



DOI: 10.18721/JPM.10103

УДК 536.25

*С.И. Смирнов, Е.М. Смирнов, А.А. Смирновский*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ТОРЦЕВЫХ СТЕНКАХ НА ТУРБУЛЕНТНУЮ КОНВЕКЦИЮ РТУТИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРЕ

Представлены результаты прямого численного моделирования турбулентной свободной конвекции ртути (число Прандтля $Pr = 0,025$) в подогреваемой снизу вращающейся цилиндрической емкости с высотой, равной диаметру. Изучено влияние вращения емкости и теплопереноса в горизонтальных твердых стенках на структуру конвекции и интегральную теплоотдачу. Эффективное число Рэлея $Ra_{eff} \approx 10^6$. Уравнения Навье – Стокса в приближении Буссинеска решались по методу дробных шагов. Проанализированы мгновенные и осредненные поля скорости и температуры, спектральный состав пульсаций, а также данные по интегральной теплоотдаче. Проведено сравнение результатов расчетов по коду внутреннего пользования SINF/Flag-S с экспериментальными данными и с результатами, полученными с использованием коммерческого программного пакета ANSYS Fluent 15.0.

КОНВЕКЦИЯ РЭЛЕЯ – БЕНАРА, ВРАЩАЮЩАЯСЯ ЕМКОСТЬ, ЖИДКИЙ МЕТАЛЛ, СОПРЯЖЕННЫЙ ТЕПЛООБМЕН.

Введение

Свободная конвекция при низких числах Прандтля широко распространена в природе и технике (конвекция во внешнем ядре Земли, производство стали, выращивание кристаллов полупроводников из расплава, теплообменные процессы в ядерных реакторах и т. п.). К числу модельных задач в этой области относится задача о конвекции Рэлея – Бенара в вертикально ориентированной цилиндрической емкости (контейнер), заполненной жидкостью с малым числом Прандтля (жидкий металл или расплав полупроводника). При численном моделировании эта задача обычно рассматривается в несопряженной постановке – при задании граничных условий непосредственно на внутренних поверхностях твердых стенок, ограничивающих емкость. Горизонтальные стенки чаще всего полагаются изотермическими, а боковая цилиндрическая поверхность – адиабатической. Задание температуры непосредственно на внутренних поверхностях ограничивающих стенок является хорошим приближением к

реальности только в том случае, если термическое сопротивление стенок много меньше сопротивления жидкой среды. Однако в случае низких чисел Прандтля термические сопротивления жидкой и твердой областей могут оказаться соизмеримыми, что требует учета эффектов сопряженного теплообмена. Представительными в этом отношении являются результаты, полученные в ходе экспериментального исследования свободной конвекции в невращающемся цилиндре [1], согласно которым варьирование соотношения физических параметров жидкой и твердой сред оказывает существенное влияние на структуру течения и теплоотдачу.

К настоящему времени выполнен большой объем экспериментальных и расчетных исследований турбулентной конвекции Рэлея – Бенара, развивающейся в областях различных геометрических форм и при разных числах Прандтля (см., например, обзорную работу [2], содержащую обширный список источников). Среди них имеется большое число экспериментальных исследований турбулентной конвекции жидко-

сти в цилиндрических контейнерах с небольшим отношением высоты к диаметру, при числах Прандтля, превышающих единицу (такие числа характерны, например, для воды). В работах [3, 4] представлены результаты недавних обстоятельных исследований конвекции воды в невращающихся емкостях. Конвекция воды во вращающихся контейнерах изучалась в работах [5 – 7].

Исследованиям конвекции Рэлея – Бенара при низких числах Прандтля посвящено существенно меньшее число работ. Экспериментально турбулентная конвекция ртути в невращающейся цилиндрической емкости изучалась в работах [8, 9]. Результаты исследований конвекции жидких металлов во вращающихся емкостях представлены на примере ртути в работах [10 – 12]; при этом в первых двух из упомянутых изучалась турбулентная конвекция Рэлея – Бенара в полостях, диаметр которых на порядок превосходит их высоту, а в третьей приведены результаты экспериментов для случая вращающегося цилиндра с высотой, равной диаметру.

Авторы всех упомянутых выше экспериментальных работ стремились создавать условия, позволяющие пренебречь эффектами теплопереноса в ограничивающих емкость стенках. Влияние термического сопротивления стенок на структуру конвекции и интегральную теплопередачу изучалось в сравнительно небольшом числе работ. Среди экспериментальных работ, посвященных изучению влияния сопряженного теплообмена на конвекцию в цилиндрической (невращающейся) емкости, следует отметить детальные исследования [1, 13], выполненные для сред с различным числом Прандтля: $Pr = 0,7$ [1] и $Pr = 4,4$ [13].

В течение последних трех десятилетий турбулентная конвекция Рэлея – Бенара активно изучалась и продолжает изучаться методом прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation (DNS)), с охватом широкого диапазона чисел Прандтля. При этом в качестве расчетной области часто рассматривается горизонтальный слой с заданием условий периодичности на вер-

тикальных границах. Результаты детальных расчетных исследований конвекции в стационарном горизонтальном слое при числах Прандтля порядка единицы приведены в работах [14, 15], а для случая вращающегося слоя – в работах [16, 17]. Конвекция в стационарном слое при низких числах Прандтля изучалась методом DNS в работе [14] для $Pr = 0,07$ и числа Рэлея Ra , изменявшегося в диапазоне от 10^4 до 10^7 , а также в работе [18] для $Pr = 0,025$ и $Ra = 10^5$. Влияние наложенного глобального вращения изучалось в работе [19] при $Pr = 0,1$ и $10^4 \leq Ra \leq 10^8$. Эффекты сопряженного теплообмена на структуру турбулентной конвекции и теплопередачу в невращающемся горизонтальном слое, ограниченном стенками конечной толщины, исследовались методом DNS в работе [20] для случая $Pr = 0,025$, $Ra = 10^5$. Подобных исследований для случая вращающегося слоя пока не проводилось.

К настоящему времени накоплен также значительный объем расчетных данных, которые получены методом DNS для турбулентной конвекции Рэлея – Бенара, развивающейся в цилиндрических емкостях (в условиях несопряженной постановки задачи) при существенно различных числах Прандтля (см., например, статью [21], где приведен обширный список работ, посвященных экспериментальным и расчетным исследованиям в этой области). Конвекция в стационарных цилиндрических емкостях при числе Прандтля, лежащем в диапазоне от $0,1$ до 10^4 , и числе Рэлея в интервале от 10^5 до 10^9 рассматривается в работе [22]. Результаты DNS-расчетов турбулентной конвекции во вращающемся цилиндре при значениях числа Прандтля порядка единицы и $10^8 \leq Ra \leq 10^9$ представлены в работах [21, 23].

Случай конвекции Рэлея – Бенара в цилиндрической (невращающейся) емкости, заполненной жидкостью с низким числом Прандтля, исследовался методом DNS в работах [22, 24 – 26]. Авторы работ [24, 25] численно моделировали конвекцию ртути ($Pr = 0,025$) при числах Рэлея до 10^6 . Результаты численного моделирования при более высоких значениях числа Рэлея

(до 10^9) представлены в работах [22] для $Pr = 0,1$ и в [26] для $Pr = 0,021$. Сравнение данных, полученных в сопряженной и несопряженной постановках для случая конвекции ртути при $Ra = 10^6$, представлено в статье [27]. Расчетных работ, посвященных турбулентной конвекции жидкостей с низким числом Прандтля, в условиях вращения цилиндрической емкости, в доступных нам литературных источниках обнаружить не удалось.

В настоящей работе представляются результаты прямого численного моделирования турбулентной свободной конвекции ртути в подогреваемом снизу вращающемся цилиндре в сопряженной и несопряженной постановках задачи.

Основные расчеты выполнены с использованием программного кода собственной разработки. Результаты этих расчетов сопоставляются с экспериментальными данными [12] и с результатами вычислений, проведенных с использованием программного пакета ANSYS Fluent 15.0 [28].

Постановка задачи

Прямое численное моделирование естественной конвекции ртути ($Pr = 0,025$) в подогреваемой снизу вращающейся емкости выполнено в двух постановках: в сопряженной – с учетом эффектов теплопереноса в горизонтальных стенках конечной толщины, и в несопряженной – отвечающей идеализированному случаю нулевой толщины горизонтальных стенок.

В случае сопряженной задачи расчетная область (рис. 1, *a*), включает заполненную жидкостью цилиндрическую ячейку диаметром D и высотой H ($H/D = 1$) и два твердотельных диска толщиной h . В настоящей работе представлены расчеты для случая $h/D = 0,25$.

На всех границах внутренней цилиндрической ячейки задаются условия их непроницаемости и отсутствия скольжения жидкости, заполняющей эту ячейку. На внешних горизонтальных поверхностях твердотельных дисков в качестве термических граничных условий задаются постоянные значения температуры (T_h , T_c). Внутренние поверхности дисков считаются

поверхностями термического сопряжения жидкой и твердой сред. Боковые цилиндрические поверхности внутренней ячейки и дисков полагаются адиабатическими.

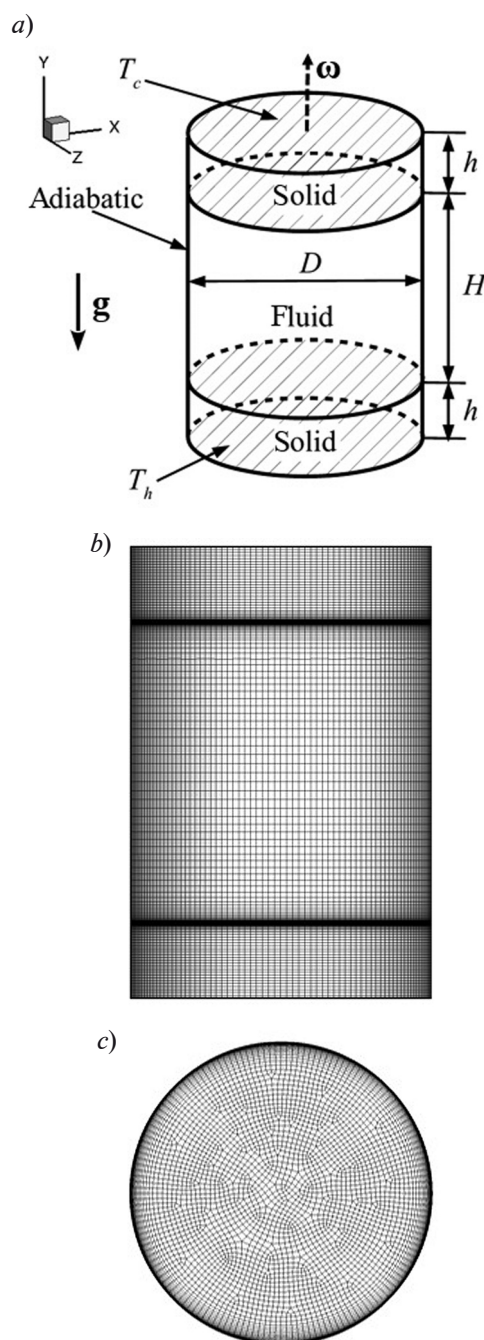


Рис. 1. Расчетная область с параметрами задачи (*a*) и сечения типичной расчетной сетки вертикальной (*b*) и горизонтальной (*c*) плоскостями. Solid – твердотельные диски, Fluid – жидкость; T_h , T_c – постоянные значения температуры

Термоконвективное движение жидкости с постоянными физическими свойствами и теплоперенос во вращающемся контейнере со стенками конечной толщины описываются системой уравнений (1) – (3), включающей уравнение неразрывности, нестационарные уравнения Навье – Стокса, записанные в приближении Буссинеска для учета эффектов плавучести в полях гравитационной и центробежной сил, и нестационарное уравнение конвективно-диффузионного переноса тепла (в твердых областях только диффузионного). Система имеет следующий вид:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p + \beta(T_0 - T)(\mathbf{g} + \omega^2 \mathbf{R}) - 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V} + \nu \nabla^2 \mathbf{V}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \frac{\lambda_i}{\rho_i C_i} \nabla^2 T, \quad (3)$$

где $\mathbf{V} = (V_x, V_y, V_z)$ – поле скорости; t – время, p – давление, T – температура, ρ_i – плотность среды ($i = f$ или s), ν – кинематическая вязкость, β – коэффициент теплового расширения, C_i – теплоемкость среды, λ_i – коэффициент теплопроводности, \mathbf{g} – ускорение свободного падения, T_0 – температура в условиях гидростатического равновесия, $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость вращения, \mathbf{R} – расстояние от текущей точки расчетной области до оси вращения.

Уравнение энергии решается совместно в жидкой ($i = f$) и твердой ($i = s$) подобластях. В дальнейшем эффекты плавучести в поле центробежной силы (член $\beta(T_0 - T)\omega^2 \mathbf{R}$ в уравнении движения) опустим из рассмотрения, полагая их много меньшими, чем эффекты плавучести в поле гравитационной силы.

Из набора физических свойств сред, рассматриваемых при решении сопряженной задачи, в дополнение к числу Прандтля $\text{Pr} = \mu C_f / \lambda_f$ можно построить еще два безразмерных определяющих параметра нестационарной конвекции, а именно λ_f / λ_s и $\rho_f C_f / \rho_s C_s$. В настоящей работе принималось, что $\lambda_f / \lambda_s = 1,641$, $\rho_f C_f / \rho_s C_s = 0,472$; это соответствует отношениям исходных

размерных параметров, взятых для ртути в качестве жидкости и для стали в качестве материала стенок.

Масштабные критерии подобия (число Рэлея и параметр вращения, построенные по масштабным величинам), задаваемые в ходе расчетов, определялись для сопряженной и несопряженной постановок следующим образом:

$$\text{Ra} = \text{Pr} \cdot (g\beta \Delta T_0 H^3 / \nu^2); \quad (4)$$

$$\text{K} = 2\omega \cdot (H / (g\beta \Delta T_0))^{0,5}, \quad (5)$$

где ΔT_0 – перепад температуры ($\Delta T_0 = T_h - T_c$).

В случае сопряженной постановки конвекция в полости фактически определяется значением эффективного числа Рэлея Ra_{eff} [27] и эффективного параметра вращения K_{eff} (случай вращающейся полости), которые могут быть построены по разнице ΔT осредненных по пространству и времени температур на границах раздела жидкой и твердой сред. Таким образом,

$$\text{Ra}_{\text{eff}} = \text{Pr} \cdot (g\beta \Delta T H^3 / \nu^2); \quad (6)$$

$$\text{K}_{\text{eff}} = 2\omega \cdot (H / (g\beta \Delta T))^{0,5}. \quad (7)$$

Эффективные значения определяющих параметров вычисляются после завершения расчетов, проводимых в сопряженной постановке. Для вычленения из полученных расчетных данных собственно эффектов сопряженного теплообмена, масштабные критерии подобия подбираются (итерационно) такими, чтобы эффективное число Рэлея практически равнялось некоторому базовому значению, выбранному при решении несопряженной задачи. В настоящей работе базовое значение числа Рэлея составляло приблизительно 10^6 .

Численный метод

Для выполнения основной серии расчетов использовался конечно-объемный «неструктурированный» программный код SINF/Flag-S, разработанный сотрудниками кафедры «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» СПбГУ. В качестве одной из опций по решению уравнений Навье – Стокса в этом коде для продвижения по физическому времени реализован автор-

ский вариант неявного метода дробных шагов, который широко используется (в различных формулировках) для численного решения нестационарных задач гидродинамики (см., например, работы [29 – 31]).

Суть метода дробных шагов состоит в разделении пространственных операторов, входящих в уравнение количества движения, и трактовки роли градиента давления как проекционного оператора, который переводит произвольное поле скорости в соленоидальное. Как и в работе [29], представленный ниже метод основывается на использовании схемы Кранка – Николсон (имеет второй порядок точности по времени) для уравнения количества движения, которое аппроксимируется следующим образом:

$$\frac{\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p^{n+1/2} + \beta(T_0 - T^{n+1/2})\mathbf{g} - 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}^{n+1/2} + \sqrt{\nabla^2} \mathbf{V}^{n+1/2} - [\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n+1/2}, \quad (8)$$

где Δt – шаг по времени; $n, n + 1$ – временные слои.

Заметим, что вычисление конвективного слагаемого $[\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n+1/2}$ в выражении (8) может осуществляться различными способами. Чаще всего используется экстраполяция конвективного слагаемого как единого целого с двух предыдущих временных слоев по схеме Адамса – Башфорта [29]:

$$[\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n+1/2} = 1,5 [\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^n - 0,5 [\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n-1}. \quad (9)$$

Вследствие явности данной схемы (по конвективным слагаемым), алгоритм вычислений в целом устойчив только при числах Куранта, меньших единицы. Как отмечено в работе [31], в случае течений при больших числах Рейнольдса использование уравнения (9) может потребовать введения некоторой стабилизирующей добавки. Кроме того, как показала практика использования этой схемы в коде SINF/Flag-S, в случае сильно скошенных ячеек, для устойчивости вычислений требуется значительно уменьшать число Куранта, вплоть до нескольких сотых. В связи с этим использование неявной формулировки для вычисления конвективного слагаемого яв-

ляется предпочтительным. В частности, в статье [30], также применительно к схеме Кранка – Николсон, предложено вычислять данное слагаемое по полунеявной схеме:

$$[\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n+1/2} = \nabla \cdot (\mathbf{V}^n \mathbf{V}^{n+1}). \quad (10)$$

Согласно работе [30], схема (10) обеспечивает устойчивость вычислений при числах Куранта больше единицы, при этом она задействует только два временных слоя. Известно, однако, что схема Кранка – Николсон является нейтрально устойчивой и в ряде задач с сильными нелинейными (конвективными) эффектами она может приводить к возникновению нефизических колебаний во времени. Распространенным способом подавления таких колебаний является использование схемы, взвешивающей вклады неявной схемы Эйлера первого порядка и схемы Кранка – Николсон. Но это приводит к понижению порядка точности во времени.

Для решения указанных проблем, в коде SINF/Flag-S используется авторская модификация для вычисления конвективных слагаемых, которая сочетает экстраполяцию с двух предыдущих временных слоев по схеме Адамса – Башфорта и введение неявности в схему следующим образом:

$$[\nabla \cdot (\mathbf{V}\mathbf{V})]^{n+1/2} = \nabla \cdot (\overline{\mathbf{V}^{n+1/2}} \mathbf{V}^{n+1/2}). \quad (11)$$

При этом скорость на промежуточном $(n + 1/2)$ -слое вычисляется как

$$\mathbf{V}^{n+1/2} = 0,5(\mathbf{V}^{n+1} + \mathbf{V}^n). \quad (12)$$

Под величиной $\overline{\mathbf{V}^{n+1/2}}$ понимается результат линейной экстраполяции с двух предыдущих временных слоев:

$$\overline{\mathbf{V}^{n+1/2}} = 1,5\mathbf{V}^n - 0,5\mathbf{V}^{n-1}. \quad (13)$$

Преимущество такого подхода для вычисления конвективного слагаемого, по сравнению с предложенным в работе [30], заключается в том, что при проявлении отмеченного выше недостатка схемы Кранка – Николсон можно непосредственно переключиться на использование аппроксимации уравнения сохранения с трехслойной дискретизацией временной производной по схеме Эйлера «разностью назад» (в этом

случае экстраполяция производится на слой $n + 1$, а не на промежуточный слой $n + 1/2$). Данная схема не генерирует нефизические осцилляции во времени, являясь при этом схемой второго порядка точности.

Поскольку при проведении представленных ниже расчетов турбулентной конвекции по схеме Кранка – Николсон, проблем с возникновением нефизических колебаний не возникало, вычисления проводились по этой схеме с аппроксимацией конвективного слагаемого в уравнении движения по формуле (11). Член в правой части этого уравнения, отражающий действие силы плавучести, включает величину

$$T^{n+1/2} = 0,5(T^{n+1} + T^n), \quad (14)$$

которая определяется при решении уравнения энергии, также аппроксимируемого по схеме Кранка – Николсон:

$$\frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} = \frac{\lambda_i}{\rho_f C_i} \nabla^2 T^{n+1/2} - \nabla \cdot (\mathbf{V}^{n+1/2} T^{n+1/2}), \quad (15)$$

Алгоритм расчета поля скорости, удовлетворяющего на новом временном слое уравнению движения и уравнению неразрывности, строится следующим образом. Проводится расщепление уравнения (8) на два уравнения:

$$\frac{\mathbf{V}^* - \mathbf{V}^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p^{n-1/2} + \beta(T_0 - T^{n+1/2})\mathbf{g} - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{V}^* + \mathbf{V}^n) + 0,5\nabla^2(\mathbf{V}^* + \mathbf{V}^n) - 0,5\nabla \cdot (\overline{\mathbf{V}^{n+1/2}}(\mathbf{V}^* + \mathbf{V}^n)); \quad (16)$$

$$\frac{\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla(p^{n+1/2} - p^{n-1/2}). \quad (17)$$

Уравнение (16) системы записано относительно «предикторной» скорости \mathbf{V}^* , которая находится при использовании поля давления на предыдущем временном слое $p^{n-1/2}$. Второе уравнение связывает искомые скорость и давление на новом временном слое. Замыкающим соотношением является условие соленидальности поля искомой скорости:

$$\nabla \cdot \mathbf{V}^{n+1} = 0. \quad (18)$$

Объединение уравнений (17) и (18) дает уравнение Пуассона для приращения давления $\Delta p = p^{n+1/2} - p^{n-1/2}$ в виде

$$\Delta t \nabla^2(\Delta p) = -\rho_f \nabla \cdot \mathbf{V}^*. \quad (19)$$

По результатам решения уравнения (19) рассчитывается искомое поле скорости:

$$\mathbf{V}^{n+1} = \mathbf{V}^* - \Delta t \frac{\nabla(\Delta p)}{\rho_f}. \quad (20)$$

Решение уравнений (15), (16) и (19) в коде SINF/Flag-S ищется итерационно, с введением невязок и поправок, например предикторная скорость ищется как

$$\mathbf{V}^* \rightarrow \mathbf{V}_{m+1}^* = \mathbf{V}_m^* + \delta \mathbf{V}^*, \quad (21)$$

где m – номер предыдущей итерации.

В качестве первого приближения ($m = 0$) для \mathbf{V}^* принимается скорость \mathbf{V}^n на предыдущем временном слое. Уравнение (16) преобразуется к виду

$$\frac{\delta \mathbf{V}^*}{\Delta t} + \mathbf{L}(\delta \mathbf{V}^*) = -\left(\tilde{\mathbf{R}}_s(\mathbf{V}_m^*, \dots) + \frac{\mathbf{V}_m^* - \mathbf{V}^n}{\Delta t} \right) \equiv -\mathbf{R}, \quad (22)$$

где \mathbf{L} – «стабилизирующий» оператор, $\tilde{\mathbf{R}}_s(\mathbf{V}_m^*, \dots)$ – невязка правой части уравнения (16), \mathbf{R} – полная невязка уравнения баланса количества движения.

Аналогичным образом преобразуются уравнения (15) и (19) (в последнем, однако, отсутствует временная производная).

Запись решаемых уравнений в виде (22) позволяет использовать разные шаблоны (наборы расчетных точек) для аппроксимации пространственных операторов в левой и правой частях. В коде SINF/Flag-S стабилизирующий оператор в целом аппроксимируется на наиболее компактном шаблоне, что, в частности, существенно облегчает параллелизацию вычислений по технологии «Domain Decomposition», особенно в случае неструктурированных сеток; конвективные слагаемые в операторе \mathbf{L} оцениваются по противопоточной схеме первого порядка. При вычислении невязки правой части уравнения (22) шаблон расширен, что, с одной стороны, позволяет для конвективных слагаемых использовать

схемы повышенного порядка (в настоящих расчетах использовалась схема QUICK, номинально, третьего порядка точности), а с другой – учесть влияние скошенности расчетных ячеек. Аналогичные замечания относятся и к способу аппроксимации уравнений (15) и (19).

Поскольку код SINF/Flag-S основан на использовании совмещенных сеток, с целью подавления развития «четно-нечетных» пространственных осцилляций в полях давления и скорости, вводится поправка Рхи – Чоу [32], вычисляемая по полю давления на предыдущем временном слое, аналогично вычислениям, выполненным в работе [33].

Отдельные вычислительные аспекты

Все расчеты проводились в суперкомпьютерном центре СПбПУ на кластере «Политехник – РСК Торнадо» с пиковой производительностью около тысячи петафлопсов.

Как отмечалось выше, при решении сопряженной задачи требовалось обеспечить равенство эффективного числа Рэлея и базового числа Рэлея, отвечающего случаю несопряженной задачи. Для этого при каждом выбранном значении масштабного параметра вращения проводилось несколько расчетов в сопряженной постановке. После их завершения вычислялись значения Ra_{eff} . Затем по полученным значениям Ra_{eff} проводилась интерполяция в точку, соответствующую базовому значению $Ra = 10^6$, выбранному для несопряженной задачи, и оценивалось масштабное число Рэлея, которое необходимо задать в сопряженной постановке, чтобы обеспечить эффективное число Рэлея, равное 10^6 . На завершающем этапе проводился расчет с оцененным значением масштабного числа Ra при масштабном параметре вращения, не варьируемым в ходе описанной процедуры подбора Ra .

Часть результатов, полученных с использованием кода SINF/Flag-S, сопоставлялась с данными расчетов, выполненных с использованием коммерческого программного кода ANSYS Fluent 15.0. Здесь также дискретизация конвективных слагаемых

осуществлялась с использованием схемы QUICK (диффузионные слагаемые аппроксимируются по центрально-разностной схеме второго порядка). Продвижение по времени также осуществлялось по методу дробных шагов, с заданием для каждого уравнения трех субитераций (параметр “Max. Corrections” равен трем). Остальные параметры решателя ANSYS Fluent 15.0 брались по умолчанию.

Использовалась расчетная сетка, состоящая из шестигранных элементов: около $5 \cdot 10^5$ ячеек относилось к области жидкости и по $2 \cdot 10^5$ ячеек – к каждой из горизонтальных стенок. Сетка была сгущена к стенкам и поверхностям раздела сред (вертикальный размер ячейки вблизи интерфейса составлял величину около $1,5 \cdot 10^{-4} H$). Распределение ячеек в различных сечениях представлено на рис. 1, *b, c*.

Шаг по времени составлял величину порядка одной тысячной от характерного конвективного времени задачи, определяемого как

$$t_{conv} = (H / (g\beta\Delta T))^{0,5}. \quad (23)$$

Локальное число Куранта не превышало единицы. Выборки, использованные для осреднения, составляли 1000 – 3000 безразмерных времен. Время расчета процесса длительностью в десять безразмерных времен (примерно 20 тыс. шагов по времени) по обоим кодам составляло около трех часов на двадцати вычислительных ядрах.

В ходе расчетов осуществлялся мониторинг температуры и компонент скорости в точках, расположенных внутри области жидкости, вблизи адиабатической стенки в центральной горизонтальной плоскости и вблизи границ раздела сред. Также производился мониторинг осредненного по плоскости теплового потока на внешних стенках и границах раздела сред.

Результаты расчетов

Как отмечалось выше, масштабные величины подбирались таким образом, чтобы обеспечить эффективное число Рэлея, близкое к 10^6 . В целях сохранения преемственности с предыдущей работой [27], базовое значение числа Рэлея, выбранное для ре-

шения несопряженной задачи, составляло $9,64 \cdot 10^5$. При решении сопряженной задачи масштабные числа Рэлея Ra , обеспечивающие получение $Ra_{eff} = 9,64 \cdot 10^5$, были подобраны для трех вариантов, различающихся значением задаваемого масштабного параметра вращения, а именно для $K = 0; 0,499$ и $5,823$. Подобранные значения масштабного числа Рэлея составили, соответственно, $2,72 \cdot 10^6$; $2,66 \cdot 10^6$ и $1,28 \cdot 10^6$. Результирующие значения эффективного числа вращения K_{eff} составили $0; 0,834$ и $6,706$.

На рис. 2 показана структура конвективного течения, рассчитанная в сопряженной постановке задачи при трех различных интенсивностях вращения. При невысоких значениях параметра вращения ($K_{eff} = 0$ и $0,834$) течение в целом может быть охарактеризовано как глобальная конвективная ячейка (рис. 2, *a, b*), визуальные образы которой представлялись ранее в работах [21, 23, 27]. При увеличении интенсивности вращения картина течения меняется: происходит распад конвективной ячейки на группу более мелких структур (рис. 2, *c*). Аналогичные изменения в структуре течения с ростом параметра вращения отмечались авторами статьи [6], проводившими DNS-расчеты при $Pr = 0,7$, и в работе [23] для $Pr = 6,4$. Заметим также, что изоповерхности вертикальной скорости, полученные для тех же значений определяющих параметров при расчетах в несопряженной постановке, аналогичны представленным на рис. 2.

На рис. 3 представлен характер временных изменений безразмерной вертикальной компоненты скорости, рассчитанных при разных скоростях вращения емкости в сопряженной постановке (масштабом скорости служит скорость плавучести $V_b = (Hg\beta\Delta T)^{0,5}$). Временная выборка (она же использовалась и для осреднения) для случая отсутствия вращения – заметно длиннее, чем для вариантов с вращением емкости. Это связано с тем, что упомянутая выше глобальная ячейка циркуляции время от времени, случайным образом, меняет ориентацию в пространстве. Однако по данным рис. 3, *a* видно, что наблюдаются два относительно устойчивых состояния этой структуры. Аналогичное поведение численного решения наблюдается и при расчетах с использованием программного пакета ANSYS Fluent 15.0. Заметим также, что сходные явления наблюдались в экспериментах, описанных в работе [9], и объяснялись высокой чувствительностью глобальной конвективной ячейки к небольшим дефектам установки и неидеальной изотермичности горизонтальных стенок.

При наложении вращения емкости изменение ориентации глобальной конвективной ячейки перестает носить случайный характер. Действие силы Кориолиса в условиях умеренного вращения приводит к возникновению прецессии конвективной ячейки с постоянной угловой скоростью, что отчетливо прослеживается на рис. 3, *b*, где видно периодическое чередование

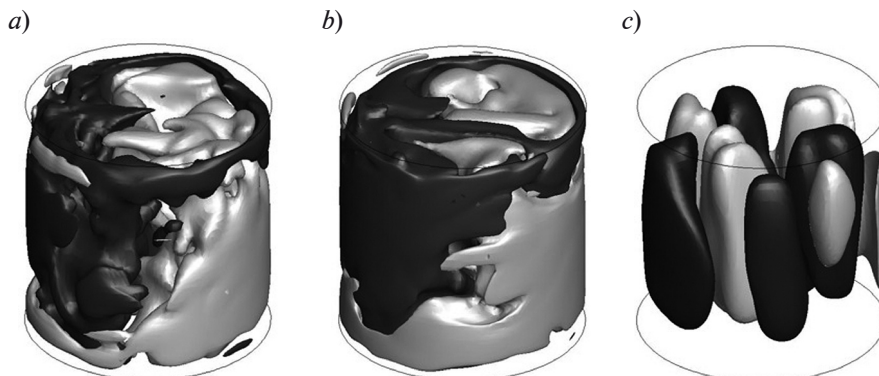


Рис. 2. Изоповерхности вертикальной компоненты скорости при трех значениях интенсивности вращения: $K_{eff} = 0$ (*a*); $0,834$ (*b*); $6,706$ (*c*). Темные структуры соответствуют нисходящему течению, светлые – восходящему

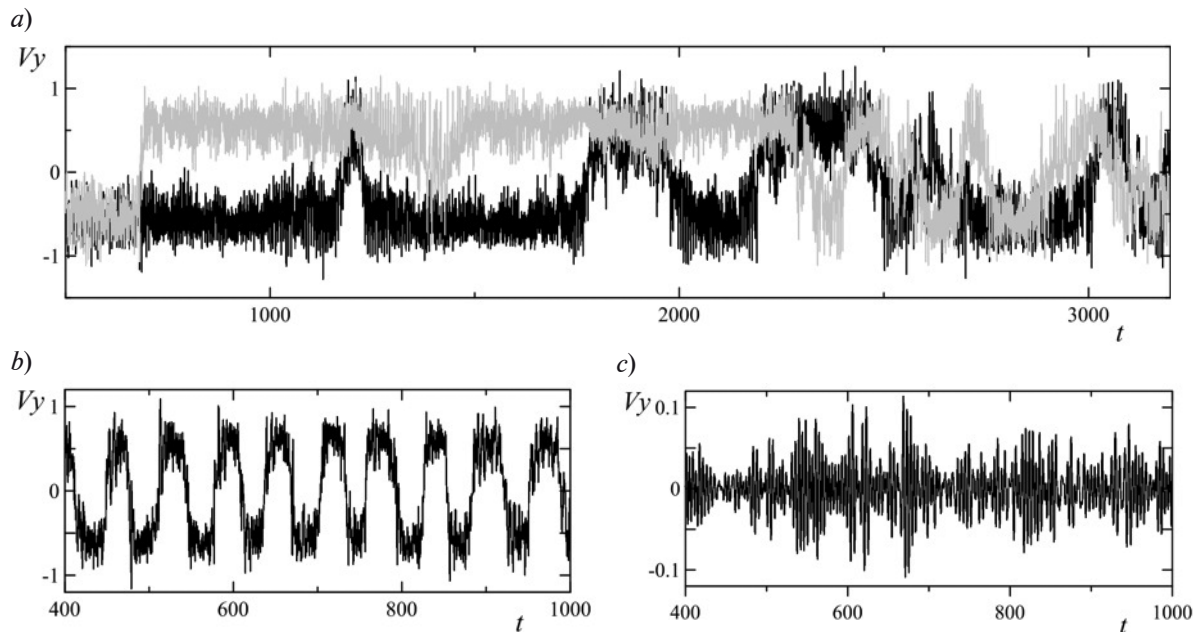


Рис. 3. Динамика изменения вертикальной компоненты скорости вблизи адиабатической стенки в центральном горизонтальном сечении при трех значениях интенсивности вращения:

$$K_{eff} = 0 \text{ (a)}, 0,834 \text{ (b)}, 6,706 \text{ (c)}.$$

Расчеты проведены с использованием программного пакета ANSYS Fluent 15.0 (кривые серого цвета) и по коду SINF/Flag-S (кривые черного цвета)

участков, соответствующих положительным и отрицательным значениям вертикальной скорости. При интенсивном вращении происходит не только распад глобальной конвективной ячейки на несколько структур, но и резкое уменьшение амплитуды пульсаций вертикальной составляющей скорости (рис. 3, c), что свидетельствует об общем подавлении конвекции.

Результаты расчетов в несопряженной постановке позволяют сделать аналогичные заключения как для случая умеренного, так и интенсивного вращения.

На рис. 4 для разных вариантов расчета конвекции во вращающейся полости представлены зависимости безразмерных среднеквадратических (RMS – Root Mean Square) пульсаций компонент скорости и температуры от безразмерной вертикальной координаты (отсчитываемой вдоль оси емкости от нижней границы раздела сред). Здесь u , v , w – пульсации компонент скорости V_x , V_y , V_z соответственно. Приведены также профили безразмерной средней температуры. Подчеркнем, что в случае

решения сопряженной задачи температура отсчитывается от осредненного значения температуры нижней границы раздела сред и преобразуется в безразмерную посредством деления на разницу ΔT осредненных температур нижней и верхней границ. Из данных, показанных на рис. 4, a – c, видно, что в случае умеренного вращения ($K_{eff} = 0,834$), вычисления в сопряженной постановке предсказывают несколько большие значения интенсивности пульсаций скорости и температуры, чем таковые, полученные для несопряженной задачи: в окрестности центрального горизонтального сечения различие составляет около 10 %. Интенсивное вращение ($K_{eff} = 6,706$) приводит к резкому уменьшению уровня пульсаций, и различие в профилях RMS-величин, полученных для сопряженной и несопряженной постановок, практически исчезает. Рис. 4, d показывает, что переход к сопряженной постановке задачи практически не сказывается на характере профиля средней температуры в области, занятой жидкостью, как при умеренной, так и при относительно

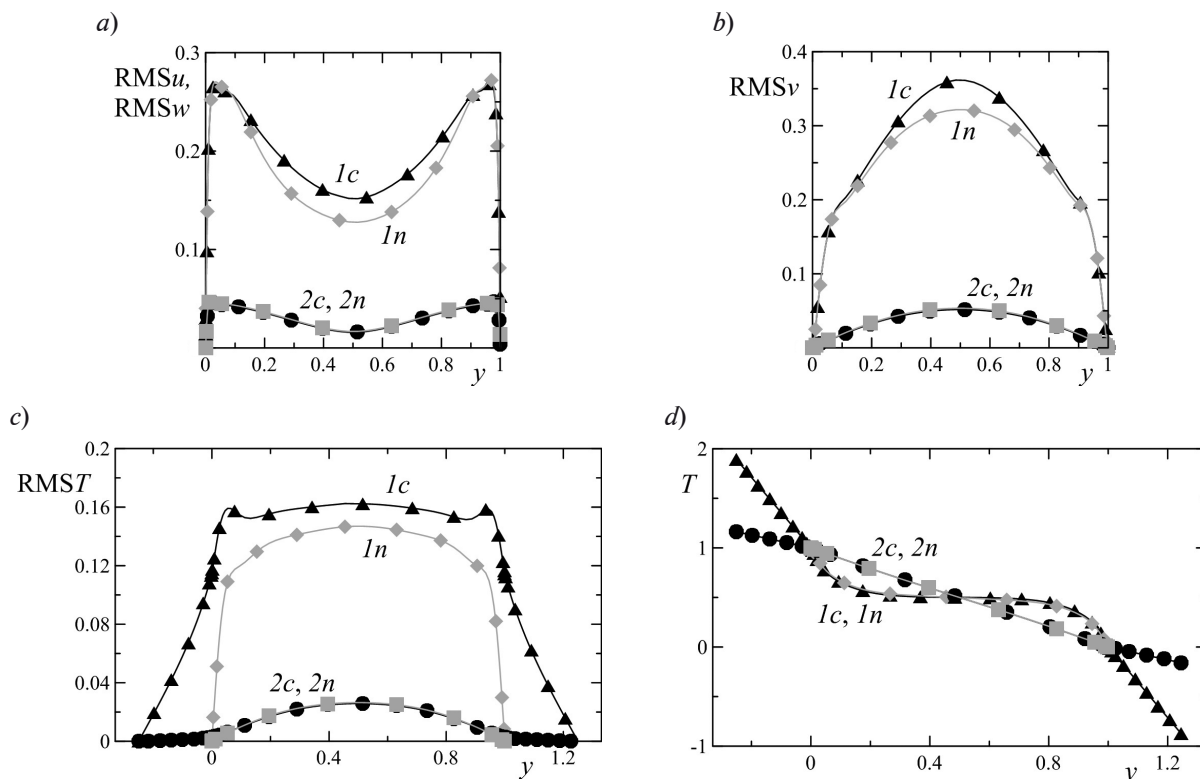


Рис. 4. Вертикальные распределения различных функций по результатам расчетов в сопряженной (кривые $1c$, $2c$) и несопряженной ($1n$, $2n$) постановках задачи при двух значениях интенсивности вращения: $K_{eff} = 0,834$ ($1c$, $1n$) и $6,706$ ($2c$, $2n$). Представлены функции: среднеквадратичные (RMS) пульсации u , w (a) и v (b) компонент скорости V_x , V_z (a) и V_y (b) соответственно; RMS-пульсации температуры T (c); профили средней температуры (d)

большой интенсивности вращения. В последнем случае профиль средней температуры приобретает линейный характер, что говорит о преобладании диффузионного переноса тепла над конвективным во всей области жидкости.

Влияние интенсивности вращения на энергетический спектр вертикальной компоненты скорости иллюстрируется на рис. 5 (точка мониторинга расположена в центральной горизонтальной плоскости на расстоянии $0,05H$ от адиабатической стенки). По горизонтальной оси отложена безразмерная частота колебаний

$$f = f' \cdot t_{conv}, \quad (24)$$

где f' – размерная частота.

Энергетические спектры, полученные для случаев нулевой и умеренной интенсивности вращения (рис. 5, a, b), достаточно заполнены и свидетельствуют о принадлеж-

ности моделируемого конвективного течения к турбулентному режиму. Штриховыми линиями здесь представлены зависимости, соответствующие убыванию спектральной плотности по закону Колмогорова « $-5/3$ ». Вместе с тем, на рис. 5, b, отвечающему случаю $K_{eff} = 0,834$, наблюдается пик спектральной плотности энергии, который соответствует частоте прецессии глобальной конвективной ячейки; число Струхала данной прецессии составляет $Sh = f_{peak} = 0,016$. При увеличении интенсивности вращения происходит подавление турбулентности и энергетический спектр кардинально изменяется (рис. 5, c).

Переходя к изложению результатов, характеризующих интегральную теплопередачу, рассмотрим сначала данные верификационных расчетов, проведенных в несопряженной постановке для случая не вращающейся полости. В табл. 1 осреднен-

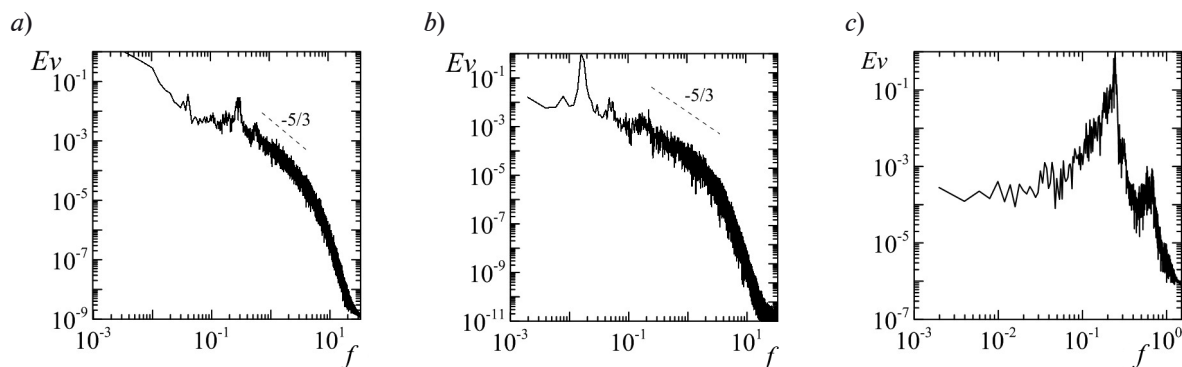


Рис. 5. Энергетические спектры вертикальной компоненты скорости по результатам расчетов в сопряженной постановке при трех значениях интенсивности вращения: $K_{eff} = 0$ (a), 0,834(b), 6,706 (c). Показаны кривые убывания спектральной плотности по закону Колмогорова «-5/3» (пунктир)

ные по пространству и времени числа Нуссельта, полученные в ходе этих расчетов, сопоставлены с имеющимися в литературе расчетными и экспериментальными данными для числа Рэлея, равного 10^6 . Для приведения данных, полученных в настоящей работе при $Ra = 9,64 \cdot 10^5$, к случаю $Ra = 10^6$ использовалось соотношение

$$Nu_1/Nu_2 = (Ra_1/Ra_2)^n, \quad (25)$$

где Nu_1, Nu_2 – числа Нуссельта при $Ra_1 = 10^6$ и $Ra_2 = 9,64 \cdot 10^5$, а показатель степени n брался равным 0,25, в соответствии с корреляционной зависимостью, установленной, в частности, в экспериментальном исследовании, представленном в работе [12].

Из данных табл. 1 видно, что все имеющиеся расчетные данные хорошо согласуются между собой, а также с экспериментальными результатами работы [12]. Более ранние экспериментальные исследования [8, 9] дают значения числа Нуссельта, отклоняющиеся от результатов DNS на 10 – 15 %, при этом в разные стороны.

Влияние параметра вращения и теплопереноса в горизонтальных стенках на интегральную теплопередачу через находящуюся в термоконвективном движении жидкость можно определить, анализируя представленные в сводной табл. 2 значения осредненных по пространству и времени чисел Нуссельта $\langle Nu \rangle$. Видно, что значения этого числа, полученные для сопряжен-

Таблица 1

Сравнение расчетных (DNS) и экспериментальных значений числа Нуссельта для случая несопряженной постановки задачи и невращающейся полости

Показатель	Расчет DNS				Эксперимент		
	Настоящая работа	[27]	[24]	[25]	[8]	[9]	[12]
$\langle Nu \rangle$	5,58	5,66	5,59	5,55	6,46	5,08	5,85
$\Delta, \%$	0	1,4	0,2	-0,5	14	-9,8	4,6

Примечания. Расчетные данные, полученные методом прямого численного моделирования (DNS) в настоящей работе при значении $Ra = 9,64 \cdot 10^5$, приведены к случаю $Ra = 10^6$ ($K = 0$) с помощью соотношения $Nu_1/Nu_2 = (Ra_1/Ra_2)^n$, где Nu_1, Nu_2 – числа Нуссельта при числах Рэлея $Ra_1 = 10^6$ и $Ra_2 = 9,64 \cdot 10^5$; $n = 0,25$. Значения $\langle Nu \rangle$ осреднены по пространству и времени; величина Δ характеризует процентное отклонение от полученного нами значения.

Таблица 2

Влияние параметра вращения и теплопереноса в горизонтальных стенках полости на значения числа Нуссельта, рассчитанные для разных случаев постановки задачи и по двум вариантам программ

Программа расчета	Постановка задачи	Ra	K	K_{eff}	$\langle Nu \rangle$
SINF/Flag-S	Сопряженная	$2,72 \cdot 10^6$	0		5,975
		$1,28 \cdot 10^6$	5,823	6,706	1,064
		$2,66 \cdot 10^6$	0,499	0,834	5,845
	Несопряженная	$9,64 \cdot 10^5$	0		5,527
			6,706		1,062
			0,834		5,320
ANSYS Fluent 15.0	Сопряженная	$2,72 \cdot 10^6$	0		5,980
		$1,28 \cdot 10^6$	5,823	6,706	1,070

Примечание. Результаты расчетов числа Нуссельта, осредненного по поверхности и по времени, получены при значении $Ra_{eff} = 9,64 \cdot 10^5$.

ной задачи при нулевом и умеренном вращении емкости, оказываются на 8 – 10 % больше, чем в случае несопряженной задачи (для невращающегося цилиндра такая оценка получена ранее в работе [27]). Это коррелирует с отмеченным выше фактом роста интенсивности пульсаций скорости и температуры при переходе к решению сопряженной задачи. При значительном увеличении интенсивности вращения (случай $K_{eff} = 6,706$), когда конвекция подавлена, среднее число Нуссельта $\langle Nu \rangle$ падает практически до единицы при решении как сопряженной, так и несопряженной задач.

Для вариантов, соответствующих значениям параметра вращения $K_{eff} = 0$ и $6,706$, были проведены также расчеты с использо-

ванием программного пакета ANSYS Fluent 15.0. В обоих вариантах полученные результаты очень хорошо согласуются с данными расчетов по коду SINF/Flag-S.

Рис. 6 иллюстрирует изменение во времени среднего по поверхности теплового потока (числа Нуссельта Nu) на границе раздела сред. Примечательно, что в случае сопряженной задачи амплитуда флуктуаций числа Nu, рассчитанная для варианта с умеренным вращением емкости (рис. 6, а), заметно меньше, чем амплитуда его флуктуаций на изотермической стенке в случае несопряженной задачи. Это можно объяснить способностью пульсаций температуры проникать в твердотельную область через поверхности раздела. По причине же обще-

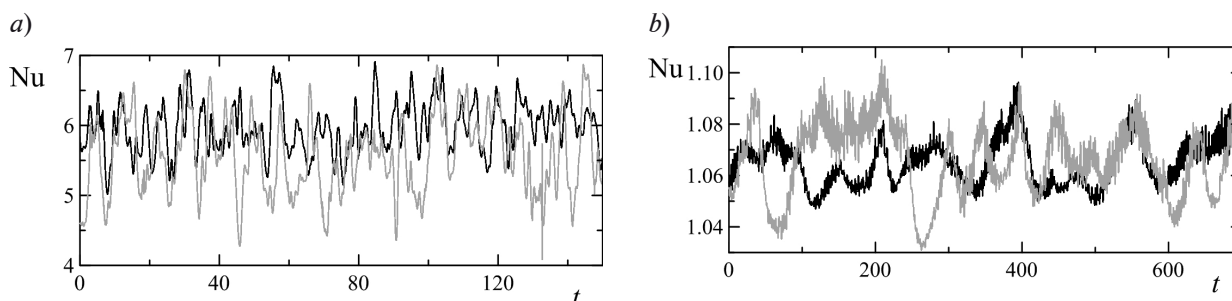


Рис. 6. Временные флуктуации осредненного по поверхности числа Нуссельта на границе раздела сред при двух значениях интенсивности вращения: $K_{eff} = 0$ (а) и $6,706$ (б). Представлены результаты расчетов при сопряженной (кривые черного цвета) и несопряженной (кривые серого цвета) постановках задачи

го подавления конвекции, в случае интенсивного вращения, интенсивность флуктуаций среднего по поверхности теплового потока на границе раздела сред также сильно уменьшается (рис. 6, *b*).

Заключение

Проведено прямое численное моделирование (DNS) турбулентной конвекции ртути в подогреваемой снизу вращающейся и невращающейся цилиндрической емкости, с высотой, равной диаметру, при нулевой и конечной проводимости твердых горизонтальных стенок. Представлены расчетные данные, полученные при эффективном числе Рэлея, близком к 10^6 .

Показано, что при малых и умеренных значениях параметра вращения течение, которое развивается в емкости, может быть в целом охарактеризовано как глобальная конвективная ячейка, причем для случаев и сопряженной, и несопряженной постановок задачи теплообмена. В отсутствие вращения пространствен-

ная ориентация ячейки время от времени (случайным образом) меняет ориентацию в пространстве. При условии вращения емкости устанавливается прецессия конвективной ячейки с постоянной угловой скоростью. При дальнейшем росте интенсивности вращения картина течения существенно меняется: происходит распад конвективной ячейки на группу более мелких структур, при этом резко уменьшается амплитуда пульсаций вертикальной составляющей скорости.

Вплоть до значений эффективного параметра вращения, близких к единице, интегральная теплопередача через слой жидкости при сопоставимых условиях (равенстве эффективного числа Рэлея) может быть на 10 % выше, если учитывается теплоперенос в твердых горизонтальных стенках. При интенсивном вращении, практически подавляющем конвекцию, теплопередача определяется в основном механизмом диффузии как в случае сопряженной, так и несопряженной задач теплообмена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **Verzicco R.** Effects of nonperfect thermal sources in turbulent thermal convection // *Physics of Fluids*. 2004. Vol. 16. No. 6. Pp. 1965–1979.
- [2] **Ahlers G., Grossmann S., Lohse D.** Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh–Bénard convection // *Reviews of Modern Physics*. 2009. Vol. 81. No. 2. Pp.503–537.
- [3] **Funfschilling D., Brown E., Nikolaenko A., Ahlers G.** Heat transport by turbulent Rayleigh–Bénard convection in cylindrical samples with aspect ratio one and larger // *J. Fluid Mech.* 2005. Vol. 536. Pp. 145–154.
- [4] **Weiss S., Ahlers G.** Turbulent Rayleigh–Bénard convection in a cylindrical container with aspect ratio $\Gamma = 0.50$ and Prandtl number $Pr = 4.38$ // *J. Fluid Mech.* 2011. Vol. 676. Pp. 5–40.
- [5] **Zhong J.-Q., Ahlers G.** Heat transport and the large-scale circulation in rotating turbulent Rayleigh–Bénard convection // *J. Fluid Mech.* 2010. Vol. 665. Pp. 300–333.
- [6] **Zhong J.-Q., Stevens R.J.A.M., Clercx H.J.H., Verzicco R., Lohse D., Ahlers G.** Prandtl-, Rayleigh-, and Rossby-number dependence of heat transport in turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102. No. 4. 044502.
- [7] **Liu Y., Ecke R.E.** Heat transport measurements in turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection // *Phys. Rev. E*. 2009. Vol. 80. No. 3. 036314.
- [8] **Takeshita T., Segawa T., Glazier J.A., Sano M.** Thermal turbulence in mercury // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76. No. 9. Pp. 1465–1468.
- [9] **Cioni S., Ciliberto S., Sommeria J.** Strongly turbulent Rayleigh–Bénard convection in mercury: comparison with results at moderate Prandtl number // *J. Fluid Mech.* 1997. Vol. 335. Pp. 111–140.
- [10] **Rosby H.T.** A study of Bénard convection with and without rotation // *J. Fluid Mech.* 1969. Vol. 36. No. 2. Pp. 309–335.
- [11] **Aurnou J.M., Olson P.L.** Experiments on Rayleigh–Bénard convection, magnetoconvection and rotating magnetoconvection in liquid gallium // *J. Fluid Mech.* 2001. Vol. 430. Pp. 283–307.
- [12] **King E.M., Aurnou J.M.** Turbulent convection in liquid metal with and without rotation // *PNAS of the USA*. 2013. Vol. 110. No. 17. Pp. 6688–6693.
- [13] **Brown E., Nikolaenko A., Funfschilling D., Ahlers G.** Heat transport in turbulent Rayleigh–Bénard convection: Effect of finite top- and bottom-plate conductivities // *Physics of Fluids*. 2005. Vol. 17. 075108.
- [14] **Kerr R.M., Herring J.R.** Prandtl number

dependence of Nusselt number in direct numerical simulations // *J. Fluid Mech.* 2000. Vol. 419. Pp. 325–344.

[15] **Hartlep T., Tilgner A., Busse F.H.** Transition to turbulent convection in a fluid layer heated from below at moderate aspect ratio // *J. Fluid Mech.* 2005. Vol. 544. Pp. 309–322.

[16] **Julien K., Legg S., McWilliams J., Werne J.** Rapidly rotating turbulent Rayleigh–Bénard convection // *J. Fluid Mech.* 1996. Vol. 322. Pp. 243–273.

[17] **Kunnen R.P.J., Geurts B.J., Clercx H.J.H.** Direct numerical simulation of turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection // In: Sixth International ERCOFTAC Workshop on Direct and Large-Eddy Simulation VI. 2006. Pp. 233–240.

[18] **Otić I., Grötzbach G.** Direct numerical simulation and RANS modeling of turbulent natural convection for low Prandtl number fluids // *ASME, PVP-Vol. 491-2.* 2004. Vol. 2. Pp. 159–165.

[19] **Pharasi H.K., Kannan R., Kumar K., Bhat-tacharjee J.K.** Turbulence in rotating Rayleigh–Bénard convection in low-Prandtl-number fluids // *Phys. Rev. E.* 2011. Vol. 84. No. 4. 047301.

[20] **Ivanov N., Smirnov S.** Numerical simulation of turbulent conjugate free convection in horizontal low-Pr fluid layer // *Proceedings of the 7th Baltic Heat Transfer Conference.* 2015. Pp. 29–34.

[21] **Stevens R.J.A.M., Clercx H.J.H., Lohse D.** Heat transport and flow structure in rotating Rayleigh–Bénard convection // *European Journal of Mechanics. B. Fluids.* 2013. Vol. 40. Pp. 41–49.

[22] **Silano G., Screenivasan K.R., Verzicco R.** Numerical simulations of Rayleigh–Bénard convection for Prandtl numbers between 10^{-1} and 10^4 and Rayleigh numbers between 10^5 and 10^9 // *J. Fluid Mech.* 2010. Vol. 662. Pp. 409–446.

[23] **Kooij G.L., Botchev M.A., Geurts B.J.** Direct numerical simulation of Nusselt number scaling in rotating Rayleigh–Bénard convection // *International Journal of Heat and Fluid Flow.* 2015. Vol. 55. Pp. 26–33.

[24] **Verzicco R., Camussi R.** Transitional regimes of low-Prandtl thermal convection in a cylindrical cell // *Physics of Fluids.* 1997. Vol. 9. No. 5. Pp. 1287–1295.

[25] **Abramov A., Korsakov A.** Direct numerical modeling of mercury turbulent convection in axisymmetric reservoirs including magnetic field effects // *Heat Transfer Research.* 2004. Vol. 35. No. 1–2, Pp. 76–84.

[26] **Scheel J.D., Schumacher J.** Global and local statistics in turbulent convection at low Prandtl numbers // *J. Fluid Mech.* 2016. Vol. 802. Pp. 147–173.

[27] **Abramov A., Smirnov E., Smirnovsky A.** Numerical simulation of turbulent Rayleigh–Bénard conjugate convection of low-Pr fluid in a cylindrical container // *Proceedings of the 7th Baltic Heat Transfer Conference.* 2015. Pp. 11–16.

[28] ANSYS Fluent 15.0, User Guide. 2013.

[29] **Kim J., Moin P.** Application of a fractional-step method to incompressible Navier–Stokes equations // *Journal of Computational Physics.* 1985. Vol. 59. Pp. 308–323.

[30] **Jan Y.-J., Sheu T.W.-H.** A quasi-implicit time advancing scheme for unsteady incompressible flow. Part I: Validation // *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 2007. Vol. 196. No. 45–48. Pp. 4755–4770.

[31] **Bevan R., Boileau E., Loon R., Lewis R., Nithiarasu R.** A comparative study of fractional step method in its quasi-implicit, semi-implicit and fully-explicit forms for incompressible flows // *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow.* 2016. Vol. 26. Pp. 595–623.

[32] **Rhie C.M., Chow W.L.** Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation // *AIAA Journal.* 1983. Vol. 21. No. 11. Pp. 1525–1532.

[33] **Armeld S.W., Williamson N., Kirkpatrick M.P., Street R.** A divergence free fractional-step method for the Navier–Stokes equations on non-staggered grids // *ANZIAM Journal (EMAC2009).* 2010. Vol. 51. Pp. C654–C667.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

СМИРНОВ Сергей Игоревич — лаборант-исследователь кафедры «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
sergeysmirnov92@mail.ru

СМИРНОВ Евгений Михайлович — доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
smirnov_em@spbstu.ru

СМИРНОВСКИЙ Александр Андреевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Гидроаэродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
smirta@mail.ru

Smirnov S.I., Smirnov E.M., Smirnovsky A.A. ENDWALL HEAT TRANSFER EFFECTS ON THE TURBULENT MERCURY CONVECTION IN A ROTATING CYLINDER.

The obtained results of direct numerical simulation of the free mercury convection in a rotating cylindrical container heated from below are presented. Setting the Prandtl number equal to 0.025 and the height-to-diameter ratio equal to 1.0, effects of container rotation and heat transfer in horizontal solid walls have been studied. The effective Rayleigh number was close to 10^6 . The Navier – Stokes equations, written with the Boussinesq approximation, were solved using the fractional-step method. The instant and time-averaged flow fields, the pulsation spectra and the integral heat transfer data were analyzed. The in-house code SINF/Flag-S results were compared with the available experimental data, and with the data obtained using the commercial software ANSYS Fluent 15.0.

RAYLEIGH – BÉNARD CONVECTION, ROTATING CONTAINER, LIQUID METAL, CONJUGATE HEAT TRANSFER.

REFERENCES

- [1] **R. Verzicco**, Effects of nonperfect thermal sources in turbulent thermal convection, *Physics of Fluids*. 16 (6) (2004) 1965–1979.
- [2] **G. Ahlers, S. Grossmann, D. Lohse**, Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh–Bénard convection, *Reviews of Modern Physics*. 81 (2) (2009) 503–537.
- [3] **D. Funfschilling, E. Brown, A. Nikolaenko, G. Ahlers**, Heat transport by turbulent Rayleigh–Bénard convection in cylindrical samples with aspect ratio one and larger, *J. Fluid Mech.* 536 (2005) 145–154.
- [4] **S. Weiss, G. Ahlers**, Turbulent Rayleigh–Bénard convection in a cylindrical container with aspect ratio $\Gamma = 0.50$ and Prandtl number $Pr = 4.38$, *J. Fluid Mech.* 676 (2011) 5–40.
- [5] **J.-Q. Zhong, G. Ahlers**, Heat transport and the large-scale circulation in rotating turbulent Rayleigh–Bénard convection, *J. Fluid Mech.* 665 (2010) 300–333.
- [6] **J.-Q. Zhong, R.J.A.M. Stevens, H.J.H. Clercx, et al.**, Prandtl-, Rayleigh-, and Rossby-number dependence of heat transport in turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection, *Phys. Rev. Lett.* 102 (4) (2009) 044502.
- [7] **Y. Liu, R.E. Ecke**, Heat transport measurements in turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection, *Phys. Rev. E*. 80 (3) (2009) 036314.
- [8] **T. Takeshita, T. Segawa, J.A. Glazier, M. Sano**, Thermal turbulence in mercury, *Phys. Rev. Lett.* 76 (9) (1996) 1465–1468.
- [9] **S. Cioni, S. Ciliberto, J. Sommeria**, Strongly turbulent Rayleigh–Bénard convection in mercury: comparison with results at moderate Prandtl number, *J. Fluid Mech.* 335 (1997) 111–140.
- [10] **H.T. Rossby**, A study of Bénard convection with and without rotation, *J. Fluid Mech.* 36 (2) (1969) 309–335.
- [11] **J.M. Aurnou, P.L. Olson**, Experiments on Rayleigh–Bénard convection, magnetoconvection and rotating magnetoconvection in liquid gallium, *J. Fluid Mech.* 430 (2001) 283–307.
- [12] **E.M. King, J.M. Aurnou**, Turbulent convection in liquid metal with and without rotation, *PNAS of the USA*. 110 (17) (2013) 6688–6693.
- [13] **E. Brown, A. Nikolaenko, D. Funfschilling, G. Ahlers**, Heat transport in turbulent Rayleigh–Bénard convection: Effect of finite top- and bottom-plate conductivities, *Physics of Fluids*. 17 (2005) 075108.
- [14] **R.M. Kerr, J.R. Herring**, Prandtl number dependence of Nusselt number in direct numerical simulations, *J. Fluid Mech.* 419 (1) (2000) 325–344.
- [15] **T. Hartlep, A. Tilgner, F.H. Busse**, Transition to turbulent convection in a fluid layer heated from below at moderate aspect ratio, *J. Fluid Mech.* 544 (2005) 309–322.
- [16] **K. Julien, S. Legg, J. McWilliams, J. Werne**, Rapidly rotating turbulent Rayleigh–Bénard convection, *J. Fluid Mech.* 322 (1996) 243–273.
- [17] **R.P.J. Kunnen, B.J. Geurts, H.J.H. Clercx**, Direct numerical simulation of turbulent rotating Rayleigh–Bénard convection, In: *Sixth International ERCOFTAC Workshop on Direct and Large-Eddy Simulation VI*, (2006) 233–240.
- [18] **I. Otić, G. Grötzbach**, Direct numerical simulation and RANS modeling of turbulent natural convection for low Prandtl number fluids, *ASME*,

PVP-Vol. 491-2. 2004. 2 (2004) 159–165.

[19] **H.K. Pharasi, R. Kannan, K. Kumar, J.K. Bhattacharjee**, Turbulence in rotating Rayleigh–Bénard convection in low-Prandtl-number fluids, *Phys. Rev. E*. 84 (4) (2011) 047301.

[20] **N. Ivanov, S. Smirnov**, Numerical simulation of turbulent conjugate free convection in horizontal low-Pr fluid layer, *Proceedings of the 7th Baltic Heat Transfer Conference*, (2015) 29–34.

[21] **R.J.A.M. Stevens, H.J.H. Clercx, D. Lohse**, Heat transport and flow structure in rotating Rayleigh–Bénard convection, *European Journal of Mechanics, B, Fluids*. 40 (2013) 41–49.

[22] **G. Silano, K.R. Screenivasan, R. Verzicco**, Numerical simulations of Rayleigh–Bénard convection for Prandtl numbers between 10^{-1} and 10^4 and Rayleigh numbers between 10^5 and 10^9 , *J. Fluid Mech.* 662 (2010) 409–446.

[23] **G.L. Kooij, M.A. Botchev, B.J. Geurts**, Direct numerical simulation of Nusselt number scaling in rotating Rayleigh–Bénard convection, *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 55 (2015) 26–33.

[24] **R. Verzicco, R. Camussi**, Transitional regimes of low-Prandtl thermal convection in a cylindrical cell, *Physics of Fluids*. 9 (5) (1997) 1287–1295.

[25] **A. Abramov, A. Korsakov**, Direct numerical modeling of mercury turbulent convection in axisymmetric reservoirs including magnetic field effects, *Heat Transfer Research*. 35 (1–2) (2004) 76–84.

[26] **J.D. Scheel, J. Schumacher**, Global and local statistics in turbulent convection at low Prandtl numbers, *J. Fluid Mech.* 802 (2016) 147–173.

[27] **A. Abramov, E. Smirnov, A. Smirnovsky**, Numerical simulation of turbulent Rayleigh–Bénard conjugate convection of low-Pr fluid in a cylindrical container, *Proceedings of the 7th Baltic Heat Transfer Conference*. (2015) 11–16.

[28] ANSYS Fluent 15.0, User Guide (2013).

[29] **J. Kim, P. Moin**, Application of a fractional-step method to incompressible Navier–Stokes equations, *Journal of Computational Physics*. 59 (1985) 308–323.

[30] **Y.-J. Jan, T.W.-H. Sheu**, A quasi-implicit time advancing scheme for unsteady incompressible flow, Part I: Validation, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 196 (45–48) (2007) 4755–4770.

[31] **R. Bevan, E. Boileau, R. Loon, R. Lewis, R. Nithiarasu**, A comparative study of fractional step method in its quasi-implicit, semi-implicit and fully-explicit forms for incompressible flows, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. 26 (2016) 595–623.

[32] **C.M. Rhie, W.L. Chow**, Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *AIAA Journal*. 21 (11) (1983) 1525–1532.

[33] **S.W. Armeld, N. Williamson, M.P. Kirkpatrick, R. Street**, A divergence free fractional-step method for the Navier–Stokes equations on non-staggered grids, *ANZIAM Journal (EMAC2009)*. 51 (2010) C654–C667.

THE AUTHORS

SMIRNOV Sergey I.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
sergeysmirnov92@mail.ru

SMIRNOV Evgeniy M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
smirnov_em@spbstu.ru

SMIRNOVSKY Aleksander A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
smirta@mail.ru