12].

Температурные зависимости емкости C

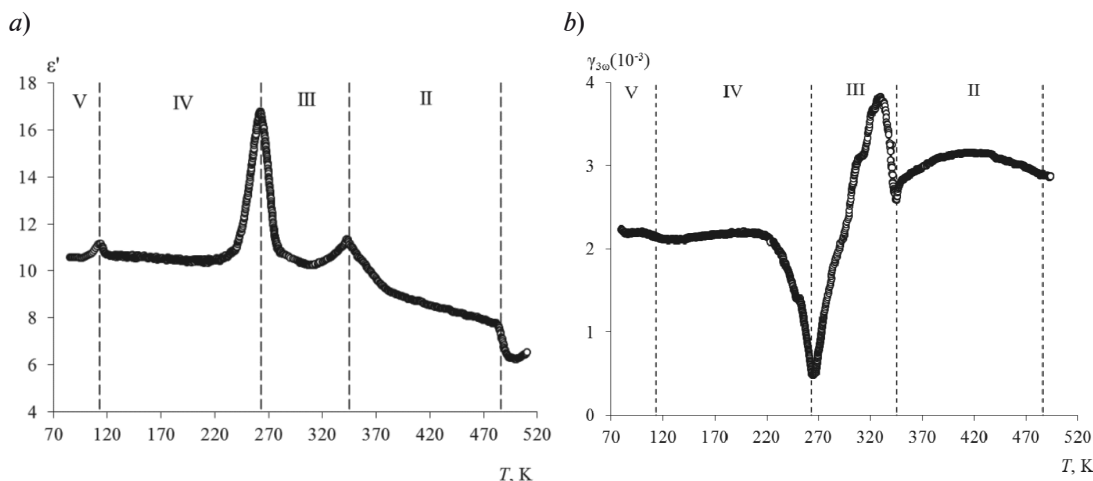


Рис. 2. Температурные зависимости вещественной части диэлектрической проницаемости (a) и коэффициента третьей гармоники (b) поликристаллического иодата калия. Температурные границы фаз показаны пунктиром

и коэффициента третьей гармоники $\gamma_{3\omega}$ для НКЦ, заполненной KIO_3 , показаны на рис. 3. На кривой $C(T)$ прослеживаются четыре аномалии при температурах 264 ± 1 , 283 ± 1 , 346 ± 1 и 370 ± 1 К, соответствующие фазовым переходам (рис. 3, a). Других аномалий в температурном интервале 80 – 360 К не наблюдалось. Присутствие объемного иодата калия, не вошедшего в поры, проявляется в наличии небольшого максимума на кривой $C(T)$ и минимума на температурной зависимости $\gamma_{3\omega}(T)$ (рис. 3, b) при температуре 264 ± 1 К, которые соответствуют фазовому переходу из фазы IV в фазу III.

Острый максимум при температуре 283 ± 1 К на кривой $C(T)$ соответствует фазовому переходу из фазы IV в фазу III для наноструктурированного KIO_3 , находящегося в каналах нанокристаллической целлюлозы.

Коэффициент третьей гармоники $\gamma_{3\omega}$ при фазовом переходе IV → III для наноструктурированного (как и для объемного) иодата калия (рис. 3, b), принимает минимальное значение и при дальнейшем нагревании возрастает примерно в четыре раза. Таким образом, по данным температурных исследований емкости и коэффициента третьей гармоники, повышение температу-

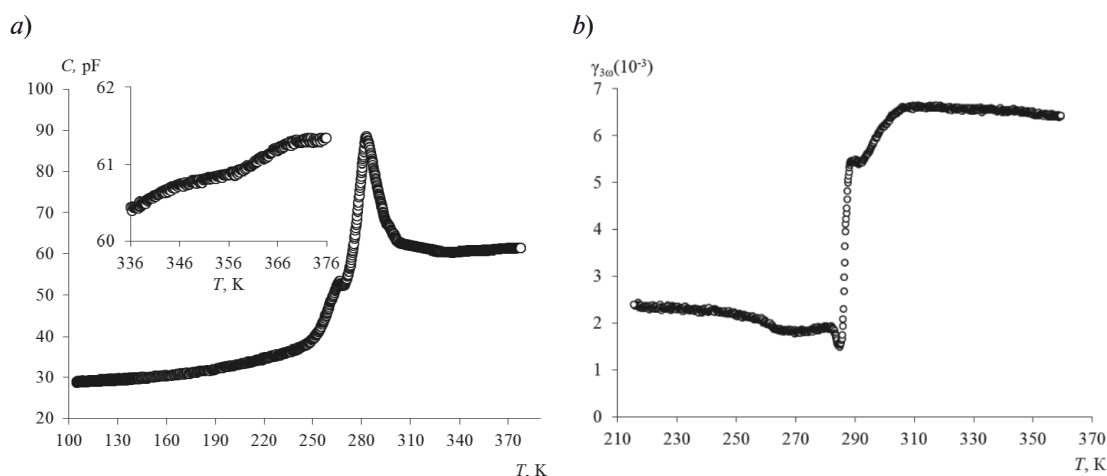


Рис. 3. Температурные зависимости емкости (a) и коэффициента третьей гармоники (b) для нанокompозита НКЦ – KIO_3 (частота – 2 кГц). На вставке представлен температурный ход емкости в интервале 336 – 386 К (частота – 1 кГц)



ры перехода из фазы IV в фазу III для KIO_3 в порах НКЦ, по сравнению с объемным KIO_3 , составляет около 20 К.

Фазовый переход из фазы III в фазу II для композита с иодатом калия также наблюдается в виде двух размытых пиков на зависимости $C(T)$: первый – около 346 ± 1 К (он соответствует объемному KIO_3), второй – при температуре 370 ± 1 К (соответствует наноструктурированному KIO_3 , см. вставку на рис. 3, а). Коэффициент гармоник $\gamma_{3\omega}$ при данных температурах аномалий не имеет, что связано с малыми изменениями емкости композита около температур 346 и 370 К.

Таким образом, на основании полученной зависимости $C(T)$ можно заключить, что температура перехода из фазы III в фазу II для наноструктурированного KIO_3 повышается примерно на 24 К по сравнению с объемным иодатом калия.

Возрастание температур структурных фазовых переходов $\text{IV} \rightarrow \text{III}$ и $\text{III} \rightarrow \text{II}$ для KIO_3 в условиях ограниченной геометрии не согласуется с предсказаниями теоретических моделей размерных эффектов в сегнетоэлектриках, основанных на теории Ландау или модели Изинга [18]. Эти модели предсказывают сдвиг сегнетоэлектрического перехода в глубь сегнетоэлектрической фазы, т. е. в сторону низких температур. Ранее для нитрита натрия в порах молекулярных сит МСМ-41 и SBA-15 и опалов, а также сегнетовой соли в порах молекулярных сит было получено понижение температуры фазового перехода (см. работы [1, 19] и ссылки в них). С другой стороны, для тех же сегнетоэлектриков в пористом оксиде алюминия наблюдалось расширение области существования сегнетоэлектрической фазы [20, 21]. Повышение фазового

перехода связывалось с взаимодействием сегнетоэлектрических частиц в порах со стенками матриц, с геометрией пор (см. работу [21] и ссылки в ней), а также с диполь-дипольным взаимодействием между отдельными сегнетоэлектрическими частицами композита [22]. Таким образом, для композита на основе KIO_3 и НКЦ возрастание температуры переходов может объясняться диполь-дипольным взаимодействием частиц со стенками пор матрицы НКЦ. Это взаимодействие приводит к фиксации полярного состояния в наночастицах KIO_3 . В пользу такого объяснения говорит наличие на стенках наноканалов НКЦ первичных гидроксильных ОН-групп. Ранее повышение температуры на 9 К наблюдалось для нанокompозитов триглицинсульфат/НКЦ [6, 7].

Заключение

В настоящей работе получены и исследованы нанокompозиты на основе иодата калия и нанокристаллической целлюлозы. Обнаружено значительное повышение температуры фазовых переходов между сегнетоэлектрическими фазами наноструктурированного иодата калия, находящегося в порах НКЦ. Температуры переходов из фазы IV в фазу III и из фазы III в фазу II повышаются приблизительно на 20 и 24 К соответственно. Существенное повышение температуры переходов для иодата калия не согласуется с теоретическими моделями влияния размерного эффекта на сегнетоэлектрический фазовый переход в изолированных малых частицах. Наблюдаемый эффект приписывается взаимодействию частиц со стенками каналов матрицы НКЦ, что приводит к фиксации полярного состояния в наночастицах KIO_3 .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Pankova S.V., Poborchii V.V., Solovov V.G. The giant dielectric constant of opal containing sodium nitrate nanoparticles // J. Phys.: Cond. Matter. 1996. Vol. 8. No. 12. Pp. L203–L206.
[2] Yadlovker D., Berger S. Uniform orientation and size of ferroelectric domains // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 71. No. 18. Pp. 184112-1–184112-6.
[3] Барышников С.В., Чарная Е.В., Милинский А.Ю., Гойхман А.Ю., Tien C., Lee M.K.,

Chang L.J. Диэлектрические свойства нанопористой матрицы МСМ-41, заполненной сегнетоэлектриком $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ // ФТТ. 2013. Т. 55. № 5. С. 987–990.
[4] Sieradzki A., Komar J., Rysiakiewicz-Pasek E., Cizman A., Poprawski R. Calorimetric investigations of phase transitions in KNO_3 embedded into porous glasses // Ferroelectrics. 2010. Vol. 402. No. 1. Pp. 60–65.

[5] Baryshnikov S.V., Milinskiy A.Yu., Charnaya E.V., Bugaev A.S., Samoylovich M.I. Dielectric studies of ferroelectric NH_4HSO_4 nanoparticles embedded into porous matrices // *Ferroelectrics*. 2016. Vol. 493. No. 1. Pp. 85–92.

[6] Нгуен Х.Т., Миловидова С.Д., Сидоркин А.С., Рогазинская О.В. Диэлектрические свойства композитов на основе нанокристаллической целлюлозы с триглицинсульфатом // *ФТТ*. 2015. Т. 57. № 3. С. 491–494.

[7] Nguyen H.T., Sidorkin A.S., Milovidova S.D., Rogazinskaya O.V. Investigation of dielectric relaxation in ferroelectric composite nanocrystalline cellulose-triglycine sulfate // *Ferroelectrics*. 2016. Vol. 498. No. 1. Pp. 27–35.

[8] Baklagina Yu.G., Khripunov A.K., Tkachenko A.A., et al. Structural parameters of cellulose produced by *Acetobacter Xylinum* and their variation in the course of drying of gel films // *J. Appl. Chem.* 2003. Vol. 76. No. 6. Pp. 989–996.

[9] Yasinov R., Nitzani M., Berger S. Ferroelectric properties of KIO_3 nanorods grown inside aluminum oxide pores // *Ferroelectrics*. 2009. Vol. 390. No. 1. Pp. 153–159.

[10] Herlach F. Kernquadrupolresonanzen, Phasenumwandlungen und Ferroelektrizität der Alkalijodate // *Helv. Phys. Acta*. 1961. Vol. 34. No. 4. Pp. 305–330.

[11] Maeda M., Takagi M., Suzuki I. Temperature dependences of dielectric, elastic and piezoelectric properties of KIO_3 single crystals associated with the successive phase transitions // *J. Phys. Soc. Jpn.* 2000. Vol. 69. No. 1. Pp. 267–275.

[12] Crane G.R. The relation of physical properties to the symmetry of potassium iodate // *J. Appl. Cryst.* 1972. Vol. 5. No. 5. Pp. 360–365.

[13] Brooker M.H., Shapter J.G. Raman studies of the phase transition in KClO_3 // *J. Phys. Chem. Solids*. 1989. Vol. 50. No. 11. Pp. 1087–1094.

[14] Барышников С.В., Чарная Е.В., Ми-

линский А.Ю., Шацкая Ю.А., Michel D. Диэлектрические и калориметрические исследования KNO_3 в порах наноразмерных силикатных матриц МСМ-41 // *ФТТ*. 2012. Т. 54. № 3. С. 594–599.

[15] Изюмов Ю.А., Сыромятников В.Н. Фазовые переходы и симметрия кристаллов. М.: Наука, 1984. 245 с.

[16] Ivanov N.R., Shuvalov L.A., Chikgladze O.A. KIO_3 – The first ferroelectric with non-reorientable and non-180° switchable components of spontaneous polarization // *Phys. Lett.* 1973. Vol. 45A. No. 6. Pp. 437–438.

[17] Lines M.E., Glass A.M. Principles and applications of ferroelectrics and related materials. Oxford: Clarendon Press, 2001. 696 p.

[18] Wang C.L., Xin Y., Wang X.S., Zhong W.L. Size effects of ferroelectric particles described by the transverse Ising model // *Phys. Rev. B*. 2000. Vol. 62. No. 17. Pp. 11423–11427.

[19] Tien C., Charnaya E.V., Lee M.K., Baryshnikov S.V., Michel D., Buhlmann W.J. NMR studies of structure and ferroelectricity for Rochelle salt nanoparticles embedded in mesoporous sieves // *Phys.: Cond. Matter*. 2008. Vol. 20. No. 21. P. 215205 (6p).

[20] Барышников С.В., Чарная Е.В., Стукова Е.В., Милинский А.Ю., Tien C. Диэлектрические исследования нанопористых пленок оксида алюминия, заполненных сегнетовой солью // *ФТТ*. 2010. Т. 52. № 7. С. 1347–1350.

[21] Tien C., Charnaya E.V., Lee M.K., Baryshnikov S.V. Ferroelectricity and gradual melting in NaNO_2 particles confined within porous alumina // *Phys. Stat. Solidi. b*. 2009. Vol. 246. No. 10. Pp. 2346–2351.

[22] Charnaya E.V., Pirozerskii A.L., Tien C., Lee M.K. Ferroelectricity in an array of electrically coupled confined small particles // *Ferroelectrics*. 2007. Vol. 350. No. 1. Pp. 75–80.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

МИЛИНСКИЙ Алексей Юрьевич — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики Благовещенского государственного педагогического университета, г. Благовещенск, Российская Федерация.

675000, Российская Федерация, г. Благовещенск, ул. Ленина, 104
a.milinskiy@mail.ru

Milinskiy A.Yu. DIELECTRIC PROPERTIES OF THE NANOCRYSTALLINE CELLULOSE – POTASSIUM IODIDE COMPOSITES.

The linear and nonlinear dielectric properties of composites based on KIO_3 and nanocrystalline *Acetobacter Xylinum* cellulose have been studied. This cellulose is structured so that it has a large amount of nano-channels with parallel arrangement and with diameters of 50 – 100 nm whose lengths exceed the diameters by thousands of times. The behavior of the linear dielectric permittivity of bulk KIO_3 was found to have four anomalies at the temperatures corresponding to phase transitions. The temperature elevations of 20 and 24 K, respectively, for the IV → III and III → II structural transitions were revealed for the KIO_3



in the pores of nanocrystalline cellulose relative to corresponding transition temperatures in the bulk KIO_3 . Possible causes for the revealed temperature elevations were discussed.

NANOCRYSTALLINE CELLULOSE, POTASSIUM IODATE, DIELECTRIC CONSTANT, PHASE TRANSITION.

REFERENCES

- [1] S.V. Pankova, V.V. Poborchii, V.G. Solovov, The giant dielectric constant of opal containing sodium nitrate nanoparticles, *J. Phys.: Cond. Matter.* 8 (12) (1996) L203–L206.
- [2] D. Yadlovker, S. Berger, Uniform orientation and size of ferroelectric domains, *Phys. Rev. B.* 71 (18) (2005) 184112-1–184112-6.
- [3] S.V. Baryshnikov, E.V. Charnaya, A.Yu. Milinskiy, et al., Dielectric properties of the nanoporous MSM-41 matrix filled with the $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ ferroelectric, *Physics of the Solid States.* 55 (5) (2013) 1070–1073.
- [4] A. Sieradzki, J. Komar, E. Rysiakiewicz-Pasek, et al., Calorimetric investigations of phase transitions in KNO_3 embedded into porous glasses, *Ferroelectrics.* 402 (1) (2010) 60–65.
- [5] S.V. Baryshnikov, A.Yu. Milinskiy, E.V. Charnaya, et al., Dielectric studies of ferroelectric NH_4HSO_4 nanoparticles embedded into porous matrices, *Ferroelectrics.* 493 (1) (2016) 85–92.
- [6] H.T. Nguyen, S.D. Milovidova, A.S. Sidorkin, O.V. Rogazinskaya, Dielectric properties of composite based on nanocrystalline cellulose with triglycine sulfate, *Physics of the Solid States.* 57 (3) (2015) 503–506.
- [7] H.T. Nguyen, A.S. Sidorkin, S.D. Milovidova, O.V. Rogazinskaya, Investigation of dielectric relaxation in ferroelectric composite nanocrystalline cellulose-triglycine sulfate, *Ferroelectrics.* 498 (1) (2016) 27–35.
- [8] Yu.G. Baklagina, A.K. Khripunov, A.A. Tkachenko, et al., Structural parameters of cellulose produced by *Acetobacter Xylinum* and their variation in the course of drying of gel films, *J. Appl. Chem.* Vol. 76 (6) (2003) 989–996.
- [9] R. Yasinov, M. Nitzani, S. Berger, Ferroelectric properties of KIO_3 nanorods grown inside aluminum oxide pores, *Ferroelectrics.* 390 (1) (2009) 153–159.
- [10] F. Herlach, Kernquadrupolresonanzen, Phasenumwandlungen und Ferroelektrizität der Alkalijodate, *Helv. Phys. Acta.* 34 (4) (1961) 305–330.
- [11] M. Maeda, M. Takagi, I. Suzuki, Temperature dependences of dielectric, elastic and piezoelectric properties of KIO_3 single crystals associated with the successive phase transitions, *J. Phys. Soc. Jpn.* 69 (1) (2000) 267–275.
- [12] G.R. Crane, The relation of physical properties to the symmetry of potassium iodate, *J. Appl. Cryst.* 5 (5) (1972) 360–365.
- [13] M.H. Brooker, J.G. Shapter, Raman studies of the phase transition in KClO_3 , *J. Phys. Chem. Solids.* 50 (11) (1989) 1087–1094.
- [14] S.V. Baryshnikov, E.V. Charnaya, A.Yu. Milinskiy, Dielectric and calorimetric investigations of KNO_3 in pores of nanoporous silica matrices MCM-41, *Physics of the Solid States.* 54 (3) (2012) 636–641.
- [15] Yu.A. Izyumov, V.N. Syromyatnikov, *Fazovyie perekhody i simmetriya kristallov* [Phase transitions and crystal symmetry], Moscow, Nauka, 1984.
- [16] N.R. Ivanov, L.A. Shuvalov, O.A. Chikgladze, KIO_3 – The first ferroelectric with non-reorientable and non-180° switchable components of spontaneous polarization, *Phys. Lett.* 1973. 45A (6) (1973) 437–438.
- [17] M.E. Lines, A.M. Glass, *Principles and applications of ferroelectrics and related materials*, Oxford, Clarendon Press, 2001.
- [18] C.L. Wang, Y. Xin, X.S. Wang, W.L. Zhong, Size effects of ferroelectric particles described by the transverse Ising model, *Phys. Rev. B.* 62 (17) (2000) 11423–11427.
- [19] C. Tien, E.V. Charnaya, M.K. Lee, et al., NMR studies of structure and ferroelectricity for Rochelle salt nanoparticles embedded in mesoporous sieves, *Phys.: Cond. Matter.* 20 (21) (2008) 215205.
- [20] S.V. Baryshnikov, E.V. Charnaya, E.V. Stukova, et al., Dielectric studies of nanoporous alumina films filled with the Rochelle salt, *Physics of the Solid States.* 52 (7) (2010) 1444–1447.
- [21] C. Tien, E.V. Charnaya, M.K. Lee, S.V. Baryshnikov, Ferroelectricity and gradual melting in NaNO_2 particles confined within porous alumina, *Phys. Stat. Solidi b.* 246 (10) (2009) 2346–2351.
- [22] E.V. Charnaya, A.L. Pirozerskii, C. Tien, M.K. Lee, Ferroelectricity in an array of electrically coupled confined small particles, *Ferroelectrics.* 350 (1) (2007) 75–80.

THE AUTHOR

MILINSKIY Aleksey Yu.

Blagoveshchensk State Pedagogical University

104 Lenina St., Blagoveshchensk, 675000, Russian Federation

a.milinskiy@mail.ru

DOI: 10.18721/JPM.10110

УДК: 546.714: 541.183

*В.В. Кораблев¹, А.В. Чечевичкин^{1,2},
И.К. Боричева¹, В.В. Самонин²*

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
г. Санкт-Петербург, Российская Федерация;

² Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет) г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

СТРУКТУРА И МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КЛИНОПТИЛОЛИТА, МОДИФИЦИРОВАННОГО ДИОКСИДОМ МАРГАНЦА

С помощью современных физических методов в работе изучены химический состав и морфологические свойства клиноптилолитсодержащих материалов, модифицированных диоксидом марганца (MnO_2). Используются методы растровой электронной микроскопии, рентгеноспектрального микроанализа и оптической микроскопии в отраженном свете. Экспериментально показано, что MnO_2 -модифицированные образцы с высоким и низким значениями отношения Si/Al имеют различия по таким характеристикам, как толщина слоя, поверхностная концентрация, степень деалюминирования поверхности частиц, а также по морфологическим особенностям MnO_2 -фазы. Указанная фаза образцов с высоким значением отношения Si/Al представляет собой структуру, образованную наностержнями диаметром 10 – 20 нм и длиной 500 – 700 нм в виде сетки, химически сшитой с поверхностью частиц клиноптилолита. Установлено, что MnO_2 -модификация всех изученных образцов приводит к повышению их механической и химической прочности по сравнению с исходными формами.

MnO_2 -МОДИФИКАЦИЯ, РАСТРОВАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ МИКРОСКОПИЯ, НАНОСТЕРЖЕНЬ, КЛИНОПТИЛОЛИТ, РЕНТГЕНСПЕКТРАЛЬНЫЙ МИКРОАНАЛИЗ, МЕХАНИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ.

Введение

Материалы, модифицированные диоксидом марганца (MnO_2), находят в настоящее время широкое применение в различных областях [1 – 6], в том числе для очистки различных вод и технологических растворов [1, 2, 6, – 14]. В связи с этим, создание MnO_2 -модифицированных материалов на основе природного цеолита–клиноптилолита (КЛ) является перспективным направлением [15 – 18], поскольку позволяет получать новые материалы с достаточно высокими эксплуатационными характеристиками (сорбционная емкость, каталитическая активность, химическая стойкость и механическая прочность).

Для сорбционно-каталитических процессов, протекающих в водной среде, важ-

но чтобы MnO_2 -фаза находилась в гидратированном состоянии. Такое требование накладывает определенные ограничения на условия синтеза этой фазы, в особенности на поверхности КЛ, чувствительной к кислотам и щелочным средам.

Наиболее распространенной является технология, направленная на фиксацию двухвалентного иона марганца в матрице КЛ с последующим его окислением [16 – 18].

Применение иона MnO_4^- в качестве окислителя позволяет получать гидратированную MnO_2 -фазу с максимальным выходом и содержанием активного кислорода, однако эта реакция в условиях гетерогенного синтеза на поверхности КЛ в настоящее время изучена недостаточно.

На территории России имеется большое



количество КЛ-содержащих пород хорошего качества [19, 20], различных по химическому составу, пористой структуре и другим свойствам; в значительной мере указанные различия влияют на структуру и состав получаемой MnO_2 -фазы.

Цель данной работы – расширение представлений о структурно-морфологических свойствах MnO_2 -фазы и механизме ее образования на поверхностях пород клиноптилолита, различных по свойствам.

Методика эксперимента

В работе было исследовано пять образцов КЛ-содержащих пород с высоким содержанием цеолитовой фазы, полученных с различных месторождений: Бадинского, Холинского, Шивиртуйского (Забайкалье, Россия) Чугуевского (Приморский край, Россия) и Сокирницкого (Западная Украина). Последний из перечисленных образцов был взят для сравнения, поскольку до недавнего времени был широко представлен на рынке России.

Содержание цеолитовой фазы в образцах определяли стандартным термохимическим методом [19, 20]. Предельные объемы сорбционного пространства W_s^w (по воде) и W_s^b (по бензолу) определяли эксикаторным методом [21]. Объем микропор, недоступных для молекул бензола (с размером входов пор менее $5,85 \text{ \AA}$), определяли как

$$V_\mu = W_s^w - W_s^b.$$

Величины статической сорбционной емкости $A^{\text{Mn}^{2+}}$, A^{SLS} и A^{MB} , соответственно по иону Mn^{2+} , лаурилсульфату натрия и метиленовому голубому, определяли статическим методом из растворов с концентрацией 100 мг/л , при соотношении фаз твердое тело/жидкость $1:100$, при периодическом перемешивании. Период времени сорбции составлял 24 ч , температура была равна $20 \pm 1^\circ \text{C}$.

Механическую прочность образцов оценивали в виде механической разрушаемости MD (% масс.), которую определяли по формуле

$$\text{MD} = 100 \% - \text{MS(at)},$$

где MS(at) – механическая прочность на

истирание, определенная по ГОСТу 16188-70 [22] (соответствующие русские обозначения по ГОСТу – MP и МП(и)).

Химическую прочность образцов оценивали в виде химической разрушаемости CD (% масс.), которую определяли по формуле:

$$\text{CD} = 100\% - \text{RR},$$

где RR – химическая стойкость, которую определяли после обработки образцов раствором хлористого натрия по ГОСТу Р 51641-2000 [23] (соответствующие русские обозначения по ГОСТу – XP и XC) с последующей их сушкой и определением силовым методом по ГОСТ 16188-70.

Содержание MnO_2 (в объеме частиц) определяли оксалатным методом [24].

Синтез MnO_2 -фазы на поверхности образцов КЛ-пород осуществляли в три этапа: сорбционное введение иона Mn^{2+} в обменный комплекс КЛ (т. е. получение Mn^{2+} -КЛ);

обработка Mn^{2+} -КЛ раствором KMnO_4 (получение MnO_2 -КЛ);

отмывка полученного MnO_2 -КЛ от остатков раствора KMnO_4 с последующей сушкой продукта при $80 \pm 2^\circ \text{C}$ в течение 8 ч .

Первые два этапа проводили при температуре $20 \pm 1^\circ \text{C}$ и с соотношением твердой и жидкой фаз $1:10$.

Толщину слоя MnO_2 -фазы в частицах КЛ-пород определяли при помощи линейных измерений на фотографиях шлифов этих частиц, полученных методом оптической микроскопии в отраженном свете. Для этого частицы MnO_2 -КЛ фиксировали в эпоксидном компаунде, разрезали полученный блок алмазным микроинструментом, шлифовали и полировали. Полученные микрошлифы со срезами частиц анализировали в отраженном свете видимого диапазона при помощи микроскопа Биолам-И, снабженного цифровой камерой Myscope 130M (фирма Webbers). Калибровку камеры проводили при помощи объект-микрометра отраженного света ОМО-1.

Морфологию полученных образцов MnO_2 -модифицированных КЛ, а также химический состав поверхностного слоя этих

материалов оценивали с помощью метода сканирующий электронной микроскопии (СЭМ) на приборе Supra 55VP (фирма Карл Цейс) с системой микрорентгеноспектрального химического анализа X-MAX (Oxford Instruments). Размер зоны возбуждения рентгеновского излучения в изучаемых материалах составлял $1,5 \times 1,5$ мкм.

Экспериментальные результаты

Показатели состава использовавшихся в работе образцов КЛ-пород до и после их MnO_2 -модификации представлены в табл. 1 и 2.

По алюмосиликатному составу (см. табл. 2) немодифицированные образцы можно условно разделить на две группы: высококремнистые (отношение Si/Al лежит в диапазоне 5,16 – 5,60) и низкокремнистые (отношение Si/Al равно 4,21 – 4,75). К первой группе относятся породы Бадинского и Чугуевского месторождений, а ко второй – Сокирницкого, Шивиртуйского и Холинского. Высококремнистые образцы характеризуются низким содержанием натрия, а образец породы Сокирницкого месторождения содержит специфический элемент – барий, которого нет в других образцах, а также имеет более высокое, чем у других, содержание железа.

Сорбционно-механические характери-

стики изучавшихся в работе образцов представлены в табл. 3.

Немодифицированные образцы высококремнистых пород характеризуются значительно меньшими значениями предельного объема сорбционного пространства, чем соответствующие значения для образцов низкокремнистых пород (как по воде, так и по бензолу), а также меньшей механической разрушаемостью. При этом объем микропор с размером менее $5,85 \text{ \AA}$ (кинетический диаметр молекул бензола) для всех образцов хорошо коррелирует с содержанием КЛ в породе, полученным как расчетным путем, использующим количество недоступных для молекул бензола микропор каркаса КЛ (в соответствии с работой [25]), так и термохимическим методом [19, 20].

Сорбционные свойства изучавшихся образцов КЛ-содержащих пород до и после MnO_2 -модификации проявляются по-разному, в зависимости от размера молекул сорбируемого вещества. Например, для молекул малого размера (вода, бензол), а также ионов Mn^{2+} значения W_s^w , W_s^b (см. табл. 3) практически не отличаются как для исходных, так и для MnO_2 -модифицированных форм. Значения $A^{\text{Mn}^{2+}}$ для модифицированных форм несколько ниже, но это может быть объяснено выведением части катионообменных центров КЛ из сорбционного

Таблица 1

Химический состав КЛ-пород с различных месторождений до и после их MnO_2 -модификации

Месторождение	Форма	Химический состав, % вес.									
		SiO_2	Al_2O_3	TiO_2	MgO	CaO	Na_2O	K_2O	Fe_2O_3	BaO	MnO_2
Бадинское	Исх.	77,78	12,27	0,21	0,60	1,22	0,13	6,71	1,03	—	0,05
	Мод.	61,79	8,65	0,10	0,48	1,28	0,69	3,70	0,72	—	22,59
Сокирницкое	Исх.	72,94	13,85	0,20	0,77	2,48	0,53	4,92	3,50	0,76	0,005
	Мод.	71,32	13,56	0,21	0,45	0,91	2,70	3,39	4,61	0,20	2,64
Чугуевское	Исх.	72,72	12,37	0,16	0,49	3,21	2,01	3,67	1,85	—	0,06
	Мод.	61,83	6,75	0,12	0,39	0,82	1,05	0,95	1,02	—	27,07
Шивиртуйское	Исх.	72,63	15,24	0,39	0,96	3,95	1,14	3,95	1,65	—	0,08
	Мод.	70,88	14,68	0,44	0,89	1,67	1,44	4,43	1,98	—	3,58
Холинское	Исх.	74,22	13,77	0,20	0,40	2,79	2,70	4,48	1,37	—	006
	Мод.	73,91	12,61	0,18	0,25	0,59	2,68	5,04	1,27	—	3,47

Обозначения: Исх., Мод. — исходная и MnO_2 -модифицированная формы КЛ-пород, соответственно.

Примечание. Условия модификации: время — 1 ч, концентрация раствора KMnO_4 — 2 % вес.

Таблица 2

**Остальные характеристики состава КЛ-пород с различных месторождений
до и после их MnO_2 -модификации**

Показатель	Значение показателя для месторождения				
	Бадинское	Сокирницкое	Чугуевское	Шивиртуйское	Холинское
Исходное содержание КЛ в породе, % вычислено из V_μ определено термохимическим методом	64	67	61	58	73
	70	70	60	60	75
Общее содержание MnO_2 в образце, % после модификации	0,36	0,30	0,42	0,49	0,46
Степень деалюминирования, % после модификации	29,5	2,1	45,4	3,7	8,4
Суммарное содержание оксидов, % вес. в исходном образце после модификации	9,69	12,96	8,92	11,60	11,34
	6,87	11,14	4,23	8,41	9,83
Отношение Si/Al в исходном образце после модификации	5,60	4,65	5,16	4,21	4,76
	6,30	4,65	8,08	4,26	5,17

См. примечание к табл. 1.

Таблица 3

**Основные характеристики КЛ-содержащих пород, полученных с разных месторождений,
до и после их MnO_2 -модификации**

Месторождение	Форма	Значение показателя							
		W_s^w	W_s^b	V_μ	$A^{\text{Mn}^{2+}}$	A^{SLS}	A^{MB}	MD	CD
		см ³ /г			мг/г			% масс.	
Бадинское	Исх.	0,180	0,084	0,096	7,4	0,32	1,38	0,31	0,44
	Мод.	0,178	0,083	0,095	6,9	0,05	0,25	0,07	0,18
Сокирницкое	Исх.	0,209	0,109	0,098	12,0	0,38	0,60	4,61	0,41
	Мод.	0,207	0,109	0,098	8,8	0,28	0,45	1,81	0,20
Чугуевское	Исх.	0,179	0,089	0,090	10,5	0,54	1,56	4,76	1,98
	Мод.	0,179	0,087	0,092	8,8	0,10	0,50	0,11	0,48
Шивиртуйское	Исх.	0,310	0,224	0,087	9,1	0,38	2,62	7,95	2,54
	Мод.	0,307	0,223	0,083	21,6	0,24	1,88	6,05	1,51
Холинское	Исх.	0,240	0,130	0,110	18,2	0,30	2,38	6,54	0,69
	Мод.	0,238	0,129	0,109	11,2	0,21	1,56	4,24	0,21

Обозначения: W_s^w , W_s^b – предельные объемы сорбционного пространства по воде и по бензолу, соответственно; V_μ – объем микропор, недоступных для молекул бензола; $A^{\text{Mn}^{2+}}$, A^{SLS} , A^{MB} – величины статической сорбционной емкости по иону Mn^{2+} , лаурилсульфату Na и метиленовому голубому соответственно; MD, CD – механическая и химическая разрушаемость, соответственно. Исх., Мод. – исходная и MnO_2 -модифицированная формы КЛ-пород, соответственно.

процесса за счет образования на них MnO_2 -фазы.

Величины A^{SLS} и A^{MB} для адсорбатов с большим размером молекул, при MnO_2 -модификации снижаются довольно сильно. Причиной этого являются стерические препятствия для диффузии этих молекул, которые создает образовавшаяся MnO_2 -фаза, блокируя часть пространства транспортных пор в частицах пород.

После проведения MnO_2 -модификации и состав образцов КЛ-пород меняется по-разному для высоко- и низкокремнистых образцов (см. табл. 2).

Так, в первом случае наблюдается значительное снижение содержания алюминия (на 29,5 – 45,4 %) в поверхностном слое частиц КЛ-пород, в то время как во втором случае (низкокремнистые образцы) это снижение значительно меньше (на 2,1 – 8,4 %). Отношение Si/Al возрастает после MnO_2 -модификации для всех образцов, однако для высококремнистых образцов в большей степени. Более существенно снижается для этих образцов и суммарное содержание оксидов натрия, калия, магния, кальция и железа (см. табл. 1)

находящихся, как известно [26], в обменном комплексе КЛ.

Все эти изменения свидетельствуют о том, что в процессе MnO_2 -модификации окисел MnO_2 в структуре КЛ (по крайней мере, на поверхности частиц изучавшихся пород) образуется по механизму замещения не только ионов, находящихся в обменном комплексе КЛ (Na^+ , K^+ , Mg^{2+} , Ca^{2+} и Fe^{3+}), но и, возможно, по механизму замещения каркасных оксидов алюминия и кремния. В противном случае отношение Si/Al до и после модификации было бы постоянным (несмотря на синхронное уменьшение содержания как кремния, так и алюминия вследствие разбавления их содержания в поверхностном слое MnO_2 -фазой).

Как видно из табл. 2, концентрация MnO_2 -фазы на поверхности частиц высококремнистых КЛ-пород возрастает очень сильно (на 22,59 – 27,07 %) за один цикл модификации, в то время как для образцов низкокремнистых пород – значительно меньше (на 2,64 – 3,58 %).

Уменьшение механической разрушаемости (при истирании) гранул (частицы КЛ-породы) MnO_2 -модифицированных образ-

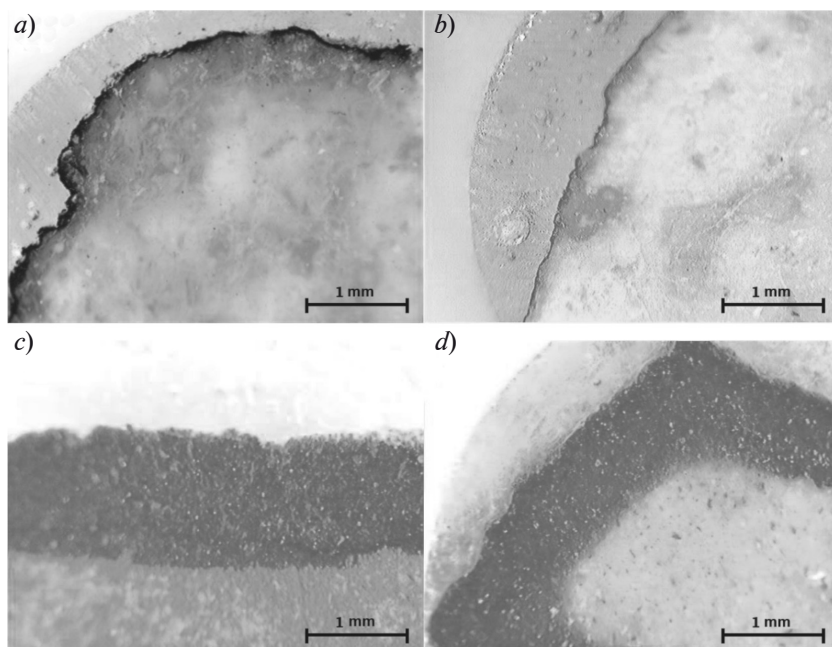


Рис. 1. Сравнение толщины слоя MnO_2 -фазы по сечениям частиц высококремнистых (а, б) и низкокремнистых (с, д) КЛ-пород, полученных с разных месторождений: Бадинского (а), Чугуевского (б), Шивиртуйского (с), Сокирничского (д)



цов, а также их химической разрушаемости в растворах солей (см. табл. 3) и кислот позволяет предположить характер химического связывания MnO_2 -фазы с поверхностью КЛ. MnO_2 -фаза при этом, по-видимому «сшивает» микротрещины на поверхности частиц (зерен) породы, что делает ее более устойчивой к механическому и химическому воздействиям, причем в большей степени для высококремнистых образцов, чем для низкокремнистых.

На рис. 1 представлены фотографии микрошлифов частиц MnO_2 -модифицированных КЛ-пород. Видно, что MnO_2 -фаза (темный цвет) располагается для высококремнистых образцов в очень небольшом по толщине (12 – 50 мкм)

слое, а для низкокремнистых образцов толщина этого слоя значительно больше (800 – 1100 мкм).

Такое различие связано с трудностью диффузии иона MnO_4^- внутрь пористой структуры частиц высококремнистых образцов. Указанная трудность приводит к тому, что процесс окисления иона Mn^{2+} происходит исключительно вблизи наружной поверхности частиц этих образцов. Для низкокремнистых образцов пористая структура их частиц позволяет проникать иону MnO_4^- внутрь; он окисляет ион Mn^{2+} с образованием MnO_2 -фазы уже внутри частиц породы.

Морфологические особенности полученных MnO_2 -модифицированных материалов на основе КЛ-пород хорошо видны на

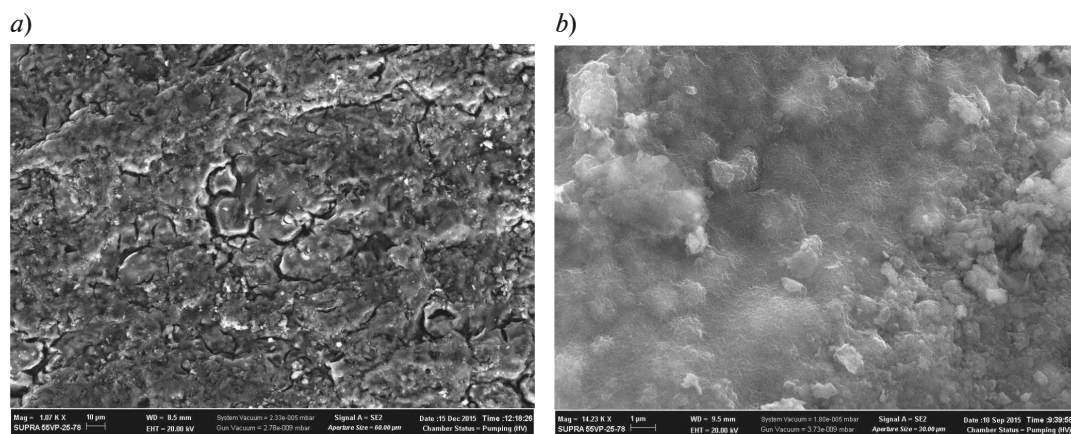


Рис. 2. Микрофотографии поверхности MnO_2 -модифицированной породы Бадинского месторождения, полученные с помощью СЭМ при увеличении в 750 раз (a) и в 15.000 раз (b)

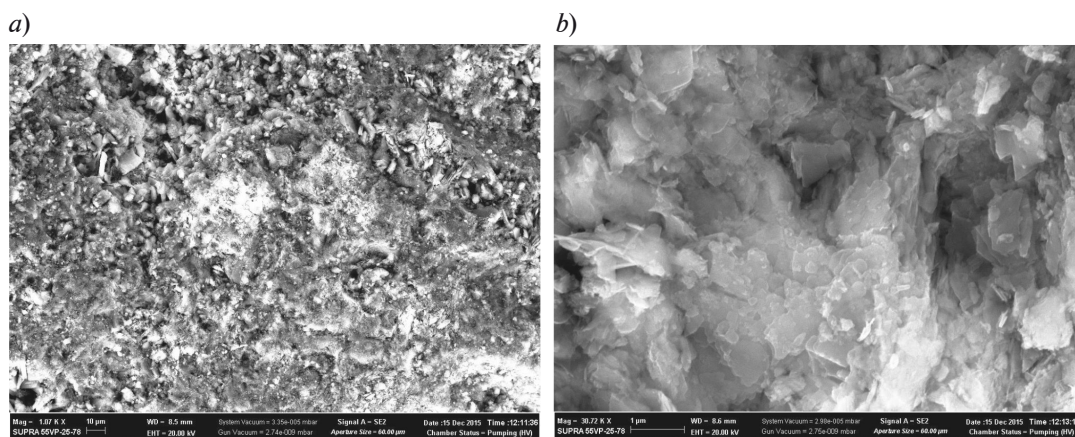


Рис. 3. Изображения поверхности MnO_2 -модифицированной породы Сокирницкого месторождения, полученные с помощью СЭМ при увеличении в 1000 раз (a) и в 30.000 раз (b)

рис. 2 и 3, где представлены изображения их поверхности, полученные методом СЭМ при различной степени увеличения. Видно, что высококремнистые образцы (см. рис. 2, *a*) имеют монолитную текстуру, сложенную, по-видимому, из сцементированных мелких зерен, причем на поверхности частиц имеются трещины, образовавшиеся при измельчении исходного материала. MnO_2 -фаза при этом достаточно равномерно покрывает наружную поверхность частиц.

Низкокремнистые образцы (рис. 3, *a*) не имеют явных трещин на поверхности частиц и сложены достаточно крупными по размерам кристаллами, которые имеют характерную для КЛ пластинчато-призматическую форму, близкую по внешнему виду к описанной в работе [16]. MnO_2 -фаза при этом фрагментарно распределена по наружной поверхности частиц КЛ-породы и имеет низкую концентрацию.

При более сильном увеличении (см. рис. 2, *b*) для высококремнистых образцов MnO_2 -фаза проявляется на поверхности частиц в виде волокнистой сетчатой структуры, равномерно покрывающей всю их наружную поверхность. Для низкокремнистых образцов (см. рис. 3, *b*) MnO_2 -фаза при сильном увеличении проявляется в виде отдельных локальных островков.

На рис. 4 представлены микрофотографии, полученные методом СЭМ с максимальным увеличением для высококрем-

нистого (Бадинское месторождение) и низкокремнистого (Сокирницкое) образцов, которые служат подтверждением вышеизложенного.

В первом из образцов (рис. 4, *a*) MnO_2 -фаза представляет собой нанокристаллы в виде нитей или стержней, расположенные непосредственно на поверхности частицы и образующие подобие сетки, химически пришитой к ней. Размеры этих нитей (стержней) можно оценить как равные 10 – 20 нм (в диаметре) и 500 – 700 нм (по длине). Подобные нитевидные кристаллы в изолированном состоянии (т. е. химически не пришитые к подложке) были получены в работах [27 – 30] для α -модификации MnO_2 (криptomелан), при низких значениях pH среды.

Как известно [30 – 32], криptomелан (или α - MnO_2) представляет собой структуру туннельного типа, образованную октаэдрами MnO_6 и выражаемую общей формулой $\text{A}_x\text{Mn}_{8-x}\text{O}_{18}$, где А – различные катионы (в основном, K^+), расположенные в туннелях. Наряду с бернесситом (δ - MnO_2 , структура слоистого типа) криptomелан в настоящее время рассматривается как один из наиболее перспективных материалов для использования в литий-ионных батареях и суперконденсаторах. Кроме того, отмечена наиболее высокая каталитическая активность криptomелана по сравнению с β - MnO_2 и γ - MnO_2 [31].

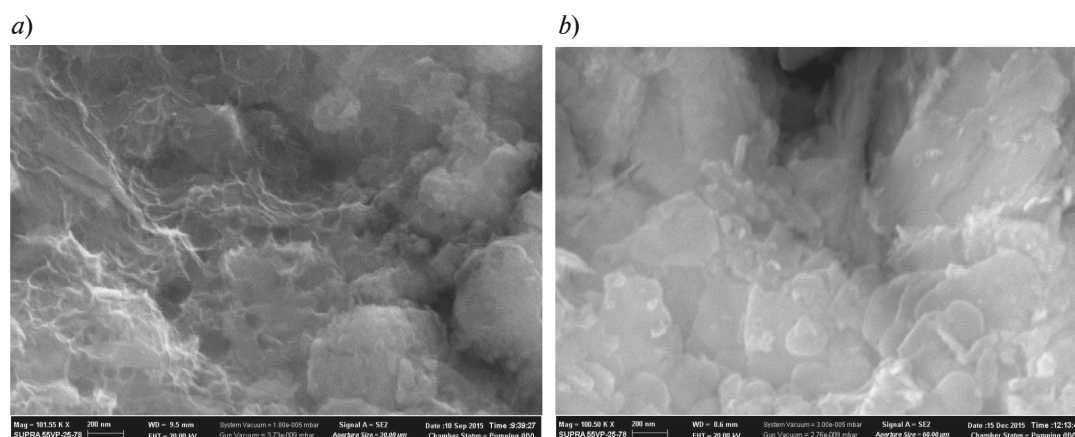
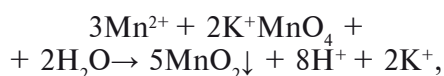


Рис. 4. Микрофотографии поверхности MnO_2 -модифицированных пород Бадинского (*a*) и Сокирницкого (*b*) месторождений, полученные с помощью СЭМ, при максимальном увеличении (в 100.000 раз)



Если учитывать высокое содержание иона K^+ в исходных образцах и в растворе, а также значительное закисление среды вблизи поверхности КЛ, на которой идет синтез MnO_2 -фазы по уравнению



то образование криптомелана в виде наностержней на поверхности КЛ представляется весьма вероятным.

Замещение алюминия (и, возможно, даже кремния) на марганец в поверхностном слое частиц (особенно для высококремнистых образцов), как видно из табл. 2, свидетельствует о том, что точки начала роста MnO_2 -фазы (в криптомелане) химически «сшиты» с поверхностью КЛ. Эта «сшивка» происходит при замещении MnO_2 -фазой структурных дефектов, образующихся при кислотном деалюминировании поверхности КЛ в начале синтеза.

Для низкокремнистого образца (рис. 4, б) MnO_2 -фаза находится в виде небольших частиц овальной формы (размером 50 – 100 нм), расположенных на поверхности пластинчато-призматических кристаллов КЛ (близкая картина была получена авторами работы [16]). Эти образования на фотографиях обнаруживаются с трудом, поскольку концентрация MnO_2 -фазы невелика. Поскольку степень деалюминирования в этом случае значительно ниже (см. табл. 2), то и точек начала роста MnO_2 -фазы на поверхности низкокремнистых образцов образуется значительно меньше, чем для высококремнистых и ее рост происходит в объеме пор материала в виде отдельных островков, концентрация которых довольно мала.

Заключение

В результате проведенного исследования с использованием современных физических методов изучены химический состав и морфологические свойства клиноптилолитсодержащих материалов, модифицированных диоксидом марганца (MnO_2).

Изученные в работе образцы КЛ-пород можно разделить по их составу на высо-

кокремнистые (отношение Si/Al лежит в пределах 5,16 – 5,60) и низкокремнистые (отношение Si/Al равно 4,21 – 4,76). Поведение пород, относящихся к разным выделенным группам, различно в условиях жидкостного синтеза на них MnO_2 -фазы.

Установлено, что при MnO_2 -модификации в условиях нейтральной реакции среды исходных реагентов, происходит деалюминирование поверхностного слоя частиц КЛ-породы, причем степень деалюминирования для высококремнистых образцов (29,5 – 45,4%) значительно выше, чем для низкокремнистых (2,1 – 8,4%).

MnO_2 -фаза на поверхности высококремнистых образцов характеризуется сетчатой структурой, состоящей из наностержней диаметром 10 – 20 нм и длиной 500 – 700 нм, химически «сшитых» с поверхностью КЛ. У низкокремнистых образцов указанная фаза состоит из частиц овальной формы размером 50 – 100 нм, рассеянных внутри пористой структуры КЛ-пород.

Образование MnO_2 -фазы в высококремнистых образцах происходит в небольшом по толщине (12 – 50 мкм) слое с высокой концентрацией (22,59 – 27,07 %), а в низкокремнистых образцах – в слое толщиной 800 – 1100 мкм и с малой концентрацией (2,64 – 3,58 %).

Установлено, что MnO_2 -модификация для всех образцов приводит к увеличению механической и химической прочности получаемых зернистых материалов и практически не влияет на величину их объема сорбционного пространства.

Слой MnO_2 -фазы, нанесенный на поверхность частиц КЛ-содержащих пород, является хорошо проницаемым для небольших молекул (вода, бензол), а также ионов Mn^{2+} , но значительно затрудняет диффузию крупных молекул (метиленовый голубой, лаурилсульфат натрия) во внутренние поры этих частиц.

Таким образом, проведенное исследование позволило расширить представления о структурно-морфологических свойствах MnO_2 -фазы и механизме ее образования на поверхностях пород клиноптилолита, полученных с разных месторождений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **Teng S.-X., Wany S.-G., Gong W.-X.** Removal of fluoride by hydrous manganese oxide-coated alumina: Performance and mechanism // *Journal of Hazardous Materials*. 2009. Vol. 168. No. 1 – 2. Pp. 1004 – 1011.
- [2] **Земскова Л.А., Шевелева И.В., Баринов Н.Н.** Оксидно-марганцевые углеродные волокнистые материалы. // *Журнал прикладной химии*. 2008. Т. 81. № 7. С. 1109–1115.
- [3] **Gohari R.J., Halakoo E., Nazrin N.A.M., Lan W.J., Matsuura T., Ismail A.F.** Improving performance and antifouling capability of PES UF membranes via blending with highly hydrophilic hydrous manganese dioxide nanoparticles // *Desalination*. 2014. Vol. 335. No. 1 – 3. Pp. 87–95.
- [4] **Апкарьян А.С., Губайдулина Т.А., Каминская О.В.** Структура и свойства гранулированной пеностеклокерамики на основе боя стекла, модифицированной оксидами марганца // *Водоподготовка и водоочистка*. 2014. № 5. С. 30–33.
- [5] **Иванец А.И., Кузнецова Т.Ф., Азарова Т.А., Воронец Е.А.** Синтез и свойства Мп-оксидных катализаторов, нанесенных на доломитовую подложку // *Физика и химия стекла*. 2013. Т. 39. № 6. С. 92–96.
- [6] **Makiyckkal S.M., Lisha K.P., Pradeep T.** A novel cellulose-manganese oxide hybrid material by in situ soft chemical synthesis and its application for the removal of Pb(II) from water // *Journal of Hazardous Materials*. 2010. Vol. 181. No. 1 – 2. Pp. 986 – 995.
- [7] **Чиркст Д.Э., Черемисина О.В., Сулимова М.А., Кужаева А.А., Згонник П.В.** Кинетика окисления фенола диоксидом марганца // *Журнал общей химии*. 2011. Т. 81. № 4. С. 612–617.
- [8] **Chen C., Wei L., Guo X., Guo S., Yan G.** Investigation of heavy oil refinery wastewater treatment by integrated ozone and activated carbon-supported manganese oxides // *Fuel Processing Technology*. 2014. Vol. 124. No. 2. Pp. 165– 173.
- [9] **Li X.-J., Liu C.-S., Li F.-B., Li Y.-T., Zhany L.-J., Liu C.-P., Zhon Y.-Z.** The oxidative transformation of sodium arsenite at the interface of α -MnO₂ and water // *Journal of Hazardous Materials*. 2010. Vol. 173. No. 1 – 2. Pp. 675–681.
- [10] **Tripathy S.S., Bersillon J.-L., Gropal K.** Adsorption of Cd²⁺ on hydrous manganese dioxide from aqueous solutions // *Desalination*. 2006. Vol. 194. No. 2. Pp. 11–21.
- [11] **Aguiar A.O., Duarte R.A., Laderia A.C.Q.** The application of MnO₂ in the removal of manganese from acid mine water // *Water Air Soil Pollut.* 2013. Vol. 224. No. 2. P. 1690.
- [12] **Wang Z., Lee S.-W., Catulano J.G., Lezuma-Pacheco J.S., Bargar J.R.** Adsorption of uranium (VI) to manganese oxides: X-ray adsorption spectroscopy and surface complexation modeling // *Environmental Science and Technology*. 2013. Vol. 47. No. 2. Pp. 850–858.
- [13] **Yin M., Feng X., Qiu E., Tan W., Liu F.** Characterization of Co-doped birnessites and application for removal of lead and arsenite // *Journal of Hazardous Materials*. 2011. Vol. 188. No. 1 – 2. Pp. 341–349.
- [14] **Su Q., Pan B., Zhang Q., Zhang W., Lu L., Wang X., Wu J.** Fabrication of polymer-supported nanosized hydrous manganese dioxide (HMD) for enhanced lead removal from waters // *Science of the Total Environment*. 2009. Vol. 407. No. 2. Pp. 5471–5477.
- [15] **Тарасевич Ю.И.** Природные цеолиты в процессах очистки воды // *Химия и технология воды*. 1988. Т.10. № 3. С. 214–218.
- [16] **Camacho L.M., Parra R.R., Dengs S.** Arsenic removal from ground water by MnO₂-modified natural clinoptilolite zeolite: Effect of pH and initial feed concentration // *Journal of Hazardous materials*. 2011. Vol. 189. No. 1-2. Pp. 286–293.
- [17] **Челищев Н.Ф., Марьина Н.А., Грибанова Н.К.** Способ получения композиционного сорбента. Патент РФ № 1491560. Приоритет 13.04.1987.
- [18] **Тарасевич Ю.И., Поляков В.Е., Иванова З.Г., Крысенко Д.А.** Получение и свойства клинотилолита, модифицированного диоксидом марганца // *Химия и технология воды*. 2008. Т. 30. № 2. С. 159–170.
- [19] **Овчаренко Г.И., Свиридова В.Л., Казанцева Л.К.** Цеолиты в строительных материалах. Барнаул: Изд-во Алт. ГТУ, 2000. 320 с.
- [20] **Челищев Н.Ф., Беренштейн В.Г., Володин В.Ф.** Цеолиты – новый тип минерального сырья. М.: Недра, 1987. 176 с.
- [21] **Кельцев Н.В.** Основы адсорбционной техники. М.: Химия, 1984. 592 с.
- [22] **ГОСТ 16188-70.** Сорбенты. Методы испытаний. М.: Изд-во стандартов, 1970. 11 с.
- [23] **ГОСТ Р 51641-2000.** Материалы фильтрующие зернистые. Общие технические условия. М.: Изд-во стандартов, 2000. 12 с.
- [24] **Анализ минерального сырья.** Л.: Ленгосхим, 1956. 1056 с.
- [25] **Дубинин М.М., Ложкова Н.С, Онусайтис Б.А.** Особенности адсорбционных свойств клинотилолита // *Клинотилолит*. Тбилиси: Изд-во Мицниерба, 1977. С. 5–10.
- [26] **Брек Д.** Цеолитовые молекулярные сита.



М.: Мир, 1976. 781 с.

[27] Коротков Р.Ф., Баранчинов А.Е., Бойцова О.В., Иванов В.К. Синтез нанокристаллических бирнессита и криптомелана методом гидротермально-микроволновой обработки // Журнал неорганической химии. 2015. Т. 60. № 11. С. 1419–1424.

[28] Белова А.И., Иткис Д.М., Семененко Д.А., Гудилин Е.А., Третьяков Ю.Д. О синтезе нитевидных кристаллов α - MnO_2 // Альтернативная энергетика и экология. 2010. Т. 88. № 8. С. 70–73.

[29] Бойцова О.В., Шекунова Т.О., Баранчиков А.Е. Синтез нанокристаллического диоксида марганца в условиях гидротермально-микроволновой обработки // Журнал неорганической химии. 2015. Т. 60. № 5.

С. 612–617.

[30] Guo T., Glerup M., Krumeich F., Nesper R., Fjellvang H., Norby P. Microstructures and spectroscopic properties of cryptomelane-type manganese dioxide nanofibers // Journal of Physical Chemistry. C. 2008. Vol. 112. No. 1. Pp. 13134–13140.

[31] Sun M., Lau B., Yu L., Ye F., Soug W., He J., Dia O.E., Zheng Y. Manganese oxides with different crystalline catalytic activities // Materials Letters. 2012. Vol. 86. No. 1–3. Pp. 18–20.

[32] Pakarinen J., Koivula R., Laatikainen M., Laatikainen K., Paatero E., Harjula R. Nanoporous manganese oxides as environmental protective materials – Effect of Ca and Mn on metal sorption // Journal of Hazardous Materials. 2010. Vol. 180. No. 1–2. Pp. 234–240.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КОРАБЛЕВ Вадим Васильевич — доктор физико-математических наук, советник ректора Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
korablev@spbstu.ru

ЧЕЧЕВИЧКИН Алексей Викторович — инженер кафедры строительства уникальных зданий и сооружений Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого; аспирант кафедры химической технологии материалов и изделий сорбционной техники Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета), г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
01@6400840.ru

БОРИЧЕВА Ирина Константиновна — кандидат физико-математических наук, заведующая лабораторией кафедры микроскопии и микроанализа Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
borichevaik2015@yandex.ru

САМОНИН Вячеслав Викторович — доктор технических наук, заведующий кафедрой химической технологии материалов и изделий сорбционной техники Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета), г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

190013, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Московский пр., 26.
samonin@mail.admiral.ru

Korablev V.V., Chechevichkin A.V., Boricheva I.B., Samonin V.V. THE STRUCTURE AND MORPHOLOGICAL PROPERTIES OF CLINOPTILOLITE MODIFIED BY MANGANESE DIOXIDE.

The chemical composition and morphological properties of clinoptilolite-bearing materials modified by MnO_2 have been studied using modern physical methods. The scanning electron microscopy, X-ray spectral microanalysis and optical reflection microscopy were applied. It was experimentally shown that MnO_2 -modified samples with high and low Si/Al ratios differed in such parameters as the layer thickness, the

surface concentration, the degree of particle-surface dealumination, and did in morphological peculiarities of MnO_2 -phase. This phase in the samples with high Si/Al ratio exhibited the structure formed by nanorods of 10 – 20 nm in diameter and 500 – 700 nm in length. These nanorods are intermeshed in the net which is cross-linked with the surface of the clinoptilolite particles. The MnO_2 -modification of the samples was established to result in improving their mechanical and chemical strength as compared with the initial forms.

MnO_2 -MODIFICATION, SCANNING ELECTRON MICROSCOPY, NANOROD, CLINOPTILOLITE, X-RAY SPECTRAL MICROANALYSIS.

REFERENCES

- [1] S.-X. Teng, S.-G. Wany, W.-X. Gong, Removal of fluoride by hydrous manganese oxide-coated alumina: Performance and mechanism, *Journal of Hazardous Materials*. 168 (1 – 2) (2009) 1004–1011.
- [2] L.A. Zemskova, I.V. Sheveleva, N.N. Barinov, Oksidno-margantsevyye ugleodnyye voloknistyye materialy [Oxide-manganous carbon-base fibrous materials], *Zhurnal prikladnoy khimii*. 81 (7) (2008) 1109–1115.
- [3] R.J. Gohari, E. Halakoo, N.A.M. Nazrin, et al., Improving performance and antifouling capability of PES UF membranes via blending with highly hydrophilic hydrous manganese dioxide nanoparticles, *Desalination*. 335 (1 – 3) (2014) 87–95.
- [4] A.S. Apkaryan, T.A. Gubaydulina, O.V. Kaminskaya, Struktura i svoystva granulirovannoy penosteklokeramiki na osnove boya stekla, modifitsirovannoy oksidami margantsa [The structure and properties of granular glass-ceramics based on broken glass modified by manganese oxides], *Vodopodgotovka i vodoochistka*. (5) (2014) 30–33.
- [5] A.I. Ivanets, T.F. Kuznetsova, T.A. Azarova, E.A. Voronets, Sintez i svoystva Mn-oksidnykh katalizatorov, nanesennykh na dolomitovuyu podlozhku [Synthesis and properties of Mn-oxide catalysts applied on dolomite cushion], *Fizika i khimiya stekla*. 39 (6) (2013) 92–96.
- [6] S.M. Makiyckal, K.P. Lisha, T. Pradeep, A novel cellulose-manganese oxide hybrid material by in situ soft chemical synthesis and its application for the removal of Pb(II) from water, *Journal of Hazardous Materials*. 181 (1 – 2) (2010) 986–995.
- [7] D.E. Chirkst, O.V. Cheremisina, M.A. Sulimova, et al., Kinetika okisleniya fenola dioksidom margantsa [Kinetics of phenol oxidation by manganese dioxide], *Zhurnal obshchey khimii*. 81 (4) (2011) 612–617.
- [8] C. Chen, L. Wei, X. Guo, et al., Investigation of heavy oil refinery wastewater treatment by integrated ozone and activated carbon-supported manganese oxides, *Fuel Processing Technology*. 124 (2) (2014) 165–173.
- [9] X.-J. Li, C.-S. Liu, F.-B. Li, et al., The oxidative transformation of sodium arsenite at the interface of α - MnO_2 and water, *Journal of Hazardous Materials*. 173 (1 – 2) (2010) 675–681.
- [10] S.S. Tripathy, J.-L. Bersillon, K. Gropal, Adsorption of Cd^{2+} on hydrous manganese dioxide from aqueous solutions, *Desalination*. 194 (1 – 3) (2006) 11–21.
- [11] A.O. Aguiar, R.A. Duarte, A.C.Q. Laderia, The application of MnO_2 in the removal of manganese from acid mine water, *Water Air Soil Pollut.* 224 (2) (2013) 1690.
- [12] Z. Wang, S.-W. Lee, G. Catulano j., et al., Adsorption of uranium (VI) to manganese oxides: X-ray adsorption spectroscopy and surface complexation modeling, *Environmental Science and Technology*. 47 (2) (2013) 850 –858.
- [13] M. Yin, X. Feng, E. Qiu, et al., Characterization of Co-doped birnessites and application for removal of lead and arsenite, *Journal of Hazardous Materials*. 188 (1 – 2) (2011) 341–349.
- [14] Q. Su, B. Pan, Q. Zhang, et al., Fabrication of polymer-supported nanosized hydrous manganese dioxide (HMD) for enhanced lead removal from waters, *Science of the Total Environment*. 407 (2) (2009) 5471–5477.
- [15] Yu.I. Tarasevich, Prirodnyye tseolity v protsessakh ochistki vody [Natural zeolites using in water purifying], *Khimiya i tekhnologiya vody*. 10 (3) (1988) 214–218.
- [16] L.M. Camacho, R.R. Parra, S. Dengs, Arsenic removal from ground water by MnO_2 -modified natural clinoptilolite zeolite: Effect of pH and initial feed concentration, *Journal of Hazardous materials*. 189 (1-2) (2011) 286 –293.
- [17] N.F. Chelishchev, N.A. Marina, N.K. Gribanova, Sposob polucheniya kompozitsionnogo sorbenta [The production process of composite sorbent], Patent RF №1491560. Prioritet 13.04.1987
- [18] Yu.I. Tarasevich, V.E. Polyakov, Z.G. Ivanova, D.A. Krysenko, Polucheniye i svoystva klinoptilolita modifitsirovannogo dioksidom margantsa [The production and properties of MnO_2 -modified clinoptilolite], *Khimiya i tekhnologiya vody*. 30 (2) (2008) 159 –170.



- [19] **G.I. Ovcharenko, V.L. Sviridova, L.K. Kazantseva**, Tseolity v stroitelnykh materialakh [Zeolites in building materials], Barnaul, Izdatelstvo Alt. GTU, 2000.
- [20] **N.F. Chelishchev, V.G. Berenshteyn, V.F. Volodin**, Tseolity – novyy tip mineralnogo syrya [Zeolites are a new type of mineral raw materials], Moscow, Nedra, 1987.
- [21] **N.V. Keltsev**, Osnovy adsorbtsionnoy tekhniki [A background of adsorption technique], Moscow, Khimiya, 1984.
- [22] GOST 16188-70, Sorbenty. Metody ispytaniy [Sorbents. Testing methods], Moscow, Izdatelstvo standartov, 1970.
- [23] GOST R 51641-2000, Materialy filtruyushchiye zernistyye. Obshchiye tekhnicheskiye usloviya [Filtering granular material, General specifications], Moscow, Izdatelstvo standartov, 2000.
- [24] Analiz mineralnogo syrya [An analysis of mineral raw material], Leningrad, Lengoskhim, 1956.
- [25] **M.M. Dubinin, N.S. Lozhkova, B.A. Onusaytis**, Osobennosti adsorbtsionnykh svoystv klinoptilolita [Peculiarities of adsorptive properties of clinoptilolite], In.: Klinoptilolit, Tbilisi, Izdatelstvo Mitsniyerba, (1977) 5–10.
- [26] **D. Brek**, Tseolitovyye molekulyarnyye sita [Zeolite molecular sieves], Moscow, Mir, 1976.
- [27] **R.F. Korotkov, A.E. Baranchinov, O.V. Boytsova, V.K. Ivanov**, Sintez nano-kristallicheskih birnessita i kriptomelana metodom gidrotermalno-mikrovolnovoy obrabotki [The synthesis of nanocrystalline birnessite and cryptomelane by hydrothermal-microwave treatment], Zhurnal neorganicheskoy khimii. 60(11) (2015) 1419–1424.
- [28] **A.I. Belova, D.M. Itkis, D.A. Semenenko, et al.**, O sinteze nitevidnykh kristallov α -MnO₂ [On the synthesis of α -MnO₂ filose crystals], Alternativnaya energetika i ekologiya. 88 (8) (2010) 70–73.
- [29] **O.V. Boytsova, T.O. Shekunova, A.E. Baranchikov**, Sintez nanokristallicheskogo dioksida margantsavusloviyakh gidrotermalno-mikrovolnovoy obrabotki [Synthesis of nanocrystalline manganese dioxide under hydrothermal-microwave-treatment conditions], Zhurnal neorganicheskoy khimii. 60 (5) (2015) 612–617.
- [30] **T. Guo, M. Glerup, F. Krumeich, et al.**, Microstructures and spectroscopic properties of cryptomelane-type manganese dioxide nanofibers, Journal of Physical Chemistry. C. 112 (1) (2008) 13134–13140.
- [31] **M. Sun, B. Lau, L. Yu, et al.**, Manganese oxides with different crystalline catalytic activities, Materials Letters. 86 (1 – 3) (2012) 18–20.
- [32] **J. Pakarinen, R. Koivula, M. Laatikainen, et al.**, Nanoporous manganese oxides as environmental protective materials – Effect of Ca and Mn on metal sorption, Journal of Hazardous Materials. 180 (1 – 2) (2010) 234–240.

THE AUTHORS

KORABLEV Vadim V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
korablev@spbstu.ru

CHECHEVICHKIN Aleksey V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
01@6400840.ru

BORICHEVA Irina K.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
borichevaik2015@yandex.ru

SAMONIN Vyacheslav V.

St. Petersburg Institute of Technology (Technical University)
26 Moskovskiy Ave., St. Petersburg, 190013, Russian Federation
samonin@mail.admiral.ru

DOI: 10.5862/JPM.10111

УДК: 620.179.162

*В.К. Бельченко, А.М. Лобачев, В.С. Модестов,
Д.А. Третьяков, Л.В. Штукин*

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТОДОМ АКУСТОУПРУГОСТИ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Работа посвящена исследованию возможности применения метода акустоупругости для оценки напряженно-деформированного состояния при циклическом нагружении. Обнаружено, что с увеличением числа циклов нагружения равномерные распределения акустической анизотропии вдоль рабочей части алюминиевого образца, а также скоростей продольной и поперечных ультразвуковых волн, становятся существенно неравномерными, причем наибольшие по абсолютной величине значения акустической анизотропии приходятся на точки, в которых наблюдаются наибольшие пластические деформации, в частности, на область разрыва образца. Эффект регистрировался с ранних стадий нагружения образца вплоть до его разрушения.

МЕТОД АКУСТОУПРУГОСТИ, АКУСТИЧЕСКАЯ АНИЗОТРОПИЯ, УЛЬТРАЗВУКОВАЯ ДИАГНОСТИКА, ЦИКЛИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ, ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ.

Введение

Эхо-импульсный метод акустоупругости, нашедший широкое применение в промышленности, берет свое начало в 1959 году, после опубликования фундаментальной работы американских ученых Р.В. Бенсона и В.Дж. Рилсона [1]. Ими был предложен новый акустический метод определения напряжений в изотропном материале. Он основан на явлении, которое заключается в различии скоростей поперечных волн, поляризованных параллельно и перпендикулярно направлению действия напряжений в материалах под нагрузкой, т. е. в анизотропии среды с действующими напряжениями. Данное явление было названо акустоупругим эффектом, а метод оценки напряженно-деформированного состояния элементов конструкций — методом акустоупругости.

Целью настоящей работы является получение и анализ экспериментальных данных о пространственно-временной динамике изменения акустической анизотропии и скоростей продольной и поперечных ультразвуковых волн в случае одноосного циклического нагружения при наличии упругопластических деформаций.

Методическая часть

Особенности метода измерения. Исследованию акустоупругого эффекта был посвящен целый ряд исследований как отечественных, так и зарубежных авторов [2 — 4], среди которых следует отметить работу японских ученых Токуока и Сайто [5], использовавших для описания эффекта нелинейно-упругую модель сплошной среды Мурнагана. Ими получено следующее простое соотношение для одноосно нагруженного изотропного материала:



$$\frac{V_1 - V_2}{V_0} = \frac{4\mu + n}{8\mu^2} (\sigma_1 - \sigma_2), \quad (1)$$

где V_1, V_2 — скорости поперечных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях относительно действующей нагрузки; V_0 — скорость поперечной волны в ненагруженном материале; σ_1, σ_2 — главные напряжения; μ — константа Ламе второго порядка; n — константа упругости третьего порядка.

Параметром акустической анизотропии служит безразмерная величина a , которая рассчитывается через скорости поперечных ультразвуковых волн взаимно перпендикулярной поляризации V_1 и V_2 :

$$a = \frac{V_1 - V_2}{(V_2 + V_1) / 2}. \quad (2)$$

Метод акустоупругости предназначен для исследования таких квазистатических процессов, в которых изменение напряженно-деформированного состояния происходит достаточно медленно, по сравнению со временем изменения акустических параметров исследуемого материала. Отметим, что для измерения скоростей необходимо знать толщину материала в исследуемой области и время пробега ультразвуковых волн. Для вычисления же акустической анизотропии достаточно знать только время распространения волн, поскольку акустическая анизотропия есть относительная величина и в области применения метода акустоупругости толщина из формулы акустической анизотропии может быть исключена [6]:

$$a = \frac{V_1 - V_2}{(V_2 + V_1) / 2} = \frac{h(1/t_1 - 1/t_2)}{h(1/t_2 + 1/t_1) / 2} = \frac{t_2 - t_1}{(t_2 + t_1) / 2}. \quad (3)$$

Следует отметить, что основной недостаток прямого измерения скоростей ультразвуковых волн связан с тем, что на величину скорости оказывает влияние ряд факторов, основными среди которых являются:

изменение длины акустического пути, вызванное упругопластическими деформациями материала;

изменение поля температуры исследуемой области;

влияние внутренних дефектов микроструктуры на характер распространения излучаемых ультразвуковых импульсов;

действие главных и касательных напряжений.

Вклад каждого из данных факторов зачастую невозможно оценить на практике, а их комплексное воздействие может приводить к существенным искажениям в величину скоростей ультразвуковых волн и, следовательно, в величину акустической анизотропии. Это стало причиной того, что, несмотря на обширный фактический материал [8, 9], опубликованный в различные годы в периодической литературе, разработка метода акустоупругости в области неупругих деформаций далека от своего завершения.

Образец для проведения испытаний. Для испытаний был изготовлен образец размером $510 \times 70 \times 15$ мм из катаного алюминиевого листа малолегированного сплава марки АМц, с направлением проката, перпендикулярным направлению приложения нагрузки. Выбор материала обусловлен тем, что он обладает высокой пластичностью и коррозионной стойкостью, близок по своим характеристикам к чистому алюминию.

Применение алюминиевого проката удобно для изучения характера изменения акустической анизотропии в процессе упругопластического деформирования. Это связано с тем, что в результате проката материал в процессе изготовления подвергается значительным начальным пластическим деформациям, что приводит к образованию строго ориентированной вдоль направления проката зеренной структуры. Вследствие этого в недеформированных образцах возникает начальная (собственная) акустическая анизотропия, превышающая по абсолютной величине значения, характерные для сталей, от десяти до ста раз [10]. Предел текучести используемого материала составил 75 МПа, предел прочности на растяжение — 135 МПа.

Аппаратное обеспечение метода. Значения величин акустической анизотропии и скоростей распространения ультразвуковых волн в образце были получены при помощи

отечественного ультразвукового прибора ИН-5101А. Его работа основана на принципе генерации ультразвуковых зондирующих импульсов и регистрации параметров отраженных упругих волн, возбуждаемых в контролируемых объектах, в том числе времени пробега отраженных волн по толщине материала [11]. Данный прибор содержит генератор высокочастотных импульсов, приемник отраженных сигналов, трехкомпонентный пьезопреобразователь, который обеспечивает излучение и прием двух поперечных волн взаимно перпендикулярной поляризации и одной продольной волны. Прибор оснащен программно-вычислительным комплексом, осуществляющим обработку и представление результатов измерений. Особенностью ИН-5101А является та, что реализация метода акустоупругости осуществляется при помощи одного приемопередающего датчика, а не нескольких, что значительно снижает погрешность измерений. При проведении испытаний использовался стандартный датчик с собственной частотой 5 МГц и уровнем зондирующего импульса 50 В.

Испытания на циклическое нагружение. Испытания проводились на гидравлической машине «Instron-8850» путем задания мягкого нагружения при положительной отнулевой нагрузке с ее последовательным

увеличением. График изменения величины внешней нагрузки представлен на рис. 1.

Всего было реализовано пять этапов диагностирования (точки на рис. 1), на каждом из которых проводилось измерение акустической анизотропии и скоростей продольной и поперечных ультразвуковых волн. Исследования проводились на разгруженном образце в 23 точках, расположенных вдоль его рабочей части, крайние из которых были выбраны вблизи концентраторов напряжений. Схема расположения точек представлена на рис. 2.

Первые 50 тыс. циклов были реализованы при отнулевой нагрузке с верхним пределом от $0,76\sigma_{0,2}$ до $1,04\sigma_{0,2}$; при этом образец не приобрел остаточных пластических деформаций (с точностью до погрешности измерений), что было связано с его упрочнением, о котором можно было также судить по отсутствию гистерезиса кривой нагружения. Последующие циклы нагружения были реализованы также при отнулевой нагрузке, превышающей предел текучести, тем самым механизм упругопластических деформаций реализовывался на каждом цикле нагружения.

Результаты и их обсуждение

Перед проведением испытаний на не-

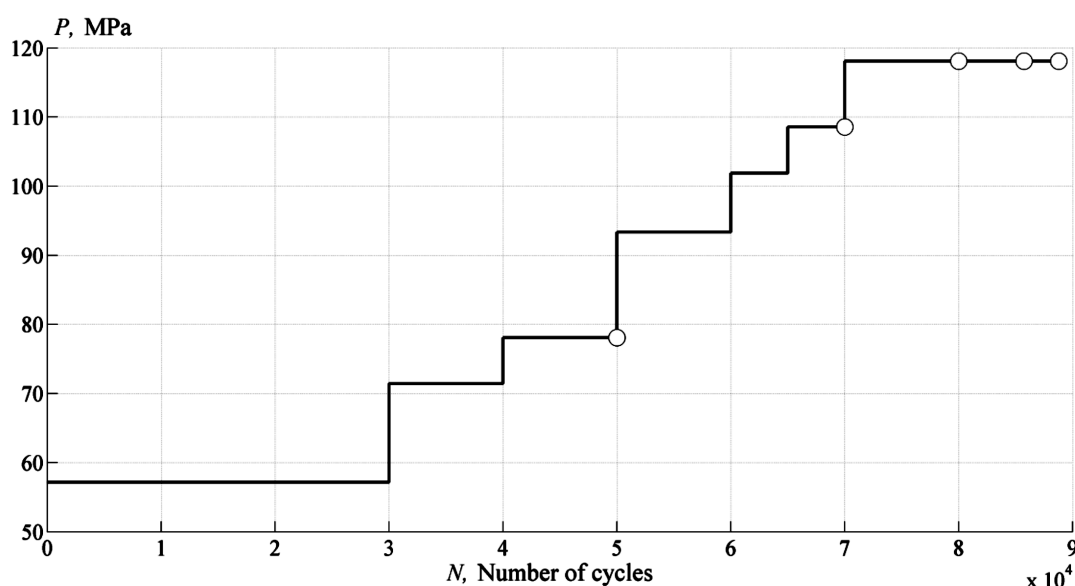


Рис. 1. Ступенчатая кривая нагружения образца. Точками отмечены этапы диагностирования

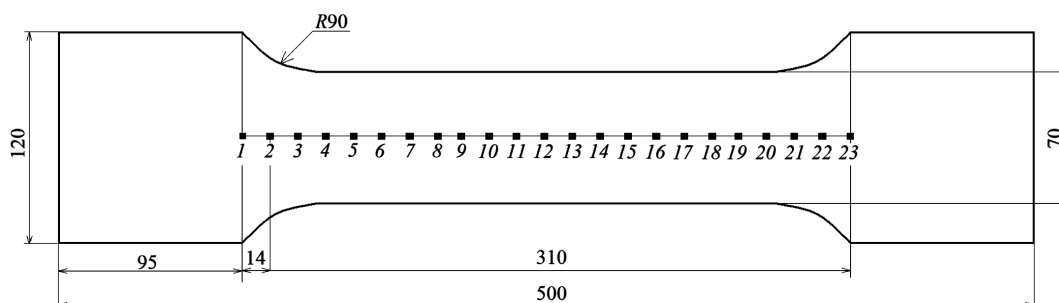


Рис. 2. Чертеж образца со схемой расположения рабочих точек, в которых проводились исследования

деформированном образце были проведены измерения акустической анизотропии, которые дали во всех исследуемых точках значения, равные 0,52 % с точностью до погрешности измерения. Скорость продольной волны в данных точках составила 6,3610 мм/мкс. Далее описаны результаты испытаний.

На рис. 3 представлены графики распределения акустической анизотропии, полученные после проведения 50 тыс. и 70 тыс. циклов нагружения, когда величина внешней нагрузки достигла 108,6 МПа, что соответствует величине $1,44\sigma_{0,2}$ (слабо выраженный характер гистерезиса кривой нагружения при этом сохранялся). По полученным кривым видно, что после проведения 50 тыс. циклов нагружения акустиче-

ская анизотропия в материале уже не имеет постоянного распределения и существуют области, где происходит ее монотонный рост по абсолютной величине. После 70 тыс. циклов данная тенденция проявляется отчетливой, при этом происходит перераспределение акустической анизотропии из средних точек рабочей части образца, где она начинает убывать, в точки, приходящиеся на области вблизи галтельного перехода, где продолжается ее рост.

Таким образом, уже на ранних этапах деформирования образца удалось обнаружить малые устойчивые изменения величины акустической анизотропии вблизи концентраторов напряжений относительно начального уровня в пределах от 0,47 до 0,58 %.

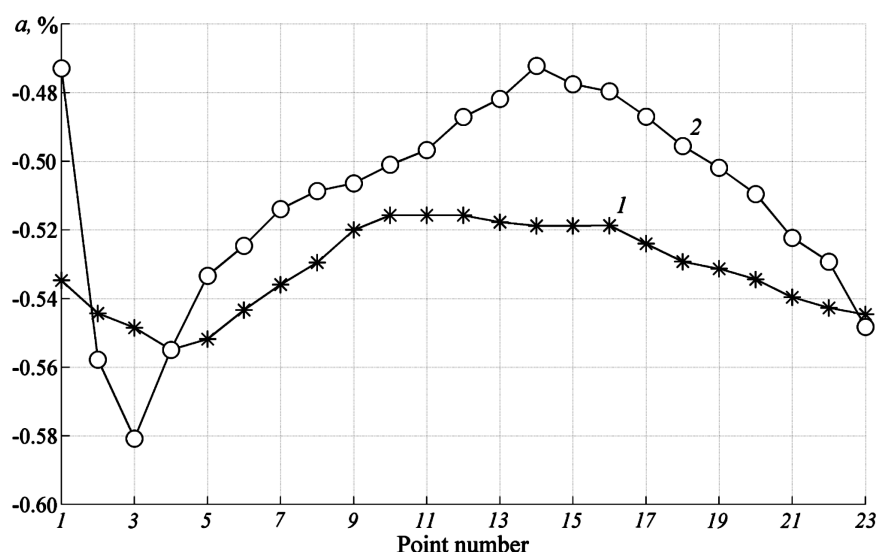


Рис. 3. Акустическая анизотропия после 50 тыс. (1) и 70 тыс. (2) циклов нагружения

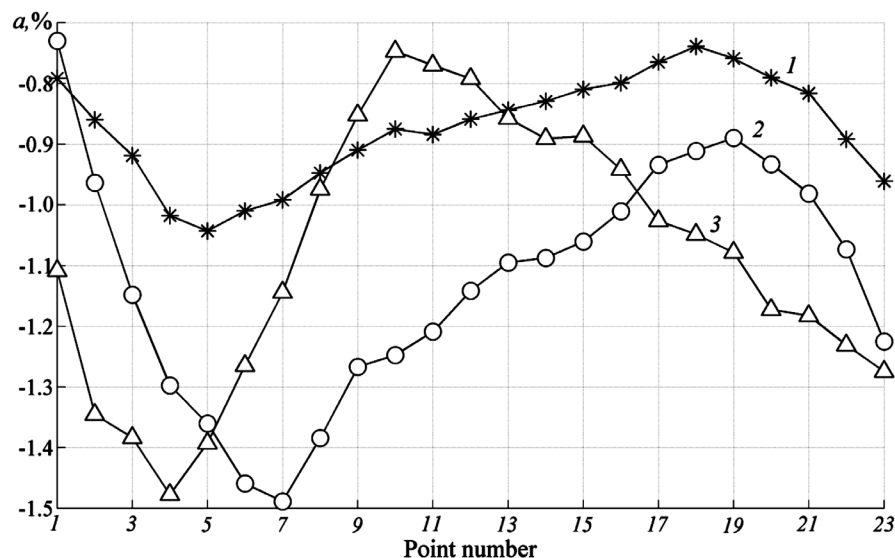


Рис. 4. Распределение акустической анизотропии по образцу после 80000 (кривая 1), 85740 (2) и 88790 (3) циклов нагружения

Далее было проведено три этапа измерения акустической анизотропии и скоростей продольной и поперечных ультразвуковых волн после 80 000, 85 740 и 88 790 циклов нагружения, при величине внешней нагрузки, соответствующей 118,1 МПа ($1,57\sigma_{0,2}$). Последний этап измерений был реализован за 170 циклов, вплоть до разрыва испытуемого образца.

Измерения толщины и абсолютного удлинения показали, что образец приобрел значительные относительные остаточные деформации, составившие на трех этапах 2,4, 6,6 и 10,6 % соответственно. Наибольшие остаточные пластические деформации пришлось на точки рабочей части образца, ближайшие к галтельным переходам. Разрыв произошел после 88960 циклов нагружения, с образованием шейки вблизи места разрушения, в области точек 4 – 5. Результаты измерений акустической анизотропии на каждом из указанных этапов представлены на рис. 4.

Из полученных распределений следует, что обнаруженные на ранних этапах нагружения тенденции приобрели устойчивый однозначный характер: акустическая анизотропия на участках, на которые пришлось наибольшие пластические деформации, превышает анизотропию в средних точках рабочей части по абсолютной вели-

чине почти в два раза (см. кривые 2 и 3 на рис. 4).

Анализ результатов измерения скоростей плоской поперечной ультразвуковой волны V_1 , поляризованной вдоль направления действия нагрузки, позволяет дать общую оценку ее поведения в процессе циклического упругопластического деформирования. На рис. 5 представлены графики скорости V_1 на этапах, предшествующих разрушению образца. Для измерения акустической анизотропии, как было указано выше, достаточно ограничиться измерением времени пробега ультразвуковых волн, что удалось сделать во всех точках 1 – 23. Для вычисления скоростей необходимо также проводить измерение толщины исследуемой области. В точках 1, 2 и 22, 23 кривизна поверхности оказалась такой, что измерение толщины с требуемой точностью, к сожалению, осуществить не удалось. Поэтому на рис. 5 и 6 показаны распределения скоростей ультразвуковых волн только в точках 3 – 21.

Полученные результаты измерений позволяют заключить, что, во-первых, скорость поперечной волны V_1 не только не постоянна, но и имеет области монотонного возрастания и убывания. Во-вторых, данная скорость имеет четко выраженную тенденцию к убыванию в областях боль-

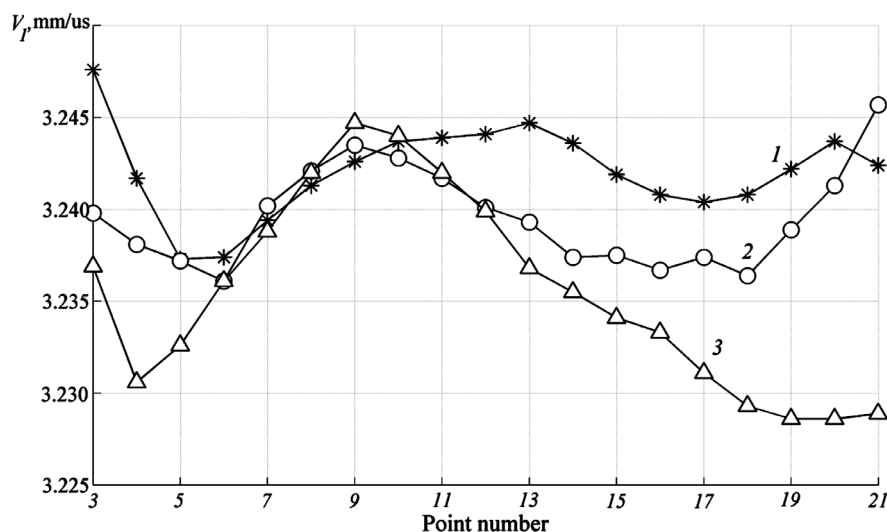


Рис. 5. Распределение скорости поперечной волны V_1 по образцу после 80000 (кривая 1), 85740 (2) и 88790 (3) циклов нагружения

ших пластических деформаций и непосредственно в области, где произошло образование шейки и разрыв образца. Наконец, характер изменения скорости коррелирует с характером изменения акустической анизотропии в образце в целом. Таким образом, имеет место макроскопический процесс, который затрагивает всю рабочую часть образца.

Дальнейшее исследование эффекта, свя-

занного с убыванием скорости поперечной волны V_1 в зонах больших пластических деформаций и вблизи места разрушения, может иметь значение при разработке методики обнаружения опасных со стороны напряженно-деформированного состояния областей в диагностируемых конструктивных элементах.

Графики распределения скорости поперечной волны V_2 (рис. 6, а), поляризо-

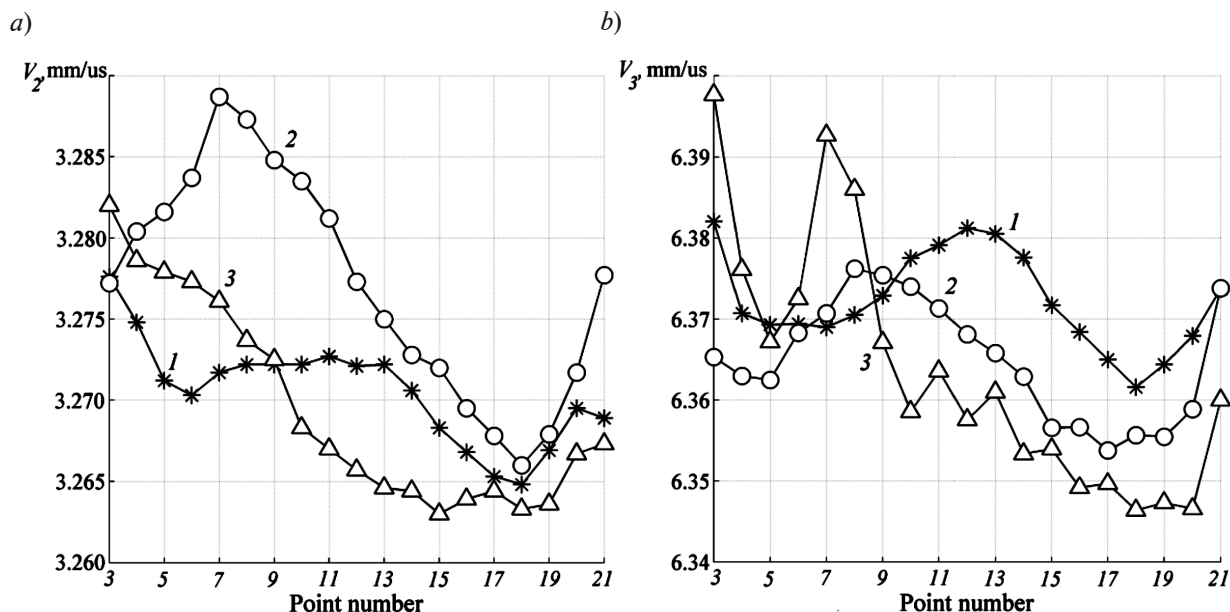


Рис. 6. Распределения скоростей V_2 поперечной (а) и V_3 продольной (б) волн по образцу после 80000 (1), 85740 (2) и 88790 (3) циклов нагружения

ванной перпендикулярно направлению действия нагрузки, а также скорости продольной ультразвуковой волны V_3 (рис. 6, *b*) также были получены для указанных точек на аналогичных этапах измерений. Как и в случае с поперечной скоростью V_1 , они не являются постоянными величинами и имеют участки как монотонного снижения, так и монотонного роста.

Если в случае скорости продольной волны можно констатировать ее общее убывание на участке точек 9 – 21, приходящемся на средние точки рабочей части и на зону больших пластических деформаций, то в случае поперечной волны V_2 , несмотря на качественно близкий характер построенных кривых, пока нельзя сделать вывод о каком-либо однозначном поведении скорости. Исследование характера изменения скорости поперечной волны V_2 и скорости продольной волны V_3 требует проведения дополнительных испытаний.

Представленные результаты измерений показывают устойчивую динамику изменения акустической анизотропии в областях, подверженных пластическим деформациям. Кроме этого, не исключено влияние возможных начальных или приобретенных дефектов микроструктуры, учет которых требует проведения дополнительных исследований.

Заключение

В результате проведенных исследований экспериментально обнаружено, что с увеличением числа циклов нагружения начальное равномерное распределение акустической анизотропии вдоль рабочей части образца приобретает существенно неравномерный характер.

Наибольшие по абсолютной величине значения акустической анизотропии получены в тех местах исследуемого объекта, где наблюдались наибольшие пластические деформации, в частности в области разрыва образца. Аналогичные закономерности были обнаружены как для скорости продольной волны V_3 , так и скорости поперечной волны V_1 , поляризованной вдоль направления действия нагрузки.

Установленные закономерности были выявлены именно на ранних стадиях времени жизни образца, при сравнительно малых остаточных пластических деформациях, что имеет большую прогностическую ценность. Дальнейшие исследования, включающие измерения акустической анизотропии, позволяют разработать критерии оценки остаточного ресурса деталей конструкций.

Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант №15-19-00091).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Benson R.W., Raelson V.J. From ultrasonics to a new stress-analysis technique // *Acoustoelasticity*. Product. Eng. 1959. Vol. 30. Pp. 56 – 59.
- [2] Беляев А.К., Лобачев А.М., Модестов В.С., Пивков А.В., Полянский В.А., Семенов А.С., Третьяков Д.А., Штукин Л.В. Оценка величины пластической деформации с использованием акустической анизотропии // *Механика твердого тела*. 2016. № 5. С. 124 – 131.
- [3] Smith R.T. Stress-induced anisotropy in solids – the acousto-elastic effect // *Ultrasonics*. 1963. Vol. 3. No. 1. Pp. 135 – 147.
- [4] Pao Y.H. Theory of acoustoelasticity and acoustoplasticity // *Solid mechanics research for quantitative non-destructive evaluation*. Netherlands. Springer. 1987. Pp. 257–273.
- [5] Tokuoka T., Saito M. Elastic wave propagations and acoustical birefringence in stressed crystals // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1969. Vol. 25. No. 5. Pp. 1241–1246.
- [6] Никитина Н.Е. Акустоупругость. Опыт практического применения. Н. Новгород: ТА-ЛАМ, 2005. 208 с.
- [7] Камышев А.В., Пасманик Л.А., Смирнов В.А., Модестов В.С., Пивков А.В. Расчетно-инструментальный метод оценки напряженно-деформированного состояния с определением силовых граничных условий методом акустоупругости и его применение для анализа повреждаемости сварного соединения № 111 парогенераторов АЭС с РУ ВВЭР // *Тяжелое машиностроение*. 2016. № 1-2. С. 11–18.
- [8] Kobayashi M., Acoustoelastic theory for plastically deformed solids // *JSME International Journal*. Ser. 1. 1990. Vol. 33. No. 3. Pp. 310 – 318.
- [9] Hirao M., Pao Y.H., Dependence of acoustoelastic birefringence on plastic strains in a beam // *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1985. Vol. 77. No. 5. Pp. 1659–1664.
- [10] Никитина Н.Е. Влияние собственной

анизотропии материала на точность измерения напряжений методом акустоупругости // Дефектоскопия. 1996. № 4. С. 77–85.

[11] Прибор для измерения механических напряжений ИН-5101А. Руководство по эксплуатации. ИНКО. 468160.008 РЭ.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

БЕЛЬЧЕНКО Владимир Константинович — лаборант Испытательного центра «Политехтест» Объединенного научно-технологического института Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
belchenko239@gmail.com

ЛОБАЧЕВ Александр Михайлович — ассистент кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
lobachev_am@spbstu.ru

МОДЕСТОВ Виктор Сергеевич — ведущий инженер кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
modestov@compmechlab.com

ТРЕТЬЯКОВ Дмитрий Алексеевич — студент Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
dmitry.tretyakov93@yandex.ru

ШТУКИН Лев Васильевич — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
lvtvsh4749@gmail.com

Belchenko V.K., Lobachev A.M., Modestov V.S., Tretyakov D.A., Shtukin L.V. AN ESTIMATION OF THE STRAIN-STRESS STATE UNDER CYCLIC LOADING BY THE ACOUSTOELASTICITY METHOD.

The paper studies the applicability of the acoustoelasticity method to estimation of the strain-stress state under cyclic loading. It has been found that the uniform distributions of the acoustic anisotropy along the working part of the sample and of the velocities of longitudinal and transverse ultrasonic waves become non-uniform substantially with an increase in the number of stress cycles. Moreover, the largest absolute values of the acoustic anisotropy fell on the points with the largest plastic deformations, in particular, in the area of the sample dispersion. The effect was being recorded from the early stages of the sample loading till the fracture of the sample.

ACOUSTOELASTICITY METHOD, ACOUSTIC ANISOTROPY, SUPERSONIC INSPECTION, CYCLIC LOADING, PLASTIC DEFORMATION.

REFERENCES

[1] R.W. Benson, V.J. Raelson, From ultrasonics to a new stress-analysis technique, Acoustoelasticity, Product. Eng. 30 (1959) 56–59.

[2] A.K. Belyayev, A.M. Lobachev, V.S. Modestov, et al., Otsenka velichiny plasticheskoy deformatsii s ispolzovaniyem akusticheskoy

anizotropii [Measurements of the plastic deformation using acoustic anisotropy], *Mekhanika tverdogo tela*. (5) (2016) 124–131.

[3] **R.T. Smith**, Stress-induced anisotropy in solids – the acousto-elastic effect, *Ultrasonics*. 1(3) (1963) 135–147.

[4] **Y.H. Pao**, Theory of acoustoelasticity and acoustoplasticity, *Solid mechanics research for quantitative non-destructive evaluation*, Springer, Netherlands (1987) 257–273.

[5] **T. Tokuoka, M. Saito**, Elastic wave propagations and acoustical birefringence in stressed crystals, *J. Acoust. Soc. Amer.* 45(5) (1969) 1241–1246.

[6] **N.E. Nikitina**, *Akustouprugost. Opyt prakticheskogo primeneniya* [Acoustoelasticity, experience of practical use], N. Novgorod: TALAM, 2005.

[7] **A.V. Kamyshev, L.A. Pasmanik, V.A. Smirnov, V.S. Modestov, A.V. Pivkov**, Raschetno-instrumentalnyy metod otsenki napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya s opredeleniyem silovykh granichnykh usloviy metodom akustouprugosti i yego primeneniye dlya analiza

povrezhdayemosti svarnogo soyedineniya № 111 parogeneratorov AES s RU VVER [An instrumental method of assessment of the stress-strain state with the definition of boundary conditions by the acoustoelasticity method and its application to the analysis of damage to the welded joint], *Tyazheloye mashinostroyeniye*. (1-2) (2016) 11 – 18.

[8] **M. Kobayashi**, Acoustoelastic theory for plastically deformed solids, *JSME International Journal*, Ser. 1. 33(3) (1990) 310–318.

[9] **M. Hirao, Y.H. Pao**, Dependence of acoustoelastic birefringence on plastic strains in a beam, *The Journal of the Acoustical Society of America*. 77(5) (1985) 1659–1664.

[10] **N.E. Nikitina**, Vliyaniye sobstvennoy anizotropii materiala na tochnost izmereniya napryazheniy metodom akustouprugosti [An influence of natural anisotropy on the measuring of stresses by the acoustoelasticity method], *Defektoskopiya*. (4) (1996) 77–85.

[11] Pribor dlya izmereniya mekhanicheskikh napryazheniy IN-5101A [IN-5101A device for measuring mechanical stresses], *Rukovodstvo po ekspluatatsii*. INKO. 468160.008 RE.

THE AUTHORS

BELCHENKO Vladimir K.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
belchenko239@gmail.com

LOBACHEV Aleksander M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
lobachev_am@spbstu.ru

MODESTOV Viktor S.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
modestov@compmechlab.com

TRETYAKOV Dmitriy A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
dmitry.tretyakov93@yandex.ru

SHTUKIN Lev V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
lvtvsh4749@gmail.com



*А.И. Грищенко, В.С. Модестов, В.А. Полянский,
Д.А. Третьяков, Л.В. Штукин*

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯ АКУСТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ В ОБРАЗЦЕ С КОНЦЕНТРАТОРОМ НАПРЯЖЕНИЙ

Экспериментально исследовано поведение акустической анизотропии и скорости продольной волны в случае одноосного напряженно-деформированного состояния при неупругом деформировании пластины с концентратором напряжений (в виде центрального отверстия). Представлены результаты для нескольких уровней деформации, а также результаты конечно-элементного анализа действующих напряжений. Обнаружено качественное совпадение расчетных полей напряжений и полей распределения акустической анизотропии. Установлено, что максимальные по абсолютной величине значения акустической анизотропии приходятся на области с наибольшими напряжениями вблизи концентратора. Выдвинуто предположение о том, что неравномерность распределения акустической анизотропии в материале указывает на возможную концентрацию напряжений в соответствующих точках.

АКУСТИЧЕСКАЯ АНИЗОТРОПИЯ, КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ, ЭХО-ИМПУЛЬСНЫЙ МЕТОД, УЛЬТРАЗВУКОВАЯ ДЕФЕКТОСКОПИЯ.

Введение

Применение ультразвукового метода неразрушающего контроля обладает целым рядом преимуществ, по сравнению с прочими методами диагностики. Среди преимуществ можно отметить относительную простоту приборов неразрушающего контроля, а также возможность диагностики внутренних дефектов, что выгодно отличает его от магнитных, вихревых и электрических методов контроля, позволяющих диагностировать лишь поверхностные дефекты в металлах. Вместе с тем, применяемые на сегодняшний день методы неразрушающего контроля обладают целым рядом существенных недостатков, не позволяющих в достаточной степени оценить напряженно-деформированное состояние исследуемой конструкции. В связи с этим разработка новейших и развитие существующих методов оценки напряженно-деформированного состояния (в частности, акустических методов) становится одной из наиболее актуальных задач инженерной и

научной практики. Достигнутый прогресс в этом направлении позволил бы значительно эффективней предсказывать возможные аварии и технические инциденты на производстве в процессе эксплуатации ответственных элементов оборудования.

Основы метода акустоупругости были заложены Р.В. Бенсоном и В.Дж. Рилсоном в программной статье [1], опубликованной в 1959 году и посвященной оценке напряженно-деформированного состояния типовых стальных образцов с поперечным сечением призматического вида в случае одноосного нагружения. Ими был обнаружен эффект, который заключается в линейной зависимости между скоростями распространения упругих поперечных волн взаимно перпендикулярной поляризации и действующими напряжениями. Одна из этих волн ориентирована параллельно направлению действия нагрузки, а другая — перпендикулярно ему. Данный эффект был назван акустоупругим эффектом. Именно метод акустоупругости позволяет судить о напряженно-деформированном состоянии

в отличие от других акустических методов.

Ключевой качественной и количественной характеристикой метода акустоупругости является параметр акустической анизотропии, определяемый по следующей формуле:

$$a = \frac{V_1 - V_2}{(V_2 + V_1) / 2},$$

где V_1 , V_2 – скорости распространения поперечных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях.

Основным преимуществом метода акустоупругости является способность при переходе к безразмерному параметру акустической анизотропии a проводить непосредственное изучение влияния действующих напряжений и микроструктуры на конструкционный элемент. Это делает данный метод без преувеличения уникальным в плане диагностических возможностей.

Несмотря на широкое распространение, в разработке данного метода для области неупругих деформаций, представляющих зачастую наибольший практический интерес (например, случай превышения предела текучести σ_f при действующих в материале напряжениях σ), возникают серьезные трудности, которые препятствуют его дальнейшему развитию.

Изучению факторов, влияющих на величину акустической анизотропии, было посвящено множество работ как зарубежных [2, 3], так и отечественных авторов [4 – 7]. Среди них хотелось бы отметить программную статью [8], опубликованную в 1985 году и посвященную экспериментальному исследованию связи между характером изменения акустической анизотропии и напряжениями, возникающими в типовых призматических образцах под нагрузкой в случае неупругих деформаций. Несмотря на значительный фактический материал, авторам не удалось найти однозначную устойчивую связь между характером изменения акустической анизотропии и действующими напряжениями в области пластических деформаций, что затруднило проведение дальнейших исследований в данной области.

В работе [9] было проведено обобщение существующих знаний в области разработки метода акустоупругости и подведен итог теоретическим и экспериментальным исследованиям, проведенным за столетний период изучения вопроса, а также даны оценки применимости существующих на сегодняшний день практических наработок в данной области.

Из современных работ хотелось бы отметить ряд отечественных исследований, посвященных изучению аналогичных зависимостей при измерениях акустической анизотропии, в частности, в трубных конструкциях и сварных соединениях при анализе прочности и остаточного ресурса элементов конструкций АЭС [10]. Интерес к данным работам связан с разработкой методик, позволяющих оценить влияние текстурирования на величину параметра акустической анизотропии при напряжениях, превышающих предел текучести, для оценки циклической прочности конструкций.

Наконец, из последних работ следует упомянуть статью [11], в которой сделана попытка построения модели распространения акустических волн различной поляризации в предварительно одноосно нагруженном материале при превышении предела текучести. В данной работе приводятся экспериментальные данные, по которым можно судить о возможности существования немонокотонного характера изменения величины акустической анизотропии в случае пластических деформаций.

Таким образом, на настоящий момент накоплен обширный экспериментальный и теоретический материал. Однако отсутствие зависимостей, прозрачных в отношении оценки напряженно-деформированного состояния материала, не позволяет говорить о реализации всего потенциала метода акустоупругости в практической плоскости. Вместе с тем, его широкое распространение и однозначные преимущества, по сравнению с прочими методами неразрушающего контроля, придают важность дальнейшему развитию метода.

В большинстве цитированных исследований рассматриваются случаи, когда напряженно-деформированное состояние

является одноосным, либо же главные направления тензоров напряжений и деформаций известны. В данной работе исследуется образец, имеющий концентратор напряжений в области, где напряженно-деформированное состояние заведомо не только не является одноосным, но имеет большой градиент вблизи концентратора.

Для проведения исследования выбран отечественный ультразвуковой прибор ИН-5101А. Он позволяет определять время прохождения упругих ультразвуковых волн с точностью до 1 пс. Прибор содержит генератор импульсов, приемник и трехкомпонентный пьезопреобразователь, обеспечивающий излучение и прием двух поперечных волн взаимно перпендикулярной поляризации и одной продольной волны в виде пакетов зондирующих ультразвуковых импульсов. В процессе измерения скорости пьезопреобразователь в режиме излучателя осуществляет генерацию пакета из нескольких импульсов частоты 5 МГц, а затем в режиме датчика производит прием многократно отраженного сигнала.

Подготовка образца

Для проведения исследования был изготовлен образец из катаного листа малолегированного алюминиевого сплава АМц, обладающего высокой пластичностью и коррозионной стойкостью, близкого по характеристикам к чистому алюминию. Алюминий как рабочий материал позволяет за счет меньшей, чем у стали, жесткости значительно увеличить исследуемую рабочую область образца. Образец представлял собой пластину размера $510 \times 120 \times 15$ мм

с концентратором напряжений в виде центрального отверстия диаметром 40 мм.

Расчетное исследование напряженно-деформированного состояния образца

Для выбора расчетных точек, в которых должно было осуществляться измерение акустической анизотропии, был проведен предварительный расчет напряженно-деформированного состояния путем моделирования процесса жесткого нагружения исследуемого образца в пакете конечно-элементного анализа ANSYS. Диаграмма упругопластического деформирования задавалась путем применения билинейной аппроксимации, основанной на характеристиках материала (табл. 1).

По результатам предварительного расчета, на образце были выбраны характерные точки для установки датчиков, представленные на рис. 1.

Методика эксперимента

Для измерения акустической анизотропии важен выбор ориентации направления поляризации излучаемых акустических сигналов. В случаях, когда напряженно-деформированное состояние одноосное, либо заранее известны главные направления тензоров напряжений и деформаций, выбор данных направлений очевиден. В связи с наличием многоосного напряженно-деформированного состояния в исследуемом случае, направления поляризации акустических сигналов были выбраны в соответствии со свойствами недеформированного материала, а именно

Таблица 1

Характеристики материала, использованные при моделировании

Параметр	Единица измерения	Значение
Модуль Юнга E	ГПа	81
Коэффициент Пуассона ν	—	0,32
Плотность ρ	кг/м ³	2699
Предел текучести σ_f	МПа	75
Касательный модуль упругости H	ГПа	0,2

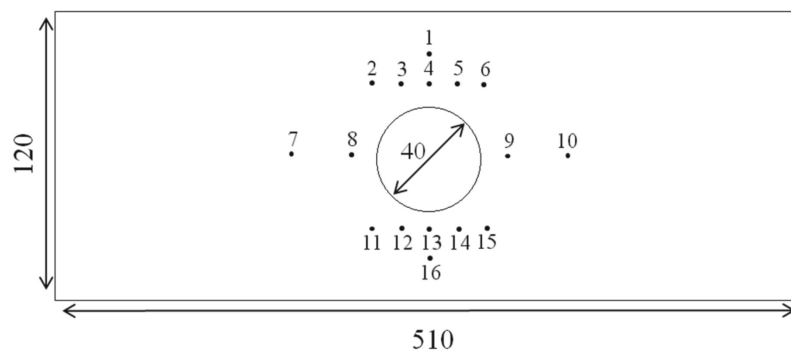


Рис. 1. Чертеж образца с расположением расчетных точек для установки датчиков

вдоль и поперек направления проката.

Перед нагружением была измерена величина акустической анизотропии в выбранных точках образца; во всех точках было получено значение $+0,54\%$ (с точностью до погрешности измерений). Скорость продольной волны в данных точках (с учетом погрешностей) принимала значение $6,5750$ мм/мкс.

Для проведения экспериментального исследования образец устанавливался на испытательной машине INSTRON-8806. Общий вид машины с образцом перед проведением испытаний представлен на рис. 2.

Образец подвергался жесткому нагружению с заданной постоянной скоростью деформации в несколько этапов. При достижении определенного уровня деформации, в конце каждого этапа процесс нагружения останавливали без снятия достигнутой нагрузки. Во время остановок, в расчетных точках последовательно устанавливали каждый из трех датчиков, и проводилось измерение продольной и двух поперечных скоростей ультразвуковых волн, поляризованных вдоль и поперек направления проката. По результатам измерения скоростей были вычислены соответствующие значения акустической анизотропии в каждой точке на всех этапах нагружения.

Результаты исследования

В процессе испытаний было проведено 8 этапов нагружения. Величины абсолютного удлинения образца в конце каждого из этапов приведены в табл. 2.

По завершению каждого этапа нагружения фиксировался достигнутый уровень



Рис. 2. Общий вид испытательной машины с образцом (S), имеющим концентратор (C), перед проведением испытаний

Таблица 2

Номер этапа	1	2	3	4	5	6	7	8
Удлинение, мм	1,5	2,3	3,3	4,8	6,3	7,8	9,8	11,8

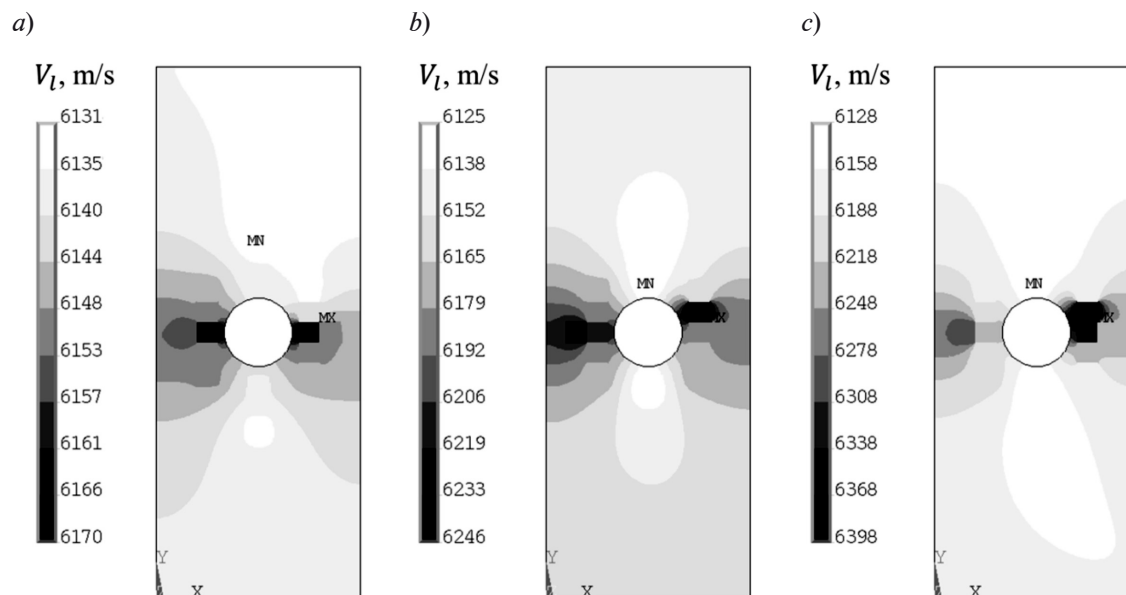


Рис. 3. Рассчитанные поля скоростей продольных волн, измеренных на этапах нагружения №№ 3(a), 5 (b) и 7 (c)

деформации, и производились измерения скоростей продольной волны и двух поперечных волн. На девятом этапе, в ходе дальнейшего нагружения, образец разрушался с характерным образованием шейки вблизи места разрушения.

На рис. 3 представлено расчетное поле скоростей продольных волн, измеренных на этапах 3, 5 и 7.

На рис. 4 – 6 приведены результаты измерения полей акустической анизотропии и расчетные поля действующих напряжений,

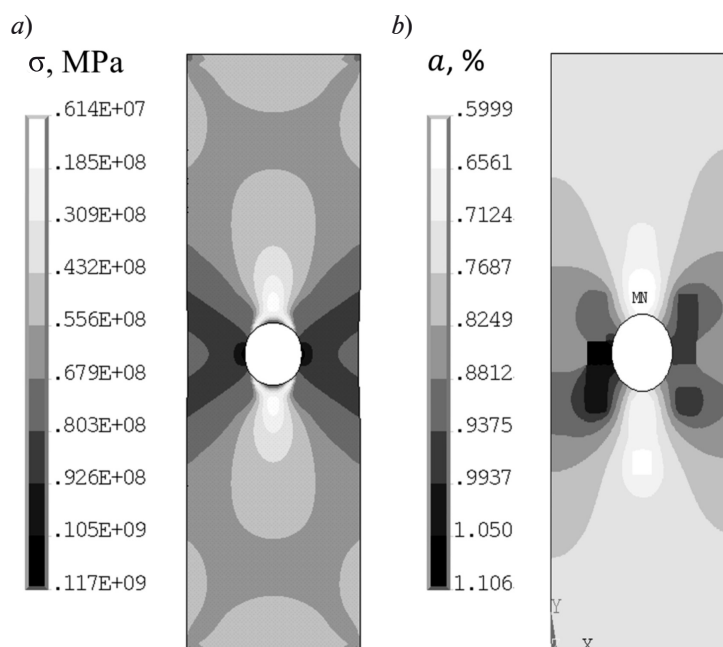


Рис. 4. Рассчитанные поля интенсивности напряжений (a) и акустической анизотропии (b) на этапе нагружения 3

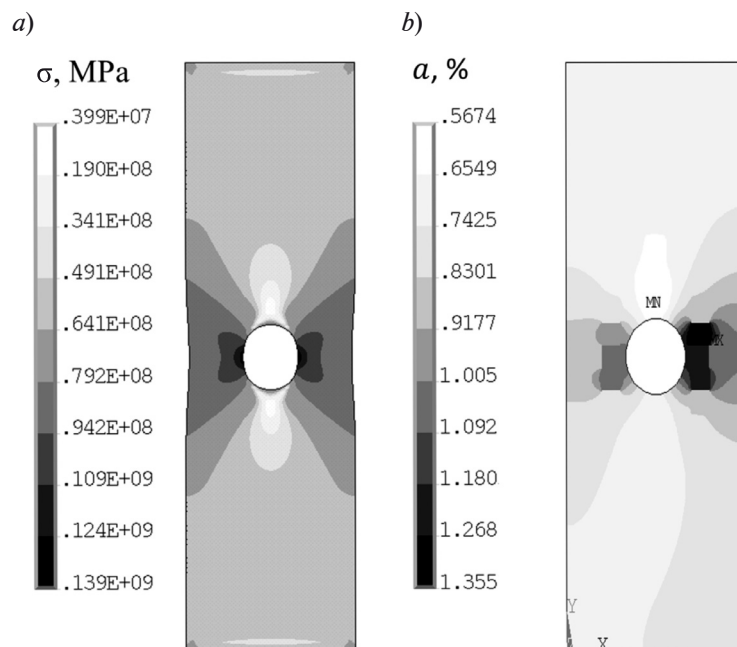


Рис. 5. Поля, аналогичные приведенным на рис. 4; получены на этапе нагружения 5

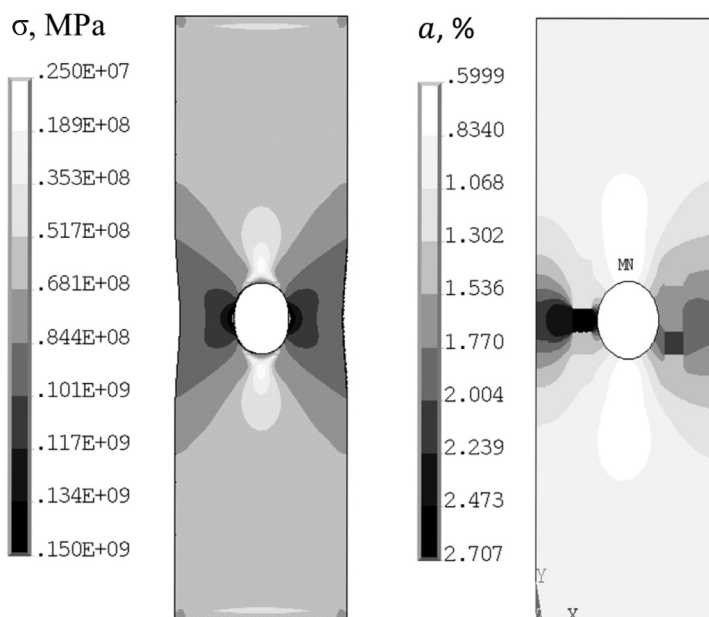


Рис. 6. Поля, аналогичные приведенным на рис. 4 и 5; получены на этапе нагружения 7

полученные при конечно-элементном анализе напряженно-деформированного состояния на соответствующих этапах измерений.

Выводы

Проведенные экспериментальные исследования, включающие измерения

акустической анизотропии и скоростей продольной и поперечных волн в случае упругопластического деформирования алюминиевой пластины с концентратором, показали, что существует однозначная связь между действующими в материале напряжениями и полями распределения



акустической анизотропии и скоростей продольной волны.

Сравнение полученных экспериментальных данных с результатами конечно-элементного моделирования напряженно-деформированного состояния пластины с аналогичной геометрией и характеристиками в случае жесткого нагружения показало качественное совпадение расчетных полей напряжений и полей распределения акустической анизотропии. Как и в случае одноосного нагружения [11], наибольшие скорости распространения продольной волны и наибольшие по абсолютной величине значения акустической анизотропии приходятся на области с наибольшими напряжениями вблизи концентратора.

Полученные результаты дают основание предложить новый диагностический

признак — неравномерность распределения акустической анизотропии в конструкции. Несмотря на то, что количественная связь между акустической анизотропией и напряжениями пока не установлена, характер распределения акустической анизотропии позволяет утверждать наличие качественной связи между ними.

Проведенные исследования могут лечь в основу уточненной модели, описывающей распространение ультразвуковых волн в материале, подверженном упругопластическому деформированию. При этом вопрос о выборе направлений поляризации ультразвуковых сигналов остается открытым и требует проведения дополнительного изучения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант №15-19-00091).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **Benson R.W., Raelson V.J.** From ultrasonics to a new stress-analysis technique // *Acoustoelasticity. Product Eng.* 1959. Vol. 30. No. 29. Pp. 56–59.
- [2] **McDonald D.E.** On determining stress and strain and textures using ultrasonic velocity measurements // *IEEE Trans. Sonics. Ultrason.* 1981. Vol. SU-28. No. 2. Pp. 75–79.
- [3] **Pao Y.-H., Sachse W., Fukuoka H.** Acoustoelasticity and ultrasonic measurements of residual stresses // *Physical Acoustics.* 1984. Vol. 17. No. 2. Pp. 61–143.
- [4] **Углов А.Л., Мишакин В.В., Попов Б.Е.** Обнаружение усталостных повреждений акустическим методом // *Дефектоскопия.* 1989. № 11. С. 60–64.
- [5] **Никитина Н.Е.** Определение плоского напряженного состояния конструкционных материалов с помощью объемных упругих волн // *Дефектоскопия.* 1999. № 1. С. 48–54.
- [6] **Самокрутов А.А., Бобров В.Т., Шевалдыкин В.Г. и др.** Исследование анизотропии проката и ее влияния на результаты акустических измерений // *Контроль. Диагностика.* 2003. № 11. С. 6–19.
- [7] **Никитина Н.Е., Камышев А.В., Казачек С.В.** Применение метода акустоупругости для определения напряжений в анизотропных трубных сталях // *Дефектоскопия.* 2015. № 3. С. 51 – 60.
- [8] **Hirao M., Pao Y.-H.** Dependence of acoustoelastic birefringence on plastic strains in a beam // *The Journal of the Acoustical Society of America.* 1985. Vol. 77. No. 5. Pp. 1659–1664.
- [9] **Никитина Н.Е.** Акустоупругость. Опыт практического применения. Н. Новгород: Талам, 2005. 208 с.
- [10] **Никитина Н.Е.** Исследование напряженного состояния сварных деталей методом акустоупругости // *Проблемы машиностроения и надежности машин.* 1999. № 4. С. 70–73.
- [11] **Беляев А.К., Лобачев А.М., Модестов В.С., Пивков А.В., Полянский В.А., Семенов А.С., Третьяков Д.А., Штукин Л.В.** Оценка величины пластической деформации с использованием акустической анизотропии // *Механика твердого тела.* 2016. № 5. С. 124–131.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ГРИЩЕНКО Алексей Иванович — аспирант кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
gai-gr@yandex.ru

МОДЕСТОВ Виктор Сергеевич — ведущий инженер кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
modestov@compmechlab.com

ПОЛЯНСКИЙ Владимир Анатольевич — доктор технических наук, профессор кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
vapoi@mail.ru

ТРЕТЬЯКОВ Дмитрий Алексеевич — студент Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
dmitry.tretyakov93@yandex.ru

ШТУКИН Лев Васильевич — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
lvtvsh4749@gmail.com

Grishchenko A.I., Modestov V.S., Polyanskiy V.A., Tretyakov D.A., Shtukin L.V. EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE ACOUSTIC ANISOTROPY FIELD IN THE SAMPLE WITH A STRESS CONCENTRATOR.

The behavior of the acoustic anisotropy and the longitudinal wave velocity in the case of multiaxial stress-strain state of the plate under inelastic deformation has been studied experimentally. The plate had a stress concentrator in the form of the central hole. The results for a number of deformation levels, and the results of a finite element analysis of active stresses were presented. The qualitative agreement between calculated stress fields and the distribution fields of acoustic anisotropy was revealed. It was found that the maximum in magnitude of acoustic anisotropy values fell on the areas with the greatest stresses near the concentrator. It was supposed that the non-uniform distribution of the acoustic anisotropy in material testified to a possible stress concentration at the corresponding points.

ACOUSTIC ANISOTROPY, FINITE ELEMENT ANALYSIS, ULTRASONIC IMPULSE-ECHO, ULTRASONIC FLAW DETECTION.

REFERENCES

- [1] **R.W. Benson, V.J. Raelson**, From ultrasonics to a new stress-analysis technique, Acoustoelasticity, Product Eng. 30 (29) (1959) 56–59.
- [2] **D.E. McDonald**, On determining stress and strain and textures using ultrasonic velocity measurements, IEEE Trans. Sonics. Ultrason. SU-28 (2) (1981) 75–79.
- [3] **Y.-H. Pao, W. Sachse, H. Fukuoka**, Acoustoelasticity and ultrasonic measurements of residual stresses, Physical Acoustics. 17 (2) (1984) 61–143.
- [4] **A.L. Uglov, V.V. Mishakin, B.E. Popov**, Obnaruzheniye ustalostnykh povrezhdeniy akusticheskim metodom [Detecting the fatigue faults by acoustic method], Defektoskopiya. (11) (1989) 60–64.
- [5] **N.E. Nikitina**, Opredeleniye ploskogo napryazhennogo sostoyaniya konstruktsionnykh materialov s pomoshchyu obyemnykh uprugikh voln [Determination of the plane stressed state of constructional materials using bulk elastic waves], Defektoskopiya. (1) (1999) 48–54.
- [6] **A.A. Samokrutov, V.T. Bobrov, V.G. Shevaldykin, et al.**, Issledovaniye anizotropii prokata i yeye vliyaniya na rezultaty akusticheskikh izmereniy [Investigation of the roll-product anisotropy and its influence on the results of acoustic measurements], Kontrol. Diagnostika. (11) (2003) 6–19.



[7] N.E. Nikitina, A.V. Kamyshev, S.V. Kazachek, The application of the acoustoelasticity method for the determination of stresses in anisotropic pipe steels, *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 51 (3) (2015) 171–178.

[8] M. Hirao, Y.-H. Pao, Dependence of acoustoelastic birefringence on plastic strains in a beam, *The Journal of the Acoustical Society of America*. 77 (5) (1985) 1659–1664.

[9] N.E. Nikitina, *Akoustoprugost. Opyt prakticheskogo primeneniya* [Acoustoelasticity, experience of practical use], N. Novgorod: TALAM, 2005.

[10] N.E. Nikitina, Issledovaniye napryazhen-nogo sostoyaniya svarnykh detaley metodom akoustoprugosti [The stressed-state investigation of the welded parts by acoustoelasticity method], *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin*. (4) (1999) 70–73.

[11] A.K. Belyayev, A.M. Lobachev, V.S. Modestov, et al., Otsenka velichiny plasticheskoy deformatsii s ispolzovaniyem akusticheskoy anizotropii [Measurements of the plastic deformation using acoustic anisotropy], *Mekhanika tverdogo tela*. (5) (2016) 124–131.

THE AUTHORS

GRISHCHENKO Aleksey I.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
gai-gr@yandex.ru

MODESTOV Viktor S.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
modestov@compmechlab.com

POLYANSKIY Vladimir A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
vapol@mail.ru

TRETYAKOV Dmitriy A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
dmitry.tretyakov93@yandex.ru

SHTUKIN Lev V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
lvtvsh4749@gmail.com

DOI: 10.18721/JPM.10113

УДК: 539.3

Н.П. Кузнецов¹, Б.Е. Мельников², А.С. Семенов²

¹ Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого,
г. Великий Новгород, Российская Федерация;

² Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская федерация

ВЕРИФИКАЦИЯ И АДАПТАЦИЯ МОДЕЛЕЙ ПЛАСТИЧНОСТИ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ПОЛНЫМИ И ЧАСТИЧНЫМИ РАЗГРУЗКАМИ

В целях более точного описания процессов сложного пассивного нагружения выполнены экспериментальные исследования упругопластического деформирования стальных трубчатых образцов при пропорциональном и не-пропорциональном (монотонном и циклическом) нагружениях, включающих частичные и промежуточные разгрузки. Проведено сравнение результатов экспериментов с прогнозами структурной (реологической) упругопластической модели и многоповерхностной теорией пластичности с одной активной поверхностью. Предложены модификации двух указанных выше моделей в целях повышения точности прогнозов.

ПЛАСТИЧНОСТЬ, ПАССИВНОЕ НАГРУЖЕНИЕ, ЭКСПЕРИМЕНТ, МОДЕЛИРОВАНИЕ.

Введение

В теории пластического течения, получившей в настоящее время наиболее широкое распространение, предполагается, что разгрузка материала происходит без изменения пластических деформаций. Однако результаты ряда исследований [1 – 19] показывают, что при пассивном нагружении (разгрузка, нагружение внутри поверхности нагружения и по касательной к ней) происходит накопление пластических деформаций. Эндохронная теория пластичности [4, 5] и обобщенная модель Прандтля (модель Мазинга) [6] обеспечивают описание пластического деформирования при пассивном нагружении. Формулировки определяющих уравнений указанных теорий ориентированы, прежде всего, на уточненное описание активного деформирования, а параметры материала определяются без учета специфики процессов при пассивном нагружении.

Экспериментальное изучение свойств поля пластических податливостей [20] послужило основой для разработки многопо-

верхностной теории пластичности с одной активной поверхностью [14 – 19]. Понятие пластических податливостей прямо или косвенно используется многоповерхностными теориями пластичности [21, 22]. Вместе с тем, накопленный экспериментальный материал по свойствам пластических податливостей материалов нельзя считать достаточным. Прежде всего, это касается деформирования при пассивных путях нагружения. Накопление остаточных деформаций при таких нагружениях необходимо учитывать не только при расчете деформирования [14 – 19], но и при расчетах накопления повреждений [13, 23, 24], при исследовании процессов сверхпластичности [25], при оценке работоспособности и точности машинных агрегатов [26].

Настоящее исследование проведено для дальнейшего развития и обоснования концепции пластических податливостей и разработки методики выполнения расчетов, связанных со сложным переменным нагружением, включающим промежуточные полные и частичные разгрузки.

Определяющие уравнения для описания пассивного нагружения

Векторная форма представления напряжений и деформаций. При двухпараметрическом нагружении с неизменными и совпадающими направлениями главных напряжений и деформаций пятимерные пространства девиаторов редуцируются до двумерных. Возможны различные равноправные подходы [7] для того, чтобы вводить координаты двумерного пространства, удовлетворяющие условию равенства длины вектора и интенсивности тензора. Одним из возможных вариантов задания координат Σ_1 и Σ_2 для точки, характеризующей напряженное состояние, является следующий:

$$\begin{aligned}\Sigma_1 &= \sigma_i \cos \psi = \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) = \frac{3}{2}S_1, \\ \Sigma_2 &= \sigma_i \sin \psi = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) = \frac{\sqrt{3}}{2}(S_1 + 2S_2),\end{aligned}\quad (1)$$

где σ_i — интенсивность напряжений по Мизесу; ψ — угол между вектором напряжений Σ и осью Σ_1 ; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения; S_1, S_2, S_3 — главные значения девиатора напряжений.

Аналогичные выражения вводятся и для пластических деформаций. Они связывают

координаты E_1^p, E_2^p соответствующей точки в двумерном пространстве пластических деформаций с главными значениями девиатора пластических деформаций $\varepsilon_1^p, \varepsilon_2^p$ следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}E_1^p &= \varepsilon_i^p \cos \varphi = \varepsilon_1^p, \\ E_2^p &= \varepsilon_i^p \sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}(\varepsilon_1^p + \varepsilon_2^p),\end{aligned}\quad (2)$$

где ε_i^p — интенсивность пластических деформаций, φ — угол между вектором пластических деформаций E^p и осью E_1^p .

В пространстве напряжений совокупностям напряженных состояний, объединенных общим признаком (развитие пластических деформаций заданной величины, разрушение и т. п.), соответствуют некоторые границы (гиперповерхности, в частном случае это гиперсферы в рассматриваемом векторном пространстве, линии — при двухосном нагружении). Одна из таких границ показана на рис. 1, *b* окружностью радиуса C_α с центром в точке α .

Структурная (реологическая) модель.

Рассмотрим структурную модель пластического деформирования материала [13, 15, 28] (рис. 1, *a*). Она предполагает, что в процессе нагружения граница текучести сохраняет свою форму и размер C_α (рис. 1, *b*).

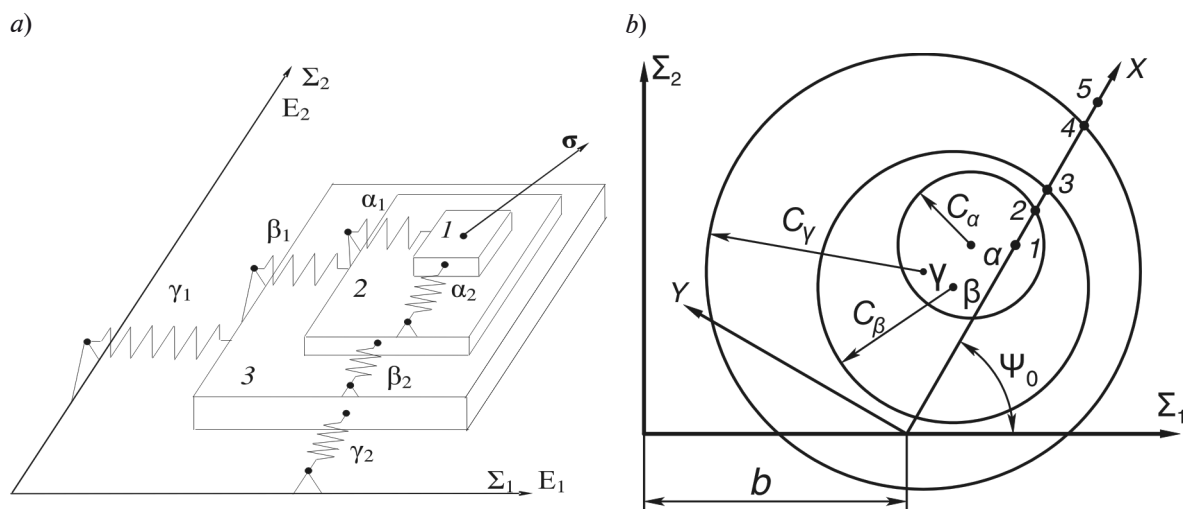


Рис. 1. Структурная модель пластического деформирования материала (*a*) и схематическое представление движения поверхностей нагружения (*b*);

Σ_1, Σ_2 — координаты пространства напряжений, E_1, E_2 — координаты пространства деформаций; X, Y — координаты локальной системы координат, связанной с нагружением на последнем этапе; $1-3$ — номера структурных элементов; $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ — жесткости упругих элементов (координаты центров поверхностей), $C_\alpha, C_\beta, C_\gamma$ — пределы текучести пластических элементов (радиусы поверхностей); σ — вектор напряжений в двумерном пространстве напряжений

Ее положение определяется предысторией нагружения. Перемещение этой границы начинается при ее пересечении изнутри вектором напряжений.

Вектор приращения пластических деформаций $\Delta \mathbf{E}^p$ пропорционален проекции вектора приращения напряжений $\Delta \Sigma$ на внешнюю нормаль к границе поверхности нагружения и направлен по этой нормали. Длины приращений рассматриваемых векторов $|\Delta \mathbf{E}^p| = \Delta \varepsilon_i^p$ и $|\Delta \Sigma| = \Delta \sigma_i$ связаны соотношением

$$|\Delta \mathbf{E}^p| = H_\alpha |\Delta \Sigma| \cos(\Delta \Sigma \wedge \Delta \mathbf{E}^p), \quad (3)$$

где H_α — величина модуля податливости, постоянная для всех точек границы.

При изменении напряженного состояния в пределах внутренней α -окружности все элементы сухого трения неподвижны (рис. 1, б). При достижении границы элемент 1 начинает движение относительно элемента 2. В упругой связи между ними появляются усилия. Их можно представить натяжением упругих элементов α_1 и α_2 . Усилия α_1 и α_2 являются координатами центра окружности радиуса C_α в плоскости Σ_1, Σ_2 (рис. 1, б). Аналогично усилия в элементах β_1 и β_2, γ_1 и γ_2 являются координатами центров окружностей радиусов C_β и C_γ . Параметрам α_1 и α_2, β_1 и β_2, γ_1 и γ_2 соответствуют векторы α, β и γ .

При нагружении по пути $1 \rightarrow 2$ (рис. 1, б) пластические деформации не развиваются, поскольку расстояние от текущей точки до центра окружности δ_α меньше ее радиуса C_α :

$$\delta_\alpha \doteq \sqrt{(\Sigma_1 - \alpha_1)^2 + (\Sigma_2 - \alpha_2)^2} \leq C_\alpha. \quad (4)$$

При дальнейшем движении вдоль прямой $1 - 2$ при переходе через точку 2 ($\delta_\alpha > C_\alpha$) начинается движение элемента α по радиусу к α -окружности, т. е. под углом ω :

$$\omega = \arctg \frac{\Sigma_1 - \alpha_1}{\Sigma_2 - \alpha_2}, \quad (5)$$

который в общем случае не совпадает с заданным наклоном прямой, характеризующей изменение напряженного состояния ψ_0 (см. рис. 1, б). Элементы β и γ остаются неподвижными пока выполняются условия

$\delta_\alpha > C_\alpha, \delta_\beta < C_\beta$ и $\delta_\gamma < C_\gamma$. В этом случае пластические деформации определяются соотношением

$$\Delta \mathbf{E}^p = H_\alpha (\Sigma - \alpha) \left(1 - \frac{C_\alpha}{\delta_\alpha} \right). \quad (6)$$

При движении вдоль прямой $1 - 2$ при переходе через точку 3 элемент β начинает движение ($\delta_\alpha > C_\alpha, \delta_\beta > C_\beta, \delta_\gamma < C_\gamma$), и пластические деформации определяются выражением

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{E}^p = & H_\alpha (\Sigma - \alpha) \left(1 - \frac{C_\alpha}{\delta_\alpha} \right) + \\ & + H_\beta (\Sigma - \beta) \left(1 - \frac{C_\beta}{\delta_\beta} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

В общем случае, при движении всех трех окружностей $\delta_\alpha > C_\alpha, \delta_\beta > C_\beta, \delta_\gamma > C_\gamma$ приращение пластических деформаций определяется равенством

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{E}^p = & H_\alpha (\Sigma - \alpha) \left(1 - \frac{C_\alpha}{\delta_\alpha} \right) + \\ & + H_\beta (\Sigma - \beta) \left(1 - \frac{C_\beta}{\delta_\beta} \right) + H_\gamma (\Sigma - \gamma) \left(1 - \frac{C_\gamma}{\delta_\gamma} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

которое, в отличие от предложенного в работе [13], вводится на основе дифференциальных зависимостей теории пластического течения.

Деформации на всем пути нагружения определяются суммированием приращений деформаций на каждом шаге. При разбиении пути нагружения на шаги целесообразно в качестве граничных точек выбирать те напряженные состояния, при которых в движение включается (или из него выключается) очередной элемент сухого трения структурной модели. Так, для пути, представленного на рис. 1, б, таковыми являются точки 2, 3 и 4.

Многоповерхностная теория с одной активной поверхностью. Математическая модель, основанная на предположении о невозможности чисто упругого деформирования как при нагрузке (увеличение σ_i), так и при разгрузке (уменьшение σ_i) была предложена в работе [20]. Авторами было принято, что соотношение (3) применимо в любой точке пути вторичного нагружения.

Утверждалось в качестве постулата, что направление вектора $\Delta \mathbf{E}^p$ и модуль податливости H являются функциями напряженного и деформированного состояний в конце первого шага нагружения (нулевого цикла) и текущей точки пути. В экспериментах с никелевыми и стальными тонкостенными трубками было установлено, что вектор $\Delta \mathbf{E}^p$ ориентирован по нормали к окружности, проведенной через текущую точку и точку окончания первого нагружения, а величина H во всех точках такой окружности примерно постоянна [14 – 20].

Пусть после нагружения по пути $0 \rightarrow 1$ (рис. 2) в точке 1 достигнуто напряженное состояние с интенсивностью напряжений σ_{i1} . Затем, после излома траектории нагружения в точке 1, следует движение по пути $1 \rightarrow 3$. Направление приращения пластических деформаций $\Delta \mathbf{E}^p$ совпадает с радиусом $2'2$ окружности, проведенной через точки 1 и 2 из центра, лежащего на луче $0 - 1$. Модуль вектора $|\Delta \mathbf{E}^p| = \Delta \varepsilon_i^p$ определяется соотношением

$$|\Delta \mathbf{E}^p| = H |\Delta \Sigma| \cos(\Delta \Sigma \wedge \mathbf{R}), \quad (9)$$

аналогичным по структуре равенству (3), где

$$H = f\left(H_1, \frac{R}{R_1}\right), \quad R_1 = \sigma_{i1}, \quad H_1 = \frac{d\varepsilon_i^p}{d\sigma_i}.$$

Подобный способ построения окружностей применяется и для последующих точек пути нагружения, для которых выполняется условие $R_k > R_{k-1}$, где k – номер точки на пути нагружения ($k = 1, 2, \dots, N$). Точку, после которой это условие нарушается (например, точка 3 на рис. 2), назовем точкой реверса. Строгая математическая формулировка условия появления точки реверса в пространстве девиаторов напряжений дана в работе [16]. После прохождения такой точки возникает новая поверхность, которая становится активной (подвижной), в то время как все остальные поверхности фиксируются. Центр активной окружности располагается на радиусе $3'3$ (точка 4' на рис. 2). Направление приращения пластических деформаций $\Delta \mathbf{E}^p$ совпадает с радиусом $4'4$. При вычислении приращения пластической деформации можно исполь-

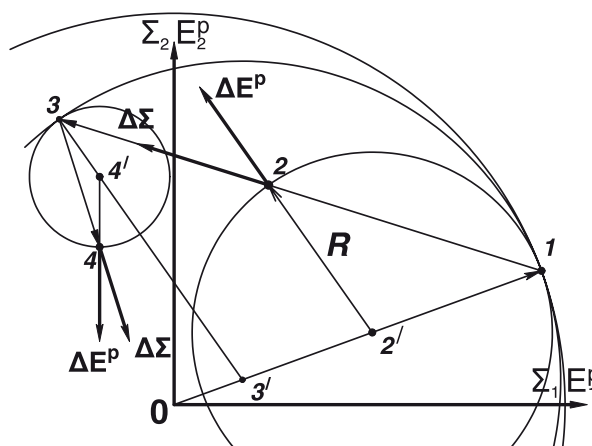


Рис. 2. Схематическое представление движения поверхностей нагружения (окружность и дуги) согласно многоповерхностной теории с одной активной поверхностью (ее центр расположен в точке 4').

Путь нагружения $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ в пространстве напряжений указан тонкими стрелками; в точках 2 и 4 жирными стрелками показаны направления приращений пластических деформаций; 1 и 3 – точки реверса

зовать соотношение (9) с заменой величин R_1, H_1 на R_3, H_3 , соответствующих точке реверса 3.

Методика проведения опытов и образцы

При проведении экспериментов в условиях объемного напряженного состояния использовалась модернизированная установка [27], состоящая из камеры высокого давления для испытания образцов в условиях объемного напряженного состояния, из источников давления, гидравлических систем высокого и низкого давления, контрольно-измерительных приборов и различных приспособлений для обслуживания.

Для приготовления образцов использовались отрезки цельнотянутых труб длиной 4 м, из одной партии стали 1Х18Н10Т-ВД (ЭП502ВД). Размеры образцов:

- длина 170 мм;
- номинальный наружный диаметр – 26,4 мм;
- толщина стенки – 0,3 мм;
- отношение толщины стенки образца к его среднему диаметру – 0,011.

Указанное отношение соответствует рекомендуемым значениям и обеспечивает хорошую равномерность распределения кольцевых и радиальных напряжений по толщине стенки. Это позволяет вычислять напряжения для среднего слоя по формулам для безмоментных оболочек. Химический состав материала труб (сталь) представлен работе [18].

Методика проведения опытов основана на том, что процесс нагружения рассматривается в пространстве напряжений Σ_1 и Σ_2 , а процесс деформирования – в пространстве пластических деформаций E_1^p и E_2^p :

$$\Sigma_1 = \sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_\theta + \sigma_r), \Sigma_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_\theta - \sigma_r), \quad (10)$$

$$E_1^p = \varepsilon_z^p, E_2^p = \frac{1}{\sqrt{3}}(\varepsilon_z^p + \varepsilon_\theta^p),$$

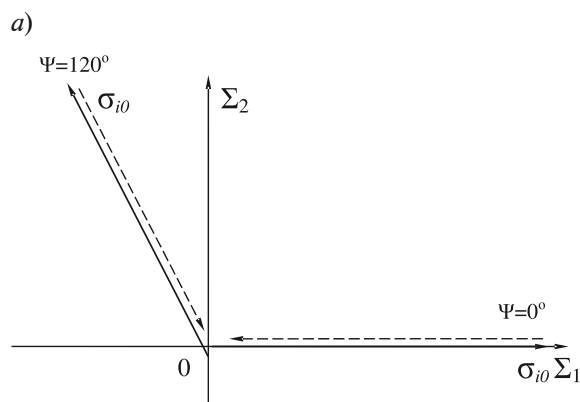
где $\sigma_z, \sigma_\theta, \sigma_r$ – ненулевые компоненты тензора напряжений в цилиндрической системе координат, совпадающие с главными напряжениями; $\varepsilon_z^p, \varepsilon_\theta^p, \varepsilon_r^p$ – главные пластические деформации.

Для вычисления длины пути пластического деформирования (параметра Одквиста ε_i^p) нами использовалось соотношение

$$\varepsilon_i^p = \int \sqrt{(dE_1^p)^2 + (dE_2^p)^2}. \quad (11)$$

Гидростатическое давление (среднее напряжение) определялось на основе зависимости

$$\sigma_{mean} = \frac{\Sigma_1}{3} + \frac{\Sigma_2}{\sqrt{3}} + \sigma_r. \quad (12)$$



В основе методики нагружения лежало ступенчатое приложение нагрузок, позволявшее вести нагружение вдоль любого направления в пространстве Σ_1, Σ_2 , которое характеризуется параметром вида девиатора ψ :

$$\psi = \arctg(\Sigma_2 / \Sigma_1). \quad (13)$$

Нагружение может быть реализовано в трубчатом образце (т. е. при $\psi = 0, 1, \dots, 120^\circ$). Напряженное состояние образца определяется параметром вида девиатора (13), интенсивностью напряжений σ_i и отношением инвариантов σ_{mean} / σ_i .

Эксперименты проводились в камере высокого давления и включали нагрузки и разгрузки образцов по прямым лучевым путям в пространстве напряжений, с варьированием параметра ψ . В качестве первого шага выполнялось осевое растяжение при $\psi = 0^\circ$ до некоторой выбранной интенсивности напряжений σ_{i0} , затем следовала полная разгрузка, кольцевое растяжение при значениях $\psi = 115 - 120^\circ$ до приблизительно такой же интенсивности напряжений, и после этого – опять полная разгрузка до $\sigma_i = 0$ (см. лучи 0 – 1, 1 – 0, 0 – 4, 4 – 0 на рис. 3, b).

Переход при нагружении с луча $\psi = 0^\circ$ на луч $\psi = 115 - 120^\circ$ использовался потому, что давал возможность получать наибольшие пластические деформации, по сравнению с другими возможными реализациями лучевых путей повторного нагружения. На каждом прямолинейном участке нагруже-

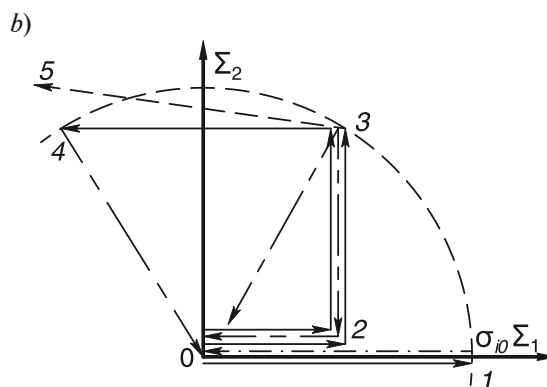


Рис. 3. Пути нагружения образцов (указаны стрелками) для идентификации параметров моделей (a) и сравнение прогнозов рассматриваемых моделей (b); σ_{i0} – интенсивность напряжений, соответствующая первоначальному нагружению



ния до различных значений σ_0 проводились промежуточные разгрузки для измерения осевой (ε_z) и окружной (ε_θ) деформаций. Количество образцов составило 15. Уровни начальных интенсивностей напряжений σ_0 изменялись от 680 до 900 МПа.

Диаграмма деформирования. Для определения ряда параметров структурной модели и многоповерхностной модели используется диаграмма деформирования (кривая зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций) при монотонном одноосном нагружении. Оценка возможности ее использования для описания сложного напряженного состояния (гипотеза единой кривой) требует проверки, которая также проводилась в рамках настоящего исследования.

Для аппроксимации диаграммы деформирования в данной работе использовалась степенная зависимость:

$$\sigma_i = A(\varepsilon_i^p)^m + B, \quad (14)$$

содержащая три параметра материала: A , B и m . Текущие размеры образца определяются с учетом зависимости (14).

Для получения диаграммы деформирования проводились испытания на растяжение тонкостенных трубчатых образцов на прессе Гагарина и в камере высокого давления.

В той же камере были проведены опыты по растяжению трубчатых образцов при повышенных значениях среднего напряжения σ_{mean} для оценки влияния отношения σ_{mean}/σ_i на характер зависимости $\sigma_i(\varepsilon_i^p)$. Отношение среднего напряжения к интенсивности напряжений менялось в пределах 0,330 – 0,466.

Путь нагружения в координатах Σ_1 , Σ_2 представляет собой прямую линию: луч, исходящий из начала координат. Для получения зависимостей $\sigma_i(\varepsilon_i^p)$ и значений σ_i , ε_i в момент разрушения, в процессе нагружения проводились промежуточные разгрузки для измерения деформаций. Значения параметра вида девиатора ψ (см. выше) меняли от 0 до 120° с шагом в 15°, отношение σ_{mean}/σ_i менялось в пределах от 0,321 до 0,616. По каждому лучу было испытано 5 – 8 образцов.

Определение параметров структурной модели. Для нахождения параметров структурной модели использовалась методика, предложенная в работе [13]. В соответствии с данной методикой, их определяли по аппроксимирующей ломаной линии, вписанной в экспериментальную диаграмму циклического деформирования при одноосном растяжении-сжатии.

Чтобы изучить поведение параметров модели при дальнейшем нагружении (после первичного растяжения), были проведены опыты как на повторно-лучевое, так и на повторно-циклическое виды нагружения. При этом принималось во внимание изменение значений C_β , C_γ .

Определение параметров многоповерхностной теории пластичности. Для нахождения параметров указанной теории пластичности с одной активной поверхностью нагружения нами рассматривалась степенная аппроксимация модуля пластической податливости H в следующем виде:

$$H = CH_0 \left(\frac{R}{\sigma_{i0}} \right)^n, \quad (15)$$

где σ_0 – максимальная интенсивность напряжений, достигнутая на предыдущих этапах сложного пути нагружения; H_0 – модуль податливости максимально достигнутого уровня σ_0 ($H_0 = d\varepsilon_i^p / d\sigma_i$); R – радиус окружности равных податливостей, соответствующий текущему значению σ_i ; C , n – параметры модели.

Податливость H_0 определялась по уравнению единой кривой (14):

$$H_0 = \frac{1}{mA} \left(\frac{\sigma_{i0} - B}{A} \right)^{1/m-1}. \quad (16)$$

Значения H и R рассчитывались по результатам опытов, например, после экспериментов на чередующиеся осевые и кольцевые растяжения трубчатого образца.

Результаты экспериментального определения параметров моделей

В результате проведенных опытов на растяжение тонкостенных трубчатых образцов на прессе Гагарина и в камере высокого давления на десяти образцах была

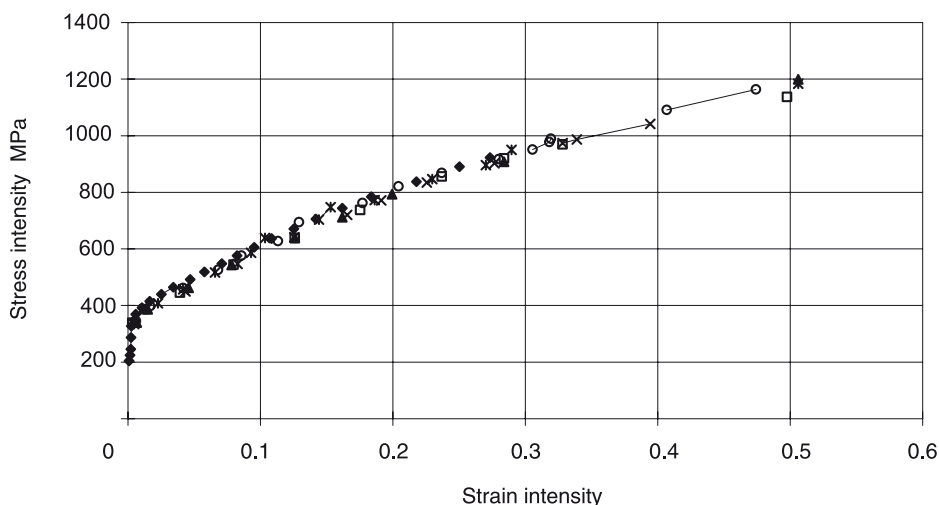


Рис. 4. Диаграмма деформирования стали 1X18H10T-BD
(данные от разных образцов представлены различными символами)

установлена следующая аппроксимация диаграммы деформирования (рис. 4):

$$\sigma_i = 1470\varepsilon_i^{0,678} + 325 \text{ (МПа)}. \quad (17)$$

Получены следующие значения предела прочности (в истинных напряжениях): $\sigma_U \approx 1200 - 1240$ МПа и истинная деформация при разрыве $\varepsilon_U \approx 0,5$.

В опытах по растяжению трубчатых образцов при повышенных значениях среднего напряжения σ_{mean} было установлено, что в диапазоне исследованных σ_{mean}/σ_i (0,330 – 0,466) существенных отклонений как по характеру зависимости $\sigma_i(\varepsilon_i)$, так и по значениям σ_U , ε_U отмечено не было.

В результате проведенных опытов на 5 – 8 образцах были получены зависимости $\sigma_i(\varepsilon_i^p)$ и значения σ_p , ε_i в момент разрушения (как отмечалось выше, в процессе нагружения проводились промежуточные разгрузки для измерения деформаций).

На основании полученных экспериментальных данных был сделан вывод о возможности использования концепции единой кривой. Отклонения от среднего значения по напряжениям для различных путей нагружения не превышали ± 4 %. Установлено, что параметр ψ влияет как на значения σ_p , ε_i в момент разрушения, так и на характер разрушения.

Параметры структурной модели. В результате проведенных экспериментальных

исследований при сложном непропорциональном нагружении были найдены параметры структурной модели при различных значениях σ_{i0} (табл. 1).

В работе [13] значения параметров модели для материала принимались постое

Таблица 1

Значения параметров структурной модели
при различных значениях σ_{i0}

Параметр	Значение, МПа	
	$\sigma_{i0} = 772$ МПа	$\sigma_{i0} = 871$ МПа
C_α	325	325
C_β	711	765
C_γ	770	820
E_{az}	94 100	163 000
E_{a0}	126 800	178 800
E_α	110 400	170 900
$E_{\beta z}$	2 960	8 560
$E_{\beta 0}$	3 610	9 230
E_β	3 280	8 890
$E_{\gamma z}$	1 500	2 110
$E_{\gamma 0}$	2 370	1 860
E_γ	1 930	1 980

Значения параметра ε_{i0} составили 21,04 и 21,49 % при $\sigma_{i0} = 772$ и 871 МПа соответственно.



янными, не зависящими от истории его нагружения. Анализ экспериментальных результатов, полученных нами при повторно-лучевых нагружениях, показал, что численное значение этих параметров зависит от уровня интенсивности напряжений σ_{i0} , достигаемого в базовом опыте. Поэтому опыты проводились при различных значениях σ_{i0} ($\sigma_{i0} = 700 - 900$ МПа). В табл. 1 даны в качестве примера соответствующие значения для двух значений σ_{i0} .

Расчеты параметров C_β , C_γ для опытов с различными значениями σ_{i0} позволили заключить о приблизительно линейной зависимости указанных параметров от величины σ_{i0} :

$$\frac{\sigma_{i0(5)}}{\sigma_{i0(33)}} = 0,886 \approx 0,9; \quad \frac{C_{\beta(5)}}{C_{\beta(33)}} = 0,929 \approx 0,9;$$

$$\frac{C_{\gamma(5)}}{C_{\gamma(33)}} = 0,939 \approx 0,9.$$

В результате анализа поведения параметров модели при дальнейшем нагружении (после первичного растяжения), при котором, как уже отмечалось, были проведены опыты как на повторно-лучевое, так и на повторно-циклическое виды нагружения, была установлена закономерность изменения параметров, позволяющая более точно прогнозировать результаты эксперимента [29]. При этом принималось во внимание изменение значений C_β , C_γ .

Параметры многоповерхностной теории пластичности. Податливость H_0 определялась на основе уравнения (16):

$$H_0 = \frac{1,475}{1470} \left(\frac{\sigma_{i0} - 325}{1470} \right)^{0,475} \text{ (МПа)}. \quad (18)$$

Значения параметров H и R были рассчитаны по результатам опытов на чередующиеся осевые и кольцевые растяжения трубчатого образца.

Необходимо отметить, что в базовом опыте характер зависимости $\sigma_i(\epsilon_i)$ заметно меняется при переходе от первого кольцевого растяжения после первого осевого нагружения к последующим чередующимся осевым и кольцевым растяжениям. Поэтому, как и в работе [13], сделано предположение об изменении свойств материала

после первых циклов сложного нагружения и принято, что первому нагружению при максимальном отличии по углу ψ отвечают значения параметров $C = 1,6$; $n = 25,3$, а последующим нагружениям, независимо от пути нагружения, отвечают значения $C = 0,2$; $n = 5,9$.

Учитывая характер аппроксимации зависимостей, мы пришли к выводу, что величина интенсивности напряжений σ_{i0} при первичном растяжении в базовом опыте не влияет на значения коэффициентов A и n .

Кроме вышеизложенных, были опробованы и другие аппроксимирующие зависимости для пластических податливостей, в частности

$$H = H_0 10^{(0,01892 - \lg(R/\sigma_{i0}))^{-0,4} - 4},$$

$$H = H_0 10^{[(-e^{(R/\sigma_{i0}) - 0,03})/0,085 - 0,6]/0,2}.$$

Результаты расчетов с применением этих соотношений в целом дали худшее соответствие данным опытов, по сравнению с результатами расчетов, использующих соотношения (15).

Результаты испытаний и сопоставительный анализ моделей

Повторно-пропорциональные пути нагружения. Многоповерхностная теория пластичности с одной активной поверхностью достаточно хорошо описывает процесс нагружения по пропорциональным путям с разгрузками и переходами на другое направление пропорционального нагружения. Структурная модель элемента материала с постоянными параметрами дает более заметные расхождения результатов с данными опытов.

Параметры структурной модели, определяемые в базовом опыте, зависят от величины интенсивности напряжений σ_{i0} при первичном нагружении образца, а уровень значений σ_i при последующих циклах возрастал от цикла к циклу. Поэтому вычисления проведены с использованием эмпирической зависимости, установленной в опытах [29]:

$$C_j'' = C_j' \left(1 + 0,35 \frac{\sigma_{i \max} - R}{R} \right), \quad (19)$$

где C_j'' — значение параметра C_j , отвечающее текущему значению наибольшей интенсивности напряжений $\sigma_{i \max}$, индекс $j = \beta, \gamma$ (см. рис. 1, *b*); C_j' — значение параметра C_j , соответствующее значению предыдущей наибольшей интенсивности напряжений; R — значение предыдущей наибольшей интенсивности напряжений (радиус гиперповерхности, соответствующей $\sigma_{i \max}$ на предыдущих этапах нагружения (см. рис. 3, *b*).

В табл. 2 приведены в качестве примера типичные данные, полученные нами в опытах по деформированию образцов в указанных условиях.

Структурная модель элемента материала с постоянными коэффициентами обеспечивает качественное соответствие экспериментальным данным, но количественное сопоставление приводит к выводу о большом отклонении от них. Применение коррекции параметров приводит к существенному улучшению прогноза, использующего соотношения структурной модели, и приближает по эффективности скорректированную модель к многоповерхностной теории.

Таким образом, результаты расчета деформаций по соотношениям многоповерхностной теории с одной активной поверхностью и расчета по структурной модели, использующей коррекцию параметров, дают хорошее соответствие с данными экспериментов.

Сложные пути нагружения. На рис. 5 показаны экспериментальные результаты, найденные при сложных путях нагружения для одного из таких характерных процессов (см. рис. 3, *b*); приведенные данные сопоставлены с расчетными, полученными для различных моделей материала. Параметр Одквиста на момент разрушения (на второй стадии) достиг следующих уровней:

опытное значение — 0,340;

прогнозируемое при использовании структурной модели с коррекцией параметров — 0,251;

прогнозируемое согласно многоповерхностной теории — 0,345.

Таким образом, прогностические расчеты по обеим моделям дали удовлетворительное совпадение с данными эксперимента.

При малых деформациях несколько лучшее соответствие достигалось с использованием структурной модели материала, при развитых деформациях — модели, основанной на концепции поля пластических податливостей. Это объясняется тем, что первая из этих сопоставляемых моделей более точно аппроксимирует начальный участок диаграммы деформирования, но хуже отражает участок развитых деформаций. Этот недостаток можно устранить, если корректировать параметры модели с учетом повышения уровня достигаемых интенсивностей напряжений. Такая коррекция существенно приближает ее прогноз к данным эксперимента (см. рис. 5).

Результаты расчетов по теории пластического течения с кинематическим упрочнением (вторая из двух рассматриваемых моделей) указывают на неадекватный (неудовлетворительный) прогностический характер ее описания, относящегося к процессу сложного циклического деформирования.

Структурная модель элемента материала в целом несколько лучше описывает процесс сложного повторно-пропорционального циклического нагружения, чем многоповерхностная теория пластичности с одной активной поверхностью. Это можно объяснить тем, что модельное описание пути этих нагружений повторяет путь нагружения в базовом опыте.

Однако следует отметить, что для повышения адекватности структурной модели потребовалась коррекция ее параметров. Такая мера указывает на ее большую чувствительность к условиям (по напряжениям) проведения базового эксперимента и к уровню интенсивностей напряжений, достигаемых в ходе опытов.

Многоповерхностная теория пластичности с одной активной поверхностью лучше описывает исследованные сложные циклические пути нагружения, которые могут существенно отличаться от пути нагружения в базовом опыте. Это говорит о ее универсальном характере в отношении расчетов деформирования образцов материала и элементов конструкций, подверженных сложным циклическим нагружениям.

Таблица 2

Значения параметров пластического деформирования при повторно-лучевых путях нагружения после первичного осевого растяжения

Напряжение в конце участ- ка, МПа		Наклон пути нагру- жения ψ, °	Δε ₁ ^p , %			Δε ₂ ^p , %			Δε _i ^p , %			ε _i ^p , %						
Σ ₁	Σ ₂		Опыт	Расчет			Опыт	Расчет			Опыт	Расчет						
				МТ	С	СК		МТ	С	СК		МТ	С	СК				
-332 890	0	115 0	-0,9 2,0	-0,6 2,1	-5,6 7,5	-1,0 2,0	1,6 -0,3	1,1 -0,2	8,4 -1,2	-0,1 -0,0	1,8 2,0	1,2 2,2	0,4 8,1	2,1 2,5	1,8 3,8	1,2 3,4	10,4 18,5	2,1 4,6
-330 921	0	115 0	-1,1 3,6	-1,0 2,3	-3,2 6,1	-0,5 2,2	1,0 -0,1	1,3 -0,1	3,8 -1,3	0,6 -1,4	1,4 3,6	1,6 2,4	5,3 6,8	1,0 2,8	5,3 8,9	5,1 7,5	23,8 30,6	5,5 8,3
-328 957	0	115 0	-0,6 3,2	-0,9 2,6	-2,9 6,1	-0,4 2,3	0,8 0,0	1,1 -0,1	3,0 -1,5	0,2 -0,8	1,0 3,2	1,4 2,7	4,5 6,9	0,7 3,0	9,8 13,0	8,9 11,6	35,1 42,0	9,0 12,0
-332 991	0	115 0	-0,4 3,9	-0,9 2,5	-3,7 6,8	-0,4 2,3	0,5 0,2	1,0 -0,0	3,5 -1,9	0,1 -1,7	0,7 3,9	1,3 2,6	5,4 7,7	0,7 2,9	13,7 17,6	12,9 15,5	47,3 55,0	16,7 15,6
-338 1006	0	115 0	-0,6 2,1	-0,8 1,3	-5,0 6,7	-0,4 1,3	0,4 -0,0	0,9 -0,0	4,3 -2,1	0,1 -0,8	0,7 2,1	1,2 1,3	6,8 7,7	0,9 2,0	18,3 30,3	16,8 18,1	61,9 69,6	16,5 18,5
-343 1020	0	115 0	-0,5 1,9	-0,9 1,2	-5,5 7,2	-0,6 1,4	0,4 0,1	0,9 -0,0	4,3 -2,5	-0,1 -0,6	0,6 2,0	1,2 1,3	7,3 8,3	1,1 2,1	21,0 22,9	19,3 20,7	76,8 85,1	19,5 21,6
-344 1070	0	115 0	-0,4 5,2	-0,8 3,8	-5,5 9,7	-0,4 3,3	0,3 0,7	0,8 -0,0	3,9 -3,4	0,0 -2,0	0,5 5,2	1,2 3,9	7,0 1,0	0,7 4,1	23,4 28,6	21,8 25,7	92,1 103	22,4 26,4
-354 1110	0	115 0	-0,6 4,2	-0,8 3,1	-8,9 2,5	-0,8 3,1	0,2 1,6	0,7 -0,0	5,9 -4,6	-0,2 -1,1	0,6 4,5	1,1 3,2	1,0 4,1	1,4 3,9	29,3 33,8	26,8 30,0	114 128	27,8 31,7

Примечание. Первичное осевое растяжение проведено до $\sigma_0 = 872$ МПа и $\varepsilon_0^p = 0,245$.

Принятые сокращения: МТ – многоповерхностная теория пластичности с одной активной поверхностью, С, СК – соответственно структурная модель с постоянными коэффициентами и с коррекцией параметров материала по формуле (19).

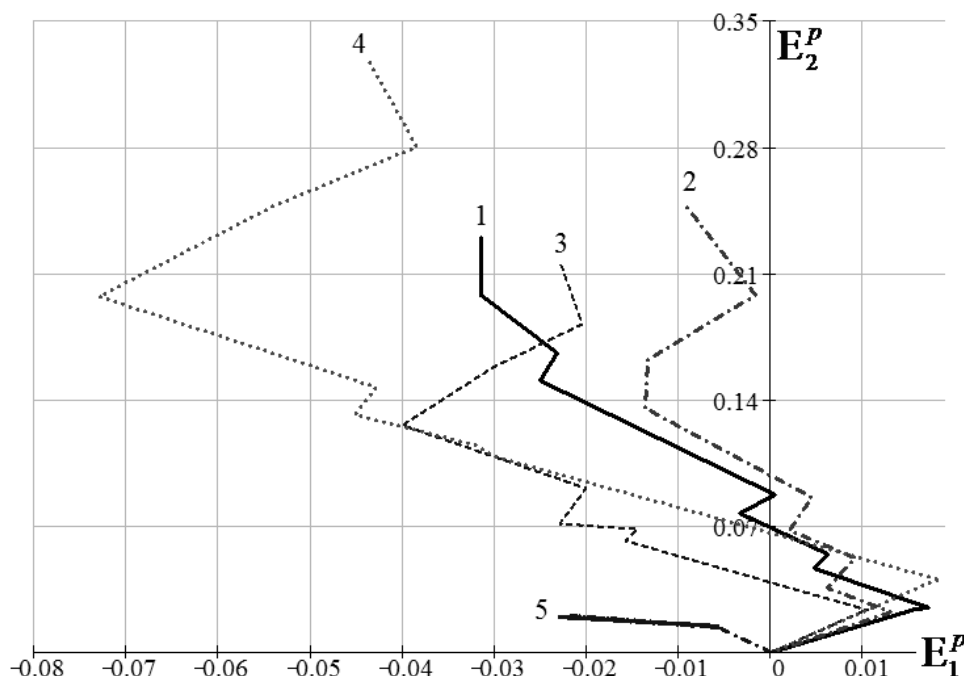


Рис. 5. Сравнение экспериментальных (1) и расчетных (2 – 5) результатов путей деформирования с использованием различных моделей для пути нагружения (см. рис. 3, б): многоповерхностной теории с одной активной поверхностью (2); структурных моделей с коррекцией (3) и без коррекции (4) параметров; теории пластического течения с кинематическим упрочнением (5)

Для многоповерхностной теории не выявлено существенной зависимости ее параметров от уровня нагружения как в базовом опыте, так и при произвольных путях нагружения. Она адекватно описывает сложное циклическое нагружение с интенсивностями напряжений как выше, так и ниже интенсивности напряжений, при которой определялись параметры модели. Дополнительной коррекции параметров при этом не требуется.

Заключение

Проведено сравнение прогнозов многоповерхностной теории с одной активной поверхностью и структурной модели с результатами экспериментальных исследований на стали 1X18H10T-ВД при сложном непропорциональном пассивном нагружении.

Многоповерхностная теория пластичности с одной активной поверхностью нагружения обеспечивает хорошую точность прогнозов для сложных путей нагружения, с участками полной и частичной разгрузки.

Для всех исследованных путей нагружения результаты расчетов с использованием структурной модели при неизменных значениях параметров модели и числе элементов дает худшее соответствие данным опытов, чем результат расчетов по многоповерхностной модели. Прогнозы с применением теории пластического течения с кинематическим упрочнением значительно уступают по точности двум вышеназванным моделям.

Вариант структурной модели с переменными параметрами позволяет значительно уменьшить погрешности прогноза. Погрешности расчетов с использованием такой модели и многоповерхностной теории близки для всех исследуемых путей нагружения.

В рамках многомодельного метода [30] исследования пластического деформирования установлены области достоверного применения многоповерхностной теории с одной активной поверхностью нагружения и структурной модели материала.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 16-08-00845-а.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **Зубчанинов В.Г.** Об активных и пассивных процессах сложного нагружения-разгружения // Современные проблемы термовязкопластичности. Труды II школы-семинара, М.: МАМИ, 2007. С. 3–18.
- [2] **Зубчанинов В.Г., Гуляев В.И., Зубчанинов Д.В.** Экспериментальное исследование процессов сложного нагружения материалов на многозвенных траекториях // Современные проблемы термовязкопластичности. Труды II школы-семинара. М.: МАМИ, 2007. С. 19–24.
- [3] **Зубчанинов В.Г., Гуляев В.И., Зубчанинов Д.В.** Экспериментальное исследование стали 45 по траекториям типа «Плоский винт» // Современные проблемы прочности, пластичности и устойчивости. Тверь: ТГТУ, 2007. С. 104–109.
- [4] **Кадашевич Ю.И., Мосолов А.Б.** Эндохронные теории пластичности: основные положения, перспективы развития // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1989. № 1. С. 161–168.
- [5] **Кадашевич Ю.И., Мосолов А.Б.** О соотношениях эндохронной теории пластичности с «новой» мерой внутреннего времени // Технология легких сплавов. 1990. № 3. С. 32–36.
- [6] **Пальмов В.А.** Колебания упругопластических тел. М.: Наука. 1976. 328 с.
- [7] **Ильюшин А.А.** Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 271 с.
- [8] **Lissenden C.J., Colaiuta J.F., Lerch B.A.** Hardening behavior of three metallic alloys under combined stresses at elevated temperature // Acta Mechanica. 2004. Vol. 169. No. 1. Pp. 53–77.
- [9] **Kuwabara T., Kuroda M., Tvergaard V., Nomura K.** Use of abrupt strain path change for determining subsequent yield surface: experimental study with metal sheets // Acta Mater. 2000. Vol. 48. No. 9. Pp. 2071–2079.
- [10] **Khan A.S., Parikh Y.** Large deformation in polycrystalline copper under combined tension-torsion, loading, unloading and reloading or reverse loading: a study of two incremental theories of plasticity // International Journal of Plasticity. 1986. Vol. 2. No. 4. Pp. 379–392.
- [11] **Rees D.W.A.** Research note on a reexamination of neutral loading experiments // International Journal of Plasticity. 1988. Vol. 4. No. 1. Pp. 91–102.
- [12] **Rees D.W.A.** Applications of classical plasticity theory to non-radial loading paths // Proc. R. Soc. Lond. A. 1987. Vol. 410. No. 1839. Pp. 443–475.
- [13] **Павлов П.А.** Основы инженерных расчетов элементов машин на усталость и длительную прочность. Ленинград: Машиностроение, 1988. 251 с.
- [14] **Мельников Б.Е., Изотов И.Н., Кузнецов Н.П.** Пространственный упругопластический элемент для описания нестационарного деформирования // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 1986. Т. 197. № 1. С. 75–79.
- [15] **Мельников Б.Е., Изотов И.Н., Кузнецов Н.П.** Расчет и экспериментальное исследование сложных путей упругопластического деформирования // Проблемы прочности. 1990. № 8. С. 14–17.
- [16] **Мельников Б.Е., Семенов А.С.** Многоповерхностная теория пластичности с одной активной поверхностью пластических податливостей // Труды ЛГТУ. 1991. № 144. С. 26–31.
- [17] **Мельников Б.Е., Семенов А.С.** Описание эволюции поверхностей равной податливости в многоповерхностной теории пластичности // Труды СПбГТУ. 1996. № 456. С. 52–61.
- [18] **Изотов И.Н., Кузнецов Н.П., Мельников Б.Е., Митюков А.Г.** Упруго-пластическое поведение стальных трубчатых образцов при сложном трехосном нагружении // Научно-технические ведомости СПбГТУ. 2003. № 3 (33). С. 114–125.
- [19] **Изотов И.Н., Мельников Б.Е., Семенов А.С., Семенов С.Г.** Определение свойств пластических податливостей на никелевых образцах // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2009. № 2. С. 165–174.
- [20] **Изотов И.Н., Ягн Ю.И.** Изучение пластического деформирования металла с деформационной анизотропией, созданной в процессе предварительного нагружения // ДАН СССР. 1961. Т. 139. № 3. С. 576–579.
- [21] **Mroz Z.** On the description of anisotropic workhardening // J. Mech. Phys. Solids. 1967. Vol. 15. No. 3. Pp. 163–175.
- [22] **Mroz Z., Norries V.A., Zienkiewicz O.C.** An anisotropic hardening model for soils and its application to cyclic loading // Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 1978. Vol. 2. No. 3. Pp. 203–221.
- [23] **Мельников Б.Е., Кузнецов Н.П., Митюков А.Г., Семенов А.С., Семенов С.Г.** Применение модели энергетической оценки прочности при нескольких циклах нагружения в случае сложного неоднородного напряженного состояния // Современные проблемы ресурса материалов и конструкций. Труды III школы-семинара 2009 г. М.: МГТУ (МАМИ), 2009. С. 140–147.

[24] Мельников Б.Е., Семенов А.С. Энергетическая модель накопления повреждений при малоцикловой усталости // XXI Петербургские чтения по проблемам прочности. К 100-летию со дня рождения Л.М. Качанова и Ю.Н. Работнова. Сб. материалов. СПб.: Соло, 2014. С. 59–61.

[25] Kitaeva D.A., Rudaev Y.I. About kinetic equations of dynamic superplasticity model // Proceedings of the 31th Summer School “Advanced Problems in Mechanics”. June 22–July 2, 2003. St. Petersburg: Polytechnical Publishing House, 2003. Pp. 172–176.

[26] Артюх В.Г. Точность предохранителей для металлургических машин. Мариуполь: Изд-во ПГТУ, 2000. 177 с.

[27] Павлов П.А., Изотов И.Н., Кузнецов Н.П., Митюков А.Г., Симанёнок А.Н. Установка

для испытания материалов при объемном напряженном состоянии // Проблемы прочности. 1986. № 12. С. 104–107.

[28] Иванченко С.Н., Кадашевич Ю.И., Поныткин С.П. Квазистатическая теория пластичности, учитывающая уплотнение материала // Известия РАН. Механика твердого тела. 2000. № 5. С. 21–26.

[29] Izotov I.N., Kuznetsov N.P., Melnikov B.E., Mityukov A.G., Musienko A.Yu. New variants of the multisurface theory of plasticity. Comparison with the experimental data // Proc. of SPIE. 2000. Vol. 4046. Pp. 362–367.

[30] Melnikov B.E., Semenov A.S. Creation and application of hierarchical sequence of material models for numerical analysis of elasto-plastic structures // Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik. 1996. Vol. 76. Suppl. 2. Pp. 615–616.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КУЗНЕЦОВ Николай Петрович — кандидат технических наук, доцент кафедры технологии машиностроения Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого, г. Великий Новгород, Российская Федерация.

173003, Российская Федерация, г. Великий Новгород, Большая Санкт-Петербургская ул., 41.
knryan@yandex.ru

МЕЛЬНИКОВ Борис Евгеньевич — доктор технических наук, заведующий кафедрой сопротивления материалов Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
kafedra@ksm.spbstu.ru

СЕМЕНОВ Артем Семенович — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики и процессов управления Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
Semenov.Artem@googlemail.com

Kuznetsov N.P., Melnikov B.E., Semenov A.S. VERIFICATION AND ADAPTATION OF THE PLASTICITY MODELS UNDER COMPLEX VARIABLE LOADING WITH INTERMEDIATE COMPLETE AND PARTIAL UNLOADINGS.

The experimental studies of elasto-plastic deformation of tubular steel samples under proportional and non-proportional (monotonic and cyclic) loadings, including partial and intermediate loadings, have been conducted with the aim of improving the accuracy of the description of the complex passive loading processes. The plastic strain accumulation was observed in the course of tests carried out under passive loading. However, this effect turned out not to be described by the plastic flow theory. This result required the development of an alternative material model. The comparisons of experimental results with the predictions of the structural (rheological) elasto-plastic model and the multisurface theory of plasticity with one active surface were made. Modifications of the constitutive equations were proposed in order to improve the accuracy of the material response prediction.

PLASTICITY, PASSIVE LOADING, EXPERIMENT, MODELING.



REFERENCES

- [1] **V.G. Zubchaninov**, Ob aktivnykh i passivnykh protsessakh slozhnogo nagruzheniya-razgruzheniya [On the active and passive processes of complex loading-unloading], Moscow, Sovremennyye problemy termovyazkoplastichnosti, Trudy II shkoly-seminara. (2007) 3–18.
- [2] **V.G. Zubchaninov, V.I. Gulyayev, D.V. Zubchaninov**, Eksperimentalnoye issledovaniye protsessov slozhnogo nagruzheniya materialov na mnogozvennykh trayektoriyakh [An experimental investigation of processes of complex loading of materials in the multilink paths], Moscow, Sovremennyye problemy termovyazkoplastichnosti, Trudy II shkoly-seminara. (2007) 19–24.
- [3] **V.G. Zubchaninov, V.I. Gulyayev, D.V. Zubchaninov**, Eksperimentalnoye issledovaniye stali 45 po trayektoriyam tipa “Ploskiy vint” [An experimental investigation of steel 45 in the “flat screw” paths] Tver, Sovremennyye problemy prochnosti, plastichnosti i ustoychivosti. (2007) 104–109.
- [4] **Yu.I. Kadashevich, A.B. Mosolov**, Endokhronnye teorii plastichnosti: osnovnyye polozheniya, perspektivy razvitiya [Endochronic plasticity theories: the main statements, future development], Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela. (1) (1989). 161–168.
- [5] **Yu.I. Kadashevich, A.B. Mosolov**, O sootnosheniyakh endokhronnoy teorii plastichnosti s “novoy” meroy vnutrennego vremeni [On the relationships of endochronic plasticity theory with a “new” measure of internal time], Tekhnologiya legkikh splavov. (3) (1990) 32–36.
- [6] **V.A. Palmov**, Kolebaniya uprugoplasticheskikh tel [Vibrations of elastic-plastic bodies], Moscow, Nauka, 1976.
- [7] **A.A. Ilyushin**, Plastichnost. Osnovy obshchey matematicheskoy teorii [Plasticity. Background of the general mathematical theory], Moscow, Izd-vo AN SSSR, 1963.
- [8] **C.J. Lissenden, J.F. Colaiuta, B.A. Lerch**, Hardening behavior of three metallic alloys under combined stresses at elevated temperature, Acta Mechanica 169 (1) (2004) 53–77.
- [9] **T. Kuwabara, M. Kuroda, V. Tvergaard, K. Nomura**, Use of abrupt strain path change for determining subsequent yield surface: experimental study with metal sheets, Acta Mater. 48 (9) (2000) 2071–2079.
- [10] **A.S. Khan, Y. Parikh**, Large deformation in polycrystalline copper under combined tension-torsion, loading, unloading and reloading or reverse loading: a study of two incremental theories of plasticity, International Journal of Plasticity. 2 (4) (1986) 379–392.
- [11] **D.W.A. Rees**, Research note on a reexamination of neutral loading experiments, International Journal of Plasticity. 4 (1) (1988) 91–102.
- [12] **D.W.A. Rees**, Applications of classical plasticity theory to non-radial loading paths, Proc. R. Soc. Lond. A. 410 (1839) (1987) 443–475.
- [13] **P.A. Pavlov**, Osnovy inzhenernykh raschetov elementov mashin na ustalost i dlitelnuyu prochnost [Background of fatigue and long-time strength engineering calculations of machine elements], Leningrad, Izd-vo “Mashinostroyeniye”, 1988.
- [14] **B.E. Melnikov, I.N. Izotov, N.P. Kuznetsov**, Prostranstvennyy uprugoplasticheskiy element dlya opisaniya nestatsionarnogo deformirovaniya [A spatial elastic-plastic element for description of unsteady deformation], Leningrad, Izvestiya VNIIG im. B.E. Vedeneyeva. 197 (1986) 75–79.
- [15] **B.E. Melnikov, I.N. Izotov, N.P. Kuznetsov**, Raschet i eksperimentalnoye issledovaniye slozhnykh putey uprugoplasticheskogo deformirovaniya [Calculations and experimental investigation of complex paths of elastic-plastic deformation], Problemy prochnosti. (8) (1990) 14–17.
- [16] **B.E. Melnikov, A.S. Semenov**, Mnogopoverkhnostnaya teoriya plastichnosti s odnoy aktivnoy poverkhnostyu plasticheskikh podatlivostey [The multisurface theory of plasticity with one active surface of plastic compliances], Trudy SPbGTU. (144) (1991) 26–31.
- [17] **B.E. Melnikov, A.S. Semenov**, Opisaniye evolyutsii poverkhnostey ravnoy podatlivosti v mnogopoverkhnostnoy teorii plastichnosti [Description of evolution of equal-compliance surfaces in the multisurface theory of plasticity], Trudy SPbGTU. (456) (1996) 52–61.
- [18] **I.N. Izotov, N.P. Kuznetsov, B.E. Melnikov, A.G. Mityukov**, Uprugoplasticheskoye povedeniye stalnykh trubchatykh obraztsov pri slozhnom trekhosnom nagruzhenii [Elastic-plastic behavior of steel tubular samples under the complex triaxial loading], St. Petersburg State Polytechnical University Journal, (3) (2003) 114–125.
- [19] **I.N. Izotov, B.E. Melnikov, A.S. Semenov, et al.**, Opredeleniye svoystv plasticheskikh podatlivostey na nikelovykh obraztsakh [Determination of plastic compliance properties of nickel samples], St. Petersburg State Polytechnical University Journal, (2) (2009) 165–174.
- [20] **I.N. Izotov, Yu.I. Yagn**, Izucheniye plasticheskogo deformirovaniya metalla s deformatsionnoy anizotropiyey, sozdannoy v protsesse predvaritelnogo nagruzheniya [Study of

plastic deformation of metal with strain anisotropy induced during preliminary loading], DAN SSSR. 139 (3) (1961) 576–579.

[21] **Z. Mroz**, On the description of anisotropic workhardening, J. Mech. Phys. Solids. 15 (3) (1967) 163–175.

[22] **Z. Mroz, V.A. Norries, O.C. Zienkiewicz**, An anisotropic hardening model for soils and its application to cyclic loading, Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 2 (3) (1978) 203–221.

[23] **B.E. Melnikov, N.P. Kuznetsov, A.G. Mityukov, et al.**, Primeneniye modeli energeticheskoy otsenki prochnosti pri neskol'kikh tsiklakh nagruzheniya v sluchaye slozhnogo neodnorodnogo napryazhennogo sostoyaniya [An application of the model for an energetic estimation of low-cycle fatigue in the case of complex inhomogeneous stress state], Sovremennyye problemy resursa materialov i konstruksiy. Trudy III shkoly-seminara 2009 g. M. MG TU (MAMI) (2009) 140–147.

[24] **B.E. Melnikov, A.S. Semenov**, Energeticheskaya model nakopleniya povrezhdeniy pri malotsiklovoy ustalosti [Energetic model of damage accumulation in the low-cycle fatigue], XXI Peterburgskiy chteniya po problemam prochnosti, K 100-letiyu so dnya rozhdeniya L.M. Kachanova i Yu.N. Rabotnova Sb. Mater. (2014) 59–61.

[25] **D.A. Kitaeva, Y.I. Rudaev**, About kinetic

equations of dynamic superplasticity model, Proceedings of the 31th Summer School “Advanced Problems in Mechanics”, June 22–July 2, 2003. St. Petersburg, Polytechnical Publishing House, (2003) 172–176.

[26] **V.G. Artyukh**, Tochnost predokhraniteley dlya metallurgicheskikh mashin [Safety-device accuracy for metallurgical machines], Mariupol, Izd-vo PG TU, 2000.

[27] **P.A. Pavlov, I.N. Izotov, N.P. Kuznetsov**, Ustanovka dlya ispytaniya materialov pri obyemnom napryazhennom sostoyanii [The testing machine in the volumetric stress], Problemy prochnosti, (12) (1986) 104–107.

[28] **S.N. Ivanchenko, Yu.I. Kadashevich, S.P. Pomytkin**, Kvazistaticheskaya teoriya plastichnosti, uchityvayushchaya uplotneniye materiala [Quasi-static plasticity theory considering the material consolidation], Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela. (5) (2000) 2–26.

[29] **I.N. Izotov, N.P. Kuznetsov, B.E. Melnikov, et al.**, New variants of the multisurface theory of plasticity, Comparison with the experimental data, Proc. of SPIE. 4046 (2000) 362–367.

[30] **B.E. Melnikov, A.S. Semenov**, Creation and application of hierarchical sequence of material models for numerical analysis of elasto-plastic structures, Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik. 76 (Supl. 2) (1996) 615–616.

THE AUTHORS

KUZNETSOV Nikolay P.

Yaroslav-the-Wise Novgorod State University

41 Bolshaya Sankt-Peterburgskaya St., 173003, Veliky Novgorod, Russian Federation
knpyan@yandex.ru

MELNIKOV Boris E.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
kafedra@ksm.spbstu.ru

SEME NOV Artem S.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
Semenov.Artem@gmail.com

DOI: 10.18721/JPM.10114

УДК 528.2

А.А. Липовка, Н.М. Липовка

Центр физических исследований, Университет Соноры,
г. Эрмосийо, Мексика

*Посвящается светлой памяти
Нели Александровны Есепкиной, конструктора
радиотелескопов БПР и РАТАН-600, профессора
Ленинградского политехнического института
имени М.И. Калинина*

РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ ГРУППЫ ЗВЕЗД В СОЗВЕЗДИЯХ ВОДОЛЕЯ И КИТА

В работе выполнены оптические отождествления радиоисточников с группой звезд, расположенных на площадке размером 1,2 кв. град. С радиоисточниками отождествлены десять звезд и один объект с диффузным изображением (ESO-538-10). Восемь радиообъектов имеют нетепловой спектр радиоизлучения. Обнаружена значительная радиорефракция в межзвездной среде в исследуемом направлении космического пространства.

СИСТЕМА КООРДИНАТ, ОПТИЧЕСКОЕ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЕ РАДИОИСТОЧНИКОВ, МЕЖЗВЕЗДНАЯ СРЕДА, ВОДОЛЕЙ, КИТ.

Введение

В 1609 году талантливый итальянский физик, механик и астроном Галилео Галилей сконструировал первый оптический телескоп и начал наблюдать небесные объекты. В 2009 году оптической астрономии исполнилось 400 лет, и этот год был объявлен Международным годом астрономии (МГА-2009).

Радиоастрономия, по сравнению с оптической астрономией, — очень молодая наука. Свой существенный вклад в обнаружение радиоизлучения небесных объектов внесли радиолюбители. В 1932 году Карл Янский, исследуя шумы окружающего пространства через наушники, обнаружил радиосигнал, идущий из центра нашей Галактики. В честь этого исследователя названа единица измерения плотности потока излучения радиообъектов — Ян.

В 1937 году Грот Ребер на собственные средства построил радиотелескоп диаметром 9,5 м и в период 1938 — 1943 гг. выполнил первый обзор неба. Чувствительность приемной аппаратуры тех времен не позволяла обнаруживать радиоизлучение небесных объектов в сантиметровом диапазоне длин волн, поэтому свой первый обзор Грот Ребер был вынужден выполнять в метровом диапазоне. Первая его работа была опубликована в 1944 году. В первые же годы наблюдений неба, в радиодиапазоне было обнаружено несовпадение координат, полученных в радио- и оптическом диапазонах (далее «радио — оптика») небесных объектов.

С 1945 года начинается бурное развитие радиоастрономии. Первыми объектами исследования в радиодиапазоне стали газовые туманности большого углового размера, до-

статочны яркие в указанном диапазоне; их отождествления с оптическими объектами не вызывали сомнения. Однако очень скоро стало ясно, что необходимо повышать разрешающую способность радиотелескопов. Началось строительство радиотелескопов большого размера, таких как БПР (130×3 м) и РАТАН-600 (600×10 м), одним из разработчиков которых являлась Неля Александровна Есепкина [1, 2].

По мере повышения чувствительности приемной аппаратуры и точности инструментов было обнаружено, что необходимо учитывать влияние среды на распространение радиоволн. Так, в 1960 году была опубликована работа М.М. Комесарофа [3] по обнаружению радиорефракции в ионосфере Земли на частоте 19,7 МГц. Оказалось, что эта радиорефракция в ионосфере Земли — довольно значительная в метровом диапазоне длин волн и происходит на высотах более 350 км над уровнем моря. По этой причине координаты радиообъектов, измеренные в метровом диапазоне длин волн, как правило, отличаются от координат, полученных в сантиметровом диапазоне.

С целью привязки координат небесных радиообъектов, в 1962 году был предложен 3С каталог (Третий Кембриджский каталог) [4], объекты которого не имели пары в оптическом диапазоне длин волн. При этом каталог был составлен для метрового диапазона длин волн, а именно на частоте 178 МГц, с диаграммой направленности $\Theta = 13,6' \times 4,6^\circ$. Координаты объектов этого обзора представляли собой результат осреднения всех радиоисточников, расположенных на площадке размером $\Theta = 13,6' \times 4,6^\circ$ в метровом диапазоне длин волн. Несмотря на недостаточную точность измерения координат небесных радиообъектов и отсутствие их привязки к оптическим объектам, некоторые объекты 3С-каталога и по сей день числятся в качестве опорных и используются для привязки даже тех радиообъектов, наблюдения которых выполнены в сантиметровом диапазоне длин волн.

В настоящее время установлено, что радиолуч в сантиметровом диапазоне ис-

пытывает радиорефракцию в тропосфере Земли, в то время как радиорефракция в метровом диапазоне длин волн происходит в ионосфере Земли.

Идет бурное развитие радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ). При этом первые наблюдения показали, что очень остро встает вопрос о правильной привязке радиоисточников к оптическим небесным объектам.

Первые отождествления объектов радио — оптика

Природу небесных радиообъектов можно изучать только после их правильного отождествления с оптическими объектами, когда получено однозначное доказательство того, что совпадение объектов радио — оптика не является случайным. В связи с этим правильные оптические отождествления являются первым и необходимым условием на пути изучения характеристик и природы небесных объектов.

Указанные отождествления, как сложилось исторически, осуществлялись по опорным объектам, которые зачастую не имели нужной координатной точности. Это приводило к большому количеству несовпадений, называемых «пустым полем» (empty field). Стала очевидной необходимость разработки как метода, так и самого критерия отождествления объектов радио — оптика. Такая работа была начата нами в 1985 году, и первые оптические отождествления были выполнены в Национальном институте оптики, астрономии и электроники (INAOE), г. Тонантингтла, Мексика, при помощи блинк-компаратора фирмы Цейс по всем правилам астрометрии методом Шлезингера. При этом мы использовали данные высокочувствительного обзора неба, полученные на радиотелескопе РАТАН-600, на длине волны 7,6 см [5].

Блинк-компаратор позволял определять координаты оптических объектов по Паломарским стеклянным пластинам с точностью

$$\sigma_{RA} \times \sigma_{DEC} = 1,5'' \times 1,5''.$$

В результате наших исследований был



сделан вывод о несовпадении радиообъектов с оптическими небесными объектами, и поэтому радиообъекты попадали в пустое поле в оптическом изображении.

В 1987 году были выполнены наблюдения ряда оптических объектов с диффузным изображением («галактики») на Боннском 100-метровом радиотелескопе. Оказалось, что координаты радиообъектов, определенные на этом радиотелескопе, тоже попадают в пустое поле в оптическом изображении и не совпадают с галактиками, видимыми при оптическом наблюдении. А именно на эти галактики мы настраивали указанный радиотелескоп.

Оптические отождествления объектов радио — оптика, выполняемые при помощи блинк-компаратора, были продолжены нами в 1990 и 1993 — 1994 гг. Из 800 исследованных нами радиоисточников, полученных по наблюдениям на РАТАН-600, отождествилось менее 8%, причем с плохой точностью. Основная часть радиоисточников попадала в пустое поле в оптическом изображении.

К настоящему времени накоплен очень большой объем радиоастрономических наблюдений небесных объектов в широком диапазоне длин волн (от метрового до миллиметрового диапазона), выполненных с высокой чувствительностью и высоким разрешением на различных телескопах [6]. Однако, как выяснилось, основная часть радиоисточников не отождествляется с небесными объектами, видимыми в оптическом диапазоне длин волн. Общепризнанной точкой зрения, объясняющей этот факт, явилось утверждение, что на галактических широтах $b > 2^\circ$ источниками радиоизлучения являются преимущественно внегалактические объекты, такие, как активные галактики и квазары («Nearly all discrete radio sources more than 1° or 2° from the Galactic plane are extragalactic...» [7, С. 1694]).

Ранее в работе [8] было показано, что существует рефракция в тропосфере Земли, которая существенна на частотах 1,0 ГГц и выше, в то время как ионосферная рефракция доминирует на низких частотах.

С целью привязки радиообъектов к

оптическим объектам, в 2009 году, на съезде Международного астрономического союза, был предложен в качестве опорного ICRF2-каталог, насчитывающий 3414 радиообъектов [9, 10]. Это предложение было сделано без должного на то обоснования, только ввиду несовпадения подавляющей части объектов радио — оптика, которые, якобы, совпадают с объектами квазизвездной структуры, расположенными на краю Вселенной. Этот каталог был рекомендован в таком же качестве (как опорный) и для геодезических целей. Следует отметить, что ICRF2-каталог был получен методом кросс-корреляции координат небесных объектов радио — оптика. Наши исследования показали, что основная часть радиообъектов этого каталога представляет собой факт случайного совпадения радиообъектов со слабыми оптическими объектами, плотность которых весьма велика [11].

На основании вышеизложенного можно утверждать, что ICRF2- каталог не следует использовать в качестве опорного для привязки небесных объектов радио — оптика, а представленные в нем данные требуют проверки. Кроме того, плотность этих опорных объектов слишком мала для достоверной привязки радионеба к оптическому небу (один опорный объект на 40 кв. град).

Отождествление радиообъектов из NVSS-обзора

В 1992 — 1998 гг. был выполнен обзор северного неба в Национальной радиоастрономической обсерватории (NRAO), США [7, 12], при помощи интерферометра, на частоте 1400 МГц, с диаграммой направленности $\theta = 45''$ и чувствительностью 2,5 мЯн. Данные этого обзора (NVSS — обзор неба NRAO VLA Sky Survey) и Паломарского обзора неба (POSS), выполненного в Паломарской обсерватории (США), были оформлены в виде баз данных со свободным доступом через Интернет.

Мы снова приступили к оптическим отождествлениям, используя данные двух указанных обзоров, оцифрованные по методике, разработанной М. Ирвином [13]. Это позволяло нам отождествлять и сла-

бые радиоисточники с плотностью потока $P < 2,5$ мЯн, которые отсутствуют в каталоге [6]. В результате мы обнаружили, что радиообъекты неверно привязаны к объектам, видимым в оптическом диапазоне длин волн [14].

Мы разработали метод привязки радионеба к оптическому небу (метод «Липовка – Костко – Липовка» (ЛКЛ, англ. LKL)) [15], в результате применения которого количество радиоисточников, отождествленных с оптическими объектами, увеличилось в десятки раз. Оказалось, что сильные радиоисточники отождествляются преимущественно со звездами ярче 14^m .

Ссылки на наши, уже опубликованные, отождествления объектов радио – оптика до 2011 года представлены в работе [14]. Ссылки на отождествления, выполненные после 2011 года, представлены в работах [16, 17].

В настоящее время нами опубликованы отождествления радиоисточников с оптическими объектами для 14 одноградусных площадок, на которых отождествилось 127 звезд и 13 объектов с диффузным изображением. Обнаружено, что все звезды ярче 14^m являются сильными радиоисточниками.

Следует отметить, что, согласно предложенной привязке к квазарной системе координат ICRF2 [9, 10], на этих 14 площадках отождествилось (случайно совпало) всего четыре радиообъекта со слабыми объектами в оптическом диапазоне, которые классифицируются как квазары. При этом в изображение радиообъекта, согласно измерениям, проведенным в работах [7, 12], спроектировалось от четырех до двадцати квазизвездных объектов [18].

Мы не только выявили неточную привязку радионеба к оптическому небу, но и обнаружили, что межзвездная среда не является пустым пространством: лучи, идущие от радиоисточников, испытывают радиорефракцию в межпланетной, межзвездной и межгалактической средах.

Нами было обследовано более 40 тыс. площадок размером один квадратный градус каждая, как в оптическом, так и в радиодиапазоне. При этом было обнаружено, что

86 % всех радиоисточников отождествляются со звездами. Оказалось, что система координат радиообъектов, отождествленных с более далекими звездами, смещена относительно системы координат радиообъектов, которые были отождествлены с близкими звездами.

Значительной помехой при выполнении оптических отождествлений являются невычищенные лепестки в NVSS-обзоре [7].

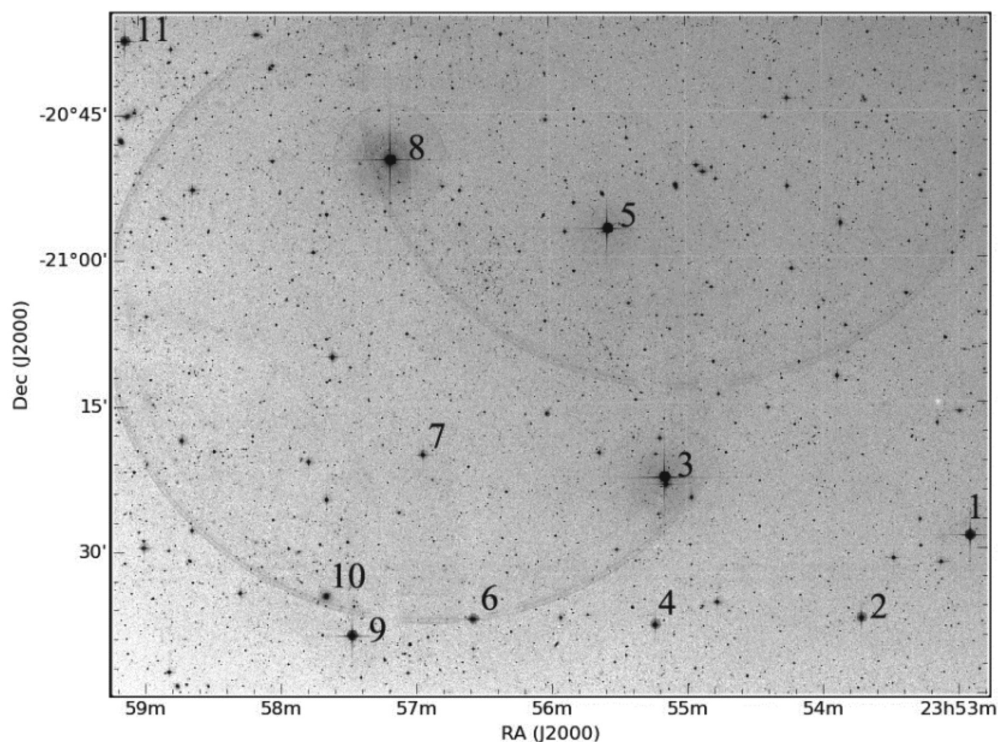
По этой причине, главным требованием в нашей методике при выполнении оптических отождествлений является наличие более трех радиообъектов на исследуемой площадке, которые бы совпали с аналогичным изображением в оптическом диапазоне длин волн. Дело в том, что вероятность случайного совпадения трех и более объектов оптика – радио очень мала.

Привязка координат радиообъектов к системе координат звезд в созвездиях Водолея и Кита

Метод привязки, используемый в настоящей работе, основан на привязке радионеба [6, 7, 12] к звездам Фундаментального каталога UCAC [18], плотность которых и точность измерения координат достаточна для выполнения уверенной привязки радиоизлучающих небесных объектов к оптическим объектам.

Изображение участка неба, для которого выполнено отождествление объектов радио – оптика в настоящей работе, представлено на рисунке [19]. На этом участке отождествилось 11 оптических объектов с радиоисточниками по каталогу [6].

В табл. 1 приведены экваториальные координаты звезд по данным UCAC3 [18] на эпоху 2000.0 (J) и представлены общепринятые имена этих звезд [20]. В табл. 2 представлены данные радиоисточников NVSS-обзора [6, 7, 12], которые мы отождествили со звездами (см. рисунок и табл. 1). Нумерация радиоисточников соответствует нумерации в табл. 1 и на рисунке. В табл. 2 представлены координаты радиоисточников, согласно данным [6, 7, 12] на эпоху 2000.0. Дополнительно даны плотность потока радиообъектов P и спектральный индекс радиоизлучения этих объектов α



Изображение участка неба (площадки) в оптическом диапазоне длин волн [19].

Пронумерованы звезды, которые отождествились с радиоисточниками.

По осям отложены координаты на эпоху 2000.0 (J): RA — прямое восхождение, h, m (ч, мин),
и DEC — склонение, град, мин

Таблица 1

Экваториальные координаты звезд по каталогу [18] на эпоху 2000.0 (J)

Звезда		RA(J)			DEC(J)			ϵ Pos mas	Mag
№	Имя	h	m	s	град	мин	с		<i>m</i>
1	HD223810	23	52	55,560	−21	28	50,14	25	8,750
2	HD223921	23	53	43,640	−21	37	18,42	11	9,710
3	HD224107	23	55	10,351	−21	22	46,90	31	6,889
4	HD224108	23	55	15,077	−21	37	58,91	33	9,830
5	HD224143	23	55	34,970	−20	57	11,67	14	7,818
6	HD224282	23	56	35,332	−21	37	15,04	29	9,120
7	BD-226227	23	56	56,795	−21	20	19,63	38	10,190
8	HD224349	23	57	10,095	−20	50	01,72	277	6,441
9	BD-226229	23	57	28,836	−21	38	52,59	37	8,125
10	ESO-538-10	23	57	40,830	−21	34	46,06	186	14,900
11	HD224579	23	59	06,240	−20	37	34,58	33	8,220

Примечание. Номера звезд соответствуют приведенным на рисунке.

Обозначения: RA(J) — прямое восхождение, DEC(J) — склонение, ϵ Pos mas — оптический параллакс, Mag *m* — звездная величина.

($P \sim \nu^\alpha$, где ν — частота радиоизлучения), согласно данным по радиоизлучению объектов в интервале частот от 352 до 1400 МГц [6]. В этой же таблице приведены координаты радиоисточников после привязки к звездам. Исправленные данные (табл. 2) — это результат проведенного нами иссле-

дования с использованием предложенного метода ЛКЛ.

Поправки по привязке радиоисточников (табл. 2) к оптическим небесным объектам (табл. 1), оказались значительными и приведены в табл. 3. В ней даны поправки к прямому восхождению ΔRA

Таблица 2

Сравнение координат радиоисточников в обзоре NVSS с исправленными значениями за привязку к звездам

№	Обзор NVSS [6,7,12]								Исправленные координаты					
	RA(J)			DEC(J)			P	α	RA(J)			DEC(J)		
	h	m	s	град	мин	с	мЯн		h	m	s	град	мин	с
1	23	53	06,48	−21	11	55,0	46,5	0,76	23	52	56,4	−21	29	05,0
2	23	53	58,27	−21	12	01,8	14,9	0,51	23	53	41,3	−21	36	38,4
3	23	55	19,64	−21	05	38,1	88,1	0,99	23	55	09,5	−21	22	46,9
4	23	55	17,72	−21	10	46,1	27,7	0,92	23	55	10,9	−21	37	12,8
5	23	55	37,25	−20	40	15,8	20,1	0,32	23	55	37,0	−20	56	51,4
6	23	56	46,71	−21	10	35,5	69,5	0,93	23	56	39,9	−21	37	02,2
7	23	56	56,81	−21	03	26,4	41,8	0,79	23	56	56,6	−21	20	02,0
8	23	57	07,41	−20	32	49,3	40,0	1,00	23	57	07,3	−20	49	25,9
9	23	57	35,32	−21	13	24,0	479,6	1,00	23	57	28,5	−21	38	50,7
10	23	58	00,11	−21	10	21,4	16,0	0,54	23	57	43,2	−21	34	58,0
11	23	59	07,20	−20	22	13,0	49,1	0,83	23	59	07,0	−20	38	48,6

Примечание. Номера звезд соответствуют приведенным на рисунке и в табл. 1.

Обозначения: P — плотность потока радиообъектов, α — спектральный индекс радиоизлучения этих объектов ($P \sim \nu^\alpha$, ν — частота). Остальные обозначения даны к табл. 1.

Таблица 3

Поправки для привязки координат радиообъектов к звездам

№ звезды	ΔRA	$\pm \sigma$	ΔDEC		$\pm \sigma$
	s		мин	с	
1, 3	−10,10	0,8	−17	01,9	6,8
2, 10	−16,95	2,4	−24	36,6	24,8
4, 6, 9	−6,80	2,5	−26	26,7	30,7
5, 7, 8, 11	−0,17	1,0	−16	35,6	25,2

Примечание. 1. Номера звезд соответствуют приведенным на рисунке и в табл. 1 и 2.

2. Чтобы получить исправленные координаты звезд, необходимо представленные поправки прибавить (с учетом знака) к координатам радиоисточника из обзора NVSS [6,7,12] (см. табл. 2).

Обозначение: σ — абсолютная погрешность поправки. Остальные обозначения даны к табл. 1.



и склонению ΔDEC радиоисточников. Эти поправки нужно прибавить, с учетом знака, к координатам радиоисточников (см. табл. 2), чтобы получить координаты звезд, с которыми отождествились радиоисточники. В табл. 3 представлены также погрешности привязки объектов радио — оптика по прямому восхождению и склонению.

Разница в поправках к координатам радиообъектов для четырех групп звезд обусловлена различной удаленностью исследуемых объектов от наблюдателя и наличием радиорефракции в межзвездной среде. Присутствие газа в области расположения звезд хорошо прослеживается по изображению звезд и газа в инфракрасном диапазоне длин волн.

В результате правильной привязки этого участка неба в радиодиапазоне к оптическому небу отождествилось десять радиоисточников с плотностью потока более $6,8 \text{ мЯн}$ со звездами ярче 10^m и один объект с диффузным изображением (ESO-538-10, № 10 в табл. 1). Восемь радиообъектов (звезды №№ 1, 3, 4, 6 — 9, 11 в табл. 1) имеют нетепловой спектр радиоизлучения.

В настоящее время основным инструментом при исследовании радиоизлучения небесных объектов служит радиоинтерферометр, позволяющий получать радиоизображение объекта с высоким разрешением и высокой чувствительностью. Основной помехой при выполнении правильных оптических отождествлений являются невычищенные лепестки от ближайших ярких звезд. В связи с этим отождествление объектов радио — оптика должно выполняться исключительно при соблюдении принципа конфигурационного совпадения нескольких объектов радио — оптика в пределах первого лепестка интерферометра.

Привязка радионеба к оптическому небу методом ЛКЛ показала, что радиоисточники отождествляются преимущественно со звездами. Таким образом, звезды, подобно Солнцу, излучают не только свет, но и радиоволны. При этом ошибка отождествления обусловлена точностью измерения координат радиоисточников и наличием

радиорефракции в исследуемом направлении космического пространства.

Выполненные нами оптические отождествления также подтвердили факт наличия газа в исследуемом направлении неба. Обнаруженная радиорефракция между близкими и более далекими звездами оказалась значительной.

Заключение

Проведенные исследования и оптические отождествления радиообъектов по предложенной нами методике ЛКЛ привели к заключению, что неправильно выполнять оптические отождествления обзоров NRAO (National Radio Astronomy Observatory) и оцифрованной версии фотографических атласов ночного неба (Digitized Sky Survey, DSS) по координатному совпадению объектов радио — оптика из-за неверной привязки большей части радиообъектов северного неба к оптическим объектам.

Привязка радионеба к оптическому небу методом ЛКЛ показала, что радиоисточники отождествляются преимущественно со звездами. При этом ошибка отождествления обусловлена точностью измерения координат радиоисточников, точностью привязки объектов оптика — радио и наличием радиорефракции в исследуемом направлении космического пространства.

Выполненные нами оптические отождествления также подтвердили наличие газа в исследуемом направлении космоса. Радиорефракция в межзвездной среде (гг) между двумя группами №№ 1, 3 и №№ 5, 7, 8, 11 ярких звезд ($m < 7,7^m$) составила по прямому восхождению $\text{гг}(\text{RA}) = -9,9 \text{ s}$ и по склонению $\text{гг}(\text{DEC}) = -26,3''$, а радиорефракция между двумя группами слабых звезд №№ 2, 10 и №№ 4, 6, 9 ($m > 9^m$) составила по прямому восхождению $\text{гг}(\text{RA}) = -10,1 \text{ s}$ и по склонению $\text{гг}(\text{DEC}) = -1' 50,1''$.

Все сильные радиоисточники отождествились с яркими звездами ($m < 10^m$), что дополнительно подтверждает правильность разработанного метода и расширяет возможности исследований в радиоастрономии.

Благодарности

Авторы благодарят сотрудников Паломарской обсерватории и Национальной радиоастрономической обсерватории (NRAO), за создание обзора неба в оптическом и радиодиапазоне длин волн, создателей базы данных UCAC (USNO CCD Astrograph Catalog) и всех принимавших участие в создании базы данных для общего пользования.

Авторы благодарят Астрономический центр данных Канады (CADC) за предоставленную возможность получать всю имеющуюся информацию о небесных объектах для научных исследований.

Авторы благодарят сотрудников Специальной астрофизической обсерватории РАН О.В. Верховданова, С.А. Трушкина и др. за создание базы данных радиокаталогов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Хайкин С.Э., Кайдановский Н.Л., Есепкина Н.А., Шиврис О.Н. Большой пулковский радиотелескоп // Известия ГАО в Пулкове. 1960. Т. XXI. Вып. 5. С. 3–26.
- [2] Лавров А.П., Саенко И.И. Работы школы Н.А. Есепкиной в области акустооптических процессов радиосигналов и их внедрения в радиоастрономию. СПбГПУ. Центр оптоэлектронных исследований. Режим доступа: http://www.sao.ru/hq/vam/conf_spbf/docl/lavrov.pdf
- [3] Komesaroff M.M. Ionospheric refraction in radio astronomy. I. Theory//Austr. J. Phys. 1960. Vol. 13. No. 2. Pp. 153–167.
- [4] Bennett A.S. The revised 3C catalog of radio sources. MNRAS, 1962. Vol. 125. P. 75B.
- [5] Parijskij Yu.N., Bursov N.N., Lipovka N.M., et al. The RATAN-600 7.6 cm catalog of radio sources within the interval 22 h – 4 h at declination of SS433 // Astron. Astroph. Suppl. Ser. 1992. Ser 96. Pp. 583–592.
- [6] Verkhodanov O.V., Trushkin S.A., Andernach H., Chernenkov V.N. Current status of the CATS database// Bulletin SAO. 2005. No. 58. Pp. 118 – 129 (arXiv:0705.2959). URL: <http://www.sao.ru/cats/>
- [7] Condon J.J., Cotton W.D. Greisen E.W., et al. The NRAO VLA Sky Survey // The Astronomical Journal. 1998. Vol. 115. No. 5. Pp. 1693–1716.
- [8] Sukumar S. Ionospheric refraction effects on radio interferometer phase // J. Astrophys. Astr. 1987. Vol. 8. Pp. 281–294.
- [9] The International Celestial Reference Frame (ICRF2). URL: <http://rorf.usno.navy.mil/>
- [10] The 2nd realization of the International Celestial Reference Frame: ICRF 2. URL: http://www.gao.spb.ru/english/as/ac_vlbi/sou_car.dat
- [11] Lipovka A.A., Lipovka N.M. On the problem of using of the ICRF radio coordinates reference system // Journees. 2014. Pulkovo Observatory. Observatoire de Paris. 2014. P. 38.
- [12] The NRAO VLA Sky Survey. URL: <http://www.cv.nrao.edu/NVSS/>
- [13] Irvin M. URL: <http://www.ast.cam.ac.uk/~mike/apmcat/>
- [14] Липовка А.А., Липовка Н.М. Радиоизлучение скопления галактик A1716 и группы звезд // Астрофизика. 2013. Т. 56. Вып. 2. С. 241–250.
- [15] Липовка А.А., Липовка Н.М. Способ привязки координат небесных радиоисточников к оптической астрометрической системе координат. ЛКЛ (англ. LKL). Патент № 2 010107938/28(011185) на изобретение, 2011.
- [16] Липовка А.А., Липовка Н.М. К вопросу о квазарной системе координат ICRF2 и о радиоизлучении звезд в окрестности Zet Cyg // Геодезия и картография. 2016. № 4. С. 2–7.
- [17] Липовка А.А., Липовка Н.М. Радиоизлучение группы звезд в окрестности звезды HD37687 // Фундаментальные проблемы естествознания и техники. 2016. Т. 37. № 2. С. 72–77.
- [18] Zacharias N., Finch C., Girard T., et al. The third US Naval Observatory CCD Astrograph Catalog (UCAC3). URL: <http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR>.
- [19] Digital Sky Survey System (DSS) – Canadian Astronomy Data Centre. DSS, CADC: URL: <http://www.cadc-ccda.hia-ihp.nrc-cnrc.gc.ca/en/dss/>
- [20] SIMBAD Astronomical Database. URL: <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-fid>

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЛИПОВКА Антон Адольфович – кандидат физико-математических наук, профессор Центра физических исследований Университета Соноры, г. Эрмосийо, Мексика.
83000, Mexico, Calle Rosales y Boulevard Luis, Encinas s/n Colonia Centro, Hermosillo.
nila_lip@mail.ru



ЛИПОВКА Неонила Михайловна — кандидат физико-математических наук, астрофизик-исследователь.
nila_lip@mail.ru

Lipovka A.A., Lipovka N.M. RADIO EMISSION OF THE GROUP OF STARS IN THE AQUARIUS AND CETUS CONSTELLATIONS.

In the present work, the optical identification of a group of radio sources located in the Aquarius and Cetus constellations at a field of size 1.2 square degrees has been carried out. Ten radio sources under investigation were identified with stars and one object was identified with a diffuse image (ESO-538-10). It should be stressed that eight radio objects were found to have a non-thermal radio spectrum. This fact is likely to indicate the presence of the significant magnetic field in the atmosphere of the sources. Precise radio and optical coordinates of the identified objects were suggested. Significant radio refraction in the interstellar medium in the tested space direction was revealed.

COORDINATE SYSTEM, RADIO SOURCE, OPTICAL IDENTIFICATION, INTERSTELLAR MEDIUM, AQUARIUS, CETUS.

REFERENCES

- [1] **S.E. Khaykin, N.L. Kaydanovskiy, N.A. Esepkina, O.N. Shviris**, The large Pulkovo radio telescope, *Izvestiya GAO v Pulkove*. 21 (5) (1960) 3–26.
- [2] **A.P. Lavrov, I.I. Saenko**, The works of N.A. Esepkina's scientific school in the field of acousto-optical radio-signal processes and their integration into radio astronomy, URL: http://www.sao.ru/hq/vam/conf_spbf/docl/lavrov.pdf
- [3] **M.M. Komesaroff**, Ionospheric refraction in radio astronomy. I. Theory, *Austr. J. Phys.* 13 (2) (1960) 153–167.
- [4] **A.S. Bennett**, The revised 3C catalog of radio sources, *MNRAS*. 125 (1962) 75B.
- [5] **Yu. N. Parijskij, N.N. Bursov, N.M. Lipovka, et al.**, The RATAN-600 7.6 cm catalog of radio sources within the interval 22 h – 4 h at declination of SS433, *Astron. Astroph. Suppl, Ser 96*. (1992) 583–592.
- [6] **O.V. Verkhodanov, S.A. Trushkin, H. Andernach, et al.**, Current status of the CATS database, *Bulletin SAO*. (58) (2005) 118–129, URL: <http://www.sao.ru/cats/>
- [7] **J.J. Condon, W.D. Cotton, E.W. Greisen, et al.**, The NRAO VLA Sky Survey, *The Astronomical Journal*. 115 (5) (1998) 1693–1716.
- [8] **S. Sukumar**, Ionospheric refraction effects on radio interferometer phase, *J. Astrophys. Astr.* 8 (1987) 281–294.
- [9] The International Celestial Reference Frame (ICRF2), URL: <http://rorf.usno.navy.mil/>
- [10] The 2nd realization of the International Celestial Reference Frame: ICRF 2, URL: http://www.gao.spb.ru/english/as/ac_vlbi/sou_car.dat
- [11] **A.A. Lipovka, N.M. Lipovka**, On the problem of using of the ICRF radio coordinates reference system, *Journées 2014, Pulkovo Observatory, Observatoire de Paris*. (2014) 38.
- [12] The NRAO VLA Sky Survey, URL: <http://www.cv.nrao.edu/NVSS/>
- [13] **M. Irvin**, URL: <http://www.ast.cam.ac.uk/~mike/apmcat/i>
- [14] **A.A. Lipovka, N.M. Lipovka**, Radio emission of the A1716 cluster galaxies and groups of stars, *Astrofizika*. 56 (2) (2013) 241–250.
- [15] **A.A. Lipovka, N.M. Lipovka**, Method of referencing of celestial radio sources coordinates to optical astrometrical coordinate system. Lipovka – Kostko – Lipovka (LKL), (angl. LKL), Patent № 2010107938/28(011185), 2011.
- [16] **A.A. Lipovka, N.M. Lipovka**, On the problem of the coordinate system quasars (ICRF2) and about the radio emission from the stars located near Zet Cyg., *Geodesy and Cartography*. (4) (2016) 2–7.
- [17] **A.A. Lipovka, N.M. Lipovka**, Radio emission of stars in the vicinity of HD37687, *Fundamental Problems in Natural Sciences and Engineering*. 37 (2) (2016) 72–77.
- [18] **N. Zacharias, C. Finch, T. Girard, et al.**, The third US Naval Observatory CCD Astrograph Catalog (UCAC3), UCAC3, URL: <http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VisieR>
- [19] Digital Sky Survey System (DSS) – Canadian Astronomy Data Centre, DSS, CADCC, URL: <http://www.cadc-ccda.hia-ihp.nrc-cnrc.gc.ca/en/dss/>
- [20] SIMBAD Astronomical Database, URL: <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-fid>

THE AUTHORS

LIPOVKA Anton A.

Center of Physical Studies, University of Sonora, Hermosillo, Mexico

nila_lip@mail.ru

LIPOVKA Neonila M.

nila_lip@mail.ru



АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Аверин И.А.	71, 81	Матюшенко А.А.	20
Бельченко В.К.	112	Мелькер А.И.	47
Беляев А.К.	9	Мельников Б.Е.	130
Бердников А.С.	71, 81	Милинский А.Ю.	93
Бодров А.И.	55	Модестов В.С.	112, 121
Боричева И.К.	100	Паюров А.Я.	55
Гарбарук А.В.	20	Полянский В.А.	121
Грищенко А.И.	121	Самонин В.В.	100
Зиновьева Т.В.	9	Семенов А.С.	130
Ивашкин П.И.	64	Сипайло А.А.	55
Казарян М.А.	64	Смирнов Е.М.	31
Кораблев В.В.	100	Смирнов К.К.	9
Котов Е.В.	20	Смирнов С.И.	31
Краснова Н.К.	71, 81	Смирновский А.А.	31
Красовский В.И.	64	Соловьёв К.В.	71, 81
Крупина М.А.	47	Третьяков Д.А.	112, 121
Кузнецов Н.П.	130	Феофанов И.Н.	64
Кюн В.В.	55	Чечевичкин А.В.	100
Липовка А.А.	145	Шишканов Е.Ф.	55
Липовка Н.М.	145	Штукин Л.В.	112, 121
Лобачев А.М.	112		

Научное издание

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
«ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL.
PHYSICS AND MATHEMATICS»
ТОМ 10, № 1, 2017**

Учредитель и издатель — Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-51457 от 19.10.2012 г.

Редакция

д-р физ.-мат. наук, профессор *В.К. Иванов* — председатель ред. коллегии
д-р физ.-мат. наук, профессор *А.Э. Фотиади* — зам. председателя ред. коллегии
канд. физ.-мат. наук, доцент *В.М. Капралова* — ответственный секретарь
канд. физ.-мат. наук *О.А. Ящуржинская* — научный редактор, корректор
А.С. Колгатина — переводчик
Н.А. Бушманова — технический секретарь

Телефон редакции 294-22-85

Сайт <http://ntv.spbstu.ru>

E-mail: physics@spbstu.ru

Компьютерная верстка *А.Н. Смирнова*

Лицензия ЛР № 020593 от 07.08.97

Подписано в печать 09.03.2017. Формат 60×84 1/8. Бум. тип. № 1.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 19,6. Уч.-изд. л. 19,6. Тираж 1000. Заказ

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Издательско-полиграфический центр Политехнического университета
член Издательско-полиграфической ассоциации университетов России
Адрес университета и издательства: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

УСЛОВИЯ ПУБЛИКАЦИИ СТАТЕЙ

в журнале «Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки»

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Журнал «Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки» является периодическим печатным научным рецензируемым изданием. Зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Свидетельство ПИ №ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.) и распространяется по подписке агентства «Роспечать» (индекс издания 71823).

С 2008 г. выпускается в составе сериального периодического издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ» (ISSN 1994-2354). Сохраняя преемственность и продолжая научные и публикационные традиции сериального издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ», издается под двойными международными стандартными сериальными номерами **ISSN 1994-2354, (сериальный) ISSN 2304-9782**. С 2012 г. начат выпуск журнала в двуязычном оформлении.

Издание входит в Перечень ведущих научных рецензируемых журналов и изданий (перечень ВАК) и принимает для печати материалы научных исследований, а также статьи для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук и кандидата наук по следующим основным научным направлениям: **Физика, Математика, Механика, Астрономия**. Научные направления журнала учитываются ВАК Минобрнауки РФ при защите докторских и кандидатских диссертаций в соответствии с Номенклатурой специальностей научных работников.

Журнал представлен в Реферативном журнале ВИНИТИ РАН и включен в фонд научно-технической литературы (НТЛ) ВИНИТИ РАН, а также в международную систему по периодическим изданиям «Ulrich's Periodicals Directory». Индексирован в базе данных «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ).

Периодичность выхода журнала – 4 номера в год.

Редакция журнала соблюдает права интеллектуальной собственности и со всеми авторами научных статей заключает издательский лицензионный договор.

2. ТРЕБОВАНИЯ К ПРЕДСТАВЛЯЕМЫМ МАТЕРИАЛАМ

2.1. Оформление материалов

1. Рекомендуемый объем статей – 12-20 страниц формата А-4 с учетом графических вложений. Количество графических вложений (диаграмм, графиков, рисунков, фотографий и т.п.) не должно превышать шести.

2. Число авторов статьи, как правило, не должно превышать пяти человек.

3. Авторы должны придерживаться следующей обобщенной структуры статьи: вводная часть (актуальность, существующие проблемы – объем 0,5 – 1 стр.); основная часть (постановка и описание задачи, методика исследования, изложение и обсуждение основных результатов); заключительная часть (предложения, выводы – объем 0,5 – 1 стр.); список литературы (оформление по ГОСТ 7.0.5-2008).

4. УДК (UDC) оформляется и формируется в соответствии с ГОСТ 7.90-2007.

5. Набор текста осуществляется в редакторе MS Word 2007 – 2010, формул – в редакторе MS Equation или MathType. Таблицы набираются в том же формате, что и основной текст.

Шрифт – Times New Roman, размер шрифта основного текста – 14, интервал – 1,5. Таблицы большого размера могут быть набраны кеглем 12. Параметры страницы: поля слева – 3 см, сверху и снизу – 2 см, справа – 1,5 см. Текст размещается без переносов. Абзацный отступ – 1 см.

2.2. Представление материалов

1. Представление всех материалов осуществляется в электронном виде через электронную редакцию (<http://journals.spbstu.ru>). После регистрации в системе электронной редакции автоматически формируется персональный профиль автора, позволяющий взаимодействовать как с редакцией, так и с рецензентом.

2. Вместе с материалами статьи должно быть представлено экспертное заключение о возможности опубликования материалов в открытой печати.

3. Файл статьи, подаваемый через электронную редакцию, должен содержать только сам текст без названия, списка литературы, аннотации и ключевых слов, фамилий и сведений об авторах. Все эти поля заполняются отдельно через электронную редакцию.

2.3. Рассмотрение материалов

Предоставленные материалы (п. 2.2) первоначально рассматриваются редакционной коллегией и передаются для рецензирования. После одобрения материалов, согласования различных вопросов с автором (при необходимости) редакционная коллегия сообщает автору решение об опубликовании статьи. В случае отказа в публикации статьи редакция направляет автору мотивированный отказ.

При отклонении материалов из-за нарушения сроков подачи, требований по оформлению или как не отвечающих тематике журнала материалы не публикуются и не возвращаются.

Редакционная коллегия не вступает в дискуссию с авторами отклоненных материалов.

При поступлении в редакцию значительного количества статей их прием в очередной номер может закончиться ДОСРОЧНО.

Более подробную информацию можно получить по телефону редакции:

(812) 294-22-85 с 10.00 до 18.00 – Наталья Александровна

или по e-mail: physics@spbstu.ru