

DOI: 10.18721/JE.11412
УДК 330.4

СПЛАЙН-МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ В ЭКОНОМИКЕ ПРИ ВОЗМОЖНОМ НАЛИЧИИ ТОЧЕК ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ РЕГРЕССИИ

Р.Х. Ильясов

Чеченский государственный университет, г. Грозный,
Чеченская Республика, Российская Федерация

При исследовании взаимосвязей часто бывает необходимо учитывать нестабильность формы связи, изменения в количестве факторов и степени их взаимного воздействия. Таким образом, некоторые модели взаимосвязей в экономике можно считать системами с переменной структурой. В ситуации, когда невозможно априори сформулировать гипотезы о положении точек структурных изменений, важно избегать сглаживающих методов моделирования, ухудшающих исходный экономический сигнал. Предлагаются методы новой науки – «новой эконометрики» – для моделирования систем с переменной структурой с подключением анализа взаимосвязей процессов. Наличие возможных точек переключения регрессии в изучаемых связях затрудняет использование методов классической эконометрики. Цель исследования – изучение того, может ли сплайновое моделирование адекватно оценить эволюцию взаимосвязи между процессами, которая остается незамеченной в простых регрессионных моделях. Аппроксимация динамики сплайнами позволяет сохранить в точности исходный экономический сигнал. Тогда становится возможным и сравнение реальных взаимных воздействий процессов непрерывно. Особую сложность и значимость в таких системах приобретает фиксация «особых точек», точек переключения регрессии, «точек возврата», точек слома или разрывов трендов на стыке разных структурных конгломератов. Фиксация возможна только через первую производную экономического сигнала, которая должна присутствовать в «новой эконометрической» модели аналитически, графически и численно. В некоторых интервалах времени обнаружены нарушения хорошо известной отрицательной корреляции между курсом доллара и ценами на нефть. Эффективным аппаратом реализации предлагаемого метода исследования взаимосвязей с «кусочной» структурой можно считать аппроксимацию динамики сплайнами, переход от сравнения дискретных состояний процессов в узловых точках к сравнению отрезков. Построенная фазовая траектория взаимосвязи курса доллара и цен на нефть показала преимущества предлагаемого метода анализа темпоральных особенностей связи перед упрощенной регрессией метода наименьших квадратов. В качестве инструментальной базы исследования предлагается аппарат сплайн-аппроксимации с аналитическим моделированием и визуализацией процессов в системе компьютерной математики Maple.

Ключевые слова: система, переменная структура, процесс, регрессия, моделирование, сплайн-функции

Ссылка при цитировании: Ильясов Р.Х. Сплайн-моделирование и анализ взаимосвязей в экономике при возможном наличии точек переключения регрессии // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. 2018. Т. 11, № 4. С. 165–175. DOI: 10.18721/JE.11412

SPLINE-MODELING AND ANALYSIS OF INTERACTIONS IN THE ECONOMY WITH THE POSSIBLE PRESENCE OF SWITCHING POINTS OF REGRESSION

R.H. Ilyasov

Chechen state University, Grozny, Chechnya, Russian Federation

In the study of relationships, it is often necessary to take into account the instability of the form of communication, changes in the number of factors and the degree of their mutual influence. Thus, some models of relationships in the economy can be considered

systems with variable structure. In a situation where it is impossible to formulate hypotheses about the position of points of structural changes a priori, it is important to avoid smoothing modeling methods that worsen the initial economic signal. The work offers methods of a new science, the «new econometrics» for simulation of variable-structure systems using analysis of interrelations of processes. Possible switching points of regression in studying relationships complicate the use of classical methods of econometrics. The goal of the study was to investigate whether spline modeling can adequately assess the evolution of the relationship between processes, which remains unnoticed in simple regression models. Approximation of the dynamics of splines allows to accurately preserve the initial economic signal. Then it becomes possible to compare the real mutual effects of processes continuously. Fixation of «special points», points, switching regression, «return points», points breaking or tearing of the trends at the interface of different structural conglomerates gains particular complexity and importance in such systems. Fixation is possible only through the first derivative of the economic signal, which must be present in the «new econometric» model analytically, graphically and numerically. Violations of the well-known negative correlation between the dollar and oil prices have been found in some time intervals. Effective instruments for implementing the proposed method for investigating the interconnections with a «patch» structure can be considered as an approximation of the dynamics by splines, the transition from comparison of discrete states of processes in key points to comparison of segments. The constructed phase trajectory of the relationship between the dollar and oil prices has confirmed that the proposed method for analyzing the temporal features of the relationship has advantages over the simplified regression of the least squares method. As an instrumental base of the study, we propose a spline approximation with analytical modeling and visualization of processes in the Maple computer mathematics system.

Keywords: system, variable structure, process, regression, modeling, spline functions

Citation: R.H. Ilyasov, Spline-modeling and analysis of interactions in the economy with the possible presence of switching points of regression, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Economics, 11 (4) (2018) 165–175. DOI: 10.18721/JE.11412

Введение. Методы исследования взаимосвязей в экономике зависят от волатильности структуры экономических систем. Процессы в системах со стабильной структурой характеризуются инерционностью и предсказуемостью их развития, при этом невозможно существенное изменение состояния экономической системы за малые промежутки времени. Выбор методов математического моделирования экономических систем переменной структуры и взаимосвязей между процессами в этих системах должен учитывать возможные изменения параметров связи. В долгосрочном развитии экономического процесса могут появляться различные периоды ускоренного роста, стабильности или спада. Каждый из этих периодов развития может характеризоваться различной степенью воздействия факторов, влияющих на моделируемый показатель. Одним из примеров нестабильности влияния переменных во времени является зависимость курса доллара по отношению к рублю от нефтегазовой конъюнктуры. Например, в последнее время стало появляться мнение, что «...сильная

корреляция между парой USD/RUB и ценой на нефть исчезла». Аналитики инвестиционной компании «Финам» считают, что «...теперь при прогнозировании курса рубля к доллару информативнее рассматривать эффективный курс российской валюты (ее курс к валютам основных торговых партнеров России) и курс бивалютной корзины (которая включает доллар США и евро).¹ Известно, что при планировании доходов бюджета на 2016 г. «...утвержден объем доходов федерального бюджета в сумме 13 738,5 млрд р. (17,5% к ВВП), рассчитанный исходя из цены на нефть на уровне 50 долл. за баррель и курса 63,3 р. за долл. В конце 2016 г. оценка доходов федерального бюджета скорректирована с учетом снижения цен на нефть до 41 долл. за баррель, увеличения курса до 67,5 р. за долл. и изменение других показателей социально-эконо-

¹ Сильная корреляция между долларом и рублем исчезла. URL: <https://www.finam.ru/analysis/marketnews/silnaya-korrelyaciya-mezhdu-dollarom-iruble-m-ischezla-20170925-12000/> (дата обращения: 21.05.2018).

мического развития».² Сохранение взаимной обратной корреляции между ценами на нефть и курсом доллара позволяло государству сглаживать изменения в доходах бюджета России за счет экспорта энергоресурсов. Однако, как показывает исследование, эти процессы могут утрачивать взаимную отрицательную корреляцию на некоторых временных интервалах.

Цели исследования. Основная цель исследования – апробация сплайн-аппроксимационного метода моделирования, визуализации и анализа взаимосвязи с изменяющейся структурой. Сравнением с методами классической эконометрики мы хотим выявить преимущества предлагаемого метода при поиске точек переключения регрессии, визуализации и анализе темпоральных особенностей связи.

Некоторые исследования предполагают, что «...стандартные методы сплайн-аппроксимации не всегда могут учесть смену тенденций и разворот тренда анализируемого показателя, так как не могут отличить точки с шумовыми изменениями значений показателя от точек смены тренда. При этом увеличение степени аппроксимирующей функции неизбежно приводит к искажению результатов прогнозирования, выполняемого на основе аппроксимации. Точки разворота тренда целесообразно использовать в качестве точек склейки сплайнов, однако их отыскание само по себе проблематично» [1].

Следующая цель исследования – определение возможностей фиксации «особых точек», точек переключения регрессии, «точек возврата», точек слома или разрывов трендов посредством изучения колебаний скорости развития процессов. Покажем, что фиксация точек переключения регрессии становится возможной через первую производную сплайн-моделей динамики, благодаря гибкости, непрерывности, дифференцируемости и свойству минимальной кривизны кубических сплайнов.

Сравнение фазового сплайн-параметрического представления взаимосвязи с регрессионными моделями, построенными по методу наименьших квадратов, также обозначим как одну из актуальных целей исследования.

Методика исследования. «Новая эконометрика» диктует необходимость использовать

наилучшим образом каждое значение переменной из экономической «решётчатой функции» (таблицы), для этого аппроксимирующий (приближающий) полином модели должен проходить точно через все точки реального показателя в системе любой мерности, и обязательно точно – через все узлы «решётки», математического образа таблицы или графика экономического показателя. Если сплайн проходит точно через все узлы «решётчатой» функции, то экономическое сплайн-моделирование, сплайн-анализ, сплайн-визуализация, сплайн-прогнозирование точны институционально, принципиально, «в большом». Теперь удастся лучше и «тоньше» анализировать экономический процесс, определять и сохранять его спектральный состав, синергетические свойства, улучшать интерполяцию, удлинять экстраполяцию, изображать в фазовом пространстве, надежнее и точнее накапливать и сохранять статистику. Мы считаем, что «... стохастика экономики проявляется в структуре разброса узловых точек в таблице или по “решётчатой функции” экономического показателя на плоскости или в многомерном пространстве. Раз экономическая переменная и время одномоментно измерены и помещены в таблицу или на график, то “новая” модель будет детерминированной и – если пользоваться концепцией МНК – всегда даст коэффициент детерминации, равный единице, и сумму квадратов невязок, равную нулю» [2].

Классические эконометрические методы более подходят для исследования процессов со стабильной структурой, описывая будущие состояния процесса при помощи экстраполяции закономерностей его развития в прошлом. «... В основе корректного применения экономико-статистических моделей со стабильной структурой лежит одна из характерных особенностей экономических систем – их инерционность, невозможность существенного изменения состояния экономической системы за малые промежутки времени».³ Воздействие факторов на развитие процесса при таком подходе обнаруживается только усредненно, сглаженно внутри исследуемого интервала времени. В случае, когда для параметров взаимосвязи не характерна долгосрочная стабильность, классические эконометрические методы оказываются «грубыми» и неточными усреднениями, рождающими химеры [3].

² Исполнение федерального бюджета и бюджетов бюджетной системы Российской Федерации за 2016 год: [иллюстр. информ. изд.]. URL: https://www.minfin.ru/ru/document/?id_4=118204 (дата обращения: 21.05.2018).

³ Сплайн-функции в экономико-статистических исследованиях. Новосибирск: Наука, 1987.

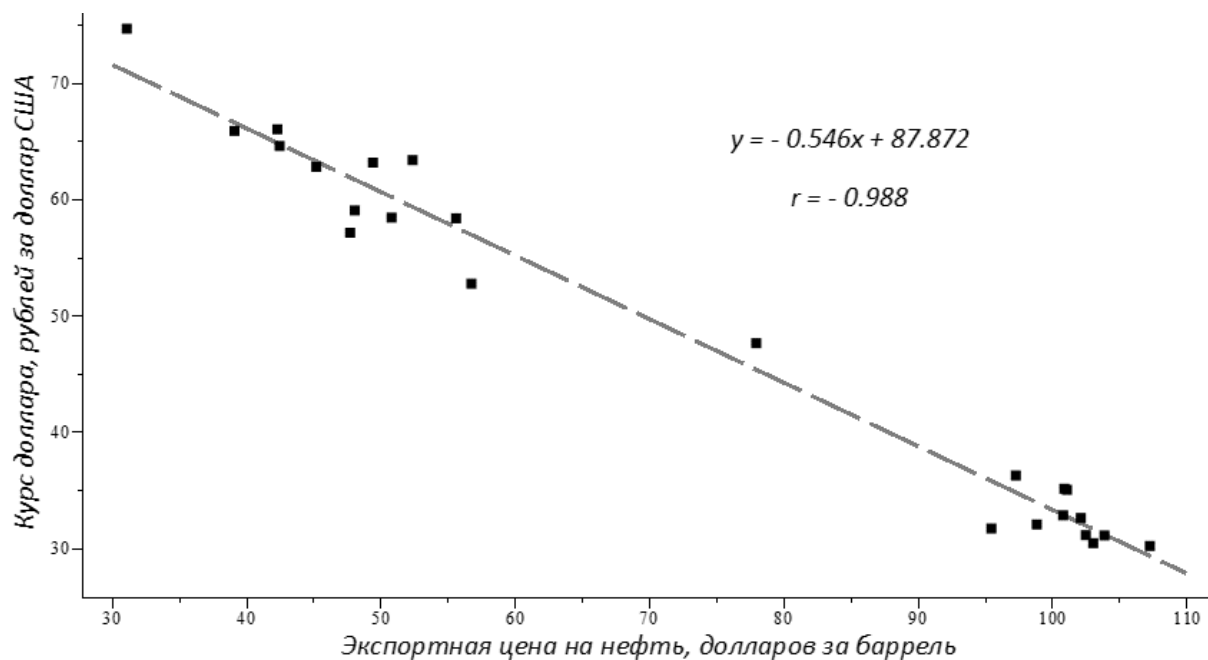


Рис. 1. Взаимосвязь между динамикой экспортных цен на нефть (долл. за 1 баррель) и динамикой курса доллара по отношению к рублю (руб./долл. США) с I квартала 2012 по IV квартал 2017 г. (Линейная регрессия. Классическая эконометрика)

Fig. 1. The relationship between the dynamics of export oil prices (dollars per barrel) and the dynamics of the dollar against the ruble (RUB/us dollar) from the I st quarter of 2012 to the IV th quarter of 2017 (Linear regression. Classical econometrics)

Построенная модель регрессии (рис. 1) обнаруживает почти функциональную отрицательную взаимосвязь между квартальными ценами на нефть и курсом доллара с 2012 по 2017 гг.⁴ Если мы предполагаем наличие структурных изменений в экономической системе и исследуемых взаимосвязей ее процессов, то необходимо использовать регрессию с переключениями. При этом возможны два случая:

- точки (или области) переключения регрессии могут быть заданы априорно, исходя из содержательных представлений о моделируемой связи или исходя из визуального анализа графиков;
- расположение точек (или областей) структурных изменений неизвестно, и необходимо определить их экспериментально.

В нашем примере наличие точек переключения регрессии не известно заранее. В общем случае построение регрессионной

модели с переключениями предполагает решение следующих задач:

- выдвижение гипотезы о наличии структурных изменений;
- определение точек перелома зависимостей (или их задание);
- установление характера перехода (плавное или скачкообразное);
- построение модели регрессии с переменной структурой;
- проверка гипотезы о наличии структурных изменений.

Для суждения о наличии или отсутствии точек переключения регрессии методами классической эконометрики найдем значения корреляционной функции. Последовательно перемещая информационную базу расчета, будем анализировать идентичность полученных на каждом шаге показателей тесноты связи. Полученная корреляционная функция по восьми-квартальным интервалам времени выявила возможное наличие точки переключения регрессии во II квартале 2013 г. – в это время значение коэффициента корреляции приближается к нулю (рис. 2). Локализация момента или

⁴ Статистика внешнего сектора. URL: http://www.cbr.ru/statistics/?Prtid=svs&ch=Par_57946#CheckedItem (дата обращения: 21.05.2018); Динамика курса доллара США. URL: <https://ratestats.com/dollar/> (дата обращения: 21.05.2018).

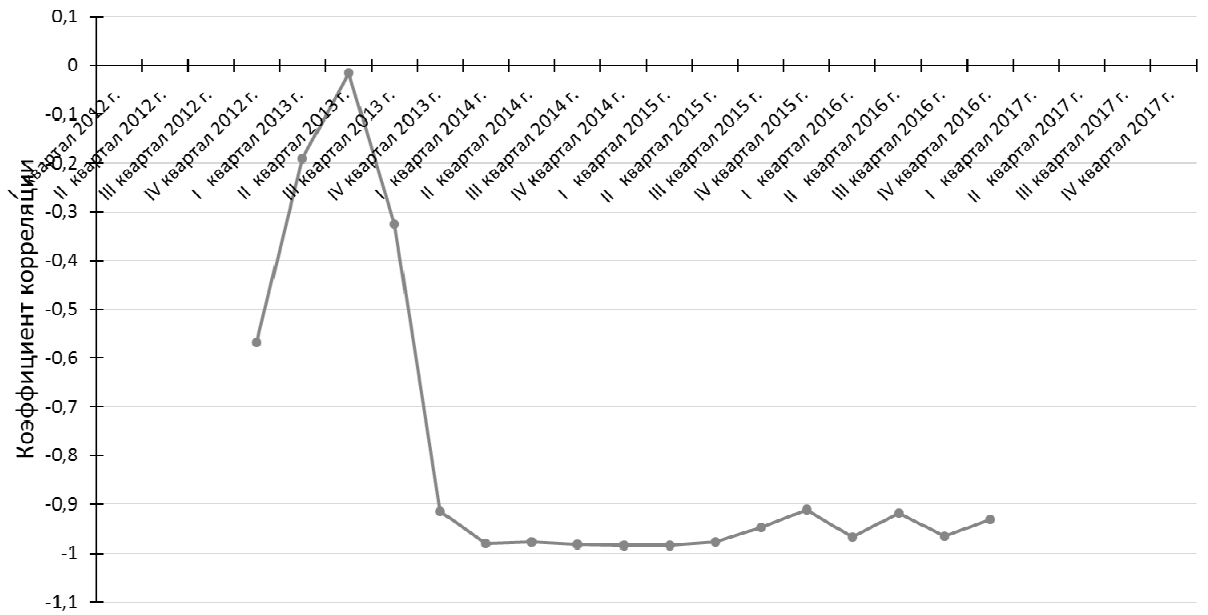


Рис. 2. Корреляционная зависимость между экспортными ценами на нефть и курсом доллара по отношению к рублю с I квартала 2012 по IV квартал 2017 г.
(Расчет по восьмиквартальным временным интервалам, с последовательным перемещением во времени. Классическая эконометрика)

Fig. 2. Correlation between oil export prices and the dollar against the ruble from Q1 2012 to Q4 2017
(Calculation of eight quarterly time intervals, with sequential movement in time. Classical econometrics)

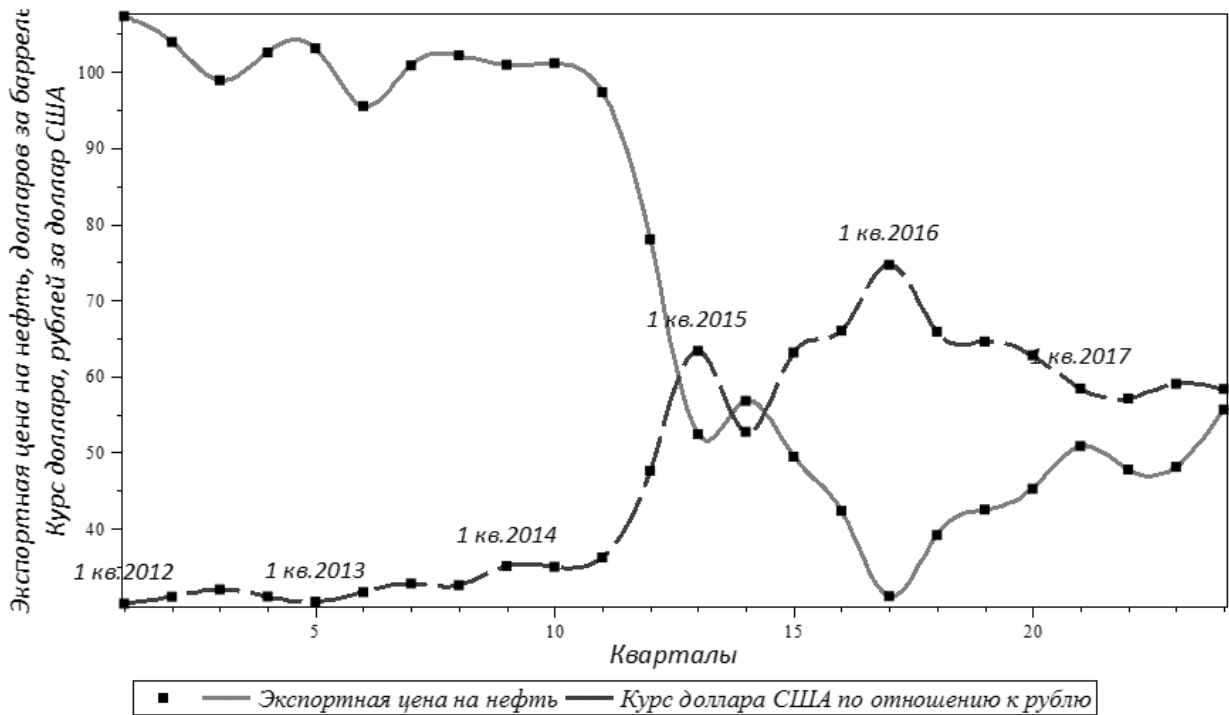


Рис. 3. Динамика средних экспортных цен на нефть и курса доллара
(Сплайн-аппроксимация. Новая эконометрика)

Fig. 3. Dynamics of average export oil prices and the dollar
(Spline approximation. The new econometrics)

интервала времени, где происходят изменения параметров регрессии, является приближенной, так как получаемые значения коэффициента корреляции являются усредненными оценками внутри выбранного восьмиквартального интервала. Очевидно, что при таком подходе мы не можем указать с достаточной точностью время, когда произошли изменения в тесноте связи; наши результаты остаются «сглаженными» внутри выбранного интервала времени. Также очень важно видеть не только моменты переключения регрессии, но и то, как долго сохраняются во времени произошедшие изменения. Однако результаты корреляционно-регрессионного анализа не сохраняют временные реперы процесса, не позволяют наблюдать непрерывные изменения конъюнктуры, последовательные переходы процессов из одного состояния в другое. Сглаживая динамику, мы утрачиваем также информацию и о реальных ускорениях или замедлениях процессов, которые могли быть откликами на колебания факторов.

Предполагая изменения цены на нефть и курса доллара непрерывными, мы вводим дополнительное ограничение непрерывности для моделируемых исследуемых процессы функций. Закономерно возникает задача поиска новых, более «тонких», методов анализа, которые должны обнаруживать взаимосвязи, избегая усреднений в своих моделях, позволяя наблюдать процессы непрерывно, искать корреляции и в тенденциях процессов [4]. Поиск инструментальных и математических средств реализации метода приводит нас к аппарату сплайн-аппроксимации, фазовому анализу, к необходимости использовать современные системы компьютерной математики, например Maple [5]. Моделирование экономической динамики сплайнами позволит нам перейти от сравнения дискретных состояний процессов в узловых точках к сравнению непрерывного взаимного воздействия на временных отрезках. Известное свойство минимальной кривизны кубических сплайнов останавливает наш выбор именно на сплайн-функциях третьей степени. Непрерывность, гибкость и дифференцируемость сплайнов становятся теми качествами, которые позволяют нам эффективно исследовать темпоральные особенности взаимосвязей в экономике. Сплайн-функция (spline-function) — кусочно-гладкая

функция, используемая для выравнивания временных рядов. Применение сплайн-функции вместо обычных функций тренда эффективно, когда внутри анализируемого периода меняется тенденция, направление ряда. Сплайн-функция помогает выделить подпериоды, внутри которых динамика показателя не претерпевает существенного изменения.⁵ Кусочная структура сплайна позволяет моделировать исследуемую динамику между узловыми точками отдельными кривыми, оптимальным образом «сшивая» их в самих узловых точках, подстраиваясь при этом под изменяющуюся структуру процесса. Прохождение сплайн-модели через все узловые точки процесса позволяет сохранить в точности эмпирические значения динамики [6, 7]. Коэффициент детерминации при таком подходе всегда равен единице.

Для обнаружения точек переключения регрессии методами «новой эконометрики» мы предлагаем сравнивать поведение первых производных кубических сплайнов, аппроксимирующих динамику исследуемых процессов. Непрерывность сплайнов, а также их дифференцируемость позволяют при исследовании динамики учитывать даже незначительные колебания скорости развития, видеть реальные изменения в каждый момент времени, без свойственных методам классической эконометрики «сглаживаний» и усреднений. Известно, что первая производная функции, описывающей некоторое движение, представляет собой скорость этого движения. Тогда интервалами времени, в течение которых параметры связи остаются стабильными, можно считать такие, где знаки производной сохраняют свои значения. Например, для процессов, которым свойственна отрицательная корреляция, знаки производных внутри интервалов с устойчивой связью должны сохраняться противоположными. Точки, в которых знаки производных становятся одноименными, будем считать точками переключения регрессии. Напротив, для процессов, которые характеризуются прямой связью, внутри интервалов с устойчивой связью знаки производных должны совпадать.

⁵ Экономико-математический словарь: [словарь современной экономической науки]. М.: Дело; Л.И. Лопатников, 2003.

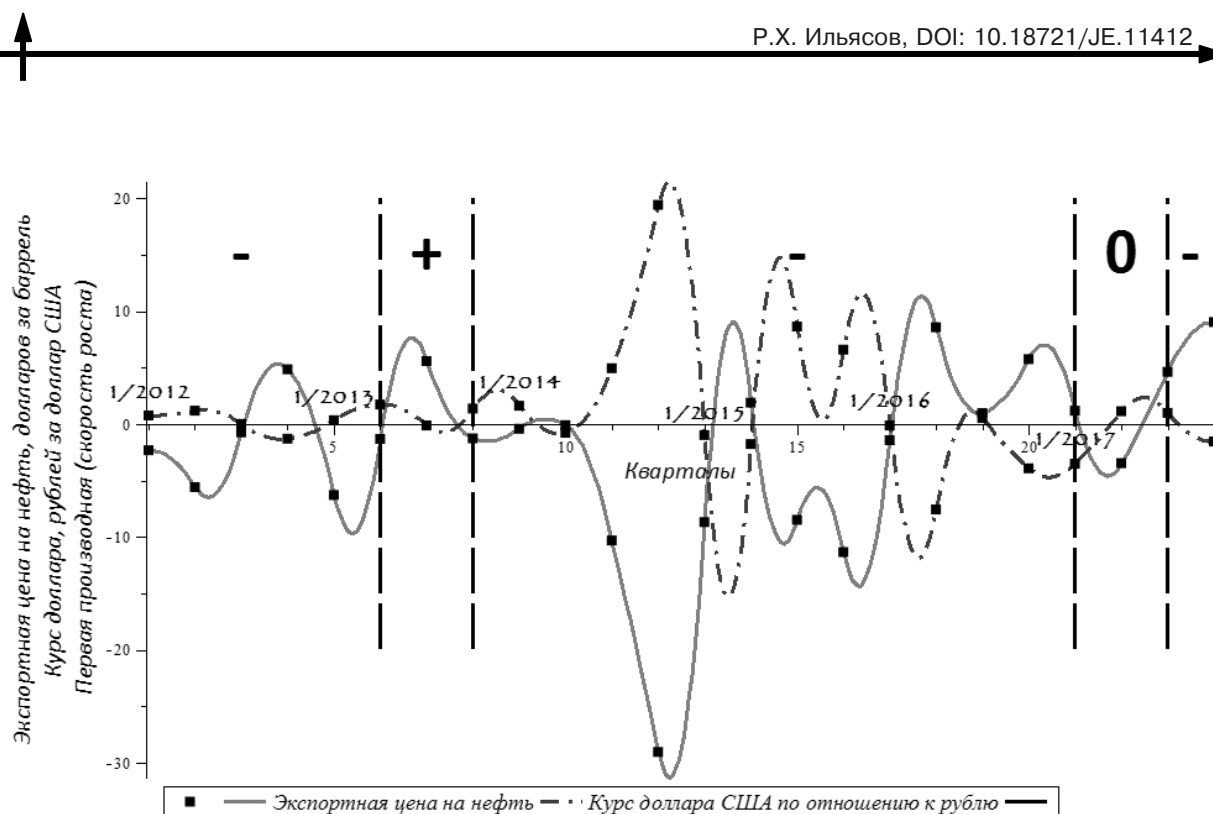


Рис. 4. Колебания скорости роста экспортных цен на нефть и курса доллара по отношению к рублю
(Первые производные сплайн-моделей. Новая эконометрика)

Fig. 4. Fluctuations in the growth rate of oil export prices and the dollar against the ruble
(The first derivatives of spline models. The new econometrics)

Графическая визуализация первых производных сплайн-функций, моделирующих динамику исследуемых процессов, позволяет увидеть их тенденции – все их замедления и ускорения. В отличие от дискретных показателей динамики (абсолютных приростов, темпов роста и прироста), производные сплайн-моделей динамики показывают изменения скорости развития непрерывно, в каждый момент времени. Исследуя взаимосвязи между тенденциями, мы наблюдаем их темпоральные особенности – то, как с течением времени меняется теснота связи, как продолжительно остаются устойчивыми параметры взаимосвязи, и определяем моменты перехода процессов из одного «временного класса» в другой [8, 9].

На рис. 4 мы наблюдаем колебания скорости роста экспортных цен на нефть и курса доллара по отношению к рублю. Анализ кривых первых производных позволяет определить точки переключения исследуемой регрессии. С I квартала 2012 г. по II квартал 2013 г. процессы коррелируют отрицательно – знаки производных внутри указанного интервала противоположны. Во II квартале

2013 г. произошло переключение регрессии – в течение следующих двух кварталов мы наблюдаем прямую связь между ценами на нефть и курсом доллара. Следующая точка переключения регрессии – IV квартал 2013 г., когда процессы вновь вернулись к отрицательной корреляции. Очередное нарушение устойчивости в исследуемой связи произошло в начале 2017 г. – корреляция между ценами на нефть и курсом доллара исчезает, она не проявляется в течение двух последующих кварталов. Именно внутри этого интервала времени можно говорить о том, что курс доллара отвязался от цены на нефть. В последнем квартале 2017 г. процессы возвращаются к отрицательной корреляции. Таким образом, сравнение производных обнаружило внутри исследуемого интервала времени четыре точки переключения регрессии, которые определяют пять временных отрезков с различающимися параметрами связи. Построение регрессии с переключениями должно учитывать наличие «особых точек», что невозможно при построении модели регрессии только одной функцией методом наименьших квадратов.

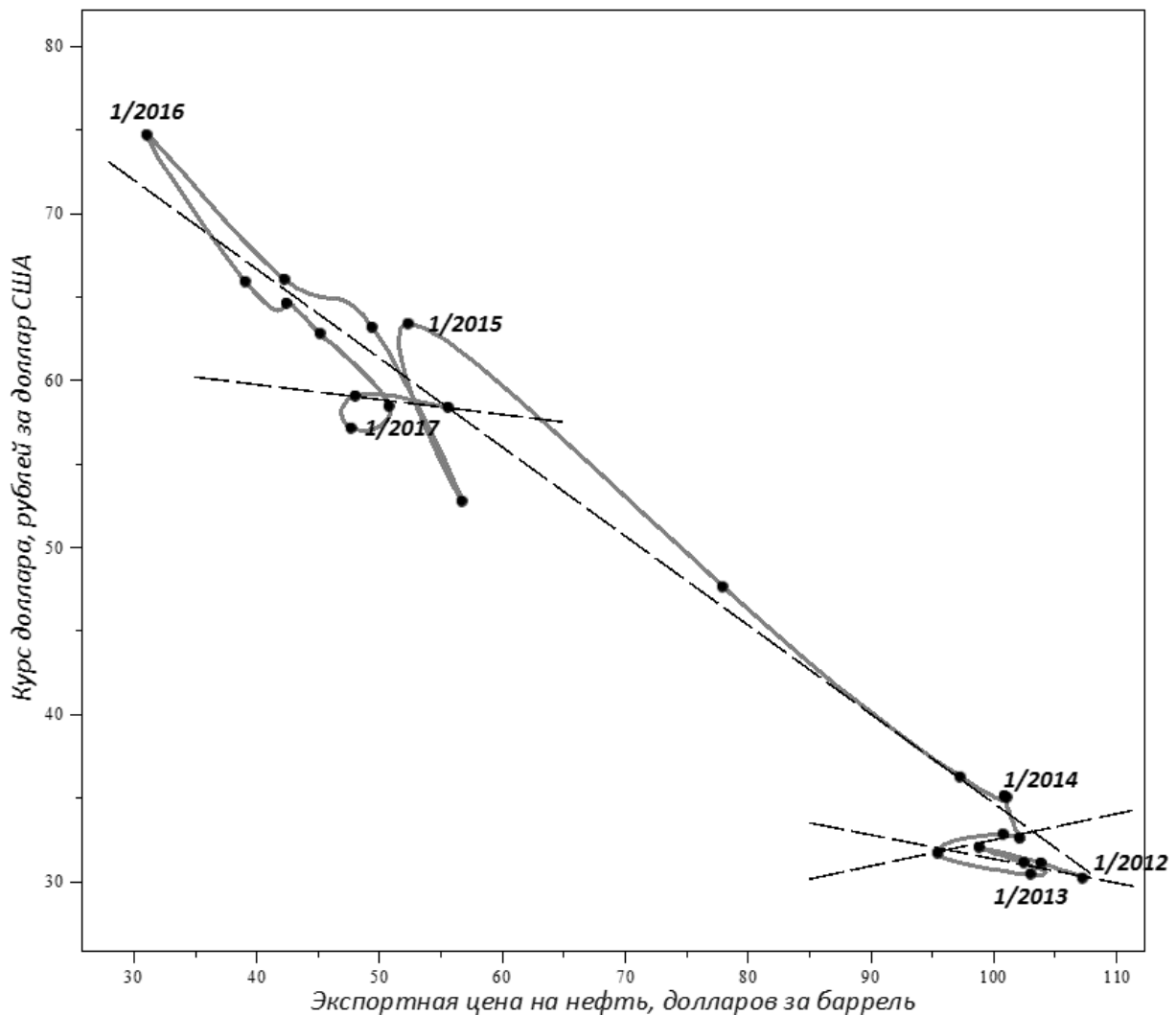


Рис. 5. Сплайн-параметрическая картина регрессии с переключениями
(Новая эконометрика)

Fig. 5. Spline-parametric picture of regression switching
(The new econometrics)

Эффективным инструментом графической визуализации и анализа взаимосвязей с переключениями является непрерывное представление связи на параметрических сплайн-картинах. При сплайн-параметрическом представлении взаимосвязи в двумерном пространстве по первой оси мы располагаем значения первой переменной, а по второй оси — второй переменной, получая фазовую траекторию связи. Независимым третьим параметром, по которому «выстраиваются» кривые взаимосвязи, здесь выступает время. Преимуществом предлагаемого метода построения взаимосвязи является сохранение темпоральных особенностей связи, возмож-

ность увидеть ее развитие во времени непрерывно, последовательно исследуя переходы связи из одного состояния в другое. Рис. 5 демонстрирует непрерывную эволюцию (сплайн-модель, непрерывная линия) взаимосвязи курса доллара и цен на нефть на фоне регрессионных моделей классической эконометрики (штрих-линии), построенных с учетом обнаруженных точек переключения регрессии. В целом процессы подвержены обратной связи — в начале исследуемого интервала времени в 2012 г. корреляция отрицательная, а ее переключение во втором квартале 2013 г. к положительной корреляции сохраняется недолго. В последующие три го-

да наблюдается очень тесная отрицательная корреляция. Исчезновение связи между процессами в начале 2017 г. носит плавный характер, циклическим переходом фазовой кривой возвращаясь к характерной отрицательной корреляции в III квартале 2017 г.

Результаты исследования. Одним из основных результатов исследования можно считать обнаруженные преимущества сплайн-аппроксимационного подхода к моделированию взаимосвязи перед моделью регрессии, построенной по методу наименьших квадратов. Это:

- точность прохождения сплайна через все узловы точки;

- непрерывность модели, позволяющей исследовать поведение процессов не только в узловых точках, но и сравнивать их интерполяционное поведение;

- структурная вариативность сплайн-моделей, эффективно адаптирующихся к переменной структуре взаимосвязи при наличии возможных точек переключения регрессии;

- дифференцируемость сплайн-функций, позволяющая фиксацию точек переключения регрессии.

Применение новых методов исследования взаимосвязи позволило уточнить особенности воздействия конъюнктуры нефтяного рынка на один из основных макроэкономических показателей современной России – курс доллара по отношению к рублю. Анализ показал, что в последние годы отрицательная зависимость курса национальной валюты от цены на нефть иногда заметно ослабевает. Непродолжительное время корреляция между ними может сохраняться и положительной. Тем не менее, фазовая траектория связи показывает, что исследуемые процессы стремятся к возвращению к характерной им отрицательной корреляции.

Выводы. Несмотря на то, что методы классической эконометрики обнаружили заметное ослабление связи между процессами во II квартале 2013 г. (рис. 2), они оказались не в состоянии увидеть похожую «утрату» сильной отрицательной корреляции и в 2017 г. Непрерывное представление процессов сплайнами можно считать более точным, тонким и чувствительным инструментом моделирования, визуализации и анализа взаимосвязей в системах с переменной структурой [10, 11].

С помощью сплайн-аппроксимационного подхода мы увидели темпоральные особенности исследуемой взаимосвязи – как с течением времени связь ослабевала, усиливалась, исчезала, меняла свое направление, по циклической траектории возвращалась к наблюдавшимся ранее параметрам.

Моделирование динамики сплайнами заменяет дискретные последовательности данных непрерывными функциями с заданной степенью гладкости, использование которых ослабляет некоторые исходные ограничительные предпосылки моделей регрессии [12, 13]. В частности, сплайны позволяют нам выявлять закономерности путем сравнения не только отдельных точек данных, как в традиционных методах, а отрезков функций, с хорошей точностью описывающих исходную статистику.

Методы «новой эконометрики» опираются на сохранение реального «рельефа» экономической динамики, исследуя воздействие на процессы как «событийных составляющих» динамики, так и небольших колебаний скорости роста [14, 15]. Дифференцирование сплайн-моделей дает возможность более четкого, точного определения моментов «смены тенденций», сравнивая взаимные реакции замедления и ускорения в развитии процессов.

Сложность современных экономических конъюнктур требует от исследователей использования новых методов моделирования и анализа процессов, взаимосвязей между ними, избегая «грубых» процедур сглаживания. Ускорение процессов современной экономики, их возможная нелинейная реакция на воздействия факторов могут быть хорошо описаны фазовыми траекториями, позволяющим на более высоком уровне, интеллектуально-емко интерпретировать результаты исследования.

В настоящее время классическая эконометрика обладает более доступной инструментальной реализацией своих методов в различных пакетах прикладных программ. Использование сплайнов при моделировании экономической динамики пока не нашло заслуженного развития – в основном сплайн-функции применяются в своих исследованиях инженерами, физиками и математиками. Известные аппроксимационные свойства сплайнов должны существенно развить эконо-

нометрические методы, а также заметно расширить практику их применения экономистами-аналитиками. Важным шагом в развитии методов «новой эконометрики» могла

бы стать разработка более доступных интерфейсов систем компьютерной математики для сплайн-моделирования и фазового анализа в экономике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **Выгодчикова И.Ю., Гусятников В.Н., Высочанская Е.Ю.** Метод сплайн-аппроксимации экономических процессов с неустойчивым трендом // Вестник Саратовского государственного социально-экономического университета. 2017. № 4 (68). С. 110–115.
- [2] **Боташева Ф.Б., Винтизенко И.Г.** «Новая эконометрика» с ее «тонкими» методами исследования экономических конъюнктур // European Social Science Journal. 2014. № 10-1 (49). С. 31–39.
- [3] **Устюжанина Е.В.** Думайте деньгами: десять заповедей экономического мышления. М.: Воскресенье, 2003.
- [4] **Ильясов Р.Х.** Сплайн-анализ «тонкой» структуры взаимозависимости экспортных цен на природный газ и нефть // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. 2008. № 6 (68). С. 348–352.
- [5] **Винтизенко И.Г., Ильясов Р.Х.** Новая эконометрика : моногр. Ставрополь : АГРУС, 2018. 480 с.
- [6] **Cáceres-Hernández J.J., Martín-Rodríguez G.** Evolving splines and seasonal unit roots in weekly agricultural prices // Australian Journal of Agricultural and Resource Economics. 2017. Vol. 61 (2). P. 304–323.
- [7] **Cleophas T.J.** Clinical trials: Spline modeling is wonderful for nonlinear effects // American Journal of Therapeutics. 2016. Vol. 23 (3). P. e844–e849.
- [8] **Kaishev V.K. LéVy.** Processes Induced By Dirichlet (B-)Splines: Modeling Multivariate Asset Price Dynamics // Mathematical Finance. 2013. Vol. 23 (2). P. 217–247.
- [9] **Odoardi I., Muratore F.** Regional income differentials in Italy: A MARS analysis // Advances in Intelligent Systems and Computing. 2016. Vol. 475. P. 65–73.
- [10] **Романова О.О., Иода Е.В.** Инструменты идентификации риска банкротства предприятия: аппарат MAP-сплайнов // Социально-экономические явления и процессы. 2015. Т. 10, № 9. С. 140–145.
- [11] **Узденова Ф.М., Яковенко В.С.** Сплайн-представление индикаторов дифференциации доходов населения с аналитикой коэффициента К. Джини // European Social Science Journal. 2014. № 1-1 (40). С. 395–402.
- [12] **Калажиков Х.Х.** Моделирование и прогнозирование динамики временных рядов. Ч. 1 // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2014. № 5 (61). С. 7–16.
- [13] **Каткова М.А., Марков В.А.** Применение эффекта гистерезиса транзакций в моделировании институционально-неравновесной экономики // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2014. Т. 325, № 6. С. 112–119.
- [14] **Odoardi I., Muratore F.** Understanding the support of savings to income: A multivariate adaptive regression splines analysis // Advances in Intelligent Systems and Computing. 2015. Vol. 373. P. 385–392.
- [15] **Ratto M., Pagano A.** Using recursive algorithms for the efficient identification of smoothing spline ANOVA models // AStA Advances in Statistical Analysis. 2010. Vol. 94 (4). P. 367–388.

ИЛЬЯСОВ Руслан Хизраилевич. E-mail: ilyasov_95@mail.ru

Статья поступила в редакцию 22.05.2018

REFERENCES

- [1] **I.Yu. Vygodchikova, V.N. Gusyatnikov, Ye.Yu. Vysochanskaya,** Metod splayn-approximatsii ekonomicheskikh protsessov s neustoychivym trendom, Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo sotsialno-ekonomicheskogo universiteta, 4 (68) (2017) 110–115.
- [2] **F.B. Botasheva, I.G. Vintizenko,** «Novaya ekonometrika» s yeye «tonkimi» metodami issledovaniya ekonomicheskikh konyunktur, European Social Science Journal, 10-1 (49) (2014) 31–39.
- [3] **Ye.V. Ustyuzhanina,** Dumayte dengami: desyat zapovedey ekonomicheskogo myshleniya. M.: Voskresenye, 2003.
- [4] **R.Kh. Piyasov,** Splayn-analiz «tonkoy» struktury vzaimozavisimosti eksportnykh tsen na prirodnyy gaz i nef, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Economics, 6 (68) (2008) 348–352.
- [5] «Novaya ekonometrika» : monografiya. I.G. Vintizenko (Severo-Kavkazskiy federalnyy universitet), R.Kh. Ilyasov (Chechenskiy gosudarstvennyy universitet). Stavropol: AGRUS Stavropolskogo gos. agramogo un-ta, 2018.
- [6] **J.J. Cáceres-Hernández, G. Martín-Rodríguez,** Evolving splines and seasonal unit roots in weekly agricultural prices. Australian Journal of Agricultural and Resource Economics, 2017, vol. 61 (2), pp. 304–323.

[7] **T.J. Cleophas**, Clinical trials: Spline modeling is wonderful for nonlinear effects, *American Journal of Therapeutics*, 23 (3) (2016) e844–e849.

[8] **V.K. Kaishev, LèVy**, Processes Induced By Dirichlet (B-)Splines: Modeling Multivariate Asset Price Dynamics, *Mathematical Finance*, 23 (2) (2013) 217–247.

[9] **I. Odoardi, F. Muratore**, Regional income differentials in Italy: A MARS analysis. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 475 (2016) 65–73.

[10] **O.O. Romanova, Ye.V. Ioda**, Instrumenty identifikatsii riska bankrotstva predpriyatiya: apparat MAP-splaynov, *Sotsialno-ekonomicheskiye yavleniya i protsessy*, 10 (9) (2015) 140–145.

[11] **F.M. Uzdenova, V.S. Yakovenko**, Splayn-predstavleniye indikatorov differentsiatsii dokhodov naseleniya s analitikoy koeffitsiyenta K. *Dzhini*, *European Social Science Journal*, 1-1 (40) (2014) 395–402.

[12] **Kh.Kh. Kalazhokov**, Modelirovaniye i prognozirovaniye dinamiki vremennykh ryadov (Chast 1), *Izvestiya Kabardino-Balkarskogo nauchnogo tsentra RAN*, 5 (61) (2014) 7–16.

[13] **M.A. Katkova, V.A. Markov**, Primeneniye effekta gisterezisa transaktsiy v modelirovanii institutsionalno-neravnovesnoy ekonomiki, *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta. Inzhiniring georesursov*, 325 (6) (2014) 112–119.

[14] **I. Odoardi, F. Muratore**, Understanding the support of savings to income: A multivariate adaptive regression splines analysis, *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 373 (2015) 385–392.

[15] **M. Ratto, A. Pagano**, Using recursive algorithms for the efficient identification of smoothing spline ANOVA models, *AStA Advances in Statistical Analysis*, 94 (4) (2010) 367–388.

ILYASOV Ruslan H. E-mail: ilyasov_95@mail.ru