

Научная статья

УДК 621.74.01:681.3.06

DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.29211>



Л.Ю. Добош  , В.М. Голод

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

 dobosh87@mail.ru

МЕЗОМАСШТАБНЫЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ПРИ ЗАТВЕРДЕВАНИИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ЛИТЕЙНЫХ СПЛАВОВ ЭВТЕКТИЧЕСКОГО ТИПА

Аннотация. Характер литой микроструктуры и ее неоднородность влияют на жидкотекучесть сплавов, формирование усадочных пустот, кинетику линейной усадки и возникновение горячих трещин в отливках. В работе исследована неоднородность дендритной и эвтектической структурных составляющих, формирующихся в многокомпонентном алюминиевом сплаве АК12 при различных скоростях охлаждения (от 0,02 до 11 К/с). Кинетика изменения и морфология локальной дендритной и/или дендритно-эвтектической структуры представлены в работе средствами компьютерного анализа неравновесной кристаллизации сплава в сочетании со статистическим исследованием значительного массива экспериментальных данных по микроструктуре сплава АК12. При использовании методов математической статистики установлен и показан логнормальный характер мезомасштабной неоднородности на этапе выделения первичного твердого раствора и при последующем эвтектическом превращении.

Ключевые слова: многокомпонентный алюминиевый сплав, логнормальное распределение, структурная неоднородность, АК12, дендриты, эвтектика.

Для цитирования:

Добош Л.Ю., Голод В.М. Мезомасштабный анализ структурной неоднородности при затвердевании многокомпонентных литейных сплавов эвтектического типа // Глобальная энергия. 2023. Т. 29, № 2. С. 162–174. DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.29211>

Research article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.29211>*L.Yu. Dobosh* ✉, *V.M. Golod*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
St. Petersburg, Russia✉ dobosh87@mail.ru

MESOSCALE ANALYSIS OF STRUCTURAL HETEROGENEITY DURING SOLIDIFICATION OF MULTICOMPONENT CAST ALLOYS OF EUTECTIC TYPE

Abstract. The nature of the cast microstructure and its heterogeneity affect the fluidity of the alloys, the formation of shrinkage voids, the kinetics of linear shrinkage, and the occurrence of hot cracks. The paper investigates the inhomogeneity of the dendritic and eutectic structural components formed in the multicomponent aluminum alloy AK12 at different cooling rates (from 0.02 to 11 K/s). The kinetics of change and morphology of the local dendritic and/or dendritic-eutectic structure are described in this work using computer analysis of the nonequilibrium crystallization of the alloy in combination with a statistical study of a significant array of experimental data on the microstructure of the AK12 alloy. Using the methods of mathematical statistics, the log-normal nature of the mesoscale inhomogeneity was established at the stage of separation of the primary solid solution and during the subsequent eutectic transformation.

Keywords: multicomponent aluminum alloy, lognormal distribution, structural inhomogeneity, AK12, dendrites, eutectic.

Citation:

L.Yu. Dobosh, V.M. Golod, Mesoscale analysis of structural heterogeneity during solidification of multicomponent cast alloys of eutectic type, *Global Energy*, 29 (02) (2023) 162–174, DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.29211>

Постановка задачи. Дендритный характер структуры, формирующейся при затвердевании литейных сплавов, является наиболее серьезным затруднением для актуального прогнозирования и – соответственно – управления литейными процессами. Ввиду морфологической сложности дисперсной системы стволов и ветвей, непрерывно изменяющихся (возникающих и растворяющихся) в результате коалесценции боковых ветвей кристаллизующегося сплава, до сих пор не осуществлен экспериментальный и/или компьютерный анализ ее эволюции, несмотря на многолетнюю историю исследования и моделирования дендритной структуры [1]. Используемые в теории литейных процессов многочисленные модели структурно-фазовых превращений при затвердевании сплавов, как правило, содержат в качестве важного параметра размер вторичных междоузельных промежутков λ_2 , величина которых в большинстве технологических разработок вынужденно принимается одинаковой по объему и/или неизменной во времени [2–4]. Несомненно, что именно установление закономерностей формирования и эволюции дендритной структуры в зависимости от комплекса термодинамических, теплофизических, кристаллизационных, капиллярных и диффузионных условий является актуальной задачей развития литейного материаловедения, приобретающей особую остроту при разработке технологии литья многокомпонентных сплавов. Успешные шаги по объединению статистических результатов мезомасштабного микроструктурного анализа с моделированием кинетики кристаллизации сплавов на основе логнормальной модели были реализованы в последние годы при исследовании ряда литейных сплавов на основе алюминия [5–7], а также различных сталей

[8–10], и показали перспективность разработки доступных средств компьютерного прогнозирования литой структуры.

Целью работы является дальнейшее исследование влияния фазового состава кристаллизующегося сплава на характер образующейся структурной неоднородности, которая играет важную роль в эволюции таких литейных процессов, как жидкотекучесть сплавов, формирование усадочных пустот, кинетика линейной усадки, возникновение горячих трещин и др.

Принципиальным результатом серии исследований неравновесной дендритной кристаллизации литейных сплавов на основе синтеза информации о структурных превращениях при кристаллизации алюминиевых сплавов и сталей различного состава, проведенных в последние годы [5–6, 8–10], является установление логнормального характера зависимости мезомасштабной дендритной неоднородности на основе обобщенного статистического моделирования инструментально исследованной литой структуры и доказательство установленной адекватности использования математического аппарата для ее анализа и оценки.

Таблица 1

Химический состав и условия кристаллизации исследованных сплавов

Table 1

Chemical composition and crystallization conditions of the studied alloys

Сплав	Cu, %	Si, %	Fe, %	Zn, %	t_L , °C	t_S , °C	ΔT_{LS} , °C	L , МДж/м ³
АК12	0,01-0,10	10,0-10,6	0,28-0,34	0,01-0,06	591-595	574-575	15-20	1230-1250

Основным объектом настоящей работы является исследование закономерностей формирования дендритно-эвтектической структуры промышленного алюминиевого сплава АК12 (табл. 1) в зависимости от условий его разномасштабного структурно-фазового превращения при кристаллизации с целью количественного определения *комбинированной* локальной неоднородности величины междоусных промежутков дендритов.

Этапы структурно-фазовых превращений при мезомасштабной кристаллизации

Процесс затвердевания сплавов в силу своей сложности необходимо рассматривать как динамическую физико-химическую систему, претерпевающую многоэтапное структурное превращение в ходе серии структурно-фазовых превращений различной природы. Масштаб этих исследований целесообразно ограничить *мезомасштабной ячейкой* – областью кристаллизующегося сплава, в пределах которой возможно исключить из рассмотрения ряд макро-морфологических (конфигурация отливки, гидравлические и деформационные процессы) и микро-масштабных (формирование зародышей твердой фазы, кинетика межфазных границ, выделение газовых и неметаллических включений) процессов, чтобы реализовать ранее недоступное решение задачи. Рациональный выбор размеров анализируемой мезоячейки позволяет рассматривать процессы в масштабе, отвечающем условиям равномерного распределения температуры сплава (согласно

условию $Bi = \frac{\alpha}{\lambda} R \ll 1$) и диффузионного выравнивания состава остаточной жидкой фазы (при соотношении $S_D = D_L \tau_{LS} / \lambda_2^2 \gg 1$), где V , S – объем и поверхность мезоячейки; $R = V/S$ – приведенная толщина мезоячейки; α – коэффициент эффективной теплоотдачи на границах мезоячейки; λ – теплопроводность твердо-жидкого сплава.

Эти условия обеспечивают необходимое упрощение математической постановки задачи пограничного теплообмена мезоячейки с целью ее разностного моделирования в сочетании с возможностью системного анализа совокупности сопряженных процессов кристаллизации и перераспределения компонентов на внутренних межфазных границах [11].

С целью адекватного системного моделирования кристаллизации многокомпонентного первичного твердого раствора (D), включая мезомасштабный теплообмен (1–1), неравновесный характер выделения твердой фазы (1–2), перераспределение компонентов на внутренних межфазных границах (1–3) и капиллярно-диффузионную коалесценцию микроструктуры (1–4), в доэвтектическом интервале температур ($t_E \leq t \leq t_L$) [5–6] используется система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} qd\tau = -Rc dt + RL_D dm_D; \quad (1.1) \\ \frac{dm_D}{dt} = \frac{1}{\sum_{i=1}^K \frac{p_i C_{L,i} (1-k_i)}{1-m_D (1-\sigma_i k_i)}}; \quad (1.2) \\ \frac{dC_{L,i}}{dm_D} = \frac{C_{L,i} (1-k_i)}{1-m_D (1-\sigma_i k_i)}, \quad i = 1, \dots, K; \quad (1.3) \\ \frac{d(\lambda_2^3)_D}{d\tau} = \frac{1}{\varphi \sum_{i=1}^K \frac{p_i (1-k_i) C_{L,i}}{\Gamma_i D_{L,i}}}; \quad (1.4) \end{array} \right. \quad (1)$$

где q – эффективный тепловой поток на внешних границах мезоэчейки; τ – время; c , L – объемная теплоемкость и скрытая теплота кристаллизации твердого раствора; m_D – доля твердой фазы; t – температура; k_i , p_i – коэффициент распределения и тангенс угла наклона поверхности ликвидуса i -го компонента K -компонентного сплава; σ_i – безразмерный параметр обратной диффузии ($0 \leq \sigma_i \leq 1$), учитывающий полноту протекания диффузионных процессов в твердой фазе:

$$\sigma_i = \frac{2\alpha_i}{1+2\alpha_i}; \quad \alpha_i = \frac{8D_{S,i}\tau}{\lambda_2^2}; \quad D_{L,i}, D_{S,i} - \text{коэффициенты диффузии компонентов сплава в жидкой и твердой фазе; } \varphi - \text{параметр, отражающий принятую модель коалесценции вторичных дендритных ветвей; } \Gamma - \text{коэффициент Гиббса-Томсона. Уравнение (1.4) описывает изменение в процессе кристаллизации среднего значения вторичных междоузных промежутков дендритов } (\lambda_2)_D (m).$$

После достижения кристаллизующимся сплавом эвтектической температуры t_E в условиях второго этапа (2) структурно-фазовых превращений ($t = t_E$) уравнение (1.1) принимает форму (2.1), отражающую раздельное выделение граничных эвтектических фаз C_α и C_β , при исключении уравнений (1.2)–(1.3) и эстафетной смене индексов ($D \rightarrow E$) в заключительном уравнении (2.2) на эвтектические символы (E) в соответствии с фактической кристаллизацией «разделенной (*divorced*) дендритной эвтектики» FCC_A1 + Si [1, 11]:

$$\left\{ \begin{array}{l} qd\tau = RL_E dm_E; \quad (2.1) \\ \frac{d(\lambda_2^3)_E}{d\tau} = \frac{1}{\varphi \sum_{i=1}^K \frac{p_i (1-k_i) C_{L,i}}{\Gamma_i D_{L,i}}}; \quad (2.2) \end{array} \right. \quad (2)$$

Важной особенностью рассмотренной синтетической модели (1)–(2) является использование ряда допущений, действующих в пределах выбранной мезомасштабной ячейки сплава, представляющей *закрытую* физико-химическую систему во всех отношениях, кроме теплообмена с окружающей средой:

- локальное равновесие на внутренних межфазных границах;
- независимое проявление внутрифазовой и разделительной диффузии компонентов;

- аддитивное влияние компонентов сплава на темп выделения дендритной твердой фазы;
- учет зависимости от температуры значений термодинамических (p, k) и кинетических (c, L, D_L, D_S) параметров;
- эстафетный характер формирования первичного твердофазного раствора в доэвтектическом интервале температур, сменяющегося на заключительном эвтектическом этапе выделением двойной эвтектики.

Для большинства литейных сплавов характерно поэтапное прохождение фазовых превращений, ход которых отражается на формировании их мезоструктуры. В работе рассмотрена кристаллизация, происходящая путем последовательного выделения образующегося твердого раствора (FCC_A1), которое завершается эвтектическим превращением (FCC_A1+Si), что учитывается при соответствующей корректировке процедуры программного комплекса и информационного обеспечения *ALSYS* [6]. Подобная задача решена в работе на основе совмещенного компьютерного анализа неравновесной кристаллизации сплава в сочетании со статистическим исследованием значительного массива накопленных экспериментальных данных по микроструктуре алюминиевых сплавов [12], без использования которых обеспечение адекватности сформулированных принципиальных закономерностей и надежности обобщенных структурных характеристик было до сих пор неосуществимо.

Методика экспериментального исследования дендритно-эвтектической мезомасштабной структуры

Для проведения мезомасштабного системного анализа дендритной и эвтектической стадий кристаллизации в работе параллельно осуществлено экспериментальное исследование микроструктуры для серии литых образцов, полученных при заливке сплава АК12 в песчаные и металлические формы различной конфигурации и размеров (табл. 2), совмещенное с термическим анализом затвердевания ряда из них. Для исследования были использованы образцы с равноос-

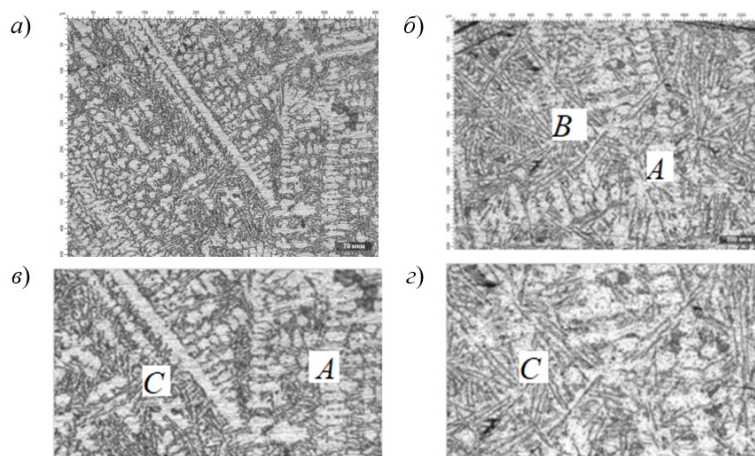
Таблица 2

Условия затвердевания и структура исследованных экспериментальных образцов сплава АК12

Table 2

Solidification conditions and structure of the studied experimental samples of the AK12 alloy

Образец	Материал формы	Продолжительность кристаллизации образцов τ_{LS} , с	Пределы изменения средних размеров ячеек λ_{cp} , мкм		$(\lambda_{cp})_E / (\lambda_{cp})_D$
			дендриты	эвтектика	
I-Клин II-Куб	Песчаная форма	440-940	62-160	18-42	0,26-0,29
III-Кокиль малый	Металлическая форма	5,7-8,6	15-43	3,8-8,0	0,19-0,25
IV-Кокиль большой		16-19	9-36	2,3-5,2	0,14-0,25
V-цилиндр Ø10 мм		1,8-4,9	8,5-30	3,3-11	0,37-0,39
VI-цилиндр Ø15 мм		4,0-5,7	10-30	3,2-14	0,32-0,47
Примечание: указаны экспериментальные (I-II) и расчетные (III-VI) значения τ_{LS} ; размеры литых образцов (мм): I – (23×40×220); II – (70×70×110); III – (13×29×58); IV – (20×45×90); V – (Ø10×57); VI- (Ø15×52)					



Толщина образца 6 мм; $\tau_{LS} = 62$ с; скорость охлаждения 0,30 К/с; $\lambda_D = 31 \pm 7$ мкм; $\lambda_E = 7,71 \pm 1,3$ мкм;
 Толщина образца 45 мм; $\tau_{LS} = 300$ с; скорость охлаждения 0,06 К/с; $\lambda_D = 57 \pm 11$ мкм; $\lambda_E = 14,2 \pm 3,9$ мкм

Sample thickness 6 mm; $\tau_{LS} = 62$ s; cooling rate 0,30 K/s; $\lambda_D = 31 \pm 7$ μm ; $\lambda_E = 7,71 \pm 1,3$ μm ;
 Sample thickness 45 mm; $\tau_{LS} = 300$ s; cooling rate 0,06 K/s; $\lambda_D = 57 \pm 11$ μm ; $\lambda_E = 14,2 \pm 3,9$ μm

Рис. 1. Характерные параметры дендритной (D) и эвтектической (E) микроструктуры сплава АК12 при различных условиях затвердевания

Fig. 1. Characteristic parameters of the dendritic (D) and eutectic (E) microstructure of the AK12 alloy under various solidification conditions

ной дендритной структурой, локальная продолжительность затвердевания которых изменяется в широких пределах (табл. 2), охватывающих условия кристаллизации различных групп алюминиевых сплавов в промышленных условиях.

При анализе структуры на травленных шлифах, вырезанных из различных участков опытных алюминиевых образцов, регистрировали от 100 до 300 значений междусосных промежутков боковых ветвей дендритов ($\lambda_2)_D$ и эвтектики ($\lambda_2)_E$ (рис. 1, a - $г$) с целью получения достоверных данных по их средней величине ($\lambda_{cp})_{D,E}$ и характерным статистическим пределам ($\pm \sigma \lambda)_{D,E}$ выявленной структурной неоднородности.

Регистрация размеров междусосных промежутков, а также формирование статистических массивов ($\lambda_2)_D$ и ($\lambda_2)_E$, характеристики которых представлены в табл. 2 и на рис. 1, произведена с помощью системы анализа изображений Thixomet Pro и оптического микроскопа Techno Meiji IM 7200.

Приведенная на рис. 1 микроструктура исследованных образцов различной толщины демонстрирует особенности комбинированной структуры (FCC_A1+Si) сплава АК12, сочетающей колонии (A) первоначальных выделений вторичных дендритных ветвей (FCC_A1), с участками, где в промежутках между ветвями на фоне эвтектического твердого раствора располагаются игольчатые кристаллиты кремния (Si) различной протяженности, образующие самостоятельные колонии дендритной эвтектики (B) или отдельные участки (C) выделения обособленных тонких игл кремния, взаимное расположение которых обусловлено локализацией вторичных дендритных ветвей.

Анализ статистических закономерностей неоднородности мезомасштабной дендритно-эвтектической структуры

Сводные экспериментальные данные, представленные в табл. 1–2, свидетельствуют о масштабных пределах варьирования условий затвердевания исследованных образцов, что позволяет

получить многофакторную информацию об их дендритной и эвтектической микроструктуре (табл. 3–4), являющейся основным объектом последующего статистического анализа размеров вторичных междендритных промежутков $[\lambda_2]_D$ и дендритной эвтектики $[\lambda_2]_E$.

Таблица 3
Статистические параметры дендритных массивов $X[\lambda_2]_D$, $Y[\lambda_2/(\lambda_2)_{cp}]_D$ и $Z[\text{Ln}(\lambda_2/(\lambda_2)_{cp})]_D$
 Table 3
Statistical parameters of dendritic arrays $X[\lambda_2]_D$, $Y[\lambda_2/(\lambda_2)_{cp}]_D$ and $Z[\text{Ln}(\lambda_2/(\lambda_2)_{cp})]_D$

Образец	$X[\lambda_2]_D$			$Y[\lambda_2/(\lambda_2)_{cp}]_D$		$Z[\text{Ln}(\lambda_2/(\lambda_2)_{cp})]_D$	
	X_{min}	X_{cp}	X_{max}	Y_{min}	Y_{max}	Z_{min}	Z_{max}
	мкм			-	-	-	-
I	32,9	52,7	69,6	0,62	1,32	-0,48	0,28
II	63,9	96,2	159,9	0,66	1,66	-0,42	0,51
III	5,81	12,2	19,7	0,48	1,58	-0,73	0,46
IV	4,06	9,12	18,6	0,44	2,04	-0,82	0,71
V	4,23	8,55	13,7	0,49	1,61	-0,71	0,48
VI	3,59	11,5	29,9	0,31	2,59	-1,17	0,95
Среднее значение	X^*_{min}	X^*_{cp}	X^*_{max}	Y^*_{min}	Y^*_{max}	Z^*_{min}	Z^*_{max}
	23,57	37,05	58,45	0,54	1,81	-0,63	0,57

Приведенные в табл. 3 исходные количественные оценки первичной дендритной структуры позволяют сделать важное заключение об общих выявленных различиях, связанных с изменением условий теплоотвода при кристаллизации образцов различной геометрии.

В образцах из сплава АК12 при начальной равновесной кристаллизации выделяется около 25 % твердого раствора FCC_{Al} с последующим образованием двойной эвтектики FCC_{Al}+Si. Наиболее значительное (пятикратное) изменение $(\lambda_2)_D$ в пределах от 50–100 до 10–20 мкм связано с изменением условий теплоотвода при замене формовочной смеси (I–II) на металлическую форму (III–VI) в отличие от двукратного варьирования параметров структуры при изменении лишь геометрии тех же образцов.

В металлических формах значительные (четырёхкратные) пределы изменения дендритных параметров $(\lambda_{max}/\lambda_{min})_D$ достигаются за счет проявления экстремальных условий замедленного (λ_{max} – центр образца) и ускоренного (λ_{min} – поверхность образца) теплоотвода при неизменной геометрии и размерах применяемых образцов и условий теплообмена. В целом можно заключить, что использованный набор средств термического воздействия на процесс формирования дендритной структуры демонстрирует достаточно широкие пределы варьирования и выявленных результатов.

На рис. 2,а и 2,г приведен комплекс гистограмм распределения вторичных междусосных промежутков $(\lambda_2)_D$ и $(\lambda_2)_E$ исследованных образцов различного состава при варьировании условий их затвердевания. Растворение тонких ветвей и соответствующее утолщение массивных ветвей, происходящее при коалесценции в соответствии с уравнением Гиббса-Томсона, создает условия для непрерывного и единообразного изменения размеров всех дисперсных элементов мезоструктурного характера.

При сопоставлении сводных данных, представленных в табл. 3 и табл. 4, выявлено значительное (троекратное) различие исходных стандартных характеристик разброса дендритных $[(\sigma_\lambda)_D = \pm 7,8 \text{ мкм}]$ и эвтектических $[(\sigma_\lambda)_E = \pm 2,3 \text{ мкм}]$ массивов, особенно отличающее ис-

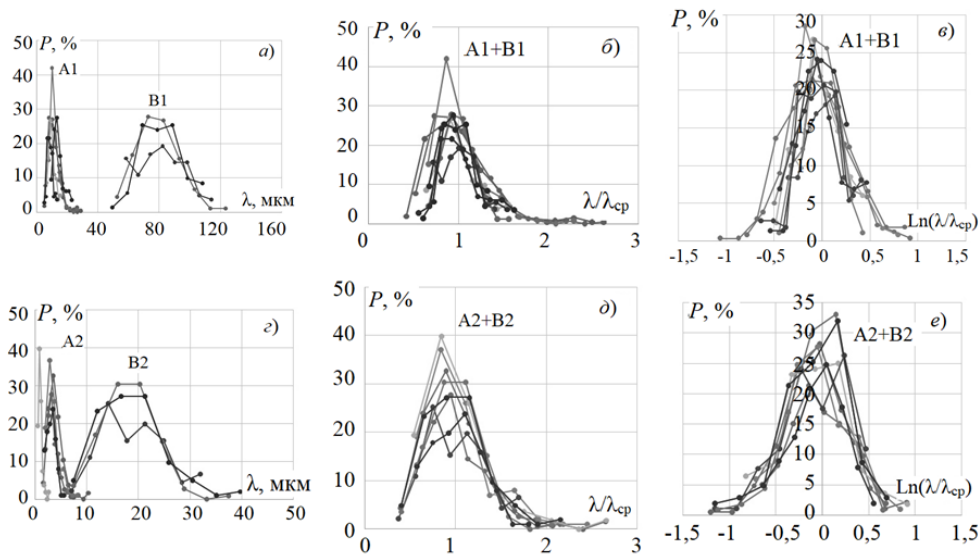


Рис. 2. Сводные гистограммы частоты P распределения экспериментальных структурных параметров $[\lambda]$, $[\lambda/\lambda_{cp}]$ и $[\text{Ln}(\lambda/\lambda_{cp})]$ дендритных D (а-в) и эвтектических E (г-е) междуосных промежутков в исследованных образцах I-VI сплава АК12

Fig. 2. Summary histograms of the distribution frequency P of the experimental structural parameters $[\lambda]$, $[\lambda/\lambda_{cp}]$ and $[\text{Ln}(\lambda/\lambda_{cp})]$ of dendritic D (a-в) and eutectic E (г-е) interaxial spaces in the studied samples I-VI alloy АК12
Solidification conditions: A1, A2 – mold; B1, B2 – sand mold

ходные образцы групп X (I-II) ($15,2 \div 5,43$ мкм) и X (III-VI) ($4,1 \div 1,2$ мкм), при практически равных средних показателях коэффициентов асимметрии обоих массивов $[(A^*_{X})_D = 0,73$ и $(A^*_{X})_E = 0,77]$. Эти характерные особенности указывают на закономерное развитие правосторонней асимметрии как эвтектической, так и дендритной микроструктуры, обусловленное интенсивной коалесценцией в ходе обоих периодов кристаллизации.

Таблица 4

Статистические параметры эвтектических массивов $X[\lambda_2]_E$, $Y[\lambda_2/(\lambda_2)_{cp}]_E$ и $Z[\text{Ln}(\lambda_2/(\lambda_2)_{cp})]_E$

Table 4

Statistical parameters of dendritic arrays $X[\lambda_2]_E$, $Y[\lambda_2/(\lambda_2)_{cp}]_E$ and $Z[\text{Ln}(\lambda_2/(\lambda_2)_{cp})]_E$

Образец	$X[\lambda_2]_E$			$Y[\lambda_2/(\lambda_2)_{cp}]_E$		$Z[\text{Ln}(\lambda_2/(\lambda_2)_{cp})]_E$	
	X_{min}	X_{cp}	X_{max}	Y_{min}	Y_{max}	Z_{min}	Z_{max}
	мкм			-	-	-	-
I	7,66	19,48	35,96	0,39	1,85	-0,94	0,62
II	8,66	17,40	39,16	0,50	2,25	-0,69	0,81
III	1,76	3,27	5,25	0,54	1,61	-0,62	0,48
IV	1,36	2,80	4,80	0,49	1,71	-0,73	0,54
V	1,46	3,35	8,65	0,44	2,58	-0,82	0,95
VI	0,63	3,98	14,16	0,16	3,56	-1,83	1,27
Среднее значение	X^*_{min}	X^*_{cp}	X^*_{max}	Y^*_{min}	Y^*_{max}	Z^*_{min}	Z^*_{max}
	3,28	8,39	16,56	0,40	2,09	-0,95	0,71

Преобразование представленных на рис. 2,а и 2,г гистограмм $X[\lambda_2]_{D,E}$, несмотря на их формирование в индивидуальных условиях кристаллизации, характеризуемых значительно различающимися средними размерами междуосных промежутков $[(\lambda_2)_{cp}]_D \gg [(\lambda_2)_{cp}]_E$, при совмещении их локальных осредненных координат $[\lambda_2/(\lambda_2)_{cp} = 1]_{D,E}$ обеспечивает исключительную возможность эффективной свертки информации и перехода к *относительным* параметрам $Y[\lambda_2/(\lambda_2)_{cp}]_D \approx Y[\lambda_2/(\lambda_2)_{cp}]_E$ для сравнительной характеристики (см. рис. 2,б и 2,д) исследуемых дендритных и эвтектических массивов.

В табл. 3 $[(Y)_D]$ и табл. 4 $[(Y)_E]$, а также на рис. 2,б (серия D) и 2,д (серия E) представлены полученные обобщенные результаты, наглядно демонстрирующие сходственный характер геометрии и плотного взаимного расположения экспериментальных гистограмм для компонентов обоих (дендритных и эвтектических) ансамблей, сохранивших отмеченную ранее значительную асимметрию.

Сопоставление близких по характеру гистограмм для образцов, радикально различающихся по условиям затвердевания и формирования дисперсной структуры твердого раствора FCC_A1 или эвтектики FCC_A1+Si (рис. 2,б и 2,д), свидетельствует о том, что отмечаемое в мезомасштабе подобие морфологии и кинетики изменения *локальной* дендритной и/или дендритно-эвтектической структуры, при *объемном* характере затвердевания в условиях коалесценции вторичных ветвей не зависит от текущего соотношения исходных размеров $[(X_{cp})_D \gg (X_{cp})_E]$, изменения долей твердой и жидкой фазы, а также характера кристаллической структуры выделяющейся твердой фазы, и обусловлено его тождественным *капиллярно-диффузионным* механизмом и *микромасштабными условиями* его проявления. Этот вывод дополнительно подкрепляется близостью относительных значений базовых параметров двустороннего размаха рассматриваемых массивов: логнормальное распределение $[(Y_{min}^*)_D \approx (Y_{min}^*)_E; (Y_{max}^*)_D \approx (Y_{max}^*)_E]$ и практически одинаковой относительной асимметрией $(A^*_Y)_D \approx (A^*_Y)_E$.

Логнормальный тип статистического распределения случайных компонентов [13–15], присущий дисперсным системам, отличающимся *мультипликативным* характером процесса структурных превращений, обусловлен закономерным изменением непрерывных системных параметров. В соответствии с концепцией *логнормального* распределения случайных величин было выполнено логарифмическое преобразование массивов $Z[\ln(\lambda_2/(\lambda_2)_{cp})]_D$ и $Z[(\lambda_2/(\lambda_2)_{cp})]_E$, результаты которого представлены в табл. 3 (раздел Z)_D и табл. 4 (раздел Z)_E, а также на рис. 2,в (серия D) и 2,е (серия E). Полученные данные отличаются симметрией положительных (восходящих) и отрицательных (нисходящих) ветвей логнормальных массивов $Z[\ln(\lambda_2/(\lambda_2)_{cp})]_{D,E}$, нулевыми значениями коэффициентов асимметрии $(A^*_Z)_D \approx (A^*_Z)_E \approx 0$ и практическим равенством левосторонних $(-\Delta Z^*_{min})_{D,E}$ и правосторонних $(+\Delta Z^*_{max})_{D,E}$ отклонений $(Z^*_{cp} - Z^*_{min})/\sigma^*_Z \approx (Z^*_{max} - Z^*_{cp})/\sigma^*_Z$ от центра симметрии.

Проверка справедливости гипотезы о логнормальном характере исследованных статистических массивов $Z[\ln(\lambda_2/(\lambda_2)_{cp})]_D$ и $Z[(\lambda_2/(\lambda_2)_{cp})]_E$ с использованием критерия Хи-квадрат [16–17] путем оценки выполнения критического соотношения $\chi^2_B \leq (\chi^2)_{кр}$ для всех представленных массивов, подтвердила (с доверительной вероятностью 0,95) справедливость выдвинутых условий в пределах принятых пограничных эмпирических значений – как для дендритных, так и для эвтектических структур: $[-Z_{min} \leq Z_D \leq +Z_{max}]_D; [-Z_{min} \leq Z_E \leq +Z_{max}]_E$.

Дисперсные мезомасштабные системы дендритных структур, морфологические компоненты которых в ходе структурно-фазовых превращений при коалесценции испытывают значительное изменение характеристик в результате физико-химических процессов взаимодействия, претерпевают непрерывную эволюцию, описываемую трехкомпонентной логнормальной математической моделью [17]:

$$F(\lambda_2, (\lambda_2)_{\text{cp}}, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma [(\lambda_2)_{\text{cp}}] \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} [\text{Ln}(z) - \mu]^2 \right\} dz, \quad (3)$$

где $z = \lambda_2 / (\lambda_2)_{\text{cp}}$; μ – среднее значение $\text{Ln}(z)$; σ – стандартное отклонение $\text{Ln}(z)$ от среднего.

Процесс коалесценции протекает объемно и при этом, в течение всего периода кристаллизации, охватывает множество сопряженных и случайно ориентированных структурных элементов, которые коалесцируют между собой при непрерывном увеличении доли твердой фазы, изменении состава жидкой фазы и понижении температуры. Приведенные на рис. 2,в и 2,е сводные гистограммы для совокупности исследованных образцов сплава АК12 свидетельствуют, что механизм возникновения и дальнейшего развития мезомасштабной структуры, обусловленный процессом капиллярно-диффузионной коалесценции объектов первичного (дендритного) и вторичного (эвтектического) этапа морфологической эволюции, является *автомодельным*, поскольку *единообразно* реализуется в *разномасштабных* условиях зоны затвердевания (локально-пространственных, термодинамических, термических, диффузионно-концентрационных и т.д.).

Приведенное логнормальное уравнение (3) позволяет получить расчетные эмпирические значения мезомасштабной частоты размеров междуосных промежутков $F(z_i)$ в заданном интервале от $[a = Z_{\text{min}}]$ до $[b = Z_{\text{max}}]$ для количественной оценки плотности распределения дендритных и эвтектических структурных параметров с использованием трехпараметрического уравнения:

$$f[z, \mu, \sigma] = \frac{1}{z\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(z - \mu)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (4)$$

где $z_i = \text{Ln}[\lambda / \lambda_{\text{cp}}]$; μ, σ – среднее значение z_i и стандартное отклонение от среднего. Его использование обеспечивает *расчетное* определение мезомасштабной частоты P исследуемых параметров $f[z_i]$ на основе табличных значений $F(z)$ для нормального распределения [17]:

$$P\{a \leq z_i; z_i \leq b\} = F\left(\frac{b - \mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right), \quad (5)$$

а также оценку доли исследуемых параметров, значения которых находятся в заданном интервале $\Delta X[\lambda]$, путем интегрирования уравнения (4) в эмпирическом интервале выборочных (экспериментальных) характеристик.

В процессе неравновесной кристаллизации сплава в объеме мезоячейки сопряженно протекает ряд физико-химических процессов, определяющих их непрерывное взаимодействие, в условиях которого системно решаются задачи изменения температуры, доли образующейся твердой фазы, покомпонентного состава жидкой фазы и увеличения размеров междуосных промежутков с учетом температурно-зависимых термодинамических параметров, а также теплофизических, диффузионных и капиллярных характеристик.

Полученные расчетные зависимости $[(\lambda_2)_{\text{cp}}]_{D,E}(\tau)$ используются для вычисления безразмерных значений относительных $Y_{D,E}$ и логнормальных $Z_{D,E}$ параметров в сводных характеристиках гистограмм, а также при проведении расчетов мезомасштабной частоты P исследуемых параметров $f[z_i]$ и оценке сравнительной неоднородности дендритной и эвтектической структуры. С этой целью для расчета размаха минимальных $(\lambda_{D,E})_{\text{min}}(m)$ и максимальных $(\lambda_{D,E})_{\text{max}}(m)$ значений структурных параметров на основе полученных эмпирических значений $(Z_{D,E})_{\text{min}}$ и $(Z_{D,E})_{\text{max}}$ используются системы уравнений:

$$(\lambda_{D,E})_{\min}(m) = \exp(-Z_{D,E})_{\min} * [(\lambda_2)_{\text{cp}}]_{D,E}(m);$$

$$(\lambda_{D,E})_{\max}(m) = \exp(-Z_{D,E})_{\max} * [(\lambda_2)_{\text{cp}}]_{D,E}(m),$$

результаты которых непосредственно демонстрируют асимметричный ход (размах) кривых максимального и минимального характера дендритных и эвтектических междуосных промежутков относительно соответствующих средних значений.

Выводы

1. Для решения важной технологической задачи о прогнозировании мезомасштабной структуры базового литейного сплава эвтектического типа АК12 разработан программный комплекс, объединяющий возможности компьютерного анализа неравновесной кристаллизации сплава с информационным обеспечением среднестатистической информации по дендритно-эвтектической экспериментальной структуре сплава.

2. При детальном сопоставлении статистических результатов обработки структурных экспериментальных данных выявлено значительное число количественно совпадающих относительных $Y_{D,E}$ и логнормальных $Z_{D,E}$ мезомасштабных параметров структуры дендритных и эвтектических характеристик различных этапов кристаллизации сплава АК12, обусловленное закономерным проявлением автомодельного характера реализуемых при этом преобразований с разномасштабными объектами.

3. В результате компьютерного исследования разнохарактерной кинетики обоих этапов мезомасштабной коалесценции с использованием обширных экспериментальных массивов дендритного $[(\lambda_2)_{\text{cp}}]_D(\tau)$ и эвтектического $[(\lambda_2)_{\text{cp}}]_E(\tau)$ типа для обеих стадий кристаллизации получено достоверное подтверждение адекватности логнормального статистического аппарата и правомерности его использования в форме соответствующих математических моделей при оценке локальной структурной неоднородности.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Kurz W., Rappaz M., Trivedy R. Progress in modeling solidified microstructure in metals and alloys. Part 2: dendrites from 2001 to 2018 // Int. Mater. Reviews. 2021. Vol. 66. №1. P. 30–76.
- [2] Курц У., Фишер Д. Фундаментальные основы затвердевания. М. : Институт компьютерных исследований, 2013. 300 с.
- [3] Stefanescu D.M. Science and engineering of casting solidification. Switzerland : Springer, 2015. 556 p.
- [4] Флеминг М. Процессы затвердевания. М. : Мир, 1977. 423 с.
- [5] Добош Л.Ю., Голод В.М. Влияние состава многокомпонентных алюминиевых сплавов на величину вторичных междуосных промежутков дендритов // Литейщик России. 2013. № 3. С. 35–39.
- [6] Голод В.М., Добош Л.Ю. Компьютерное моделирование и системная диагностика дендритной структуры многокомпонентных алюминиевых сплавов // Литейное производство. 2020. № 9. С. 23–30.
- [7] Tiryakioğlu M. On the statistical distribution of primary and secondary dendrite arm spacing in cast metals // Materials science and technology. 2019. № 35 (4). P. 509–511.
- [8] Голод В.М., Ле К.Д. Обобщенное уравнение мезомасштабного распределения вторичных междуосных промежутков дендритов для стального литья // Материаловедение. Энергетика. 2020. № 3 (26). С. 101–116.
- [9] Голод В.М., Цветков А.С., Теплухина И.В., Ле К.Д. Анализ и прогнозирование дендритной неоднородности, возникающей в стальных отливках при кристаллизации // Литейное производство. 2020. № 9. С. 17–22.

- [10] **Kharicha A., Stefen-Kharicha M., Ludwig A., Wu M.** A scale adaptive dendrite model of solidification at mesoscopic scales // IOP conference series material science and engineering. 2015. № 84 (1), 012032.
- [11] **Эллиот Р.** Управление эвтектическим затвердеванием. М. : Metallurgia, 1987. 352 с.
- [12] **Голод В.М., Добош Л.Ю.** Анализ мезомасштабной дендритной неоднородности при затвердевании многокомпонентных алюминиевых сплавов // Кристаллизация: компьютерные модели, эксперимент, технологии. Тезисы IX международной конференции. Ижевск: УдмФИЦ УрО РАН. 2022. С. 79–82.
- [13] **Колмогоров А.Н.** О логарифмически-нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении // ДАН СССР. 1941. Т. 31. № 2. С. 99–101.
- [14] **Kurtz S.K., Carpay F.M.A.** Microstructure and normal grain growth in metals and ceramics. Part I. Theory // Journal of applied physics. 1980. № 51. P. 5725–5744.
- [15] **Kurtz S.K., Carpay F.M.A.** Microstructure and normal grain growth in metals and ceramics. Part 2. Experiment // Journal of applied physics. 1980. № 51. P. 5745–5754.
- [16] **Хан Т., Шапиро С.** Статистические модели в инженерных задачах. М.: Мир, 1969. 388 с.
- [17] **Амосова Н.Н., Куклин Б.А., Макарова С.Б. и др.** Вероятностные разделы математики. СПб : Изд-во «Иван Федоров», 2001. 592 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ДОБОШ Людмила Юрьевна – ассистент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, канд. техн. наук.
E-mail: dobosh87@mail.ru

ГОЛОД Валерий Михайлович – доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, канд. техн. наук.
E-mail: lpi2015@mail.ru

REFERENCES

- [1] **W. Kurz, M. Rappaz, R. Trivedy**, Progress in modeling solidified microstructure in metals and alloys. Part 2: dendrites from 2001 to 2018, Int. Mater. Reviews. 66(1) (2021) 30–76.
- [2] **U. Kurts, D. Fisher**, Fundamentalnyye osnovy zatverdevaniya [Fundamentals of Solidification], М. : Institut kompyuternykh issledovaniy. 2013, 300 s.
- [3] **D.M. Stefanescu**, Science and engineering of casting solidification, Switzerland : Springer. 2015, 556 p.
- [4] **M. Flemings**, Protsessy zatverdevaniya [Solidification processing], М. : Mir. 1977, 423 s.
- [5] **L.Yu. Dobosh, V.M. Golod**, Vliyaniye sostava mnogokomponentnykh alyuminiyevykh spлавov na velichinu vtorichnykh mezhdusnykh promezhutkov dendritov [Influence of composition of multicomponent aluminum alloys on the value of secondary interaxial dendritic spacings], Liteyshchik Rossii. 3 (2013) 35–39.
- [6] **V.M. Golod, L.Yu. Dobosh**, Kompyuternoye modelirovaniye i sistemnaya diagnostika dendritnoy struktury mnogokomponentnykh alyuminiyevykh spлавov [Computer modeling and system diagnostics of the dendritic structure of multicomponent aluminum alloys], Liteynoye proizvodstvo. 9 (2020) 23–30.
- [7] **M. Tiryakioglu**, On the statistical distribution of primary and secondary dendrite arm spacing in cast metals, Materials science and technology. 35 (4) (2019) 509–511.
- [8] **V.M. Golod, K.D. Le**, Obobshchennoye uravneniye mezomasshtabnogo raspredeleniya vtorichnykh mezhdusnykh promezhutkov dendritov dlya stalnogo litya [The generalized equation of the mesoscale distribution of secondary interaxial spaces of dendrites for steel casting], Materialovedeniye. Energetika. 3 (26) (2020) 101–116.

- [9] **V.M. Golod, A.S. Tsvetkov, I.V. Teplukhina, K.D. Le**, Analiz i prognozirovaniye dendritnoy neodnorodnosti, vznikayushchey v stalnykh otlivkakh pri kristallizatsii [Analysis and prediction of dendritic heterogeneity that occurs in steel castings during solidification], Liteynoye proizvodstvo. 9 (2020) 17–22.
- [10] **A. Kharicha, M. Stefan-Kharicha, A. Ludwig, M. Wu**, A scale adaptive dendrite model of solidification at mesoscopic scales, IOP conference series material science and engineering. 84 (1) (2015) 012032.
- [11] **R. Elliot**, Upravleniye evteticheskimi zatverdevaniyem [Eutectic solidification processing] // М.: Metallurgiya. 1987, 352 s.
- [12] **V.M. Golod, L.Yu. Dobosh**, Analiz mezomasshtabnoy dendritnoy neodnorodnosti pri zatverdevanii mnogokomponentnykh alyuminiyevykh splavov [Analysis of mesoscale dendritic heterogeneity during solidification of multicomponent aluminum alloys], Kristallizatsiya: kompyuternyye modeli, eksperiment, tekhnologii. Tezisy IX mezhdunarodnoy konferentsii. Izhevsk: UdmFITS UrO RAN. (2022) 79–82.
- [13] **A.N. Kolmogorov**, O logarifmicheski-normalnom zakone raspredeleniya razmerov chastits pri droblenii [On the logarithmic-normal law of particle size distribution during crushing], DAN SSSR. 31 (2) (1941) 99–101.
- [14] **S.K. Kurtz, F.M.A. Carpay**, Microstructure and normal grain growth in metals and ceramics. Part I. Theory, Journal of applied physics. 51 (1980) 5725–5744.
- [15] **S.K. Kurtz, F.M.A. Carpay**, Microstructure and normal grain growth in metals and ceramics. Part 2. Experiment, Journal of applied physics. 51 (1980) 5745–5754.
- [16] **T. Khan, S. Shapiro**, Statisticheskiye modeli v inzhenernykh zadachakh [Statistical models in engineering problems], М.: Mir. 1969, 388 s.
- [17] **N.N. Amosova, B.A. Kuklin, S.B. Makarova i dr.**, Veroyatnostnyye razdely matematiki [Probabilistic branches of mathematics], SPb : Izd-vo «Ivan Fedorov». 2001, 592 s.

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Lyudmila Yu. DOBOSH – *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*.
E-mail: dobosh87@mail.ru

Valery M. GOLOD – *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*.
E-mail: lpi2015@mail.ru

Поступила: 25.03.2023; Одобрена: 04.04.2023; Принята: 20.04.2023.
Submitted: 25.03.2023; Approved: 04.04.2023; Accepted: 20.04.2023.