

DOI: 10.18721/JEST.230401

УДК 621.313

М. А. Шакиров

Санкт-петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ АВТОТРАНСФОРМАТОРА: ЧАСТЬ 2

Найден новый вид схемы замещения двухобмоточного автотрансформатора с явным разграничением потоков электрической и электромагнитной мощности. Показано, что представленная модель имеет важное методологическое значение, как позволяющая наглядно отобразить на векторных диаграммах, наряду с токами и напряжениями, также треугольники каждого из потоков мощности в любых режимах работы автотрансформатора. Полнота векторных диаграмм достигается за счет отдельного отображения на них магнитных потоков в стали, толще обмоток и промежутке между ними. Получена высокая степень наглядности в объяснении перевозбуждения отдельных частей магнитопровода в короткозамкнутом автотрансформаторе и выводе формул для определения сверх- и антисверхпотоков (в сравнении с потоками холостого хода) в этом режиме непосредственно по векторной диаграмме. Представленная схема замещения одновременно обслуживает как повышающий, так и понижающий автотрансформаторы, позволяет учитывать насыщение их магнитной системы как в установившихся, так и переходных процессах.

АВТОТРАНСФОРМАТОР; ПЕРВИЧНАЯ И ВТОРИЧНАЯ ОБМОТКИ; МАГНИТНЫЙ ПОТОК; КОРОТКОЕ ЗАМЫКАНИЕ; СХЕМА ЗАМЕЩЕНИЯ; ХОЛОСТОЙ ХОД

Ссылка при цитировании:

М. А. Шакиров. Универсальная теория автотрансформатора. Часть 2 // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2017. Т. 23. № 4. С. 7–24. DOI: 10.18721/JEST.230401.

М. А. Shakirov

Peter the Great St. Petersburg polytechnic university,
St. Petersburg, Russia

UNIVERSAL AUTOTRANSFORMER THEORY: PART 2

A new kind of an equivalent circuit of the two-winding autotransformer with a clear distinction between flows of electric and electromagnetic power has been discovered. It is shown that the presented model has important methodological significance as it allows to clearly display triangles of each power flow in all modes of operation of the autotransformer on vector diagrams along with the currents and voltages. Completeness of vector diagrams is achieved by separately displaying on them the magnetic fluxes in steel, thicker windings and the gap between them. We have obtained a high degree of clarity in explaining the overstimulation of certain parts of the steel in a short-circuited autotransformer and in deriving the formula for determining super- and anti-fluxes (compared to idling fluxes) in this mode directly from the vector diagram. The presented equivalent circuit serves the step-up and to the step-down autotransformers at the same time, and is responsive to the saturation of their magnetic system in steady and transient processes.

AUTOTRANSFORMER; PRIMARY AND SECONDARY WINDINGS; MAGNETIC FLUX; SHORT CIRCUITED; EQUIVALENT CIRCUIT; IDLING.

Citation:

M. A. Shakirov, Universal theory of autotransformer: Part 2, *Peter the Great St. Petersburg polytechnic university journal of engineering science and technology*, 23(4)(2017) 7–24. DOI: 10.18721/JEST.230401.

Введение

Итогом изложенной в [1] теории автотрансформатора стало создание его *универсальной физико-математической модели*, названной 4Т-образной схемой замещения. Ее физичность проявляется в отображении на ней реальных магнитных потоков в четырех основных частях магнитопровода, в том числе в толще обмоток и промежутке между ними, а в случае насыщения — и потоков, вытесненных из стали. *Реальность* означает, что все эти потоки физически существуют, т. е. могут быть достоверно оценены с помощью измерительных витков, в отличие от виртуальных, так называемых потоков *рассеяния* и надуманного *основного*, или *главного*, потока в учебниках [2–8], раскритикованных в [9–19]. Термин *универсальность* применительно к этой модели указывает на ее пригодность (путем наращивания поперечных ветвей на магничивания, учитывающих магнитные потери и насыщение) для оценки перевозбуждения отдельных частей магнитной системы реального автотрансформатора в любых аномальных установившихся и динамических режимах благодаря однозначному соответствию каждого элемента модели определенному участку его магнитной системы. Главный результат [1] — математические соотношения для определения перевозбуждения магнитной системы в короткозамкнутом повышающем автотрансформаторе. Они необходимы для поиска путей повышения его электродинамической устойчивости в аварийных ситуациях и разрешения таким образом проблемы, наблюдаемой в настоящее время во всем мире, — роста случаев их выхода из строя [20, 21].

Цель настоящей работы — развитие теории [1] с переходом к *двухтрансформаторной* схеме замещения силового автотрансформатора, которая, как будет показано, кроме теоретического, имеет исключительно важное методологическое значение для понимания физических процессов в автотрансформаторе и их отображения на его *полных* векторных диаграммах, т. е. диаграммах с участием, помимо токов и напряжений, треу-

гольников передаваемых *электрической, электромагнитной и полной мощностей*, а также магнитных потоков в различных участках стали и окна автотрансформатора. Представленная теория охватывает как повышающий, так и понижающий автотрансформаторы.

Обозначения величин, характеризующих работу автотрансформатора

Автотрансформатор можно рассматривать как образующийся из обычного трансформатора (рис. 1) в результате *пересоединения его обмоток автотрансформаторным образом* [3, стр. 80]. Здесь изложение теории начинается с исследования работы идеализированного автотрансформатора в броневом исполнении с цилиндрическим боковым ярмом, допускающего точное математическое описание всех взаимосвязей между электромагнитными величинами, благодаря чему достигается полная достоверность получаемых результатов, рассматриваемых как фундаментальные. Обмотка шириной a имеет w_a витков и называется *a-обмоткой*, а обмотка шириной b имеет w_b витков и называется *b-обмоткой*. На этом этапе принимается, что $\mu_{\text{сталь}} = \infty$, активные сопротивления обмоток $R_a = R_b = 0$; в пределах обмоток и промежутка между ними магнитные линии параллельны оси стержня, что близко к реальности при условии, что высота обмоток

$$h_{\text{обм}} = h_{\text{окн}} = h, \quad (1)$$

где $h_{\text{окн}}$ — высота окна магнитопровода. Обозначения магнитных потоков в стали и окне показаны на рис. 1, a . Вследствие того, что $\mu_{\text{сталь}} = \infty$, в зазорах δ_1 и δ_2 , а также вне магнитопровода потоки отсутствуют. Внутреннюю *a-обмотку* будем считать *общей*, а *b-обмотку* — *последовательной*.

В силовом автотрансформаторе, применяемом в линиях электропередач (рис. 2, a), коэффициент трансформации

$$n = \frac{w_a}{w_b} > 1. \quad (2)$$

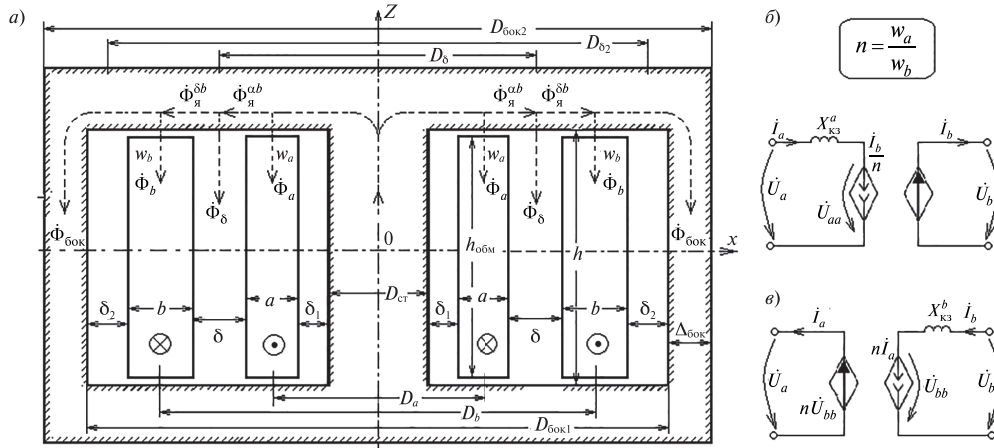


Рис. 1. Магнитные потоки в идеализированном ($\mu_{\text{сталь}} = \infty$) трансформаторе (а) и его неприведенные схемные модели (б, в)
 Fig. 1. Magnetic fluxes in idealized ($\mu_{\text{сталь}} = \infty$) transformer (а) and it is not reduced value circuit model (б, в)

Входящий в него идеализированный трансформатор может быть представлен либо схемной моделью (рис. 1, б), где $x_{\text{кз}}^a$ — его сопротивление КЗ со стороны *a*-обмотки (при $\dot{U}_b = 0$), либо схемной моделью (рис. 1, в), где $x_{\text{кз}}^b$ — его сопротивление КЗ со стороны *b*-обмотки (при $\dot{U}_a = 0$). Пара зависимых источников в каждой модели образует идеальный трансформатор. Особенность схем (рис. 1, б, в) состоит в том, что они построены относительно реальных, *неприведенных* величин идеализированного трансформатора. По любой из них можно убедиться, что

$$x_{\text{кз}}^a = n^2 x_{\text{кз}}^b; \quad x_{\text{кз}}^b = \frac{x_{\text{кз}}^a}{n^2}. \quad (3)$$

Кроме коэффициента *n* далее используется коэффициент *k*, совпадающий с отношением напряжений \dot{U}_1 / \dot{U}_2 при ХХ *повышающего* автотрансформатора (рис. 2, а).

Автотрансформатор как параллельно-последовательное соединение двух трансформаторов

Исходя из схемных моделей, полученных в [1], полезен еще один шаг в их преобразовании к виду с явно разделенными потоками энергии, что отвечает главному отличию и преимуществу автотрансформаторов по отношению к трансформатору. Этот шаг отображен

переходом от схемы рис. 2, а к эквивалентной схеме замещения (рис. 2, б) с двумя 2×2 -полюсниками, из которых верхний представляет собой схемную модель идеального трансформатора с единичным коэффициентом трансформации, а нижний — обычный двухобмоточный трансформатор с коэффициентом трансформации *n*. Справедливость перехода от схемы рис. 2, а к схеме рис. 2, б подтверждается тем, что обе описываются одной и той же системой уравнений:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_a + \dot{I}_b; \quad (4)$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_a; \quad (5)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_b; \quad (6)$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_a + \dot{U}_b. \quad (7)$$

При заданном \dot{U}_1 (или \dot{U}_2) эта система из четырех уравнений содержит 7 неизвестных. Для ее решения необходимы еще три уравнения — одно для нагрузки ($\dot{U}_2 = Z_{2Н} \dot{I}_2$ или $\dot{U}_1 = Z_{1Н} \dot{I}_1$) и два соотношения, характеризующие внутренние свойства трансформатора.

Достоинство эквивалентных схем с двумя трансформаторами — предельная наглядность в представлении двух потоков передаваемой мощности: **электромагнитной** $\dot{S}_{ЭМ}$ (через обычный трансформатор) и **электрической** $\dot{S}_{Э}$

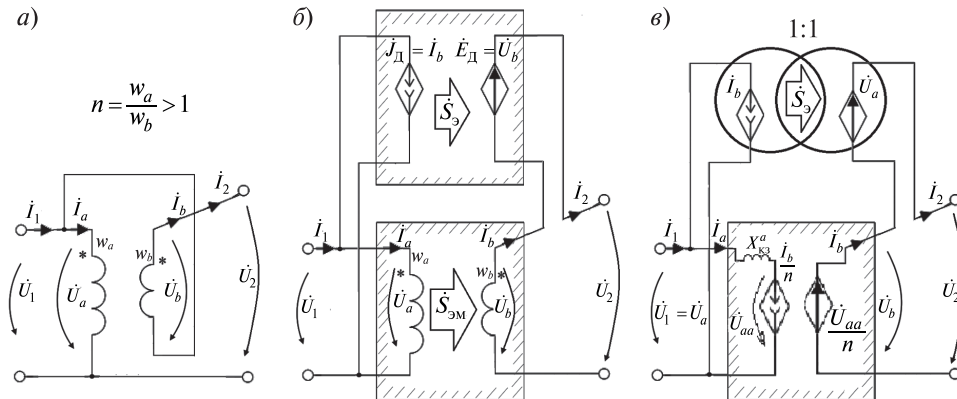


Рис. 2. Автотрансформатор (а) и его модели с развязанными электрическими связями для общего случая (б) и для идеализированного (в)

Fig.2. Autotransformer (a) and its model with decoupled electrical connections for the General case (b) and idealized (c)

(через идеальный трансформатор). Тем самым наглядно демонстрируется и **выгодность** автотрансформатора: чем меньшую долю $S_{ЭМ}$ будет составлять от S_3 , тем меньших габаритов будет автотрансформатор. При условии (2) очевидно $U_b < U_a = U_1$ и $S_{ЭМ} = U_b I_b < U_a I_b = S_3$; трансформатор здесь является *понижающим*, играя в схеме замещения *повышающего* автотрансформатора (рис. 2, б) роль вольтодобавочного трансформатора.

Примечание 1. Смысл термина «вольтодобавка» предполагает, что добавка существенно меньше основной величины напряжения. На двухтрансформаторной схеме замещения это отображается тем, что трансформатор с *a*- и *b*-обмотками является понижающим, в результате чего доля добавочного напряжения, вносимого *b*-обмоткой во вторичное напряжение (7), существенно меньше основного первичного напряжения U_a .

Примечание 2. Хотя направления токов, показанные на рис. 2, а, б, удобны при рассмотрении повышающего автотрансформатора, когда первичным является напряжение \dot{U}_1 , они также будут использованы и для понижающего автотрансформатора с входным напряжением $\dot{U}_{вх} = \dot{U}_2$. В понижающем автотрансформаторе, т.е. в случае, когда первичным является напряжение \dot{U}_2 , при условии (2) трансформатор в схеме замещения (рис. 2, б) играет роль токодобавочного устройства. Смысл термина «токодобавка» предполагает, что добавка существенно меньше основной величины выходного тока. На

двухтрансформаторной схеме замещения это отображается тем, что трансформатор с *b*- и *a*-обмотками — повышающий, в результате чего добавочный ток, вносимый *a*-обмоткой в ток (4), существенно меньше основного первичного тока $\dot{I}_b = \dot{I}_2$.

Режим XX повышающего автотрансформатора

В схеме рис. 2, б первично напряжение \dot{U}_1 . Нагрузка $Z_{2Н} = \infty$; ток $\dot{I}_2 = 0$. Трансформатор не нагружен ($\dot{I}_b = \dot{I}_2 = 0$), и *обычно* для него принимают

$$\frac{\dot{U}_a}{\dot{U}_b^{XX}} \approx n. \quad (8)$$

Тогда согласно (7), (8) и (5)

$$\dot{U}_2^{XX} = \dot{U}_a + \dot{U}_b^{XX} \approx \dot{U}_a + \frac{\dot{U}_a}{n} = \dot{U}_1 \frac{n+1}{n},$$

и, стало быть, коэффициент трансформации повышающего автотрансформатора со схемой соединений, как на рис. 2, а, равен

$$k \approx \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2^{XX}} = \frac{n}{n+1} < 1 \quad (9)$$

(первичное напряжение меньше вторичного).

Режим XX понижающего автотрансформатора

В схеме рис. 2, б первично напряжение \dot{U}_2 . Нагрузка $Z_{1Н} = \infty$. Ток $\dot{I}_1 = 0$. Обычно при определении коэффициента трансформации

током ХХ пренебрегают, полагая $\dot{I}_2 \approx 0$. Учитывая (6) и (4), имеем $\dot{I}_b = \dot{I}_2 \approx 0$, $\dot{I}_a = \dot{I}_1 - \dot{I}_b \approx 0$. Тогда

$$\frac{\dot{U}_b}{\dot{U}_1^{xx}} = \frac{\dot{U}_b}{\dot{U}_a^{xx}} \approx \frac{1}{n}.$$

Согласно (7) и (5)

$$\dot{U}_2 \approx \dot{U}_a^{xx} + \dot{U}_b = \dot{U}_1^{xx} + \frac{\dot{U}_1^{xx}}{n} = \dot{U}_1^{xx} \frac{n+1}{n} = \frac{1}{k} \dot{U}_1^{xx}, \quad (10)$$

и, как и следовало ожидать, коэффициент трансформации понижающего автотрансформатора со схемой соединений как на рис. 2, а равен

$$k_{\text{пониж}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1^{xx}} \approx \frac{n+1}{n} = \frac{1}{k} > 1 \quad (11)$$

(первичное напряжение больше вторичного).

Двухтрансформаторная схема замещения идеализированного автотрансформатора

В идеализированном автотрансформаторе соотношения (8)–(11) выполняются точно. Имеют место связи

$$k = \frac{n}{n+1}; \quad n = \frac{k}{1-k}; \quad n+1 = \frac{1}{1-k}. \quad (12)$$

Заменяя трансформатор в схеме рис. 2, б его идеализированной моделью (рис. 1, б), получаем один из вариантов схемы замещения идеализированного автотрансформатора (рис. 2, в) с *натуральными* (неприведенными) величинами токов и напряжений, что методологически важно для осмысления связей его сопротивлений КЗ как со стороны *a*-обмотки ($X_{\text{кз}}^{Aa}$), так и со стороны *b*-обмотки ($X_{\text{кз}}^{Ab}$) с величинами $x_{\text{кз}}^a$ и $x_{\text{кз}}^b$.

Примечание 3. В элементной базе теоретической электротехники в годы появления схем замещения автотрансформаторов *зависимых источников* не было, и авторы вынуждены были привязывать свои рассуждения к *приведенным* величинам токов и напряжений его трансформатора. Это трудно воспринимается, в этом нет единства (разной в обозначениях, у каждого автора свой путь) [2–4]. В результате в учебниках сопротивления КЗ автотрансформатора либо вовсе игнорируют-

ся [5–8], либо приводятся без вывода. Однако за последние 20–30 лет зависимые источники широко внедрились в схемные модели различных устройств, и расчет таких схем включен в вузовские программы обучения. При этом оказывается возможным реализовать общий принцип электротехники — свести исследование свойств устройства к анализу его схемной модели.

Здесь вывод сопротивлений КЗ автотрансформатора требует лишь умения построить уравнения Кирхгофа для схемы с зависимыми источниками (рис. 2, в), что не представляет большого труда.

Сопротивление КЗ повышающего автотрансформатора

Принимаем в схеме (рис. 2, в) $\dot{U}_2 = 0$. Ее правый контур дает

$$\frac{\dot{U}_{aa}}{n} = -\dot{U}_a = -\dot{U}_1; \quad \dot{U}_{aa} = -n\dot{U}_1,$$

что позволяет для левого контура записать

$$jx_{\text{кз}}^a \dot{I}_{\text{кз}}^a + (-n\dot{U}_1) = \dot{U}_1; \quad \dot{I}_{\text{кз}}^a = \frac{(1+n)\dot{U}_1}{jx_{\text{кз}}^a};$$

$$\dot{I}_{\text{кз}}^b = n\dot{I}_{\text{кз}}^a = \frac{n(1+n)\dot{U}_1}{jx_{\text{кз}}^a}.$$

Входной ток равен

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{\text{кз}}^a + \dot{I}_{\text{кз}}^b = (1+n)^2 \frac{\dot{U}_1}{jx_{\text{кз}}^a},$$

и, стало быть, сопротивление КЗ повышающего автотрансформатора со стороны *a*-обмотки

$$jX_{\text{кз}}^{Aa} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \Big|_{\dot{U}_2=0} = \frac{jx_{\text{кз}}^a}{(1+n)^2}, \quad (13)$$

или с учетом (12), а также (3)

$$X_{\text{кз}}^{Aa} = \frac{x_{\text{кз}}^a}{(1+n)^2} = (1-k)^2 x_{\text{кз}}^a = k^2 x_{\text{кз}}^b. \quad (14)$$

Приведенная схема замещения относительно входного напряжения \dot{U}_1 , одновременно удовлетворяющая условию ХХ (9) и КЗ (13), т. е. соотношениям $\dot{U}_1 = k\dot{U}_2^{xx}$, $\dot{U}_1 = jX_{\text{кз}}^{Aa} \cdot \dot{I}_1 \Big|_{\dot{U}_2=0}$,

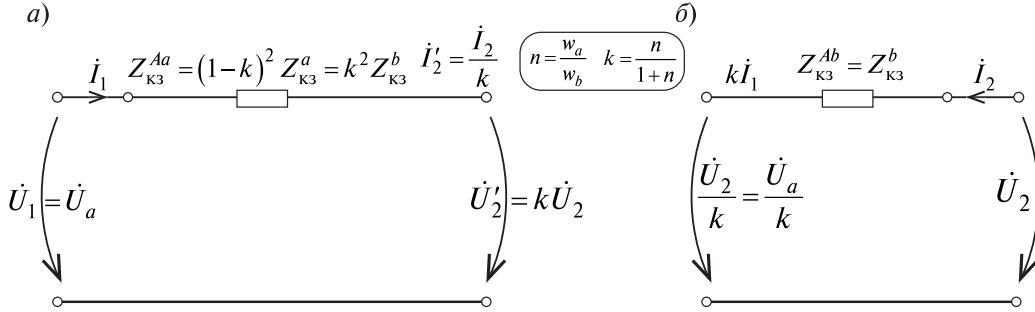


Рис. 3. Электрические схемы замещения идеализированного автотрансформатора, приведенные к напряжению \dot{U}_1 со стороны НН (а) и к напряжению \dot{U}_2 со стороны ВН (б)
 Fig.3. The electric schemes for replacing the idealized autotransformer, reduced to the voltage \dot{U}_1 from the LV side (a) and to the voltage \dot{U}_2 from the HV side (б)

имеет вид, представленный на рис. 3, а, где реактивные сопротивления обозначены комплексными величинами:

$$\begin{aligned} Z_{K3}^a &= jx_{K3}^a; & Z_{K3}^b &= jx_{K3}^b; \\ Z_{K3}^{Aa} &= jX_{K3}^{Aa}; & Z_{K3}^{Ab} &= jX_{K3}^{Ab}. \end{aligned}$$

Сопротивление КЗ понижающего автотрансформатора

Принимаем в схеме рис. 2, $\dot{U}_1 = 0$. Первичным является напряжение \dot{U}_2 . Сохраняем направления токов на схеме и для сопротивления КЗ со стороны ВН имеем

$$jX_{K3}^{Ab} = \left. \frac{\dot{U}_2}{(-\dot{I}_2)} \right|_{\dot{U}_1=0}. \tag{15}$$

Правый контур вследствие $\dot{U}_a = \dot{U}_1 = 0$ дает

$$\frac{\dot{U}_{aa}^{K3}}{n} = \dot{U}_2; \dot{U}_{aa}^{K3} = n\dot{U}_2,$$

что позволяет для левого контура записать

$$jx_{K3}^a \dot{I}_a + (n\dot{U}_2) = 0; \dot{I}_a = \frac{-n\dot{U}_2}{jx_{K3}^a};$$

$$\dot{I}_{K3}^b = n\dot{I}_a = -\frac{n^2 \dot{U}_2}{jx_{K3}^a}.$$

Входной ток при направлении, показанном на рис. 2, в, с учетом (3) равен

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{K3}^b = -n^2 \frac{\dot{U}_2}{jx_{K3}^a} = -\frac{\dot{U}_2}{jx_{K3}^b}. \tag{16}$$

Согласно (15) сопротивление КЗ понижающего автотрансформатора

$$jX_{K3}^{Ab} = j \frac{x_{K3}^a}{n^2} = jx_{K3}^b,$$

или

$$X_{K3}^{Ab} = x_{K3}^b. \tag{17}$$

Схема замещения относительно входного напряжения \dot{U}_2 , одновременно удовлетворяющая условию ХХ (10) и КЗ (16), т.е. соотношениям

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{k} \dot{U}_1^{XX};$$

$$\dot{U}_2 = jx_{K3}^b (-\dot{I}_2),$$

имеет вид, представленный на рис. 3, б (с заменой величин $(-\dot{I}_2)$ и $(-\dot{I}_1)$ с направлением вправо, как на рис. 2, в, на величину \dot{I}_2 с направлением налево).

Сопоставляя (17) с (14), приходим к выводу: как и в обычном трансформаторе (см. (3)), в автотрансформаторе будет

$$X_{K3}^{Aa} = k^2 X_{K3}^{Ab}. \tag{18}$$

Замечание 1. Любая из схем на рис. 3 пригодна для расчета режимов как в повышающем, так и в понижающем автотрансформаторах.

Замечание 2. Как известно из теории трансформаторов с коэффициентом трансформации $n = w_1/w_2$, для перехода от схемы замещения, приведенной к первичной обмотке $(\dot{U}_1, \dot{I}_1, Z_{K3}^a, \dot{U}_2', \dot{I}_2', Z_{H2}')$, к его схеме замещения, приведенной ко вторичной стороне, достаточно все на-

пряжения поделить на n , а все токи умножить на n (поменяв их направления), при этом все сопротивления делятся на n^2 , после чего получаем схему, описываемую величинами

$$\dot{U}'_1 = \frac{\dot{U}_1}{n}, \quad \dot{I}'_1 = n\dot{I}_1, \quad Z'_{кз} = \frac{Z_{кз}^a}{n^2}, \quad \dot{U}_2, \quad \dot{I}_2, \quad Z_{н2}.$$

Точно по такому же правилу осуществляется переход от схемы замещения идеализированного автотрансформатора (рис. 3, а) к его схеме замещения (рис. 3, б) с использованием коэффициента трансформации k .

Замечание 3. В схеме рис. 3, б продольное сопротивление выглядит исключительно просто ($Z'_{кз} = Z_{кз}^b$), тогда как в схеме рис. 3, а $Z'_{кз} \neq Z_{кз}^a$ и имеет место более сложная связь: $Z'_{кз} = (1-k)^2 Z_{кз}^a$. В этом смысле следует понимать фразу автора [3, стр.78], что схемы замещения «для повышающего и понижающего трансформатора идентичны, а для автотрансформаторов — различны». Это различие, как будет показано, проявляется также в распределении магнитных потоков в автотрансформаторе.

Невозможность создания трансформатора, электрически эквивалентного автотрансформатору

Такой трансформатор должен был бы иметь тот же коэффициент трансформации $k = U_1/U_2$ (т.е. числа витков $w_1 = w_a$ и $w_2 = w_a + w_b$) и то же сопротивление КЗ, что и автотрансформатор. Обозначая сопротивление КЗ такого трансформатора, приведенное к w_1 - обмотке, как $L'_{кз}{}^{\Gamma\delta}$, мы должны согласно схеме рис. 3, а записать [1] соотношения

$$L'_{кз}{}^{\Gamma\delta} \equiv L_a^{\Gamma\delta} + L_{\delta}^{\Gamma\delta} + L_b'^{\Gamma\delta} = L_{кз}^{Aa} \equiv (1-k)^2 L_{кз}^a = (1-k)^2 L_a + (1-k)^2 L_{\delta} + (1-k)^2 L_b',$$

откуда следует, в частности,

$$L_{\delta}^{\Gamma\delta} \equiv \frac{\mu_0 \pi D_{\delta} \delta^{\Gamma\delta}}{h} w_a^2 = (1-k)^2 L_{\delta} \equiv (1-k)^2 \frac{\mu_0 \pi D_{\delta} \delta}{h} w_a^2,$$

и, стало быть, промежуток между обмотками в трансформаторе должен быть существенно меньше, чем в эквивалентном автотрансформаторе:

$$\delta^{\Gamma\delta} = (1-k)^2 \delta.$$

Таким же образом должны быть уменьшены толщины обмоток, что невозможно. К такому же выводу можно придти, ориентируясь на схему рис. 3, б, полагая, что *электрически эквивалентный* трансформатор приведен к w_2 - обмотке с числом витков $(w_a + w_b)$. Составляющая индуктивности КЗ, приведенная к обмотке $(w_a + w_b)$ эквивалентного трансформатора, зависящая от ширины $\delta^{\Gamma\delta}$ промежутка между обмотками, в этом случае равна

$$\frac{\mu_0 \pi D_{\delta} \delta^{\Gamma\delta}}{h} (w_a + w_b)^2 = \frac{\mu_0 \pi D_{\delta} \delta}{h} w_b^2,$$

что приводит к тому же соотношению:

$$\delta^{\Gamma\delta} = \left(\frac{w_a + w_b}{w_b} \right)^2 \delta = (1-k)^2 \delta.$$

Связи между токами в идеализированном автотрансформаторе

Связь между токами \dot{I}_1 и \dot{I}_2 иллюстрируются на любой из схем рис. 2, в и рис. 3, а, б:

$$\dot{I}_2 = k\dot{I}_1. \quad (19)$$

В частности, согласно схеме замещения рис. 2, в

$$\dot{I}_b = n\dot{I}_a. \quad (20)$$

С учетом (4) и (6) имеем

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_a + \dot{I}_b = (1+n)\dot{I}_a; \quad (21)$$

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{I}_1}{1+n} = (1-k)\dot{I}_1; \quad (22)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_b = n\dot{I}_a = \frac{n}{n+1}\dot{I}_1; \quad (23)$$

$$\boxed{\dot{I}_a = \frac{\dot{I}_b}{n} = \frac{k}{n}\dot{I}_1}. \quad (24)$$

Отображение магнитных потоков на двухтрансформаторной модели идеализированного автотрансформатора

Чтобы на схеме замещения отобразить магнитные потоки, следует трансформатор в схеме рис. 2, б заменить его 4Т-образной идеализированной моделью (рис. 4), которую можно рассматривать как результат разложения индуктивности $L_{кз}^a$ на составляющие в соответствии с соотношением [1, 22, 23]

$$L_{кз}^a = L_a + L_{\delta} + L_b', \quad (25)$$

$$L_a = \frac{\mu_0 \pi (D_a + a/2)a}{3h} w_a^2 \approx \frac{\mu_0 s_a}{3h} w_a^2; \quad (26)$$

$$L_\delta = \frac{\mu_0 \pi D_\delta \delta}{h} w_a^2 = \frac{\mu_0 s_\delta}{h} w_a^2; \quad (27)$$

$$L'_b = \frac{\mu_0 \pi (D_b - b/2)b}{3h} w_a^2 \approx \frac{\mu_0 s_b}{3h} w_a^2, \quad (28)$$

где s_a, s_δ, s_b — площади поперечных сечений соответствующих зон в окне,

$$\begin{aligned} s_a &= \pi a D_a = \pi a (r_2^a + r_1^a), \\ s_\delta &= \pi D_\delta \delta, \\ s_b &= \pi b D_b = \pi b (r_2^b + r_1^b); \end{aligned} \quad (29)$$

r_1^a, r_2^a и r_2^b, r_1^b — внутренний и внешний радиусы соответственно a - и b -обмоток.

Зная ток \dot{I}_a , по схеме (рис. 4) можно найти показанные на рис. 1, а все четыре магнитных потока в стали ($\dot{\Phi}_{\text{ст}}, \dot{\Phi}_\delta^{a\delta}, \dot{\Phi}_\delta^{b\delta}, \dot{\Phi}_{\text{бок}}$) и три потока в окне ($\dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_\delta, \dot{\Phi}_b$) при любой заданной нагрузке. Полученные таким образом формулы для пяти потоков — $\dot{\Phi}_{\text{ст}}, \dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_\delta, \dot{\Phi}_b, \dot{\Phi}_{\text{бок}}$ — приведены в табл. 1. Величину \dot{U}_b , входящую в выражение для $\dot{\Phi}_{\text{бок}}$, можно вычислить по схемам замещения. Остальные два потока в стыковом ядре определяются из соотношений

$$\dot{\Phi}_\delta^{a\delta} = \dot{\Phi}_{\text{ст}} - \dot{\Phi}_a; \quad \dot{\Phi}_\delta^{b\delta} = \dot{\Phi}_{\text{бок}} - \dot{\Phi}_b. \quad (30)$$

Величины потоков входят в соотношения для распределения векторного потенциала $\dot{A}(r)$ в трансформаторе (табл. 1), которые, таким образом, принимают смысл формул распределения векторного потенциала и в автотрансформаторе; при этом имеется в виду, что входящая в них величина \dot{I}_a связана с током \dot{I}_1 соотношением (22). Эта связь приводит к более сложным кривым распределения векторного потенциала по сравнению с аналогичными кривыми в силовых трансформаторах. Их анализу будет посвящена следующая часть работы.

Сверх- и антисверхпотоки в режиме КЗ повышающего автотрансформатора

В режиме КЗ отдельные части автотрансформатора могут находиться в перевозбужденном состоянии, когда магнитные потоки в них существенно превышает их потоки в режиме ХХ или номинальных режимах. Соответствующие соотношения для повышающего автотрансформатора, полученные в [1], приведены в табл. 2, причем, в отличие от [1], они представлены зависящими не от $n = w_a/w_b$, а от $k = n/(n+1)$. Аналогичные соотношения для режима

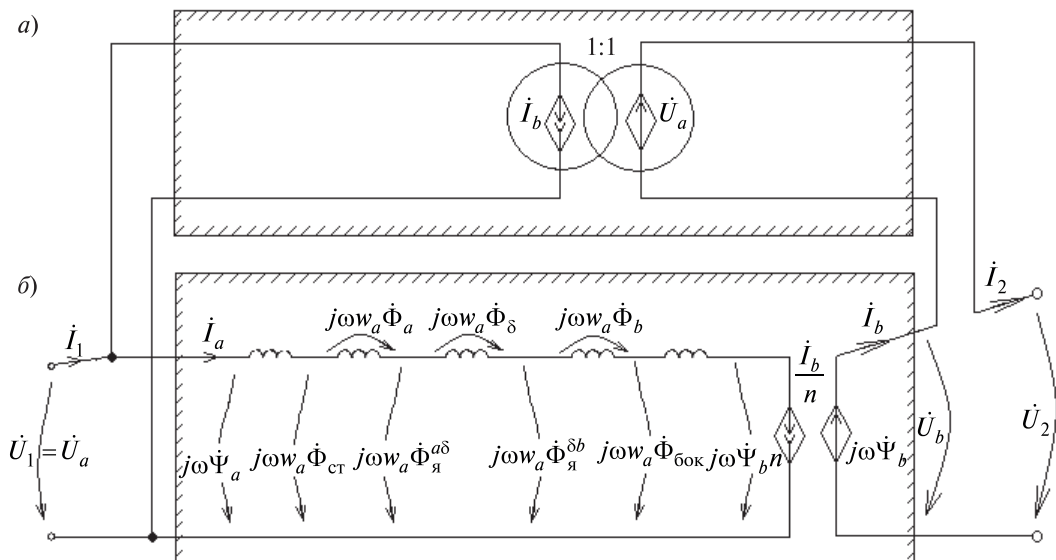


Рис. 4. 4Т-образные схемы замещения идеализированного автотрансформатора (а) и эквивалентного ему трансформатора (б), приведенные к стороне w_a -обмотки

Fig. 4. 4T-shaped schemes for replacing the idealized autotransformer (a) and equivalent to the transformer (b), brought to the side of the w_a -winding

Таблица 1

Магнитные потоки и векторный потенциал в броневом автотрансформаторе

Table 1

Magnetic flux and vector potential in armored autotransformer

Область (зона)	Пределы изменения r в зоне	Напряженность $\dot{H}(r) \equiv \dot{H}_z(r)$ и поток $\dot{\Phi} \equiv \dot{\Phi}_z$ области	Векторный потенциал $\mathbf{A} \equiv A(r)\mathbf{e}_\alpha$; $\dot{A}(r) \equiv \dot{A}_\alpha(r)$
Стержень	$0 < r < r_{\text{ст}}$	$\dot{H}(r) = 0$ $\dot{\Phi}_{\text{ст}} = \frac{\dot{U}_a}{j\omega w_a} + \frac{\dot{\Phi}_a}{3}$	$\dot{A}_{\text{ст}}(r) = \frac{1}{2\pi r} \dot{\Phi}_{\text{ст}} \frac{r^2}{r_{\text{ст}}^2}$
Канал (δ_1 — зона)	$r_{\text{ст}} < r < (r_{\text{ст}} + a)$	$\dot{H}(r) = 0$ $\dot{\Phi}_{\delta 1} = 0$	$\dot{A}_{\delta 1}(r) = \frac{1}{2\pi r} \dot{\Phi}_{\text{ст}}$
Внутренняя обмотка (a — зона)	$r_1^a < r < r_2^a$	$\dot{H}_a = \frac{w_a \dot{I}_a}{h} \cdot \frac{r - r_1^a}{a}$; $\dot{\Phi}_a = \frac{\mu_0 \pi a}{2} \left(D_a + \frac{a}{3} \right) \frac{w_a \dot{I}_a}{h}$; $\dot{\Phi}_a \approx \frac{3 L_a \dot{I}_a}{2 w_a}$	$\dot{A}_a(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{ст}} - \frac{2\pi\mu_0}{ha} w_a \dot{I}_a \left(\frac{r^3}{3} - \frac{r_1^a r^2}{2} + \frac{(r_1^a)^3}{6} \right) \right]$; или приближенно $\dot{A}_a(r) \approx \frac{1}{2\pi r} \left(\dot{\Phi}_{\text{ст}} - \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{ha} r_2^a (r - r_1^a)^2 \right)$
Коридор между обмотками (δ — зона)	$r_2^a < r < r_1^b$	$\dot{H}_\delta = \frac{w_a \dot{I}_a}{h}$; $\dot{\Phi}_\delta = \frac{\mu_0 \pi D_\delta \delta}{h} w_a \dot{I}_a$ или $\dot{\Phi}_\delta = \frac{L_\delta \dot{I}_a}{w_a}$	$\dot{A}_\delta(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{ст}} - \dot{\Phi}_a - \frac{\pi\mu_0}{h} w_a \dot{I}_a (r^2 - (r_2^a)^2) \right]$; или $\dot{A}_\delta(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \dot{\Phi}_b + \frac{\pi\mu_0}{h} w_a \dot{I}_a ((r_1^b)^2 - r^2) \right]$
Внешняя обмотка (b — зона)	$r_1^b < r < r_2^b$	$\dot{H}_b = \frac{w_a \dot{I}_a}{h} \cdot \frac{r_2^b - r}{b}$; $\dot{\Phi}_b = \frac{\mu_0 \pi b}{2} \left(D_b - \frac{b}{3} \right) \frac{w_a \dot{I}_a}{h}$; $\dot{\Phi}_b \approx \frac{3 L_b \dot{I}_a}{2 w_a}$	$\dot{A}_b(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \frac{2\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{hb} \left(\frac{r^3}{3} - \frac{r_2^b r^2}{2} + \frac{r_2^b}{6} \right) \right]$; или приближенно $\dot{A}_b(r) \approx \frac{1}{2\pi r} \left(\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{hb} r_1^b (r_2^b - r)^2 \right)$
Канал (δ_2 — зона)	$r_2^b < r < r_2^b + \delta_2$	$\dot{H}(r) = 0$ $\dot{\Phi}_{\delta 2} = 0$	$\dot{A}_{\delta 2}(r) = \frac{\dot{\Phi}_{\text{бок}}}{2\pi r}$
Боковое ярмо	$r_{\text{бок1}} < r < r_{\text{бок2}}$	$\dot{H}(r) = 0$; $\dot{\Phi}_{\text{бок}} = \frac{\dot{U}_b}{j\omega w_b} - \frac{\dot{\Phi}_b}{3}$	$\dot{A}_{\text{бок}}(r) = \frac{\dot{\Phi}_{\text{бок}}}{2\pi r} \frac{(-r^2 + r_{\text{бок2}}^2)}{(r_{\text{бок2}}^2 - r_{\text{бок1}}^2)}$

КЗ понижающего автотрансформатора представлены в крайней правой колонке табл. 2. Они выведены с помощью схемы рис. 4. Как видно, соотношения табл. 2 для потоков повышающего и понижающего автотрансформаторов в толще обмоток, а также между ними и в окне в целом отличаются только знаками, тогда как для потоков в стали они существенно различны.

Примечание 4. Если из выражений табл. 2 удалить коэффициент k (положить формально равным нулю), то они совпадут с соответствующими выражениями для потоков в обычном трансформаторе [22, 23].

В рассматриваемом типе автотрансформатора (с общей внутренней обмоткой) сверхпоток КЗ в боковом ярме в обоих режимах работы (как повышения, так и понижения напряжения) превосходит сверхпоток КЗ в стержне. В случае, если общей будет внешняя обмотка, картина скорее всего поменяется, т.е. сверхпоток КЗ в боковом ярме будет меньше, чем в стержне.

Примечание 5. Для расчета потоков КЗ по формулам табл. 2 необходим предварительный расчет отношения индуктивностей к индуктивности КЗ. Из их физического смысла вытекает, например, что

Таблица 2

Магнитные потоки в идеализированном автотрансформаторе общей внутренней a -обмоткой в режимах КЗ на стороне ВН и на стороне НН

Table 2

Magnetic fluxes of autotransformer in an idealized a -total internal winding in short circuit mode on the HV stop and on the LV side

Область (участок)	Потоки в разных частях повышающего автотрансформатора ($\dot{\Phi}_k^{кзВН} = \dot{\Phi}_k^{кзВН} / \dot{\Phi}_{xx}$)	Потоки в разных частях понижающего автотрансформатора ($\dot{\Phi}_k^{кзНН} = \dot{\Phi}_k^{кзНН} / \dot{\Phi}_{xx}$)
Стержень	$\dot{\Phi}_{ст}^{кзВН} = 1 + \frac{1}{(1-k)} \cdot \frac{L_a}{2L_{кз}^a}$	$\dot{\Phi}_{ст}^{кзНН} = -\frac{1}{(1-k)} \cdot \frac{L_a}{2L_{кз}^a} = \frac{\dot{\Phi}_a^{кзНН}}{3}$
Левый участок стыкового ярма	$\dot{\Phi}_{я}^{акзВН} = 1 - \frac{1}{(1-k)} \cdot \frac{L_a}{L_{кз}^a}$	$\dot{\Phi}_{я}^{акзНН} = \frac{1}{(1-k)} \cdot \frac{L_a}{L_{кз}^a} = -2\dot{\Phi}_{ст}^{кзНН}$
Правый участок стыкового ярма	$\dot{\Phi}_{я}^{бкзВН} = \frac{1}{(1-k)} \left(\frac{L'_b}{L_{кз}^a} - k \right)$	$\dot{\Phi}_{я}^{бкзНН} = \frac{1}{(1-k)} \left(1 - \frac{L'_b}{L_{кз}^a} \right)$
Боковое ярмо	$\dot{\Phi}_{бок}^{кзВН} = -\frac{1}{1-k} \left(k + \frac{L'_b}{2L_{кз}^a} \right)$	$\dot{\Phi}_{бок}^{кзНН} = \frac{1}{1-k} \left(1 + \frac{L'_b}{2L_{кз}^a} \right)$
Внутренняя обмотка	$\dot{\Phi}_a^{кзВН} = \frac{3}{(1-k)} \cdot \frac{L_a}{2L_{кз}^a}$	$\dot{\Phi}_a^{кзНН} = -\frac{3}{(1-k)} \cdot \frac{L_a}{2L_{кз}^a} = 3\dot{\Phi}_{ст}^{кзНН}$
Коридор между обмотками	$\dot{\Phi}_{\delta}^{кзВН} = \frac{1}{(1-k)} \cdot \frac{L_{\delta}^a}{L_{кз}^a}$	$\dot{\Phi}_{\delta}^{кзНН} = -\frac{1}{(1-k)} \cdot \frac{L_{\delta}^a}{L_{кз}^a}$
Внешняя обмотка	$\dot{\Phi}_b^{кзВН} = \frac{3}{(1-k)} \cdot \frac{L'_b}{2L_{кз}^a}$	$\dot{\Phi}_b^{кзНН} = -\frac{3}{(1-k)} \cdot \frac{L'_b}{2L_{кз}^a}$
Окно	$\dot{\Phi}_{окн}^{кзВН} = \frac{1}{1-k} \left(1 + \frac{L_a + L'_b}{2L_{кз}^a} \right)$	$\dot{\Phi}_{окн}^{кзНН} = -\frac{1}{1-k} \left(1 + \frac{L_a + L'_b}{2L_{кз}^a} \right)$

$$\frac{L_a}{L_{кз}^a} = \frac{L'_a}{L_{кз}^b} = \frac{w_a^2 / 3R_a^M}{\frac{w_a^2}{3R_a^M} + \frac{w_a^2}{R_\delta^M} + \frac{w_a^2}{3R_b^M}} = \frac{s_a}{s_a + 3s_\delta + s_b} = \frac{aD_a}{aD_a + 3aD_\delta + bD_b},$$

где R_k^M — магнитное сопротивление соответствующего канала в окне автотрансформатора, s_k — сечение k -го канала. Если принять $D_a \approx D_\delta \approx D_b$, то после сокращений получаем приближенное выражение

$$\frac{L_a}{L_{кз}^a} = \frac{L'_a}{L_{кз}^b} \approx \frac{a}{a + 3a + b}.$$

Аналогично получаются приближенные выражения для остальных индуктивностей (табл. 3).

Полная векторная диаграмма идеализированного повышающего автотрансформатора

На рис. 5, а представлена диаграмма для активно-индуктивной нагрузки повышающего автотрансформатора (процедура ее построения по заданным значениям вторичного напряжения \dot{U}_2 и тока \dot{I}_2 описана в табл. 4). Она называется *полной*, поскольку на ней одновременно с токами и напряжениями отображены также магнитные потоки, точнее пропорциональные им величины $w_a \dot{\Phi}_{ст}$, $w_a \dot{\Phi}_{бок}$, $w_a \dot{\Phi}_a$ и т. д. Штрихами выделены треугольники *osv* и *oml* магнитных потоков соответственно для потокосцепления $\dot{\Psi}_a$ a -обмотки и потокосцепления $\dot{\Psi}'_b = n\dot{\Psi}_b$ b -обмотки. При этом большой треугольник *omv* есть *треугольник магнитных потоков* ($\dot{\Phi}_{ст}$, $\dot{\Phi}_{бок}$, $\dot{\Phi}_{окно}$), помноженный на w_a . На диаграмме штрихами выделены также треугольники *переданных* мощностей автотрансформатора, отмеченных жирными буквами в соответствии с соотношениями

$$\dot{S}_{эл} = P_{эл} + jQ_{эл} = \dot{U}_b \dot{I}_b^* \quad (\text{электромагнитная мощность});$$

$$\dot{S}_3 = P_3 + jQ_3 = \dot{U}_a \dot{I}_b^* \quad (\text{электрическая мощность});$$

$$\dot{S} = P + jQ = \dot{U}_2 \dot{I}_b^* \quad (\text{мощность на выходе автотрансформатора на стороне ВН}).$$

Таблица 3

Отношения индуктивностей при $h_{об} = h_{окн}$

Table 3

The ratio of the inductances at $h_{об} = h_{окн}$

Величина	Формула	Приближенная формула
$\frac{L_a}{L_{кз}^a} = \frac{L'_a}{L_{кз}^b}$	$\frac{aD_a}{aD_a + 3\delta D_\delta + bD_b}$	$\frac{a}{a + 3\delta + b}$
$\frac{L_\delta^a}{L_{кз}^a} = \frac{L_\delta^b}{L_{кз}^b}$	$\frac{3\delta D_\delta}{aD_a + 3\delta D_\delta + bD_b}$	$\frac{3\delta}{a + 3\delta + b}$
$\frac{L_b}{L_{кз}^a} = \frac{L_b}{L_{кз}^b}$	$\frac{bD_b}{aD_a + 3\delta D_\delta + bD_b}$	$\frac{b}{a + 3\delta + b}$

Поскольку в правых частях этих выражений стоит одинаковый множитель \dot{I}_b^* , то, очевидно, векторы $\dot{U}_b, \dot{U}_a, \dot{U}_2$ могут рассматриваться как величины, отображающие комплексные мощности $\dot{S}_{эл}, \dot{S}_3, \dot{S}$. В результате диаграмма приняла трехэтажный вид.

Сверх- и антипоток КЗ на векторной диаграмме повышающего автотрансформатора

Диаграмма для режима КЗ иллюстрируется на рис. 5, б. Поскольку $\dot{U}_2 = 0$, то ее построение начинается с первичного напряжения \dot{U}_1 , отложенного вертикально вверх, и токов КЗ

$$\dot{I}_2^{кз} = \dot{I}_1^{кз} = \frac{\dot{U}_1}{j\omega L_{кз}^{Aa}};$$

$$\dot{I}_b^{кз} = \dot{I}_2^{кз} = k\dot{I}_2^{кз};$$

$$\dot{I}_a^{кз} = (1 - k)\dot{I}_1^{кз},$$

отложенных по горизонтали вправо. Последующие построения повторят порядок действий с 4-го этапа табл. 4 при условии $\dot{U}_2 = 0$ и $\dot{U}'_2 = 0$, причем все величины помечены индексом КЗ, за исключением потокосцепления $\dot{\Psi}_a$, определяемого значением \dot{U}_1 . При одном и том же напряжении \dot{U}_1 в обоих режимах (рис. 5, а, б) векторы $\dot{\Psi}_a$ одинаковы. Величина $\dot{\Psi}_b^{кз}$ оказывается в противофазе с $\dot{\Psi}_a$ и существенно превышает величину $\dot{\Psi}'_b$ из-за увеличения $\dot{U}_b^{кз}$, достигающего значения $(-\dot{U}_1)$, как показано на схеме замещения (рис. 5, в), построенной относительно тока $\dot{I}_a^{кз}$. Из диаграммы (рис. 5, б) следует, что

$$\dot{\Psi}_b^{K3} = -n\dot{\Psi}_a,$$

при этом треугольники потоков omn и osv вытягиваются в линии, в результате чего потоки в стали Φ_{CT}^{K3} и $\Phi_{\text{Бок}}^{K3}$ оказываются существенно превышающими поток холостого хода Φ_{XX} и в этом смысле являются сверхпотоками. Причем с учетом направления $\Phi_{\text{Бок}}^{K3}$, противоположного направлению Φ_{CT}^{K3} , его следует называть *антисверхпоток*. Наибольшее значение принимает поток в окне $\Phi_{\text{Окно}}^{K3}$, показанный на диаграмме пунктирной линией. По диаграмме можно получить действующие значения всех потоков в режиме КЗ. Согласно схеме рис. 5, в имеем

$$I_a^{K3} = (n+1) \frac{U_a}{\omega L_{K3}^a}.$$

Суммируя отрезки на диаграмме, получаем

$$\begin{aligned} w_a \Phi_{CT}^{K3} &= os + sv = \frac{U_a}{\omega} + \frac{L_a}{2} I_a^{K3} = \\ &= \frac{U_a}{\omega} + \frac{L_a}{2} \frac{(n+1)U_a}{\omega L_{K3}^a} = \frac{U_a}{\omega} \left(1 + (n+1) \frac{L_a}{2L_{K3}^a} \right). \end{aligned}$$

Откуда, принимая во внимание $\Phi_{XX} = U_a/w_a\omega$, можем написать

$$\frac{\Phi_{CT}^{K3}}{\Phi_{XX}} = 1 + (n+1) \frac{L_a}{2L_{K3}^a},$$

что совпадает с выражением $\frac{\Phi_{CT}^{K3BH}}{\Phi_{CT}}$ (см. табл. 2). Аналогично согласно диаграмме

$$\begin{aligned} w_a \Phi_{\text{Бок}}^{K3} &= mn + no = \frac{nU_a}{\omega} + \frac{L'_b}{2} I_a^{K3} = \frac{nU_a}{\omega} + \\ &+ \frac{L'_b}{2} \frac{(n+1)U_a}{\omega L_{K3}^a} = \frac{U_a}{\omega} \left(n + (n+1) \frac{L'_b}{2L_{K3}^a} \right) \end{aligned}$$

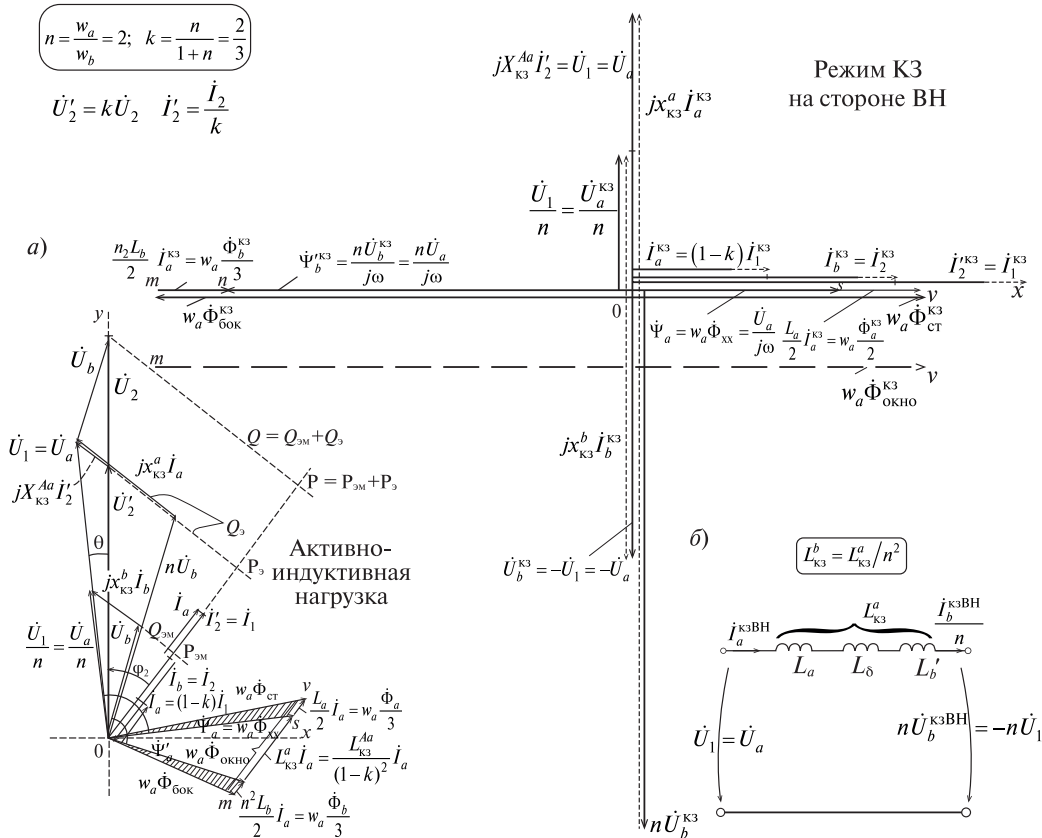


Рис. 5. Трехэтажная векторная диаграмма повышающего автотрансформатора в режиме активно-индуктивной нагрузки (а) и в режиме КЗ на стороне ВН (б)
 Fig. 5. Three-storey vector diagram of the step-up autotransformer in the active-inductive load mode (a) and in the short-circuit mode on the side of ВН (б)

и, следовательно,

$$\frac{\Phi_{\text{бок}}^{\text{кз}}}{\Phi_{\text{хх}}} = n + (n + 1) \frac{L'_b}{2L_{\text{кз}}^a},$$

что совпадает с выражением $\Phi_{\text{бок}}^{\text{кзВН}}$ (см. табл. 2). При этом диаграмма наглядно показывает, почему антисверхпоток в боковом ярме превышает сверхпоток в стержне, т. е. почему

$$\Phi_{\text{бок}}^{\text{кзВН}} > \Phi_{\text{ст}}^{\text{кзВН}}.$$

Для потока в окне согласно диаграмме имеем

$$\frac{\Phi_{\text{окно}}^{\text{кз}}}{\Phi_{\text{хх}}} = \frac{\Phi_{\text{бок}}^{\text{кз}}}{\Phi_{\text{хх}}} + \frac{\Phi_{\text{ст}}^{\text{кз}}}{\Phi_{\text{хх}}} = (n + 1) \left(1 + \frac{L'_b + L_a}{2L_{\text{кз}}^a} \right),$$

что совпадает с выражением для $\Phi_{\text{окно}}^{\text{кзВН}}$ (см. табл. 2).

Таблица 4

Построение векторной диаграммы повышающего автотрансформатора (рис. 5, а)

Table 4

The construction of a vector diagram of a step-up autotransformer (Fig. 5, a)

Этап	Последовательность построения векторов	Пояснения к построению диаграммы
1	\dot{U}_2 – вертикально вверх; \dot{I}_2	Ток \dot{I}_2 под углом φ_2 к \dot{U}_2
2	$\dot{I}'_2 = \dot{I}_2 / k = \dot{I}_1$ $\dot{U}'_2 = k\dot{U}_2$	Приведенные величины (рис. 3, а)
3	$\dot{I}_b = \dot{I}_2$; $\dot{I}_a = (1 - k)\dot{I}_1$; $\dot{I}_1 = \dot{I}_a + \dot{I}_b$	Рис. 2, б, в
4	$\dot{U}'_1 = \dot{U}_a = \dot{U}'_2 + jx_{\text{кз}}^{Aa} \dot{I}'_2$	Вектор $jx_{\text{кз}}^{Aa} \dot{I}'_2 \perp \dot{I}'_2$ (рис. 3, а); θ – угол между \dot{U}'_2 и \dot{U}'_1
5	\dot{U}_1 / n	—
6	$\dot{U}_b = \dot{U}_2 - \dot{U}_1$	\dot{U}_b совпадает с отрезком, проведенным из конца вектора \dot{U}_1 в конец вектора \dot{U}'_2
7	\dot{U}_b ; $n\dot{U}_b$	Здесь \dot{U}_b проведен из начала координат
8	$jx_{\text{кз}}^a \dot{I}_a$	Отрезком, проведенный из конца вектора $n\dot{U}_b$ в конец вектора \dot{U}_1 (рис. 2, в)
9	$jx_{\text{кз}}^b \dot{I}_b$	Отрезок, соединяющий концы векторов \dot{U}_b и \dot{U}_1 / n
10	$\dot{\Psi}_a = \dot{U}_a / j\omega = \dot{U}_1 / j\omega$	Потокосцепление $\dot{\Psi}_a \perp \dot{U}_a$;
11	$\dot{\Psi}'_b = n\dot{U}_b / j\omega$	Приведенное потокосцепление $\dot{\Psi}'_b \perp n\dot{U}_b$
12	Треугольник потокосцеплений на стороне общей а-обмотки $w_a \dot{\Phi}_{\text{ст}} = \dot{\Psi}_a + \frac{L_a \dot{I}_a}{2}$	К вектору $\dot{\Psi}_a$ пристраивается вектор $\overline{sv} = L_a \dot{I}_a / 2$ и проводится вектор $\overline{ov} = w_a \dot{\Phi}_{\text{ст}}$
13	Треугольник потокосцеплений на стороне последовательной b-обмотки $w_a \dot{\Phi}_{\text{бок}} = \dot{\Psi}'_b - \frac{n^2 L_b \dot{I}_a}{2}$	К вектору $\dot{\Psi}'_b$ пристраивается вектор $\overline{mn} = (n^2 L_b) \dot{I}_a / 2$ и проводится вектор $\overline{om} = w_a \dot{\Phi}_{\text{бок}}$
14	$\overline{ns} = L_{\text{кз}}^a \dot{I}_a$	—
15	$\overline{mv} = w_a \dot{\Phi}_{\text{окно}}$	—

Треугольники магнитных потоков понижающего автотрансформатора

Векторная диаграмма понижающего автотрансформатора (рис. 6, а) существенно отличается от таковой для повышающего автотрансформатора (рис. 5, а). Первичным является входное напряжение $\dot{U}_{вх} = \dot{U}_2$ на стороне ВН. Входной ток $\dot{I}_{вх} = -\dot{I}_2$ (см. рис. 2, а). Процедура построения диаграммы (рис. 6, а) по заданным значениям вторичного напряжения \dot{U}_a и тока нагрузки $\dot{I}_{нагр} = -\dot{I}_1$ представлена в табл. 5. В основе лежит схема замещения рис. 4 с сохранением указанных на ней обозначений напряжений и направлений токов ветвей, а также соотношений между ними. Поскольку при питании со стороны ВН более естественными для токов являются противоположные направления, на векторной диаграмме рис. 6, а они взяты со знаком минус. Смысл коэффициентов n и k и связи между ними остаются прежними. Построение диаграммы начинается с отложения вектора $\dot{U}_{нагр} = \dot{U}_a$ и тока $(-\dot{I}_1)$.

Треугольники мощностей можно получить, проектируя, как это показано на диаграмме рис. 6, а, векторы $\dot{U}_b, \dot{U}_a, \dot{U}_2 \equiv \dot{U}_{вх}$ на направление векторов тока (для получения величин $P_{эл}, P_3, P_{вх}$) и направление, перпендикулярное векторам тока (для получения величин $Q_{эл}, Q_3, Q_{вх}$). При этом будут получены треугольники входных мощностей со стороны ВН.

Сверх- и антипоток КЗ на векторной диаграмме понижающего автотрансформатора

Диаграмма иллюстрируется на рис. 6, б. Поскольку вторичное напряжение $\dot{U}_a = 0$, то ее построение начинается с напряжения $\dot{U}_b^{КЗ} = \dot{U}_{вх} \equiv \dot{U}_2$, отложенного вертикально вверх, и токов КЗ

$$j_{вх}^{КЗНН} = \frac{\dot{U}_{вх}}{\omega L_{КЗ}^{Ab}} = \frac{\dot{U}_b^{КЗ}}{\omega L_{КЗ}};$$

$$-j_b^{КЗНН} = -j_2^{КЗНН} \equiv j_{вх}^{КЗ};$$

$$-j_a^{КЗНН} = \frac{-j_b^{КЗНН}}{n} = \frac{-j_{вх}^{КЗ}}{n};$$

$$-j_H^{КЗНН} = -j_a^{КЗНН} + (-j_b^{КЗНН}) =$$

$$= \frac{j_{вх}^{КЗ}}{n} + j_{вх}^{КЗ} = \frac{n+1}{n} j_{вх}^{КЗ} = \frac{j_{вх}^{КЗ}}{k},$$

отложенных по горизонтали вправо. Последующие построения повторяют порядок действий с 5-го этапа табл. 5 при условии $\dot{U}_a = 0$ и $\dot{\Psi}_a = 0$, причем все величины помечены индексом КЗ. Если диаграмма при КЗ на стороне ВН содержит оба потокосцепления ($\dot{\Psi}_b^{КЗ}$ и $\dot{\Psi}_a$), то в случае КЗ на стороне НН в диаграмме имеет место только потокосцепление $\dot{\Psi}_b^{КЗ} \equiv n\dot{\Psi}_b^{КЗ}$, т.к. $\dot{\Psi}_a^{КЗНН} = 0$ и точка s совпадает с точкой o (рис. 6, б). Из-за увеличения $U_b^{КЗ}$, достигаю-

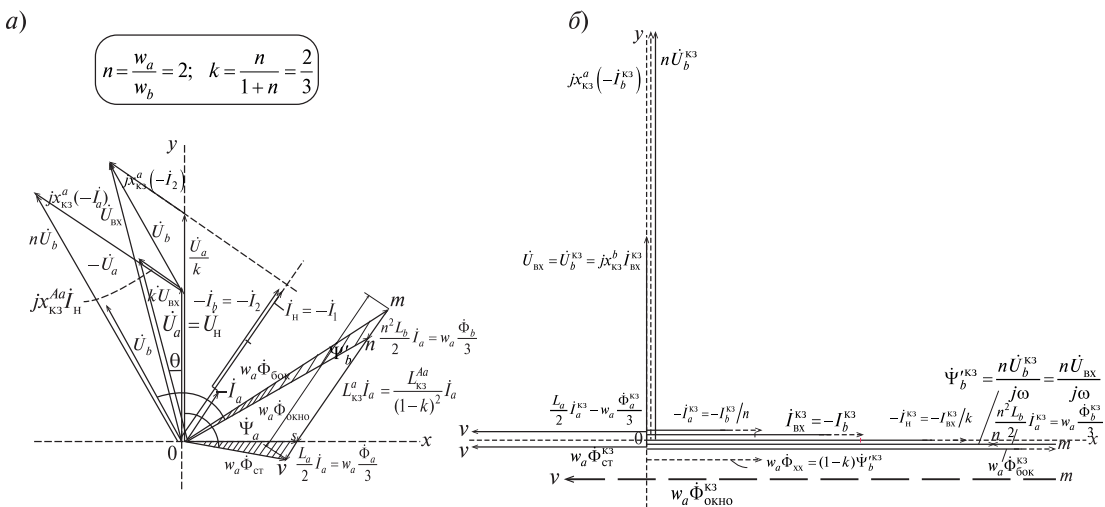


Рис. 6. Векторные диаграммы понижающего автотрансформатора в режиме активно-индуктивной нагрузки (а) и в режиме КЗ на стороне НН (б)

Fig. 6. Vector diagrams of the step-down autotransformer in the active-inductive load mode (а) and in the short-circuit mode on the LV side (б)

Таблица 5

Построение векторной диаграммы понижающего автотрансформатора (рис. 6, а)

Table 5

The construction of a vector diagram of a decreasing autotransformer (Fig. 6, a)

Этап	Последовательность построения векторов	Пояснения к построению Диаграммы
1	$\dot{U}_i = \dot{U}_a$ – вертикально вверх $\dot{I}_{i\text{аао}} = -\dot{I}_1$	\dot{U}_i – напряжение на нагрузке \dot{I}_i – ток в нагрузке под углом φ_n к \dot{U}_i
2	$-\dot{I}_a = (1-k)(-\dot{I}_1);$ $\dot{I}_{\text{ао}} \equiv -\dot{I}_2 = -\dot{I}_b = k(-\dot{I}_1)$	Токи взяты со знаком минус (рис. 3, а)
3	$\dot{I}_b = \dot{I}_2; \dot{I}_a = (1-k)\dot{I}_1; \dot{I}_1 = \dot{I}_a + \dot{I}_b$	Рис. 2, б, в
4	$k\dot{U}_{\text{вх}} = \dot{U}_a + jx_{\text{кз}}^a(-\dot{I}_1)$	$\dot{U}_{\text{вх}} = \dot{U}_2$ – первичное напряжение на стороне ВН (рис. 3, а); θ – угол между \dot{U}_i и $\dot{U}_{\text{вх}}$
5	$\dot{U}_{\text{вх}}$	$\dot{U}_{\text{вх}} = k\dot{U}_{\text{вх}} / k$
6	$\dot{U}_b = \dot{U}_{\text{вх}} - \dot{U}_a$	\dot{U}_b совпадает с отрезком, проведенным из конца вектора \dot{U}_a в конец вектора $\dot{U}_{\text{вх}}$
7	$\dot{U}_b; n\dot{U}_b$	Здесь \dot{U}_b проведен из начала координат
8	$jx_{\text{кз}}^a(-\dot{I}_a)$	Совпадает с отрезком, проведенным из конца вектора \dot{U}_a в конец вектора $n\dot{U}_b$
9	$jx_{\text{кз}}^b(-\dot{I}_2) = jx_{\text{кз}}^b\dot{I}_{\text{вх}}$	Совпадает с отрезком, проведенным из конца вектора \dot{U}_a / k в конец вектора $\dot{U}_{\text{вх}}$ (рис. 3, б)
10	$\dot{\Psi}_a = \dot{U}_a / j\omega = \dot{U}_i / j\omega$	Потокосцепление $\dot{\Psi}_a \perp \dot{U}_a$
11	$\dot{\Psi}'_b = n\dot{U}_b / j\omega$	Приведенное потокосцепление $\dot{\Psi}'_b \perp n\dot{U}_b$
12	Треугольник потокосцеплений на стороне общей a -обмотки $w_a\dot{\Phi}_{\text{ст}} = \dot{\Psi}_a + \frac{L_a\dot{I}_a}{2}$	К вектору $\dot{\Psi}_a$ пристраивается вектор $\overline{sv} = L_a\dot{I}_a / 2$ и проводится вектор $\overline{ov} = w_a\dot{\Phi}_{\text{ст}}$
13	Треугольник потокосцеплений на стороне последовательной b -обмотки $w_a\dot{\Phi}_{\text{бок}} = \dot{\Psi}'_b - \frac{n^2L_b\dot{I}_a}{2}$	К вектору $\dot{\Psi}'_b$ пристраивается вектор $\overline{mn} = n^2L_b\dot{I}_a / 2$ и проводится вектор $\overline{om} = w_a\dot{\Phi}_{\text{бок}}$
14	$\overline{ns} = L_{\text{кз}}^a\dot{I}_a$	–
15	$\overline{mv} = w_a\dot{\Phi}_{\text{окно}}$	–

щей значения $U_{\text{вх}} \equiv U_2$, величина $\Psi_b'^{\text{кз}}$ оказывается весьма значительной, существенно превышающей отрезок $w_a\Phi_{\text{хх}}$. Он изображен на диаграмме пунктиром как часть отрезка $\Psi_b'^{\text{кз}}$, получаемого с учетом следующего условия: поток ХХ, создаваемый при питании напряжения

U_1 со стороны НН, тождественно равен потоку ХХ при питании $U_2 = U_1/k$ со стороны ВН, т. е.

$$w_a\Phi_{\text{хх}} = \frac{U_1}{\omega} = \frac{kU_2}{\omega},$$

что позволяет написать следующую цепочку равенств (при $U_{\text{вх}} = U_2$):

$$\begin{aligned} \Psi_b^{K3} &= \frac{nU_b^{K3}}{\omega} = \frac{nU_{BX}}{\omega} = \frac{nU_2}{\omega} = \\ &= \frac{n k U_2}{k \omega} = \frac{n}{k} w_a \Phi_{XX} = \frac{w_a \Phi_{XX}}{1-k}. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$w_a \Phi_{XX} = (1-k) \dot{\Psi}_b^{K3}.$$

Имеет место также связь

$$U_{BX} = \omega \frac{w_a \Phi_{XX}}{n(1-k)} = \omega \frac{w_a \Phi_{XX}}{k},$$

и входной ток при КЗ можно представить в виде

$$I_{BX}^{K3HH} = \frac{\dot{U}_{BX}}{\omega L_{K3}^{Ab}} = \frac{w_a \Phi_{XX}}{k L_{K3}^{Ab}} = k \frac{w_a \Phi_{XX}}{I_{K3}^a}.$$

Поскольку $\dot{\Psi}_a^{K3HH} = 0$, то треугольник потоков osv превратился в отрезок ov . Треугольник потоков omn вытянут в линию. Потоки в стали Φ_{CT}^{K3} и Φ_{BOK}^{K3} оказываются существенно превышающими поток холостого хода Φ_{XX} и в этом смысле являются сверхпотоками. Причем с учетом направления Φ_{CT}^{K3} , противоположного направлению Φ_{BOK}^{K3} , его следует называть *анти-сверхпоток*. Наибольшее значение принимает поток в окне Φ_{OKHO}^{K3} , показанный на диаграмме пунктирной линией. По диаграмме можно получить *действующие* значения всех потоков при КЗ на стороне НН. С учетом приведенных соотношений получаем

$$\begin{aligned} w_a \Phi_{CT}^{K3} = ov &= \frac{L_a}{2} I_a^{K3HH} = \frac{L_a}{2} \frac{I_{BX}^{K3}}{n} = \\ &= \frac{L_a k}{2 n} \frac{w_a \Phi_{XX}}{L_{K3}^a} = \frac{L_a}{2 L_{K3}^a} (1-k) w_a \Phi_{XX}, \end{aligned}$$

откуда

$$\frac{\Phi_{CT}^{K3}}{\Phi_{XX}} = \frac{\Phi_{CT}^{K3}}{\Phi_{XX}} = (1-k) \frac{L_a}{2 L_{K3}^a},$$

что совпадает с выражением $\frac{\Phi_{CT}^{K3BH}}{\Phi_{XX}}$ (см. табл. 2). Аналогично согласно диаграмме (с учетом $n^2 L_b = L_b'$)

$$\begin{aligned} w_a \Phi_{BOK}^{K3} = on + nm &= \Psi_b^{K3} \hat{e}_\zeta + \frac{L_b'}{2} I_a^{K3HH} = \\ &= \frac{w_a \Phi_{XX}}{1-k} + \frac{L_b'}{2} \frac{I_{BX}^{K3HH}}{n} = \frac{w_a \Phi_{XX}}{1-k} + \frac{L_b' k}{2 n} \frac{w_a \Phi_{XX}}{L_{K3}^a} \end{aligned}$$

и, следовательно,

$$\frac{\Phi_{BOK}^{K3}}{\Phi_{XX}} = \frac{\Phi_{BOK}^{K3}}{\Phi_{XX}} = \frac{1}{(1-k)} \left(1 + \frac{L_b'}{2 L_{K3}^a} \right),$$

что совпадает с выражением $\frac{\Phi_{BOK}^{K3HH}}{\Phi_{XX}}$ (см. табл. 2). Диаграмма наглядно иллюстрирует, почему сверхпоток в боковом ярме существенно превышает сверхпоток в стержне, т. е. почему

$$\Phi_{BOK}^{K3HH} > \Phi_{CT}^{K3HH}.$$

При этом замечаем, что в режиме КЗ наиболее нагруженным в магнитном отношении оказывается всегда боковое ярмо независимо от того, с какой стороны автотрансформатор (с внутренней общей обмоткой) закорочен.

Заключение

Преобразование декондуктивизации схемы автотрансформатора приобрело новое содержание в результате перехода к его двухтрансформаторной модели, позволившей наглядно отобразить его транспортабельные особенности. Построенные с ее помощью полные векторные диаграммы открывают возможности для более глубокого анализа любых установившихся режимов автотрансформатора, в том числе для установления перевозбуждения его магнитной системы при КЗ, которое, как показано, существенно, почти на порядок может превышать аналогичные явления в силовых трансформаторах. Диаграммы могут быть приняты за основу для корректного объяснения более низкого показателя степени электродинамической стойкости автотрансформаторов по сравнению со стойкостью трансформаторов. Установлено, что в автотрансформаторе с внутренней общей обмоткой сверхпоток КЗ в боковом ярме больше сверхпотока КЗ в стержне независимо от того, является автотрансформатор повышающим или понижающим. Помимо практического, представленная двухтрансформаторная модель имеет важное теоретическое значение, так как открыта для ее дополнения ветвями намагничивания при учете насыщения отдельных частей магнитопровода, а также для мониторинга автотрансформатора векторным потенциалом благодаря отображению в модели его реальных магнитных потоков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Шакиров М.А.** Универсальная теория авто-трансформатора // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2015. № 2 (219). С. 91–109. DIO: 10.5862/JEST.219.11
2. **Важнов А.И.** Электрические машины. Л.: Энергия, 1968. 708 с.
3. **Васютинский С.Б.** Вопросы теории и расчета трансформаторов. Л.: Энергия, 1970. 432 с.
4. **Петров Г.Н.** Электрические машины. Ч1. Трансформаторы. М.: Энергия, 1974. 240 с.
5. **Вольдек А.И.** Электрические машины. Л.: Энергия, 1974. 840 с.
6. **Иванов-Смоленский А.И.** Электрические машины. М.: Энергия, 1980. 928 с.
7. **Сергеенков Б.Н., Киселев В.М., Акимова Н.А.** Электрические машины. Трансформаторы / Под ред. И.П. Копылова. М.: Высшая школа, 1989. 352 с.
8. **Kulkarni S. V., Khaparde S.A.** Transformer Engineering: Design and Practice. Marcel Dekker, Inc. N.Y. 2004. 721 p.
9. **Boyajian A.** Resolution of transformer reactances into primary and secondary reactances // AIEE Trans., Jun. 1925. P. 805–810.
10. **Марквардт Е.Г.** Электромагнитные расчеты трансформаторов. М.: ОНТИ, Редакция энергетической литературы, 1938.
11. **Cherry E.C.** The duality between interlinkend electric and magnetic circuits and the formulation of transformer equivalent circuits // Proceedings of the Physical Society. Feb. 1949. Vol. (B) 62. P. 101–111,
12. **Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lennox T.C. Minnes S. Montsinger M. V.** Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. New York: Wiley, 1951.
13. **Вольдек А.И.** Схемы замещения индуктивно связанных цепей и их параметры. Таллин: Эстонское государственное издательство, 1952, 36 с.
14. **Slemon G. R.** Equivalent Circuits for Transformers and machines including nonlinear effects // Proc. Inst. Elect. Eng. IV, 1953. Vol. 100. P. 129–143.
15. **Пенчев П.Р.** Вверху разсейването в трансформаторите. София: Техника, 1969.
16. **Лейтес Л.В.** Эквивалентная схема двухобмоточного трансформатора, опыты х.х. и к.з. // Труды ВЭИ. 1969. С. 277–297.
17. **Лейтес Л.В., Пинцов А.М.** Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. М.: Энергия, 1974.
18. **Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M.** Transformers in Power System ransients: Parameter Determination / Ed. Boca Raton, FL: CRC. 2009. Ch. 4. P. 177–250.
19. **Leon F., Farazmand A., J.** Comparing the T and Equivalent Circuits for the Calculation of Transformer Inrush Currents // IEEE Trans. Power Delivery. October 2012. Vol. 27. No 4. P. 2390–2397.
20. **Левицкая Е.И., Лурье А.И., Паниbrateц А.Н.** Проблема электродинамической стойкости трансформаторов при коротких замыканиях // Электротехника. 2001. № 9. С. 47–54.
21. Электродинамическая стойкость трансформаторов и реакторов при коротких замыканиях / Под ред. А.И. Лурье. М.: Знак, 2005. 520 с.
22. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 2 // Электричество. 2014. № 10. С. 53–65.
23. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 4 // Электричество. 2017. № 3. С. 37–49.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ШАКИРОВ Мансур Акмелович — доктор технических наук профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.
E-mail: manshak@mail.ru

REFERENCES

- [1] **Shakirov M.A.** Universalnaya teoriya avtotransformatora. *Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti SPbGPU*. 2015. № 2 (219). S. 91–109. DIO: 10.5862/JEST.219.11 (rus.)
- [2] **Vazhnov A.I.** Elektricheskiye mashiny. L.: Energiya, 1968. 708 s. (rus.)
- [3] **Vasyutinskiy S. B.** Voprosy teorii i rascheta transformatorov. L.: Energiya, 1970. 432 s. (rus.)
- [4] **Petrov G.N.** Elektricheskiye mashiny. Ch1. Transformatory. M.: Energiya, 1974. 240 s. (rus)
- [5] **Voldek A. I.** Elektricheskiye mashiny. L.: Energiya, 1974. 840 s. (rus)
- [6] **Ivanov-Smolenskiy A. I.** Elektricheskiye mashiny. M.: Energiya, 1980. 928 s. (rus)
- [7] **Sergeyevnikov B.N., Kiselev V.M., Akimova N.A.** Elektricheskiye mashiny. Transformatory / Pod red. I.P. Kopylova. M.: Vysshaya shkola, 1989. 352 s. (rus.)
- [8] **Kulkarni S. V., Khaparde S.A.** Transformer Engineering: Design and Practice. Marcel Dekker, Inc. N.Y., 2004. 721 p.
- [9] **Boyajian A.** Resolution of transformer reactances into primary and seconddary reactances. *AIEE Trans.* Jun. 1925. P. 805–810.

- [10] **Markvardt Ye. G.** Elektromagnitnyye raschety transformatorov. M.: ONTI, Redaktsiya energeticheskoy literatury, 1938. (rus.)
- [11] **Cherry E. C.** The duality between interlinkend electric and magnetic circuits and the formulation of transformer equivalent circuits. *Proceedings of the Physical Society*. Feb. 1949. Vol. (B) 62. P. 101–111.
- [12] **Blume L. F., Boyajian A., Gamilly G., Lennox T. C., Minnec S., Montsinger M. V.** Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. New York: Wiley, 1951.
- [13] **Voldek A. I.** Skhemy zameshcheniya induktivno svyazannykh tsepey i ikh parametry. Tallin: Estonskoye gosudarstvennoye izdatelstvo, 1952. 36 s. (rus.)
- [14] **Slemon G. R.** Equivalent Circuits for Transformers and machines including nonlinear effects. *Proc. Inst. Elect. Eng., IV*. 1953. Vol. 100. P. 129–143.
- [15] **Penchev P. R.** Vyerkhuz razseyvaneto v transformatorite. Sofiya: Tekhnika, 1969.
- [16] **Leytes L. V.** Ekvivalentnaya skhema dvukhobmotochnogo transformatora, opyty kh.kh. i k.z. *Trudy VEI*. 1969. S. 277–297. (rus.)
- [17] **Leytes L. V., Pintsov A. M.** Skhemy zameshcheniya mnogoobmotochnykh transformatorov. M.: Energiya, 1974. (rus.)
- [18] **Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M.** Transformers in Power System ransients: Parameter Determination / Ed. Boca Raton. FL: CRC. 2009. Ch. 4. P. 177–250.
- [19] **Leon F., Farazmand A., J.** Comparing the T and Equivalent Circuits for the Calculation of Transformer Inrush Currents. *IEEE Trans. Power Delivery*. October 2012. Vol. 27. No.4. P. 2390–2397.
- [20] **Levitskaya Ye.I., Lurye A.I., Panibratets A.N.** Problema elektrodinamicheskoy stoykosti transformatorov pri korotkikh zamykaniyakh. *Elektrotehnika*. 2001, № 9. S. 47–54. (rus.)
- [21] Elektrodinamicheskaya stoykost transformatorov i reaktorov pri korotkikh zamykaniyakh / Pod red. A. I. Lurye. M.: Znak, 2005. 520 s. (rus.)
- [22] **Shakirov M. A.** Vektor Poyntinga i novaya teoriya transformatorov. Chast 2. *Elektrichestvo*. 2014. № 10. S. 53–65. (rus.)
- [23] **Shakirov M. A.** Vektor Poyntinga i novaya teoriya transformatorov. Chast 4. *Elektrichestvo*. 2017. № 3. S. 37–49. (rus.)

AUTHORS

SHAKIROV Mansur A. — *Peter the Great St. Petersburg polytechnic university.*
E-mail: manshak@mail.ru

Дата поступления статьи в редакцию: 12 октября 2017 г.