DOI: 10.18721/JPM.13408
УДК 537.534.3:621.384.8 (075.8)

ИДЕАЛЬНО ФОКУСИРУЮЩИЕ СИСТЕМЫ С ОДНОРОДНЫМИ МАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ

К.В. Соловьев

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация;

Институт аналитического приборостроения Российской академии наук,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Рассмотрены случаи идеальной фокусировки пучка заряженных частиц в присутствии постоянного магнитного поля. Показано, что идеальная пространственно-временная фокусировка по одному из направлений сохраняется в магнитном поле только при однородности последнего и совмещении его направления с направлением квадратичного нарастания потенциала электрического поля. В качестве примера рассмотрено наложение магнитного поля на осесимметричные электростатические поля, практически применяемые в масс-спектрометрии. Сделан вывод о необходимости линейности хотя бы одного из уравнений отделяемого движения для обеспечения идеальной пространственно-временной фокусировки.

Ключевые слова: масс-спектрометрия, идеальная фокусировка, ионная ловушка, однородное магнитное поле

Ссылка при цитировании: Соловьев К.В. Идеально фокусирующие системы с однородными магнитными полями // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2020. Т. 13. № 4. С. 102–109. DOI: 10.18721/JPM.13408

IDEAL FOCUSING SYSTEMS WITH HOMOGENOUS MAGNETIC FIELDS

K.V. Solovyev

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
St. Petersburg, Russian Federation;

Institute for Analytical Instrumentation of the Russian Academy of Sciences,
St. Petersburg, Russian Federation

Cases of charged-particle beam's ideal focusing in the presence of a constant magnetic field have been considered. One-directional ideal space-time focusing was shown to remain only on conditions that a magnetic field being homogenous and its direction being the same as the one of quadratic potential growth. Axially symmetric electrostatic fields with superimposed magnetic field were taken as an example because of their practical importance in the mass spectrometry. It was concluded that at least one equation with separated motion should be linear to maintain the ideal space-time focusing.

Keywords: spectrometry, ideal focusing, ion trap, homogenous magnetic field

Citation: Solovyev K.V., Ideal focusing systems with homogenous magnetic fields, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 13 (4) (2020) 102–109. DOI: 10.18721/JPM.13408

Введение

Полевые структуры, обеспечивающие идеальную пространственно-временную фокусировку (ИПВФ) пучка заряженных частиц по одному из направлений, являются в настоящее время теоретической основой синтеза широкого класса высокоразрешающих масс-спектрометрических приборов [1, 8 – 11]. В работе [2] впервые указана вся совокупность электростатических полей, обладающих квадратичной зависимостью потенциала от одной из координат. Именно такие поля и обеспечивают ИПВФ пучка. Электростатические интегрируемые системы с идеальной пространственно-временной фокусировкой по одному из направлений к настоящему времени достаточно полно изучены [3 – 7]; среди неинтегрируемых вариантов особое внимание было обращено на так называемые ловушки Кассини [8 – 11], дающие в ряде случаев возможность совместить функционал собственно ловушки и системы подготовки ионного пакета [11].

Возможности синтеза разнообразных, идеально фокусирующих систем, реализуемых в электростатике, практически ничем не ограничены. Однако для полноты картины целесообразно снова рассмотреть проблему сохранения ИПВФ в присутствии магнитного поля (более ранее обсуждение вопроса см., например, в статье [12]).

Анализ идеально фокусирующих систем

Для начала перейдем к построению безразмерной модели поставленной задачи. Как известно, движение заряженной частицы в электрическом поле с потенциалом Φ и магнитном поле с вектором магнитной индукции **B** описывается уравнением

$$m\frac{d^2\mathbf{R}}{dt^2} = -q\cdot\operatorname{grad}\Phi + q\frac{d\mathbf{R}}{dt}\times\mathbf{B}, \qquad (1)$$

где m, q – масса и заряд иона; **R** – радиус-вектор частицы ; t – время.

Введем безразмерные переменные $\mathbf{r}$, τ, ϕ, $\mathbf{b}$, μ через следующие соотношения:

$$\mathbf{R} = l\,\mathbf{r},\; t = T\,\tau,\; \Phi = \Phi_0\,\phi,$$
$$\mathbf{B} = B_0\,\mathbf{b},\; m = m_0\,\mu,$$

где l – характерный габарит системы; Φ_0, B_0 – ее характерный потенциал и индукция магнитного поля; T – единица времени; m_0 – единица массы;

$$\mathbf{r} = (x,\, y,\, z),\; \mathbf{b} = (b_x, b_y, b_z)$$

– соответственно безразмерный радиус-вектор и безразмерный вектор магнитного поля, всюду единичный для однородного поля и единичный в выбранной точке пространства для неоднородного поля.

Подставив новые переменные в уравнение (1), получим:

$$m_0\,\mu\cdot\frac{l}{T^2}\cdot\frac{d^2\mathbf{r}}{d\tau^2} =$$
$$= -q\cdot\frac{\Phi_0}{l}\cdot\frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{r}} + q\cdot\frac{l}{T}\cdot\frac{d\mathbf{r}}{d\tau}\times(B_0\,\mathbf{b}),$$

или

$$\mu\frac{d^2\mathbf{r}}{d\tau^2} = -q\cdot\frac{T^2\,\Phi_0}{m_0\,l^2}\cdot\frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{r}} +$$
$$+ q\cdot\frac{T\,B_0}{m_0}\cdot\frac{d\mathbf{r}}{d\tau}\times\mathbf{b}.$$

Принимая в качестве константы измерения времени величину T, необходимо выбрать один из трех вариантов: сделать единицей коэффициент при первом слагаемом правой части, либо то же при втором слагаемом, либо потребовать определенной связи между величинами этих коэффициентов.

Остановимся на первом варианте, положив

$$T = l\sqrt{\frac{m_0}{|\,q\Phi_0\,|}}. \qquad (2)$$

Тогда получим уравнение движения в виде

$$\mu\,\ddot{\mathbf{r}} = -\nabla\phi + \beta\cdot\dot{\mathbf{r}}\times\mathbf{b}, \qquad (3)$$

где точка над символом обозначает дифференцирование по τ, а градиент берется уже по компонентам вектора **r**. Параметр β определяется выражением

$$\beta = l B_0 \sqrt{\frac{1}{m_0}\left|\frac{q}{\Phi_0}\right|}. \qquad (4)$$

Для случая однородного магнитного поля, направленного вдоль оси z, очевидно, $\mathbf{b} = \mathbf{e}_z$. Данная схема введения безразмерных переменных отличается от принятой в работах [3 – 7], поскольку наличие магнитного поля влияет на геометрию траекторий частиц различной массы. Безразмерный потенциал идеально фокусирующей электростатической системы имеет вид [2]:

$$\begin{gathered} \phi(x, y, z) = z^2 + f(x, y), \\ f_{xx} + f_{yy} + 2 = 0. \end{gathered} \qquad (5)$$

Благодаря аддитивному члену z^2 в потенциале (5), движение по направлению z в поле с потенциалом (5) при значении параметра $\beta = 0$ отделено от движения по направлениям x, y и подчиняется уравнению гармонических колебаний:

$$\mu \ddot{z} = -2z, \qquad (6)$$

решение которого имеет вид

$$z = z_0 \cos\left(\sqrt{\frac{2}{\mu}}\,\tau\right) + \dot{z}_0 \sqrt{\frac{\mu}{2}} \sin\left(\sqrt{\frac{2}{\mu}}\,\tau\right). \qquad (7)$$

Решение (7) гарантирует идеальную пространственно-временную фокусировку пучка в плоскостях $z = \pm z_0$ при старте заряженных частиц из плоскости z_0 с любыми $\dot{z}_0$ либо фокусировку пучка в плоскости $z = 0$ при их старте из различных точек z_0 с нулевой z-компонентой начальной скорости.

Наложение внешнего магнитного поля видоизменяет уравнение движения по z:

$$\mu \ddot{z} = -2z + \beta(\dot{x} b_y - \dot{y} b_x). \qquad (8)$$

Очевидно, что только при $\mathbf{b} = \mathbf{e}_z$ уравнение (8) сохраняет вид (6), характерный для случая электростатики, обеспечивая независимость колебаний по оси z от движения в плоскости, ортогональной z. При условии $b_x \neq 0$ либо $b_y \neq$ $\neq 0$ имеет место «перепутывание» координат в системе (3), ввиду чего движение по направлению z не отделяется, нарушается линейность (если только потенциал не является квадратичной формой и система уравнений движения не является полностью линейной; см., например, работу [13]). Поле должно быть однородным, поскольку зависимость любой компоненты вектора **b** от координат влечет за собой отличие от нуля и зависимость от координат еще одной (по крайней мере) компоненты вектора в силу уравнения div **b** = 0.

Таким образом, расширение класса полей с идеальной пространственно-временной фокусировкой становится возможным, лишь если включить в него системы следующего вида:

электростатическое поле типа (5) +
+ однородное магнитное поле,
направленное вдоль оси z.

Здесь же напомним, что однородное магнитное поле обеспечивает идеальную пространственно-временную фокусировку пучка и в следующих хорошо известных случаях, которые рассмотрим в размерных координатах в предположении **B** = (0, 0, B).

1. **E** = 0, **B** $\neq$ 0. Период вращения частиц в однородном магнитном поле

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \qquad (9)$$

не зависит от начальных данных и определяется величиной поля и отношением заряд/масса.

Таким образом, в проекции на плоскость, ортогональную вектору магнитной индукции, через время, равное периоду T, осуществляется идеальная фокусировка пучка в точке, совпадающей с точкой старта. В ней фокусируются частицы всех масс, но в разные моменты времени. Движение вдоль вектора **B** – равномерное. При ненулевой z-компоненте начальной скорости частиц источник становится пространственно (по координате z) разделенным с детектором. Времяпролетный спектрометр, действующий на этом принципе, описан в статье [14].

2. $\mathbf{E} \neq 0$, $\mathbf{B} \neq 0$, вектор **E** параллелен вектору **B**. Этот случай аналогичен первому, но движение по z – равноускоренное, поэтому можно управлять размером изображения на детекторе.

3. $\mathbf{E} \neq 0$, $\mathbf{B} \neq 0$, вектор **E** не параллелен вектору **B**. Пусть для определенности вектор электрического поля ориентирован следующим образом:

$$\mathbf{E} = (-E_x, 0, E_z).$$

Это обобщение случая скрещенных полей (известен из элементарного курса физики), также обеспечивающего идеальную одномерную пространственно-временную фокусировку через время, кратное периоду T (см. формулу (9)), в плоскости, проходящей через точку старта ортогонально оси x. В отличие от случая 2, точка фокусировки смещена относительно точки старта на расстояние $2\pi m E_x / (qB^2)$ в направлении y. Линии спектра масс разворачиваются в виде отрезков, параллельных вектору **B**. Времяпролетные свойства циклоидального масс-спектрометра использованы в патенте [15].

Среди комбинаций электрического поля, квадратичного по одной из координат потенциала, и однородного магнитного поля, направленного вдоль того же координатного направления, интересен случай полей с осевой симметрией. Он обсуждался в работах [16, 17], но в другом контексте.

Дальнейшее рассмотрение проблемы будет вестись только в безразмерных координатах (2) – (4).

Наиболее общий вид потенциала (5) в осесимметричном случае следующий:

$$\phi(r,z) = z^2 - \frac{r^2}{2} + \alpha \cdot \ln r, \quad \alpha \in \{-1, 0, 1\}. \tag{10}$$

Данное выражение включает в себя поле орбитальной ловушки [1] ($\alpha = 1$), удерживающее частицы при определенных начальных скоростях, а также поле гиперболоида ($\alpha = 0$) и поле квадрологарифмического типа ($\alpha = -1$), принципиально не удерживающие частицы по координате r в отсутствие магнитного поля. Потенциал (10) обеспечивает гармонические колебания иона по направлению z (гарантируя ИПВФ) и его радиально-азимутальное движение в поле эффективного потенциала, имеющего вид

$$U_0(r) = \mu \frac{r_0^4 \dot{\gamma}_0^2}{2r^2} - \frac{r^2}{2} + \alpha \ln r. \tag{11}$$

Возникшая в данном варианте обезразмеривания зависимость U_0 от массы μ исчезнет, если учесть, что полная энергия частицы связана с начальными данными соотношением

$$\mu\left(\frac{\dot{r}_0^2}{2} + \frac{r_0^2 \dot{\gamma}_0^2}{2} + \frac{\dot{z}_0^2}{2}\right) = E = E_r + E_\gamma + E_z. \tag{12}$$

Тогда $\mu \dfrac{r_0^2 \dot{\gamma}_0^2}{2} = E_\gamma$ и

$$U_0(r) = E_\gamma \frac{r_0^2}{r^2} - \frac{r^2}{2} + \alpha \ln r. \tag{13}$$

Погружение системы (10) в однородное магнитное поле приводит к замене эффективного потенциала (11) потенциалом

$$U_\beta(r) = \left(\dot{\gamma}_0 + \frac{\beta}{2\mu}\right)^2 \frac{\mu r_0^4}{2r^2} + \left(\frac{\beta^2}{4\mu} - 1\right)\frac{r^2}{2} + \alpha \ln r \tag{14}$$

и, соответственно, вызывает деформацию исходного радиально-азимутального движения при сохранении идеальной пространственно-временной фокусировки пучка по координате z. Границы области радиального движения здесь существенно зависят от массы.

Нулевому значению параметра α соответствует хорошо известная ловушка Пеннинга (см., например, монографию [18]). Этот случай достаточно изучен, поэтому сосредоточимся на вариантах $\alpha = \pm 1$.

Обозначив

$$a = \left(\dot{\gamma}_0 + \frac{\beta}{2\mu}\right)^2 \frac{\mu r_0^{\ 4}}{2}, \quad c = \left(\frac{\beta^2}{4\mu} - 1\right), \qquad (15)$$

запишем выражение (14) в виде

$$U_\beta(r) = \frac{a}{r^2} + \frac{c\,r^2}{2} + \alpha \ln r. \qquad (16)$$

Поскольку $a > 0$, $U_\beta(r) \to +\infty$ при $r \to 0$. Поведение $U_\beta(r)$ при $r \to +\infty$ определяется знаком параметра c. Для $c > 0$ $U_\beta(r) \to +\infty$ при $r \to +\infty$, а зависимость $U_\beta(r)$ имеет минимум, образуя потенциальную яму, удерживающую ионы. Для $c < 0$ $U_\beta(r) \to -\infty$ при $r \to +\infty$ и яма эффективного потенциала существует лишь при наличии как минимума, так и максимума $U_\beta(r)$; удержание же иона в яме возможно лишь при выполнении определенных условий, связывающих начальные данные иона с параметрами полей, аналогичных случаю электростатики [19].

Итак, для случая $c < 0$ уравнение $\partial U_\beta(r)/\partial r = 0$ имеет два вещественных корня:

$$r^2 = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 8ac}}{2c}$$

при условии положительности дискриминанта, а именно, при $8ac > -\alpha^2$.

Тогда

$$-\alpha^2/(8a) < c < 0. \qquad (17)$$

Условие $r^2 > 0$ приводит к неравенству

$$-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 8ac} < 0,$$

которое, при соблюдении соотношения (17), всегда выполняется для $\alpha = 1$ и никогда для $\alpha = -1$. Используя выражения (15), (17) для $\alpha = 1$, получаем неравенства

$$-1 < 4\mu r_0^{\ 4}\left(\frac{\beta^2}{4\mu} - 1\right)\cdot\left(\dot{\gamma}_0 + \frac{\beta}{2\mu}\right)^2 < 0. \qquad (18)$$

Требование отрицательности средней части выражения (18) (то есть правая часть двойного неравенства (18)) обеспечивается выполнением условия $\beta^2 < 4\mu$, всегда верном при нулевом магнитном поле. Выполнение левой части двойного неравенства (18) реализуется соответствующим выбором начальных данных.

Равенство $c = 0$ для $\alpha = 1$ делает возможным существование ямы эффективного потенциала (16) при любых начальных данных. Если же $c > 0$, яма гарантирована для ионов с произвольными условиями старта при любом значении α. Таким образом, вариант $\alpha = 1$ соответствует системе, способной удерживать ионы с любыми массами μ, но для $\mu \geq \beta^2/4$ – лишь при определенных начальных данных.

Для системы с $\alpha = -1$ выполнение условия $c > 0$ создает возможность удерживать ионы, отсутствующую в чисто электрическом поле. При этом требование $\mu < \beta^2/4$, эквивалентное неравенству $c > 0$, устанавливает предельное значение массы ионов, радиально устойчивых в магнитным поле величины β. Устройство на базе таких полей также применимо в масс-спектрометрии.

В заключение укажем на упомянутый в статье [13] случай слабо меняющегося однородного магнитного поля, также расширяющий исследуемый класс полей с ИПВФ.

Заключение

В результате настоящего рассмотрения можно сделать вывод о том, что необходимым условием идеальной пространственно-временной фокусировки в системе хотя бы по одному из направлений является либо линейность уравнения с отделяемым движением по этому направлению, либо, при перемешанности координат, линейность всей системы уравнений движения (в том числе, при соблюдении кратности частот колебаний дающая фокусировку по нескольким направлениям). Магнитное поле обязано быть только однородным, можно использовать его воздействие на ионы в качестве удерживающего, в том числе в качестве компенсатора расталкивающих сил электрического поля.

Работа частично выполнена в рамках НИР 0074-2019-0009, входящей в состав гос. задания № 075-01073-20-00 Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Zubarev R., Makarov A.** Orbitrap mass spectrometry // Analytical Chemistry. 2013. Vol. 85. No. 11. Pp. 5288–5296.

2. **Галль Л.Н., Печалина Е.Э., Голиков Ю.К.** Об одном классе электростатических полей с пространственно-временной фокусировкой // Научное приборостроение. Электронно-ионная оптика. Л.: Наука, 1989. С. 3–7.

3. **Голиков Ю.К., Краснова Н.К., Соловьев К.В., Никитина Д.В.** Интегрируемые ионные ловушки // Прикладная физика. 2006. № 5. С. 51–57.

4. **Голиков Ю.К., Соловьев К.В.** Электростатические ионные ловушки с разделением переменных в параболических координатах // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 7. С. 82–88.

5. **Голиков Ю.К., Соловьев К.В.** Критерий поперечной устойчивости в ионных ловушках с интегрируемым в эллиптических координатах движением // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. Вып. 22. С. 43–49.

6. **Соловьев К.В., Виноградова М.В.** Условия финитности движения иона в электростатической ловушке с разделением переменных в параболических координатах // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44. Вып. 14. С. 34–41.

7. **Соловьев К.В., Виноградова М.В.** Двухэлектродная реализация электростатической ионной ловушки, интегрируемой в полярных координатах // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 1. С. 96–104.

8. **Никитина Д.В.** Ионные ловушки в динамической масс-спектрометрии. Автореферат дисс. ... канд. физ.-мат. наук. СПб. 2006. 16 с.

9. **Köster C.** The concept of electrostatic non-orbital harmonic ion trapping // Int. J. Mass Spectrom. 2009. Vol. 287. No. 1–3. Pp. 114–118.

10. **Köster C.** Twin trap or hyphenation of a 3D Paul- and Cassinian ion trap // J. Am. Soc. Mass Spectrom. 2015. Vol. 26. No. 3. Pp. 390 –396.

11. **Nikolaev E., Sudakov M., Vladimirov G., Fernando L., Velásquez-García, Borisovets P., Fursova A.** Multi-electrode harmonized kingdom traps // J. Am. Soc. Mass Spectrom. 2018. Vol. 29. No. 11. Pp. 2173–2181.

12. **Makarov A.A.** Ideal and quasi-ideal time focusing of charged particles // J. Phys. D.: Appl. Phys. 1991. Vol. 24. No. 4. Pp. 533–540.

13. **Гликман Л.Г.** Фокусирующие свойства скрещенных однородного магнитного и гиперболоидального электрического полей // ЖТФ. 1971. Т. 41. Вып. 10. С. 2009–2015.

14. **Hays E.E., Richards P.I., Goudsmit S.A.** Mass measurements with a magnetic time-of-flight mass spectrometer // Phys. Rev. 1951. Vol. 84. No. 4. Pp. 824–829.

15. **Voss G.F., Celo A.B., Duryea A.N.** Cycloidal mass spectrometer with time of flight characteristics and associated method. Pat. No. 6,617,576 B1, United States, Int. Cl. B01D 59/44, Assignee: Monitor Instruments Company, LLC, Cheswick, PA (US), Appl. No.: 10/085542, Filed: 28.02.2001 (Provisional appl. No. 60/273062, filed: 2.03.2001). Date of Patent: 9.09.2003. 12 p.

16. **Бородкин А.С.** Движение заряда в специальном случае статического электромагнитно-

го поля // ЖТФ. 1961. Т. 31. Вып. 5. С. 582–587.

17. **Бородкин А.С.** Движение заряженной частицы в смешанном электрическом и однородном магнитном полях // ЖТФ. 1971. Т. 41. Вып. 9. С. 1845–1850.

18. **Major F.G., Gheorghe V.N., Werth G.** Charged particle traps. Physics and techniques of charged particle field confinement. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. 354 p.

19. **Голиков Ю.К., Соловьев К.В.** Осесимметричная ионная ловушка // Научное приборостроение. 2014. Т. 24. № 1. С. 36–49.

Статья поступила в редакцию 05.10.2020, принята к публикации 26.10.2020.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

СОЛОВЬЕВ Константин Вячеславович – *кандидат физико-математических наук, доцент Инженерно-физической школы Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.*

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

k-solovyev@mail.ru

REFERENCES

1. **Zubarev R., Makarov A.,** Orbitrap mass spectrometry, Analytical Chemistry. 85 (11) (20) (2013) 5288–5296.

2. **Gall L.N., Pechalina E.E., Golikov Yu.K.,** Ob odnom klasse elektrostaticheskikh poley s prostranstvenno-vremennoy fokusirovkoy [About an electrostatic field class with space-time focusing], Nauchnoye Priborostroyeniye, Elektronno-Ionnaya Optika, Nauka, Leningrad. (1989) 3–7 (in Russian).

3. **Golikov Yu.K., Krasnova N.K., Solovyev K.V., Nikitina D.V.,** Integrating electrostatic traps, Prikladnaya Fizika. (5) (2006) 51–57.

4. **Golikov Yu.K., Solov'ev K.V.,** Electroctrostatic ion traps with separation of variables in parabolic coordinates, Technical Physics Letters. 36 (4) (2010) 333–336.

5. **Golikov Yu.K., Solov'ev K.V.,** Criterion of transverse stability for ion traps, Technical Physics Letters. 37 (11) (2011) 1062–1064.

6. **Solov'ev K.V., Vinogradova M.V.,** Conditions of ion motion confinement in an electrostatic trap with separation of variables in parabolic coordinates, Technical Physics Letters. 44 (7) (2018) 618–621.

7. **Solovyev K.V., Vinogradova M.V.,** Two--electrode design for electrostatic ion trap integrable in polar coordinates, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics 12 (1) (2019) 96–104.

8. **Nikitina D.V.,** Ionnyye lovushki v dinamicheskoy mass-spektrometrii [Ion traps in dynamical mass spectrometry], PhD Thesis autoabstract, St. Petersburg, 2006 (in Russian).

9. **Köster C.,** The concept of electrostatic non-orbital harmonic ion trapping, Int. J. Mass Spectrom. 287 (1–3) (2009) 114–118.

10. **Köster C.,** Twin trap or hyphenation of a 3D Paul- and Cassinian ion trap, J. Am. Soc. Mass Spectrom. 26 (3) (2015) 390–396.

11. **Nikolaev E., Sudakov M., Vladimirov G., et al.,** Multi-electrode harmonized kingdon traps, J. Am. Soc. Mass Spectrom. 29 (11) (2018) 2173–2181.

12. **Makarov A.A.,** Ideal and quasi-ideal time focusing of charged particles, J. Phys. D.: Appl. Phys. 24 (4) (1991) 533–540.

13. **Glikman L.G.,** Fokusiruyushchiye svoystva skreshchennykh odnorodnogo magnitnogo i giperboloidalnogo elektricheskogo poley [Focussing properties of crossed homogeneous magnetic and hyperboloidal electric fields], Soviet Physics – Technical Physics. 41 (10) (1971) 2009–2015 (in Russian).

14. **Hays E.E., Richards P.I., Goudsmit S.A.,** Mass measurements with a magnetic time-of-flight mass spectrometer, Phys. Rev. 84 (4) (1951) 824–829.

15. **Voss G.F., Celo A.B., Duryea A.N.,** Cycloidal mass spectrometer with time of flight characteristics and associated method, Pat. No. 6,617,576 B1, United States, Int. Cl. B01D 59/44, Assignee: Monitor Instruments Company, LLC, Cheswick, PA (US), Appl. No.: 10/085542, Filed: 28.02.2001 (Provisional appl. No. 60/273062, filed: 2.03.2001), Date of Patent: 9.09.2003.

16. **Borodkin A.S.,** Dvizheniye zaryada v spetsialnom sluchaye staticheskogo elektromagnitnogo polya [A charge propagation in the special case of a static electromagnetic field], Soviet Physics – Technical Physics. 31 (5) (1961) 582–587 (in Russian).

17. **Borodkin A.S.,** Dvizheniye zaryazhennoy chastitsy v smeshannom elektricheskom i odnorodnom magnitnom polyakh [A charged particle's propagation in the mixed electric and homogeneous magnetic fields], Soviet Physics – Technical Physics. 41 (9) (1971) 1845–1850 (in Russian).

18. **Major F.G., Gheorghe V.N., Werth G.,** Charged particle traps. Physics and techniques of charged particle field confinement, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2005.

19. **Golikov Yu.K., Solovyev K.V.,** Axisymmetric ion trap, Nauchnoye priborostroyeniye. 24 (1) (2014) 36–49 (in Russian).

Received 05.10.2020, accepted 26.10.2020.

THE AUTHOR

SOLOVYEV Konstantin V.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
k-solovyev@mail.ru