



DOI: 10.18721/JEST.230304

УДК 536.7

*В.А. Бариллович, Ю.А. Смирнов*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ РАСЧЕТА ЭРЛИФТА И СТРУЙНОГО НАСОСА

На основе предложенных авторами систем дифференциальных уравнений законов сохранения выполнен в одномерной и стационарной постановке расчет эрлифта и струйного насоса (эжектора), работающего на двухфазном потоке «вода — песок». Для струйного насоса последовательно рассмотрено двухфазное течение в вертикальной трубе и струйном насосе. Для каждого случая предложены физическая и математическая модели, проведены численные расчеты, позволяющие определить размеры проточной части эжектора и изменение основных физических параметров двухфазного потока по его длине. При написании уравнений количества движения для жидкой и твердой фаз использовались классические коэффициенты сопротивления и трения в зависимости от числа Рейнольдса. Результаты решения дифференциальных уравнений иллюстрируются в виде графиков. Представленные физическая и математическая модели расчета эрлифта и струйного насоса являются дальнейшим совершенствованием методов расчета аппаратов данного класса.

ЭРЛИФТ; ЭЖЕКТОР; ДВУХФАЗНЫЙ ПОТОК; СКВАЖИНА; СОПЛО; КОМПРЕССОР; НАСОС.

*Ссылка при цитировании:*

В.А. Бариллович, Ю.А. Смирнов. Совершенствование расчета эрлифта и струйного насоса // *Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки*. 2017. Т. 23. № 3. С. 37–48. DOI: 10.18721/JEST.230304

*V.A. Barilovich, Yu.A. Smirnov*

Peter the Great St. Petersburg polytechnic university, Saint-Peterburg, Russian Federation

## IMPROVEMENT OF AIRLIFT AND JET PUMP CALCULATIONS

The calculations of an airlift and a jet pump (ejector) working in a two-phase (water/sand stream) mode is executed on the basis of systems of differential equations of the conservation laws suggested by the AUTHORS. The calculations are performed as one-dimensional and stationary. For the calculation of the jet pump the two-phase flow in a vertical pipe was studied followed by the same calculations for the jet pump. Physical and mathematical models are offered for each of the cases. The numerical data calculations allowing to determine the sizes of the ejector's flow element, and variation of the key physical parameters of a two-phase stream lengthwise are carried out. When developing the equations for movement measurement for liquid and solid phases, the classical coefficients of resistance and friction based on Reynolds's numbers were used. The results of the differential equation solutions are illustrated with graphs. The presented physical and mathematical models of calculation of the airlift and the jet pump are a further advance of methods of calculation of jet devices of this class.

AIRLIFT; EJECTOR; TWO-PHASE STREAM; WELL; NOZZLE; COMPRESSOR; PUMP.

*Citation:*

V.A. Barilovich, Yu.A. Smirnov, Improvement of airlift and jet pump calculations, *St. Petersburg polytechnic university journal of engineering sciences and technology*, 23 (03) (2017) 37–48, DOI: 10.18721/JEST.230304

### Введение

Идея создания эрлифта для откачки воды из шахт принадлежит немецкому горному инженеру Карлу Лошере (1797 год). Применение эрлиф-

тов при добыче нефти было предложено инженерами Шуховым и Бари. Значительный вклад в развитие методов расчета эрлифтов и струйных насосов внесли Ф.А. Папаяни, Л.Н. Козиряцкий, В.С. Пашенко, А.П. Кононенко, В.Г. Гейер,

В.С. Дулин, В.И. Лазаренко, В.М. Яковлев, М.Г. Бойко, О.В. Федоров, В.М. Моргунов, Б.Э. Фридман, П.Н. Каменев, Е.Я. Соколов, Н.М. Зингер.

Наибольшее распространение при расчете эрлифтов получил метод, предложенный профессором В.Г. Гейером. При создании модели процесса считалось, что относительная скорость фаз равна 0,3 м/с. Уравнение для определения объемного расхода воды, полученное им, имеет вид

$$\dot{Q}_ж = (K_Q^2 g D_{тр}^5)^{0,5},$$

где  $K_Q = \frac{1}{1+q} \sqrt{\frac{n}{\psi} + q - \frac{1}{n}}$ ;  $D_{тр}$  — диаметр подъемной трубы;  $n = H_1 / (H_1 + H)$  — относительный коэффициент погружения эрлифта (см. рис. 1);

$\psi = 12,5$ ;  $q = \left(\frac{2}{n} - 1\right) \left(1 + \frac{\rho_ж g H_1}{2 p_{ос}}\right)$  — удельный расход воздуха. Объемный расход смеси определяется по формуле  $\dot{Q}_{см} = \dot{Q}_п / q$ .

Методика расчета эрлифта, разработанная в ДонНТУ В.Е. Малеевым и А.В. Игнатовым, основывается на обработке опытных данных. Объемный расход смеси предлагается определять по формуле

$$\dot{Q}_{см} = C D_{тр}^{2,5},$$

где

$$C = -1,96 + 8,96n + 2,574 \left(1 - \exp(-0,5(\dot{Q}_в / \dot{Q}_б - 1))\right);$$

$$\dot{Q}_б = (2...3) D_{тр}^2 (1-n) \left(1 + \frac{\rho_ж g H_1}{2 p_{ос}}\right)$$

— объемный расход воздуха, при котором имеет место барботажный режим.

На основании обработки опытных данных, известных по публикациям, в [1] получены эмпирические зависимости для расчета, как утверждают авторы, оптимальных струйных насосов, работающих на однофазных жидкостях. Для расчета эжектора предлагаются формулы:

$$h_0 f_0 = \mu_0^2,$$

где  $h_0 = \frac{(p_{ввых} - p_{всас})}{(p_{вх} - p_{всас})}$ ;  $f_0 = \frac{F_{камер см}}{F_{сопл}}$ ;  $q_0 = \frac{\dot{Q}_{всас}}{\dot{Q}_{вх}} = 0,66(f_0 - 1)^{0,18}$  — коэффициент эжекции;  $\eta = \frac{q_0 h_0}{(1 - h_0)} \approx \frac{q_0 \mu_0^2}{(f_0 - \mu_0^2)}$  — КПД;  $\mu_0$  — коэффициент расхода.

Ряд работ, посвященных расчету эрлифтов, основан на методике, изложенной в [2]; авторы предлагают различные варианты ее модификации по результатам экспериментальных исследований [3, 4]. Важным направлением является исследование характеристик эрлифтных установок при различных режимных и конструктивных параметрах [5–14].

Таким образом, существующие методы расчета эрлифта и струйного насоса базируются на уравнениях сохранения в интегральной форме с привлечением опытных данных. Такой подход к решению задачи не позволяет определить физическое состояние двухфазного потока вдоль продольной координаты канала.

В последние годы появились работы, в которых расчет струйных насосов выполнен с применением современных методов вычислительной гидродинамики. Исследовано влияние формы активного сопла насоса [15], положения носика сопла в камере смешения [16], шероховатости поверхности проточной части [17].

### Постановка задачи

Цель нашей работы — предложить метод расчета эрлифта и струйного насоса на основе решения дифференциальных уравнений законов сохранения. Результаты расчета этим методом позволят конструктору более ясно представить картину процесса, что будет способствовать улучшению проектных разработок. Ниже изложены основы предлагаемого метода применительно к эрлифту и струйному насосу и даны примеры их расчета.

### Расчет эрлифта

Пузырьковая структура может совершать работу в поле гравитационных сил по поднятию жидкости из скважин, колодцев, цистерн и подаче ее потребителю. Простейшая установка, как правило, состоит из вертикальной трубы,

внутри которой на некотором расстоянии  $h$  от нижнего среза (обычно около одного метра, см. рис.1) подается сжатый воздух в смеситель. Простейший смеситель состоит из трубки с отверстиями. Трубка, подающая воздух, находится вне основной трубы.

Предлагаемый метод расчета основывается на решении дифференциальных уравнений законов сохранения, представленных в одномерной и стационарной постановке, что позволяет определять состояние двухфазного потока вдоль продольной координаты в зависимости от граничных условий и выявлять роль силовых воздействий — трения, сопротивления, гравитации и геометрии канала на поток. В обычно применяемых расчетах остаются открытыми вопросы образования пузырьков в смесителе и их размеры (в расчетах поток пузырей и их размеры задаются). Считается, что диаметр пузырька равен диаметру отверстия в крышке торца трубки, подающей воздух.

В рассматриваемом случае диаметр подающей воздух трубки — 32 мм, отверстия — 2 мм, число отверстий — 200 шт., диаметр водоподъемной трубы — 100 мм, производительность эрлифта — 15 кг/с воды, процент погружения —  $H_1/(H_1+H) = 0,7$ , где  $H_1$  — глубина погружения,  $H$  — высота подъема воды.

Давление воздуха за компрессором —  $p_2 = H_1 \rho_{ж} g$ . Скорость воздуха на выходе из отверстия в крышке торца трубки, подающей воздух,

$$w_{п} = \frac{4\dot{G}_{п}}{\rho_{п}(p_2)\pi D_{от}^2 n_{от}}$$

Скорость воды на входе водоподъемной трубы

$$w_{ж} = \frac{\dot{G}_{ж}}{\left(F_{тр} - \frac{\dot{G}_{п}}{\rho_{п} w_{п}}\right) \rho_{ж}}$$

Мощность компрессора

$$N_{к} = \frac{k R_{п} T_1^* \dot{G}_{п}}{(k-1)\eta_k} \left[ \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

Эффективность эрлифта (КПД):  $\eta = H \rho_{ж} g / N_{к}$ .

Соотношение между массовыми расходами газа и жидкости должно быть таким, чтобы

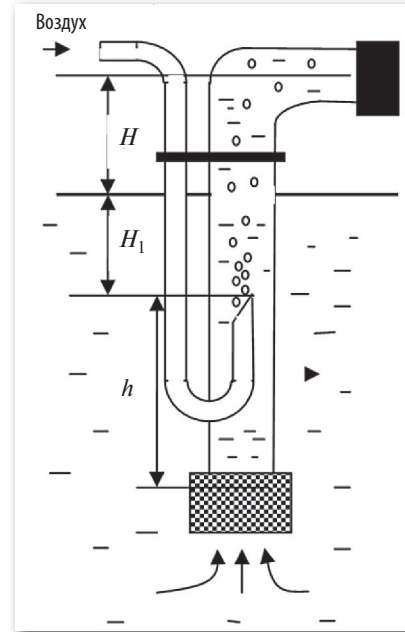


Рис. 1. Схема эрлифта

Fig. 1. Scheme of an airlift

структура потока была пузырьковой на всей длине водоподъемной трубы ( $H + H_1$ ), то есть плотность смеси  $\rho_{см}$  должна быть больше граничной,  $\rho_{гр} = \rho_{ж} (1 - \pi\sqrt{2}/6)$ , при которой пузырьковая структура переходит в газок капельную.

Из выражения

$$\rho_{см} = \frac{\rho_{ж} \rho_{п}}{(1 - \dot{G}_{п} / \dot{G}_{см}) \rho_{п} + \rho_{ж} \dot{G}_{п} / \dot{G}_{см}}$$

определим массовый расход смеси

$$\dot{G}_{см} = \frac{(\rho_{ж} - \rho_{п}) \dot{G}_{п} \rho_{см}}{\rho_{п} (\rho_{ж} - \rho_{п})}$$

где  $\rho_{см} \geq \rho_{гр}$ , а  $\dot{G}_{см} = \dot{G}_{ж} + \dot{G}_{п}$ . Таким образом, соотношение между расходами газа и жидкости, обеспечивающее пузырьковую структуру потока, установлено.

Для решения задачи составим систему дифференциальных уравнений.

Уравнение движения жидкостного потока

$$d(\dot{G}_{ж} w_{ж}) = -f_{ж} dp + D^* n_v F_{тр} dx - \tau_w \pi D_{тр} dx - \rho_{ж} f_{ж} g dx$$

преобразуем к виду

$$\frac{dw_{ж}}{dx} = \left( -f_{ж} \frac{dp}{dx} + D^* n_v F_{тр} - \tau_w \pi D_{тр} - \rho_{ж} f_{ж} g \right) \frac{1}{\dot{G}_{ж}}, \quad (1)$$

где  $D^* = c_x \pi D_{п}^2 \rho_{ж} |w_{п} - w_{ж}| (w_{п} - w_{ж}) / 8$  — сила сопротивления одного пузырька; подстрочные индексы: ж — жидкость, п — пузырек, тр — труба.

Уравнение движения пузырька имеет вид

$$\rho_{п} V_{п} \frac{dw_{п}}{d\tau} = -V_{п} \frac{dp}{dx} - D^* - \frac{1}{2} \rho_{ж} V_{п} \left( \frac{dw_{п}}{d\tau} - \frac{dw_{ж}}{d\tau} \right) + g V_{п} (\rho_{ж} - \rho_{п}).$$

В уравнении, кроме сил статического давления и сопротивления, учитывается сила, обусловленная присоединенной массой (третий член в правой части уравнения), и подъемная сила, действующая на пузырек, (четвертое слагаемое).

При подъемном движении потока в вертикальных каналах сила Архимеда способствует ускорению пузырька, поэтому в уравнении четвертое слагаемое должно быть положительным, (при опускном движении — отрицательным).

Запишем уравнение в более удобном для решения виде:

$$\frac{dw_{п}}{dx} = \left( -V_{п} \frac{dp}{dx} - D^* + \frac{1}{2} \rho_{ж} V_{п} w_{ж} \frac{dw_{ж}}{dx} + g (\rho_{ж} - \rho_{п}) V_{п} \right) / \left[ \rho_{п} w_{п} V_{п} \left( 1 + \frac{\rho_{ж}}{2\rho_{п}} \right) \right]. \quad (2)$$

Так как расходы жидкости и пузырьков газа остаются постоянными, то для жидкой фазы можно написать

$$d(\rho_{ж} f_{ж} w_{ж}) = 0,$$

или

$$\frac{df_{ж}}{dx} = - \frac{\dot{G}_{ж}}{\rho_{ж} w_{ж}^2} \frac{dw_{ж}}{dx} = - \frac{f_{ж}}{w_{ж}} \frac{dw_{ж}}{dx}. \quad (3)$$

Кроме того,  $F_{тр} = f_{ж} + f_{п} = \text{const}$ . Следовательно,

$$df_{ж} = -df_{п}. \quad (4)$$

Взяв производную от уравнения сплошности по  $x$  при  $\rho_{ж} = \text{const}$

$$d(w_{п} f_{п} \rho_{п} + w_{ж} f_{ж} \rho_{ж}) = 0,$$

получим

$$\left( w_{п} f_{п} \frac{d\rho_{п}}{dx} + \rho_{п} w_{п} \frac{df_{п}}{dx} + \rho_{п} f_{п} \frac{dw_{п}}{dx} + w_{ж} \rho_{ж} \frac{df_{ж}}{dx} + \rho_{ж} f_{ж} \frac{dw_{ж}}{dx} \right) = 0. \quad (5)$$

Подставляя (3) в (5) с учетом (4), будем иметь:

$$\frac{w_{п} f_{п}}{a_{п}^2} \frac{dp}{dx} + \left[ \rho_{ж} f_{ж} - (w_{ж} \rho_{ж} - \rho_{п} w_{п}) \frac{\dot{G}_{ж}}{w_{ж}^2 \rho_{ж}} \right] \frac{dw_{ж}}{dx} + \rho_{п} f_{п} \frac{dw_{п}}{dx} = 0, \quad (6)$$

где  $w_{п} f_{п} \frac{d\rho_{п}}{dx} = \frac{w_{п} f_{п}}{a_{п}^2} \frac{dp}{dx}$ ;  $a_{п}$  — термодинамическая скорость звука в воздухе;  $f_{п} = V_{п} \dot{n} / w_{п}$ ;  $\dot{n}$  — поток пузырей, 1/с.

Подставив (1) и (2) в (6), получим уравнение, из которого определим  $dp/dx$ .

Собрав слагаемые при  $dp/dx$ , после преобразований получим

$$\frac{f_{п}}{w_{п}} \times \left[ \left( \frac{w_{п}}{a_{п}} \right)^2 - \left( \frac{\dot{G}_{ж}}{\dot{G}_{п}} \right) \left( \frac{w_{п}}{w_{ж}} \right)^3 \left( \frac{\rho_{п}}{\rho_{ж}} \right)^2 - \frac{3}{\left( 2 + \frac{\rho_{ж}}{\rho_{п}} \right)} \right] \times \frac{dp}{dx} = A \frac{dp}{dx} \quad (7)$$

— левую часть уравнения, где последнее слагаемое отражает влияние присоединенной массы.

Отметим, что если плотности равны между собой, то получается традиционная единица.

Для правой части (слагаемые без  $dp/dx$ ) будем иметь:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\rho_{\text{п}} w_{\text{п}}}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} + \frac{f_{\text{п}}}{2w_{\text{п}} f_{\text{ж}} \left( 1 + \frac{\rho_{\text{ж}}}{2\rho_{\text{п}}} \right)} \right) \tau_w \pi D_{\text{тр}} - \\ & - \left[ \frac{\rho_{\text{п}} w_{\text{п}} n_v F_{\text{тр}}}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} + \frac{f_{\text{п}}}{w_{\text{п}} V_{\text{п}} \left( 1 + \frac{\rho_{\text{ж}}}{2\rho_{\text{п}}} \right)} \left( \frac{n_v F_{\text{тр}} V_{\text{п}}}{2f_{\text{ж}}} - 1 \right) \right] D^* + \\ & + \left( \frac{\rho_{\text{п}} w_{\text{п}}}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} + \frac{f_{\text{п}}}{2w_{\text{п}} f_{\text{ж}} \left( 1 + \frac{\rho_{\text{ж}}}{2\rho_{\text{п}}} \right)} \right) \rho_{\text{ж}} f_{\text{ж}} g - \\ & - \frac{f_{\text{п}} g (\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{п}})}{w_{\text{п}} \left( 1 + \frac{\rho_{\text{ж}}}{2\rho_{\text{п}}} \right)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Приравнявая (7) и (8), найдем  $dp/dx$ .

Зная градиент давления, из (1), (2) и (3) определяем  $dw_{\text{п}}/dx$ ,  $dw_{\text{ж}}/dx$ ,  $df_{\text{ж}}/dx$  и текущие значения  $p$ ,  $w_{\text{ж}}$ ,  $w_{\text{п}}$ ,  $f_{\text{ж}}$ ,  $f_{\text{п}}$ ,  $\rho_{\text{см}}$ ,  $\rho_{\text{п}} = p/(RT)$ .

Результаты расчета представлены на рис. 2.

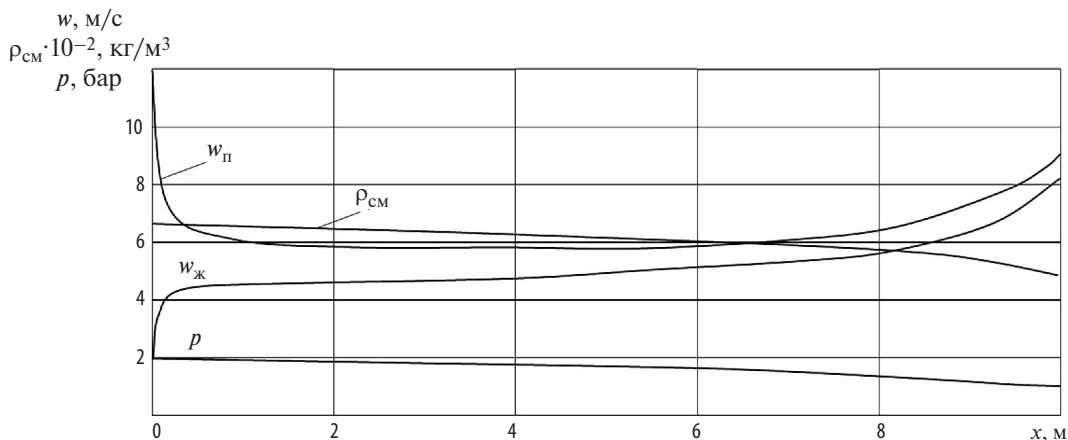


Рис. 2. Изменение основных параметров потока по высоте подъемной трубы эрлифта

Fig. 2. Change of key parameters of a stream on height of a lifting pipe of an airlift

### Расчет струйного насоса (эжектора)

Струйные компрессоры в энергетике выполняют, как правило, вспомогательную роль. Например, в паротурбинных установках они используются для отсоса из конденсатора воздуха, препятствующего конденсации пара на наружных поверхностях трубок, внутри которых течет охлаждающая вода.

Принцип работы струйного компрессора (эжектора) основан на передаче кинетической энергии от высокоскоростного активного потока к пассивному (давление которого необходимо повысить) в процессе их смешения. Эжектор состоит из четырех основных элементов (рис. 3): разгонного сопла, пассивного сопла, камеры смешения и диффузора, в котором кинетическая энергия переходит в потенциальную с ростом давления. Достоинство эжектора — простота конструкции, отсутствие движущихся частей, недостаток — низкая эффективность из-за значительной потери кинетической энергии при смешении, которая пропорциональна квадрату разности скоростей смешиваемых потоков. Рассмотрим вначале процессы в эжекторе с термодинамических позиций в  $i-s$  диаграмме (рис. 4). Полная энергия потока (газ, воздух) на входе в активное сопло характеризуется энтальпией торможения  $i_1^*$  (если пренебречь потенциальной энергией положения), а в пассивное —  $i_3^*$ . Точка 2 характеризует состояние потока на срезе активного сопла при изоэнтропном расширении 1–2. Реальный процесс расширения

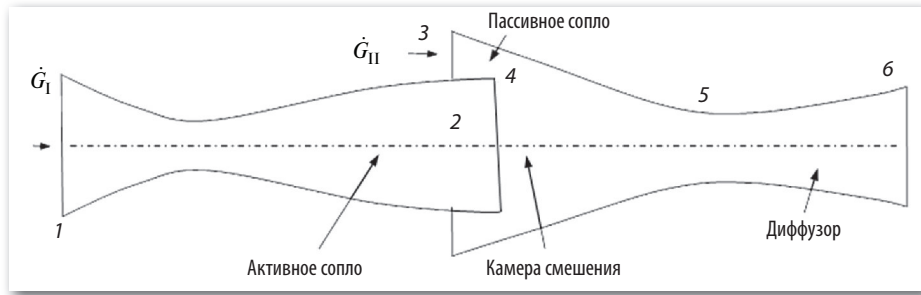


Рис. 3. Схема эжектора

Fig. 3. Scheme of the ejector

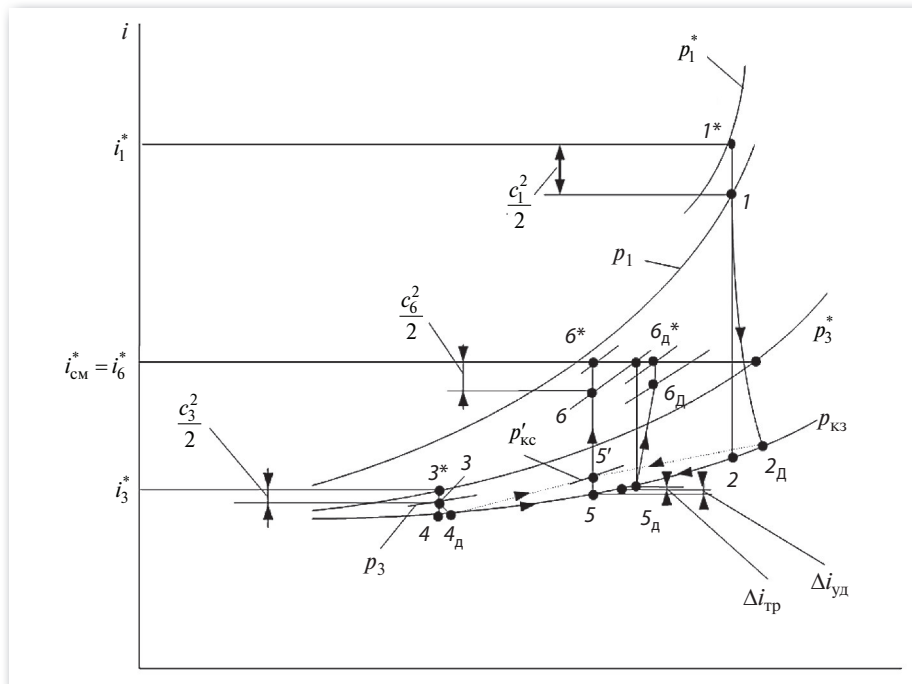


Рис. 4. Термодинамические процессы в проточной части эжектора

Fig. 4. Thermodynamic processes in flowing part of the ejector

из-за действия сил трения протекает по кривой  $1-2_d$ . Аналогично для пассивного сопла будем иметь процесс  $3-4_d$ . Если бы процесс смешения потоков был обратимым, то после изобарного смешения в камере поток характеризовался бы точкой  $5$ , при неизобарном смешении — точкой  $5'$ . Из-за наличия ударных потерь и трения в камере смешения энтальпия потока увеличивается на  $\Delta i = \Delta i_{уд} + \Delta i_{тр}$ . Точка  $5_d$  характеризует состояние потока перед диффузором. В результате восстановления давления в диффузоре с учетом действия сил трения (процесс  $5_d-6_d$ ) на срезе

диффузора статическое давление равно  $p_{6д}$ , а с учетом кинетической энергии —  $p_{6д}^*$ . Следовательно, в эжекторе статическое давление пассивного агента увеличилось от  $p_3$  до  $p_{6д}$ , т. е. эжектор действует как компрессор. Если процессы в эжекторе будут организованы неудовлетворительно, точка  $6_d^*$  будет перемещаться вправо по прямой  $i_{см}^* = \text{const}$ , и степень повышения давления по заторможенным параметрам  $\pi^* = p_{6д}^*/p_3^*$  будет уменьшаться. В пределе возможен случай, когда  $p_{6д}^* = p_3^*$ , а  $\pi^*$  станет равным единице.

В этом случае эжектор не будет выполнять функции компрессора.

Так как эжектор представляет собой открытую адиабатическую систему, то уравнение энергии имеет вид  $\dot{I}_{см}^* = \dot{I}_1^* + \dot{I}_3^* = \text{const}$ , или  $i_{см}^* (\dot{G}_1 + \dot{G}_{II}) = i_1^* \dot{G}_1 + i_3^* \dot{G}_{II}$ . Откуда, вводя коэффициент эжекции  $u = \dot{G}_{II} / \dot{G}_1$ , получим  $i_{см}^* = (i_1^* + ui_3^*) / (1 + u)$ , т. е. точки, характеризующие состояние потока за эжектором, могут лежать только на линии  $i_{см}^* = \text{const}$ .

Рассмотрим случай, когда при помощи эжектора транспортируется дискретная фаза, например, песок из котлована, колодца, dna реки на поверхность земли (рис. 5).

В камере смешения эжектора за счет создания пониженного давления, обусловленного большой скоростью воды  $w_3$  на срезе активного сходящегося сопла, создаются условия для подсоса потока воды, несущего дискретную фазу — песок.

Уравнения сохранения для расчета потока воды с песком, движущегося в вертикальной трубе, следующие:

для жидкой фазы

$$\frac{dw_{ж}}{dx} = \left( -f_{ж} \frac{dp}{dx} - D^* n_v f_{тр} - \tau_W \pi d_{тр} - f_{ж} \rho_{ж} g \right) / \dot{G}_{ж}, \quad (9)$$

где  $n_v = \dot{n} / (w_{г} f_{тр})$ ,  $\dot{n}$  — поток частиц, 1/с;  $n_v$  — объемная концентрация частиц, 1/м<sup>3</sup>; каса-

тельное напряжение трения на стенке  $\tau_W = c_f \rho_{ж} w_{ж}^2 / 8_{ж}$ ; коэффициент трения  $c_f = 64 / \text{Re}_{ж}$  при  $\text{Re}_{ж} \leq 2300$ ;  $c_f = 0,184 / \text{Re}_{ж}^{0,2}$  при  $\text{Re}_{ж} > 2300$ ; для твердой фазы

$$\begin{aligned} \rho_{г} V_{г} \frac{dw_{г}}{d\tau} = \\ = -V_{г} \frac{dp}{dx} + D^* - (\rho_{г} - \rho_{ж}) V_{г} g - \\ - \frac{1}{2} \psi \rho_{ж} V_{г} \left( \frac{dw_{ж}}{d\tau} - \frac{dw_{г}}{d\tau} \right), \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \frac{dw_{г}}{dx} = \\ = \left( -V_{г} \frac{dp}{dx} + D^* - (\rho_{г} - \rho_{ж}) g V_{г} - \frac{1}{2} \psi \rho_{ж} V_{г} w_{ж} \frac{dw_{ж}}{dx} \right) / \\ / \left( \rho_{г} V_{г} w_{г} \left( 1 - \frac{1}{2} \psi \frac{\rho_{ж}}{\rho_{г}} \right) \right), \quad (10) \end{aligned}$$

где  $D^* = c_x \pi D_{г}^2 \rho_{ж} (w_{ж} - w_{г}) |w_{ж} - w_{г}| / 8$  — сила сопротивления одной песчинки; коэффициент трения  $c_x = 24 / \text{Re}_{г} + 4,4 / \text{Re}_{г}^{0,5} + 0,32$ ;  $\psi = [0, 1]$  — множитель при присоединенной массе, причем при  $\psi = 0$  присоединенная масса отсутствует; продсрочный индекс «г» — означает грунт (песок).

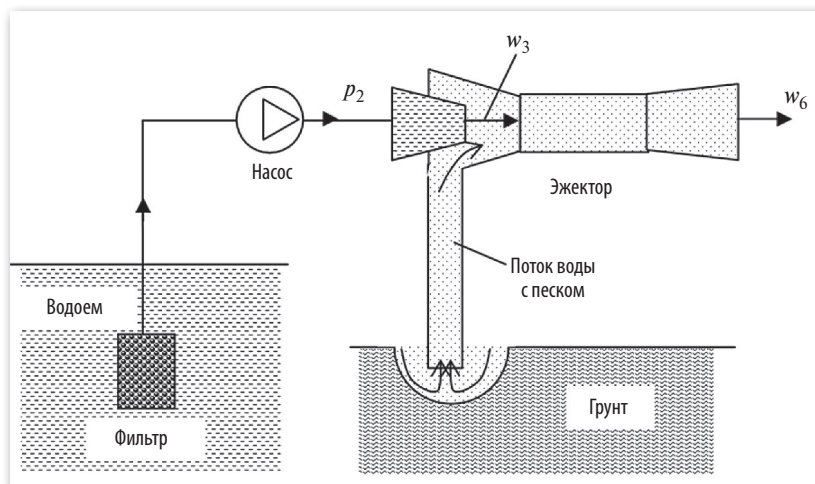


Рис. 5. Схема установки для подъема грунта

Fig. 5. The scheme of installation for raising of soil

Так как расход воды постоянный, то  $d(\rho_{\text{ж}} f_{\text{ж}} w_{\text{ж}}) = 0$  и

$$\frac{df_{\text{ж}}}{dx} = -\frac{\dot{G}_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} \frac{dw_{\text{ж}}}{dx} = -\frac{f_{\text{ж}}}{w_{\text{ж}}} \frac{dw_{\text{ж}}}{dx}. \quad (11)$$

Взяв производную от уравнения сплошности по  $x$  при  $\rho_{\text{г}} = \text{const}$  и  $\rho_{\text{ж}} = \text{const}$

$$d(w_{\text{г}} f_{\text{г}} \rho_{\text{г}} + w_{\text{ж}} f_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}}) = 0,$$

получим

$$\rho_{\text{г}} w_{\text{г}} \frac{df_{\text{г}}}{dx} + \rho_{\text{г}} f_{\text{г}} \frac{dw_{\text{г}}}{dx} + w_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}} \frac{df_{\text{ж}}}{dx} + \rho_{\text{ж}} f_{\text{ж}} \frac{dw_{\text{ж}}}{dx} = 0. \quad (12)$$

Подставив (3) в (4) с учетом того, что  $f_{\text{тр}} = f_{\text{ж}} + f_{\text{г}} = \text{const}$ ,  $df_{\text{ж}} = -df_{\text{г}}$ , получим уравнение сплошности в окончательном виде:

$$\rho_{\text{г}} f_{\text{г}} \frac{dw_{\text{г}}}{dx} + \frac{\rho_{\text{г}} w_{\text{г}} f_{\text{ж}}}{w_{\text{ж}}} \frac{dw_{\text{ж}}}{dx} = 0. \quad (13)$$

Подставляя (1) и (10) в (13), определим градиент давления

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dx} = & \left[ \left( \frac{w_{\text{г}} f_{\text{тр}} n_{\text{v}}}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} - \frac{f_{\text{г}}}{\rho_{\text{г}} w_{\text{г}} \left( 1 - \frac{\psi \rho_{\text{ж}}}{2 \rho_{\text{г}}} \right)} \right) \left( \frac{1}{V_{\text{г}}} + \frac{\psi f_{\text{тр}} n_{\text{v}}}{2 f_{\text{ж}}} \right) D^* + \right. \\ & \left. + \left( \frac{w_{\text{г}}}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} - \frac{\psi f_{\text{г}}}{2 f_{\text{ж}} \rho_{\text{г}} w_{\text{г}} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{г}}} \right)} \right) \tau_{\text{w}} \pi d_{\text{тр}} + \right. \\ & \left. + \left( \frac{f_{\text{г}}}{\rho_{\text{г}} w_{\text{г}} \left( 1 - \frac{\psi \rho_{\text{ж}}}{2 \rho_{\text{г}}} \right)} \left( \rho_{\text{г}} - \rho_{\text{ж}} \left( 1 + \frac{\psi}{2} \right) \right) + \frac{w_{\text{г}} f_{\text{ж}}}{w_{\text{ж}}^2} \right) g \right] / \\ & / \left[ \frac{w_{\text{г}} f_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} \left[ \frac{G_{\text{г}}}{G_{\text{ж}}} \left( \frac{w_{\text{ж}}}{w_{\text{г}}} \right)^3 \left( \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{г}}} \right)^2 \left( \frac{\left( \frac{\psi}{2} - 1 \right)}{\left( 1 - \frac{\psi \rho_{\text{ж}}}{2 \rho_{\text{г}}} \right)} \right) - 1 \right] \right]. \end{aligned}$$

Зная градиент давления  $dp/dx$ , из (9) и (10) найдем  $dw_{\text{ж}}/dx$  и текущие значения  $p$ ,  $w_{\text{ж}}$ ,  $w_{\text{г}}$ .

Скорость воды на срезе конического сопла определим из формулы

$$w_3 = \left( 2 \left( \sigma \left( p_2 + \rho_{\text{ж}} w_2^2 / 2 \right) - p \right) / \rho_{\text{ж}} \right)^{0,5},$$

где  $\sigma$  — коэффициент восстановления давления.

Диаметр выходного среза сопла —  $d_3 = (4 w_2 f_{\text{тр}2} / (w_3 \pi))^{0,5}$ , мощность насоса —  $N_{\text{н}} = (p_2 - p) \dot{G}_{\text{н}} / (\rho_{\text{ж}} \eta_{\text{н}})$ .

Рис. 6 иллюстрирует результаты расчета. Видно, что значительное ускорение частиц твердой фазы имеет место на начальном участке трубы, когда силы сопротивления значительны.

Движение потока в проточной части горизонтального эжектора описывается уравнениями

$$\frac{dw_{\text{ж}}}{dx} = \left( -f_{\text{ж}} \frac{dp}{dx} - D^* n_{\text{v}} F - \tau_{\text{w}} \pi D \right) / \dot{G}_{\text{ж}};$$

$$\frac{dw_{\text{г}}}{dx} =$$

$$= \frac{-V_{\text{г}} \frac{dp}{dx} + D^* - \frac{1}{2} \psi \rho_{\text{ж}} V_{\text{г}} w_{\text{ж}} \frac{dw_{\text{ж}}}{dx}}{\rho_{\text{г}} V_{\text{г}} w_{\text{г}} \left( 1 - \frac{\psi \rho_{\text{ж}}}{2 \rho_{\text{г}}} \right)};$$

$$d(w_{\text{г}} (F - f_{\text{ж}}) \rho_{\text{г}} + w_{\text{ж}} f_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}}) = 0; \quad (14)$$

$$\frac{df_{\text{ж}}}{dx} = -\frac{f_{\text{ж}}}{w_{\text{ж}}} \frac{dw_{\text{ж}}}{dx}.$$

Выполнив дифференцирование уравнения сплошности (14)

$$w_{\text{г}} \frac{dF}{dx} + \frac{w_{\text{г}} f_{\text{ж}}}{w_{\text{ж}}} \frac{dw_{\text{ж}}}{dx} + f_{\text{г}} \frac{dw_{\text{г}}}{dx} = 0,$$

подставив в него все уравнения и разрешив его относительно  $dp/dx$ , получим

$$\frac{dp}{dx} = - \left[ \left( \frac{\psi f_{\text{г}}}{2 \rho_{\text{г}} w_{\text{г}} f_{\text{ж}} \left( 1 - \frac{\psi \rho_{\text{ж}}}{2 \rho_{\text{г}}} \right)} - \frac{w_{\text{г}}}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} \right) \tau_{\text{w}} \pi D + \right.$$



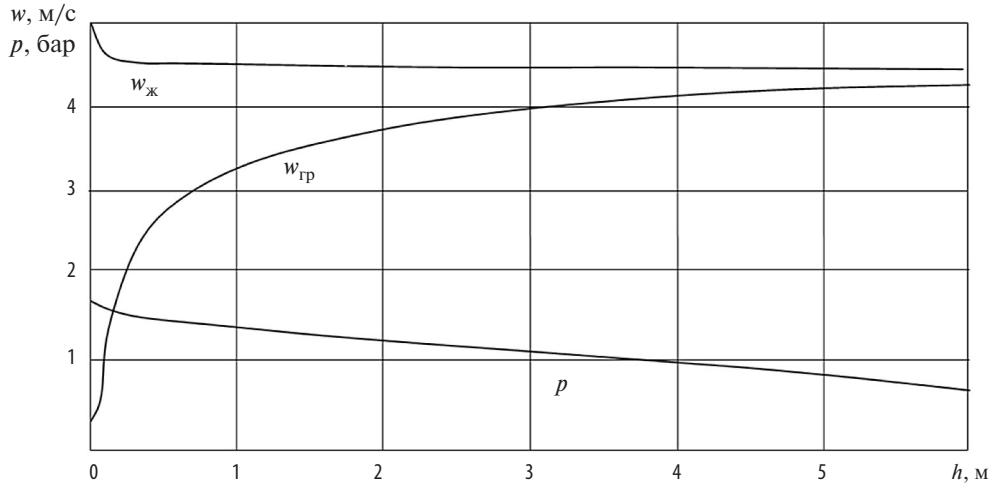


Рис. 6. Скорости воды и грунта и давление в подъемной трубе насоса.

Fig. 6. Velocities of water and soil and pressure in a lifting pipe of the pump

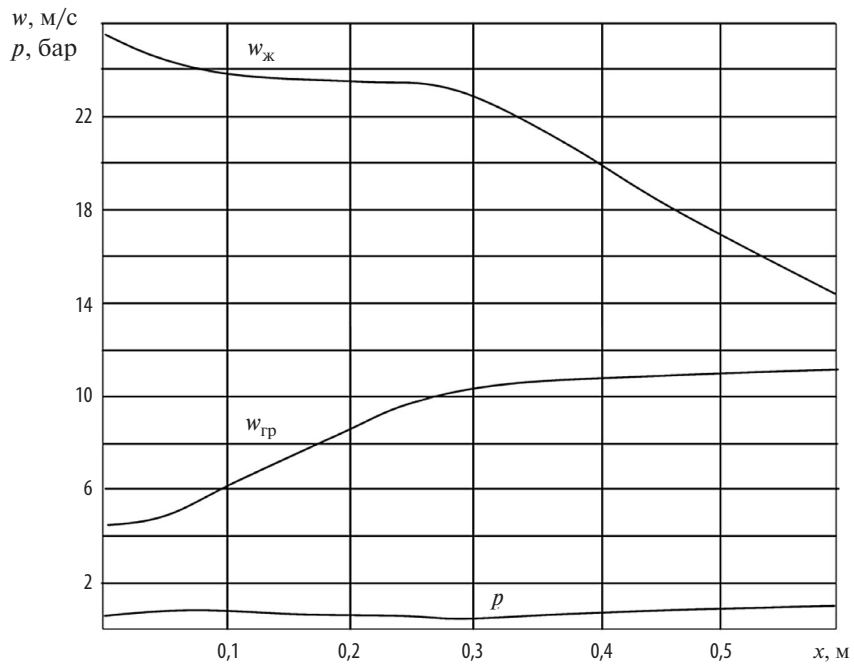


Рис. 7. Скорости воды и грунта в горизонтальной части насоса

Fig. 7. Velocities of water and soil in horizontal part of the pump

$$+ \left[ \frac{f_{\Gamma}}{\rho_{\Gamma} w_{\Gamma} V_{\Gamma} \left(1 - \frac{\Psi \rho_{\text{ж}}}{2 \rho_{\Gamma}}\right)} + \frac{\Psi f_{\Gamma} n_{\nu} F}{2 \rho_{\Gamma} w_{\Gamma} f_{\text{ж}} \left(1 - \frac{\Psi \rho_{\text{ж}}}{2 \rho_{\Gamma}}\right)} - \frac{w_{\Gamma} n_{\nu} F}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} \right] D^* + w_{\Gamma} \frac{dF}{dx} /$$

$$/ \left[ \frac{f_{\text{ж}} w_{\Gamma}}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} \left( \frac{f_{\Gamma}}{f_{\text{ж}}} \right) \left( \frac{w_{\text{ж}}}{w_{\Gamma}} \right)^2 \left( \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\Gamma}} \right) \left( \frac{\Psi - 1}{2} \right) - 1 \right].$$

Приведенная система уравнений позволяет определить  $w_{\text{ж}}$ ,  $w_{\Gamma}$  и  $p$  в эжекторе при заданной геометрии канала  $F(x)$ . Так например, если проточная часть эжектора состоит из двух усеченных конусов с цилиндрической проставкой, то можно написать

$$D = D_{\text{вх}} - (D_{\text{вх}} - D_{\Gamma}) x / l_{\text{к}},$$

$$\frac{dF}{dx} =$$

$$= -\pi (D_{\text{вх}} - (D_{\text{вх}} - D_{\Gamma}) x / l_{\text{к}}) (D_{\text{вх}} - D_{\Gamma}) / 2 / l_{\text{к}},$$

если  $0 \leq x \leq l_{\text{к}}$ ;

$$D = D_{\Gamma}, \quad \frac{dF}{dx} = 0, \quad \text{если } l_{\text{к}} < x \leq (l_{\text{к}} + l_{\text{ц}});$$

$$D = D_{\Gamma} + (D_{\text{ср}} - D_{\Gamma}) (x - (l_{\text{к}} + l_{\text{ц}})) / l_{\text{д}},$$

$$\frac{dF}{dx} = \pi (D_{\Gamma} + (D_{\text{ср}} - D_{\Gamma}) \times$$

$$\times (x - (l_{\text{к}} + l_{\text{ц}})) / l_{\text{д}}) (D_{\text{ср}} - D_{\Gamma}) / 2 / l_{\text{д}},$$

если  $(l_{\text{к}} + l_{\text{ц}} + l_{\text{д}}) \geq x \geq (l_{\text{к}} + l_{\text{ц}})$ ;  $F = \pi D^2 / 4$ .

Результаты расчета иллюстрируются на рис. 7.

В упрощенной постановке задачи (без учета присоединенной массы) получаем

$$\frac{dp}{dx} =$$

$$= \frac{\left( \frac{f_{\Gamma}}{\rho_{\Gamma} w_{\Gamma} V_{\Gamma}} - \frac{w_{\Gamma} n_{\nu} F}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} \right) D^* - \frac{w_{\Gamma}}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} \tau_W \pi D + w_{\Gamma} \frac{dF}{dx}}{\frac{f_{\text{ж}} w_{\Gamma}}{\rho_{\text{ж}} w_{\text{ж}}^2} \left( \frac{f_{\Gamma}}{f_{\text{ж}}} \right) \left( \frac{w_{\text{ж}}}{w_{\Gamma}} \right)^2 \left( \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\Gamma}} \right) + 1};$$

$$\frac{dw_{\text{ж}}}{dx} = \left( -f_{\text{ж}} \frac{dp}{dx} - D^* n_{\nu} F - \tau_W \pi D \right) / \dot{G}_{\text{ж}};$$

$$\frac{dw_{\Gamma}}{dx} = - \left( V_{\Gamma} \frac{dp}{dx} + D^* \right) / \left( \rho_{\Gamma} V_{\Gamma} w_{\Gamma} \right).$$

### Заключение

Существующие методы расчета эрлифтов и струйных насосов (эжекторы) основываются на уравнениях сохранения, представленных в интегральной форме, с привлечением опытных данных. Такой подход не позволяет определить состояние потока вдоль проточной части каналов. Предлагаемый же метод расчета основывается на решении дифференциальных уравнений законов сохранения, что позволяет определять состояние двухфазного потока вдоль продольной координаты канала в зависимости от граничных условий и выявить роль силовых воздействий — трения, сопротивления, гравитации и геометрии канала на поток. Представленные физическая и математическая модели расчета эрлифта и струйного насоса можно считать дальнейшим совершенствованием методов расчета аппаратов данного класса.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулак А.П., Шестозуб А.Б., Коробов В.И. Приближенный расчет струйных насосов // Прикладна гідромеханіка. 2011. Том 13, N 1. С. 29-34  
 2. Соколов Е.Я., Зингер Н.М. Струйные аппараты. М.: Энергоатомиздат, 1989. 351 с.

3. Кононенко А.П. Теория и рабочий процесс эрлифтов: Дисс. ... докт. техн. наук / Харьков. НТУ «ХПИ». 2007. 565 с.  
 4. Костанда В.С., Логвинов Н.Г., Скорынин Н.И. Определение основных эксплуатационных параме-

тров эрлифта с длинной подающей трубой и несколькими смесителями. Донецк, 1982. 12 с.

5. **Кононенко А.П.** Расчетные характеристики эрлифта с кольцевой структурой водовоздушной смеси // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. Харьков: ХПИ, 2006. № 5/1 (23). С. 58–61.

6. **Кононенко А.П.** Рабочий процесс эрлифта и его моделирование: Монография. Донецк: Изд-во ДонНТУ, 2010. 171 с.

7. Гідромеханізація: навчальний посібник / М.Г. Бойко, В.М. Моргунов, Л.М. Козиряцький, О.В. Федоров. Донецьк: ДНВЗДонНТУ, 2011. 554 с.

8. **Гейер В.Г., Дулин В.С., Лазаренко В.И., Яковлев В.М.** Методические рекомендации по применению средств механизации очистки шахтных водосборных емкостей / Донецк: Изд-во ДПИ, 1983. 50 с.

9. **Кононенко А.П.** Энергетическая эффективность эрлифта // Науковий журнал Вісник Донецького університету. Серія А: Природничі науки. Донецьк: ДонНУ, 2006. № 1, Частина 1.

10. **Финкельштейн З.Л., Козыряцкий Л.Н.** Средства гидромеханизации: Учеб. пособ. Алчевск: Изд-во ДонГТУ, 2013. 168 с.

11. **Бойко М.Г., Козиряцький Л.М., Кононенко А.П.** Землесосні та ерліфтно землесосні снаряди: Навч. посібник. Донецьк: ДонНТУ, 2005. 296 с.

12. **Кононенко А.П.** Структуры двухфазных потоков в подъемных трубах эрлифтов // Вісник Сумського державного університету. Серія: Технічні науки. Суми: СДУ, 2005. № 12(84). С. 38–48.

13. Гейер В.Г. Новые технологические схемы и средства шахтного водоотлива. Донецк: Изд-во ДПИ, 1972. 35 с.

14. **Кононенко А.П.** Модель рабочего процесса эрлифта с кольцевой структурой водовоздушного потока // Вісник Національного технічного університету „ХПІ». Харків: НТУ „ХПІ», 2006. № 27. С. 113–121.

15. **Ломакин В.О., Чабурко П.С.** Влияние геометрической формы сопла струйного насоса на его характеристики // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 12. С. 210–219.

16. **Meakhail T.A., Teaima I.R.** A Study of the Effect of Nozzle Spacing and Driving Pressure on the Water Jet Pump Performance // International Journal of Engineering Science and Innovative Technology. 2013. Vol. 2. Is. 5. P. 373–382.

17. **Aldas K., Yapici R.** Investigation of Effects of Scale and Surface Roughness on Efficiency of Water Jet Pumps Using CFD // Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, 2014. Vol. 8, № 1. P. 14–25.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**БАРИЛОВИЧ Владимир Антонович** — доктор технических наук профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. E-mail: vba@mail.ru

**СМИРНОВ Юрий Александрович** — кандидат технических наук доцент Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. E-mail: y\_a\_s@mail.ru

## REFERENCES

1. **Kulak A.P., Shestozub A.B., Korobov V.I.** Priblizhennyy raschet struynykh nasosov [Approximate calculation of jet pumps]. *Prikladna gidromekhanika*. 2011. Tom 13, № 1. S. 29–34. (rus.)

2. **Sokolov Ye.Ya., Zinger N.M.** Struynyye apparaty [Jet apparatus]. M.: Energoatomizdat, 1989, 351 s. (rus.)

3. **Kononenko A.P.** Teoriya i rabochiy protsess erliftov: Dis. ... dokt. tekhn. nauk [Theory and working process of air lifts: Ph.D. Thesis]. Kharkov: NTU «KhPI», 2007. 565 s. (rus.)

4. **Kostanda B.C., Logvinov N.G., Skorynin N.I.** Opre-deleniye osnovnykh ekspluatatsionnykh parametrov erlifta s dlinnoy podayushchey truboy i neskol'kimi smesitelyami [Determination of the key operational parameters of an air lift with the long giving pipe and several mixers]. Donetsk, 1982. 12 s. (rus.)

5. **Kononenko A.P.** Raschetnyye kharakteristiki erlifta s koltsevoy strukturoy vodovozdushnoy smesi // Vostochno-Yevropeyskiy zhurnal peredovykh tekhnologiy [Settlement characteristics of an air lift with ring structure of air-and-water mix]. Kharkov: KhPI. 2006. № 5/1 (23). S. 58–61. (rus.)

6. **Kononenko A.P.** Rabochiy protsess erlifta i yego modelirovaniye. Monografiya [Working process of an air lift and its modeling]. Donetsk: Izd-vo DonNTU, 2010. 171 s. (rus.)

7. **Boyko M.G., Morgunov V.M., Koziryatskiy L.M., Fedorov O.V.** Gidromekhanizatsiya: navchalniy posibnik [Hydromechanization: initial reference book]. Donetsk: DNVZDonNTU, 2011. 554 s. (rus.)

8. **Geyer V.G., Dulin V.S., Lazarenko V.I., Yakovlev V.M.** Metodicheskiye rekomendatsii po primeneniyu sredstv mekhanizatsii ochistki shakhtnykh vodosbornykh

yemkostey [Methodical recommendations about application of means of mechanization of cleaning of mine water-collecting capacities] / Donetsk, DPI, 1983. 50 s. (rus.)

9. **Kononenko A.P.** Energeticheskaya effektivnost erlifta [Power efficiency of an air lift] // Naukoviy zhurnal Visnik Donetskogo universitetu. Seriya A: Prirodnichi nauki. Donetsk: DonNU, 2006. № 1, Chastina 1. (rus.)

10. **Finkelshteyn Z.L., Kozryatskiy L.N.** Sredstva gidromekhanizatsii : Ucheb. posob. [Means of hydromechanization: manual] / Alchevsk: DonGTU, 2013. 168 s. (rus.)

11. **Boyko M.G., Koziryatskiy L.M., Kononenko A.P.** Zemlesosni ta yerliftno zemlesosni snaryadi: Navch. posibnik [Pump dredge and airlift pump dredge: Initial manual]. Donetsk: DonNTU, 2005. 296 s. (rus.)

12. **Kononenko A.P.** Struktury dvukhfaznykh potokov v podzemnykh trubakh erliftov [Structures of two-phase streams in lifting pipes of air lifts] // Visnik Sumskogo derzhavnogo universitetu. Seriya Tekhnichni nauki. Sumi: SDU, 2005. № 12(84). S. 38–48. (rus.)

13. **Geyer V.G.** Novyye tekhnologicheskkiye skhemy i sredstva shakhtnogo vodootliva [New technological

schemes and means of mine water outflow]. Donetsk: DPI, 1972. 35 s. (rus.)

14. **Kononenko A.P.** Model rabocheho protsessa erlifta s koltsevoy strukturoy vodovozdushnogo potoka [Model of working process of an air lift with ring structure of an air-water stream] // Visnik Natsionalnogo tekhnichnogo universitetu „KhPI«. Kharkiv: NTU „KhPI«, 2006. № 27. S. 113–121. (rus.)

15. **Lomakin V.O., Chaburko P.S.** Vliyaniye geometricheskoy formy sopla struynogo nasosa na yego kharakteristiki [Influence of a geometrical form of a nozzle of the jet pump on its characteristics] // Nauka i Obrazovaniye. MGTU im. N.E. Baumana. Elektron. zhurn. 2014. № 12. S. 210–219. (rus.)

16. **Meakhail T.A., Teaima I.R.** A Study of the Effect of Nozzle Spacing and Driving Pressure on the Water Jet Pump Performance. *International Journal of Engineering Science and Innovative Technology*, 2013. Vol. 2. Is. 5. P. 373–382.

17. Aldas K., Yapici R. Investigation of Effects of Scale and Surface Roughness on Efficiency of Water Jet Pumps Using CFD. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*. 2014. Vol. 8, № 1. P. 14–25.

#### AUTHORS

**BARILOVICH Vladimir A.** — Peter the Great St. Petersburg polytechnic university. E-mail: vba\_exerg@mail.ru

**SMIRNOV Yurii A.** — Peter the Great St. Petersburg polytechnic university. E-mail: y\_a\_s@mail.ru

**Дата поступления статьи в редакцию: 17 марта 2017 г.**