

Научная статья

УДК 535.5, 535-4, 535.012.2

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.16309>

**ОПИСАНИЕ ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДОВ  
С ЛИНЕЙНЫМ ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕМ  
ПРИ АНАЛИЗЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ОПТОВОЛОКОННЫХ СХЕМ  
МЕТОДОМ ВЕКТОРОВ И МАТРИЦ ДЖОНСА**

**В. С. Темкина** ✉, **Л. Б. Лиокумович**, **А. Б. Арчелков**, **И. Р. Бучилко**,  
**А. В. Медведев**, **А. В. Петров**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Россия

✉ [temkina\\_vs@spbstu.ru](mailto:temkina_vs@spbstu.ru)

**Аннотация.** В работе получены выражения для матрицы Джонса волоконного световода с линейным двулучепреломлением (ДЛП-волокно), которые учитывают слабое отклонение реального волокна такого типа от его идеального представления моделью линейной фазовой пластинки. Вывод проведен в рамках модели поляризационного элемента с фазовой анизотропией. Рассмотрены особенности использования разных вариантов матриц при моделировании оптоволоконных схем. Результаты могут быть использованы для описания практических оптоволоконных схем с ДЛП-волокнами, моделирования сигнала таких схем и анализа влияния на их работу поляризационных рассогласований. Выполнены эксперименты, которые выявили отклонение параметров поляризационных мод реальных ДЛП-волокон от идеализированной модели и позволили оценить уровень этого отклонения.

**Ключевые слова:** формализм Джонса, двулучепреломляющее оптоволокно, фазовая анизотропия, состояние поляризации света

**Финансирование:** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00513 (<https://rscf.ru/project/22-19-00513/>).

**Для цитирования:** Темкина В. С., Лиокумович Л. Б., Арчелков А. Б., Бучилко И. Р., Медведев А. В., Петров А. В. Описание волоконных световодов с линейным двулучепреломлением при анализе практических оптоволоконных схем методом векторов и матриц Джонса // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2023. Т. 16. № 3. С. 95–114. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.16309>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.16309>

**DESCRIPTION OF POLARIZATION-MAINTAINING FIBERS  
IN ANALYZING THE PRACTICAL FIBER-OPTIC CIRCUITS  
USING THE JONES FORMALISM**

**V. S. Temkina** ✉, **L. B. Liokumovich**, **A. B. Archelkov**, **I. R. Buchilko**,  
**A. V. Medvedev**, **A. V. Petrov**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

✉ [temkina\\_vs@spbstu.ru](mailto:temkina_vs@spbstu.ru)

**Abstract.** In this paper, analytical forms of the Jones matrix of a polarization-maintaining (PM) optical fiber have been obtained, taking into account a slight deviation of the real fiber of this type from its ideal representation by the linear phase plate model. The derivation was made within the framework of the polarization element model with phase anisotropy. The features of using different variants of matrices in simulation were considered. The results could be used to describe practical fiber-optic circuits with PM fibers, simulate their signal, and analyze the effect of polarization mismatches in the circuits' work. The experiments revealing deviations of the parameters of the polarization modes of real PM fibers from the idealized model and allowing estimation of the level of this deviation were performed.

**Keywords:** Jones formalism, polarization-maintaining fiber, phase anisotropy, polarization state of light

**Funding:** The reported study was funded by Russian Science Foundation Grant No. 22-19-00513 (<https://rscf.ru/en/project/22-19-00513/>).

**For citation:** Temkina V. S., Liokumovich L. B., Archelkov A. B., Buchilko I. R., Medvedev A. V., Petrov A. V., Description of polarization-maintaining fibers in analyzing the practical fiber-optic circuits using the Jones formalism, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 16 (3) (2023) 95–114. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.16309>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

### Введение

Представленное в статье рассмотрение содержит описание двулучепреломляющих оптических волокон, в которых за счет специальной поперечной структуры создается значительная линейная анизотропия (далее для краткости используется термин «ДЛП-волокно»). Для таких волокон в зарубежной литературе широко применяется термин Polarization-Maintaining (PM) fiber. Линейная анизотропия проявляется в распространении в оптоволокне двух линейно-поляризованных в ортогональных направлениях мод – поляризационных мод. ДЛП-волокна применяют в оптоволоконных схемах наряду с другими элементами поляризационной оптики для обеспечения определенности в преобразовании состояния поляризации света при его распространении в схеме. Такое обеспечение бывает необходимым для снижения флуктуаций или фединга параметров сигналов, формируемых в оптической схеме.

В других случаях определенная последовательность преобразования состояния поляризации служит основой функционирования создаваемого устройства. Поскольку при этом обычно подразумевается использование поляризованного света, анализ таких схем в отношении поляризации (включая анализ поляризационных рассогласований) проводится на основе формализма векторов и матриц Джонса [1 – 6]. Расчет оптической схемы предполагает рассмотрение матриц Джонса для элементов, входящих в состав схемы [7]. При анализе влияния поляризационных рассогласований элементов оптической схемы первостепенным фактором выступает неточная взаимная ориентация поляризационных осей элементов, что учитывается введением в рассмотрение соответствующих матриц поворота [1 – 8].

Следующей задачей анализа рассогласований является использование в расчетах матриц Джонса элементов, которые учитывают их реальные поляризационные свойства, отличные от идеализированного представления [9]. Несмотря на то, что ДЛП-световод представляет собой один из ключевых элементов волоконных схем поляризационной оптики, вопрос о том, какую матрицу Джонса целесообразно использовать для описания реальных ДЛП-волокон, требует особого подхода и поэтому остается актуальным.

В идеальном случае ДЛП-волокно – это линейная фазовая пластинка, матрица Джонса которой в декартовом базисе векторов Джонса имеет известный вид [1, 2, 10]:

$$\mathbf{M}_0 = \begin{bmatrix} e^{j\varphi/2} & 0 \\ 0 & e^{-j\varphi/2} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Такая форма записи соответствует формату специальной унитарной матрицы, которая не учитывает возможный общий набег фаз и коэффициент поляризационно-независимых потерь. Также полагается, что матрица записана в базисе, где ось  $X$  сонаправлена с осью быстрой поляризационной моды.

Собственные числа матрицы (1) имеют вид

$$\lambda_1 = e^{j\varphi/2}, \lambda_2 = e^{-j\varphi/2},$$

где  $\varphi$  – разность фаз собственных состояний поляризаций (поляризационных мод) при прохождении пластинки.

Величина  $\varphi$  – единственный параметр матрицы Джонса идеального ДЛП-волокна, который обычно оказывается неконтролируемым и при расчетах должен рассматриваться как произвольный. Собственные векторы матрицы (1), очевидно, имеют вид

$$\mathbf{J}_{01} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_{02} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Строго говоря, при домножении любого из векторов (2) на произвольное комплексное число они также будут собственными векторами  $\mathbf{M}_0$ . Но формат (2) считается общепринятым, эти векторы нормированы и имеют одинаковую нулевую фазу. Векторы (2) соответствуют линейно-поляризованным волнам с ортогональной ориентацией, т. е. поляризационным модам идеального ДЛП-волокна.

Реальные ДЛП-волокна отличаются от идеального представления, и матрица Джонса, которая описывает преобразование состояния поляризации в таких волокнах, пусть и слабо, но отличается от вида (1). Неидеальность вызывается как внутренними факторами, возникающими при изготовлении световода, так и слабой наведенной анизотропией, вследствие изгибов и скруток волокна при его фактическом монтаже в схеме. Обычно в обоих случаях возникают сложные нерегулярные вариации анизотропии, которые различаются на разных участках волокна. Поэтому конкретные результирующие свойства матрицы Джонса реального отрезка ДЛП-волокна фактически непредсказуемы и, более того, могут меняться при изменении внешних условий или изменении положения волокна. Следовательно, при анализе влияния неидеальности ДЛП-волокна на работу оптических схем с такими световодами надо рассматривать произвольные варианты слабого искажения матрицы (1).

Следует отметить, что поляризационные свойства неидеальных ДЛП-волокон рассматривались в литературе, особенно для случая протяженных трактов [11 – 13]. В зависимости от предполагаемых механизмов нарушения идеальной структуры световода, такой анализ обычно предполагал модель в виде набора секций идеальных волокон с малыми случайными углами между поляризационными осями секций либо некоторую модель распределенной связи поляризационных мод с анализом уравнений связанных волн. Такие модели либо вообще не предполагают построение результирующей матрицы Джонса, либо такая матрица представляется сложной структурой (например, в виде произведения матриц для отдельных участков рассматриваемого световода) с большим числом случайных параметров. Это оправдано при изучении механизмов нарушения идеального линейного двулучепреломления в реальных световодах, изучения пространственных характеристик связи мод в протяженных световодах и других подобных вопросов.

Однако при анализе поляризационных рассогласований в схемах с относительно короткими ДЛП-волокнами часто оказывается удобной сравнительно простая модель матрицы Джонса реального ДЛП-волокна, адекватно описывающая возможные трансформации состояния поляризации таким волокном при минимальном количестве варьируемых параметров.

В известных нам литературных источниках нет представления и обсуждения такого варианта матрицы Джонса реального ДЛП-волокна.

Таким образом, целью данного исследования является получение выражений для матрицы Джонса, адекватно описывающей реальное ДЛП-волокно, а также анализ ее свойств и особенностей применения.

### Матрицы Джонса для реального ДЛП-световода

К основным положениям, которые легли в основу дальнейшего рассмотрения, можно отнести следующие.

Если идеальное ДЛП-волокно соответствует линейной фазовой пластинке с заданными направлениями поляризационных осей и матрицей Джонса (1), то реальное ДЛП-волокно будет отличаться от идеального, что следует интерпретировать как возмущение идеальной линейной анизотропии волокна.

Изменение анизотропии в общем случае может иметь разный характер, однако, подразумеваемая слабое возмущение, будем полагать, что волокно остается элементом с фазовой анизотропией и описывается унитарной матрицей Джонса. Это условие согласуется с пренебрежимо малыми потерями мощности оптического излучения и, соответственно, отсутствием дихроизма в реальных, относительно коротких ДЛП-световодах (их длина существенно меньше 1 км), и полагается, что слабые возмущения не меняют этого обстоятельства. В связи с этим, ДЛП-волокно будет соответствовать уже более общему случаю фазовой анизотропии в виде эллиптической фазовой пластинки, но собственные векторы должны оставаться близкими к векторам (2), т. е. соответствовать состояниям поляризации с эллиптичностью, близкой к нулю, и азимутами, ортогональными друг другу и близкими к ориентации вдоль и поперек оси  $X$ , как в случае векторов (2).

С учетом вышеизложенного, построение нужной матрицы можно было бы провести на основе матрицы Джонса эллиптической фазовой пластинки, рассматривая при этом случай близкой к нулю эллиптичности и малого угла отклонения оси пластинки от оси  $X$ . Однако в известной нам литературе не приводится явного вида матрицы эллиптической фазовой пластинки в представлении через параметры эллиптичности и угла поворота азимута собственных поляризационных состояний.

Поэтому для получения необходимого результата считаем целесообразным использовать обобщенное представление матрицы  $2 \times 2$  через ее собственные векторы. Такой метод, вообще говоря, позволяет получать любую матрицу Джонса с известными свойствами собственных векторов. Для получения простого явного вида искомой матрицы Джонса мы будем учитывать требуемые свойства собственных векторов для рассматриваемого случая слабовозмущенной линейной фазовой пластинки.

В общем случае при заданных параметрах эллипса поляризации, а именно – азимута  $\Theta$  и угла эллиптичности  $\varepsilon$  – соответствующий вектор с точностью до постоянного комплексного множителя может быть записан в следующем виде [2, 3]:

$$\mathbf{J}(\Theta, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \cos \Theta \cdot \cos \varepsilon - j \sin \Theta \cdot \sin \varepsilon \\ \sin \Theta \cdot \cos \varepsilon + j \cos \Theta \cdot \sin \varepsilon \end{bmatrix}, \quad (3)$$

причем форма (3) задает нормализованный вектор Джонса, имеющий единичную длину.

В случае идеальной линейной фазовой пластинки (идеального ДЛП-волокна) собственные состояния поляризации имеют векторы Джонса (2) и соответствуют эллипсам поляризации с  $\Theta_1 = 0$ ,  $\Theta_2 = \pi/2$  и с  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ .

При введении возмущения идеальной линейной фазовой пластинки подразумевается, что собственные векторы отклоняются от идеального случая, например  $\Theta_1$  и  $\varepsilon_1$  отличны от нуля. Однако поскольку рассматривается слабое возмущение, будем полагать, что выполняются условия  $\Theta_1, \varepsilon_1 \ll 1$ . С учетом малости  $\Theta_1$  и  $\varepsilon_1$ , в общей форме (3) можно применить разложение тригонометрических функций: при  $x \ll 1$  выполняются приближенные равенства  $\sin x \approx x$  и  $\cos x \approx 1 - x^2/2$ . При сохранении составляющих только первого порядка малости получим следующий вид собственных векторов матрицы слабовозмущенной линейной фазовой пластинки:

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} 1 - j\Theta \cdot \varepsilon \\ \Theta + j\varepsilon \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} -(\Theta - j\varepsilon) \\ 1 + j\Theta \cdot \varepsilon \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Для упрощения дальнейших записей, в выражении для вектора  $\mathbf{J}_1$  величины  $\Theta_1$  и  $\varepsilon_1$  записаны без нижнего индекса 1. Вид вектора  $\mathbf{J}_2$  можно получить формально как вектор, ортогональный вектору  $\mathbf{J}_1$ , либо непосредственно подстановкой в форму (3) азимута

$\Theta + \pi/2$  и угла эллиптичности  $-\varepsilon$ , что соответствует параметрам ортогонального состояния поляризации. Очевидно, что при стремлении значений  $\Theta$  и  $\varepsilon$  к нулю векторы (4) будут трансформироваться к виду (2) для идеальной линейной фазовой пластинки.

В общем случае матрица Джонса имеет следующее представление через собственные числа и собственные векторы [1, 2]:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\mathbf{j}_{1x}\mathbf{j}_{2y} - \mathbf{j}_{1y}\mathbf{j}_{2x}} \begin{bmatrix} \mathbf{j}_{1x}\mathbf{j}_{2y}\lambda_1 - \mathbf{j}_{2x}\mathbf{j}_{1y}\lambda_2 & -(\lambda_1 - \lambda_2)\mathbf{j}_{1x}\mathbf{j}_{2x} \\ (\lambda_1 - \lambda_2)\mathbf{j}_{1y}\mathbf{j}_{2y} & \mathbf{j}_{1x}\mathbf{j}_{2y}\lambda_2 - \mathbf{j}_{2x}\mathbf{j}_{1y}\lambda_1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{j}_{1x}, \mathbf{j}_{1y}$  – компоненты вектора Джонса  $\mathbf{J}_1$ ;  $\mathbf{j}_{2x}, \mathbf{j}_{2y}$  – компоненты вектора Джонса  $\mathbf{J}_2$ .

В случае специальной унитарной матрицы, описывающей систему без потерь и имеющей собственные числа  $\lambda_1 = e^{j\varphi/2}$  и  $\lambda_2 = e^{-j\varphi/2}$  [4], из общей формы (5) получим:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\mathbf{j}_{1x}\mathbf{j}_{2y} - \mathbf{j}_{1y}\mathbf{j}_{2x}} \begin{bmatrix} \mathbf{j}_{1x}\mathbf{j}_{2y}e^{j\varphi/2} - \mathbf{j}_{2x}\mathbf{j}_{1y}e^{-j\varphi/2} & -j2\mathbf{j}_{1x}\mathbf{j}_{2x}\sin(\varphi/2) \\ j2\mathbf{j}_{1y}\mathbf{j}_{2y}\sin(\varphi/2) & \mathbf{j}_{1x}\mathbf{j}_{2y}e^{-j\varphi/2} - \mathbf{j}_{2x}\mathbf{j}_{1y}e^{j\varphi/2} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Если подставить выражения (4) в формулу (6), то можно найти коэффициенты матрицы для случая слабого возмущения линейной фазовой пластинки. Они имеют вид

$$\begin{aligned} m_{11} &= (1 + \Theta^2\varepsilon^2)e^{j\varphi/2} + (\Theta^2 + \varepsilon^2)e^{-j\varphi/2}, \\ m_{22} &= (1 + \Theta^2\varepsilon^2)e^{-j\varphi/2} + (\Theta^2 + \varepsilon^2)e^{j\varphi/2}, \\ m_{21} &= j2(\Theta + j\varepsilon)(1 + j\Theta\varepsilon)\sin(\varphi/2), \\ m_{12} &= j2(1 - j\Theta\varepsilon)(\Theta - j\varepsilon)\sin(\varphi/2), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{j}_{1x}\mathbf{j}_{2y} - \mathbf{j}_{1y}\mathbf{j}_{2x} = (1 + \Theta^2\varepsilon^2) + (\Theta^2 + \varepsilon^2) \approx 1 + \Theta^2 + \varepsilon^2.$$

Выражения (7) получены на основе векторов (4), учитывающих только первую степень малости по  $\Theta$  и  $\varepsilon$ . Поэтому в предположении строгого выполнения условий  $\Theta, \varepsilon \ll 1$  целесообразно в коэффициентах матриц также опустить составляющие второго порядка малости, поскольку они крайне слабо влияют на количественные результаты в расчетах. Исключением была бы ситуация, когда в формулы для коэффициентов матрицы входили бы только компоненты возмущения высокого порядка, но в выражениях (7) таких коэффициентов нет. При отбрасывании компонент второго порядка малости матрица (7) слабовозмущенной линейной фазовой пластинки преобразуется к виду

$$\mathbf{M}_{\text{PMF}}(\Theta, \varepsilon) = \begin{bmatrix} e^{j\varphi/2} & 2(\varepsilon + j\Theta)\sin(\varphi/2) \\ -2(\varepsilon - j\Theta)\sin(\varphi/2) & e^{-j\varphi/2} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Определитель  $\Delta$  матрицы (8) равен выражению

$$\Delta = 1 + 4(\Theta^2 + \varepsilon^2)\sin^2(\varphi/2),$$

он вещественный, но отличается от единицы.

Для строгого соответствия нормальной унитарной матрице, в выражение (8) можно ввести множитель  $1/\Delta$ , но на практике представляется целесообразным пренебречь поправкой второго порядка малости по  $\Theta$  и  $\varepsilon$  и использовать выражение (8) без дополнительных множителей.

В контексте представления возмущения идеальной матрицы  $\mathbf{M}_0$  через учет малых значений угла эллиптичности и азимута собственных состояний поляризации, стоит отметить два частных случая матрицы (8).

Если присутствует только слабый поворот азимута собственного линейного состояния поляризации ( $\varepsilon = 0$ ) либо возникает только его слабая эллиптичность ( $\Theta = 0$ ), то матрица Джонса (8) в этих случаях будет трансформироваться к вариантам вида

$$\mathbf{M}_{\text{PMF-}\Theta} = \begin{bmatrix} e^{j\varphi/2} & j2\Theta \cdot \sin(\varphi/2) \\ j2\Theta \cdot \sin(\varphi/2) & e^{-j\varphi/2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{\text{PMF-}\varepsilon} = \begin{bmatrix} e^{j\varphi/2} & 2\varepsilon \cdot \sin(\varphi/2) \\ -2\varepsilon \cdot \sin(\varphi/2) & e^{-j\varphi/2} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Эти частные варианты матриц интересны и тем, что их можно непосредственно сопоставить с выражениями, которые получаются относительно просто из случаев, приведенных в литературе. Это показано в конце статьи в Приложении I при рассмотрении поворота линейной фазовой пластинки и в Приложении II при анализе выражения для эллиптической фазовой пластинки, ориентированной по оси  $X$ .

Рассмотрение, приведенное в данной статье, дополнительно проиллюстрировано на рис. 1,а, где показана сфера Пуанкаре с пояснением использованных параметров. Точки  $A$  и  $B$  соответствуют поляризации вектора  $J_1$  для случаев идеальной и реальной матрицы Джонса ДЛП-волокна.

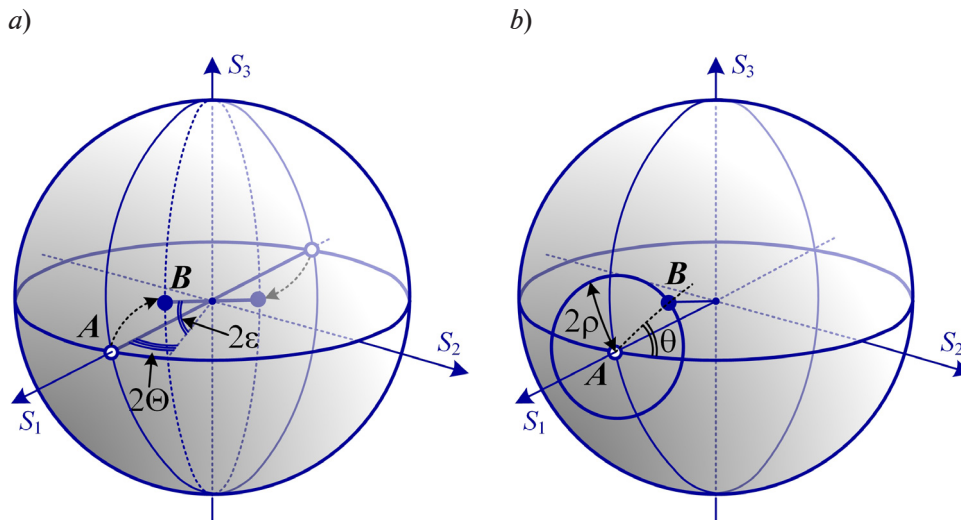


Рис. 1. Смещение точки собственного вектора ДЛП-волокна на сфере Пуанкаре при возмущении волокна:

$\Theta, \varepsilon$  – параметры азимута и угла эллиптичности;  $2\rho$  – величина ортодромии; точки  $A$  и  $B$  отвечают поляризации вектора  $J_1$  для случаев матриц Джонса идеального и реального ДЛП-волокна, соответственно

Матрицу Джонса (8) для случая слабозвозмущенной линейной фазовой пластинки можно применять при моделировании систем с двулучепреломляющими оптическими волокнами.

Неидеальность волокна описывается двумя независимыми параметрами  $\Theta$  и  $\varepsilon$ , однако при этом нет единого параметра, характеризующего степень отклонения реальной матрицы  $M_{PMF}$  от идеального варианта  $M_0$ . При заданных значениях  $\Theta, \varepsilon$  и, соответственно, собственных векторах (4) целесообразным количественным параметром, характеризующим возмущение, представляется угловое расстояние между точками на сфере Пуанкаре, соответствующими идеальному случаю с угловыми координатами  $\{0; 0\}$  и неидеальному с координатами  $\{\Theta; \varepsilon\}$ . Действительно, ортодромия или, как ее еще называют, сферическая дистанция (*англ. spherical distance / great-circle distance*), задаваемая двумя точками на сфере Пуанкаре (кратчайшее расстояние, соответствующее дуге большого круга сферы, содержащего эти точки), наилучшим образом характеризует различие состояний поляризации [14]. Поскольку сфера Пуанкаре имеет единичный радиус, то и геометрическая, и угловая (в радианах) величины ортодромии будут одинаковыми. Если одна точка на сфере Пуанкаре соответствует нулевым угловым координатам, то угловая ортодромия до точки с координатами  $\{\Theta; \varepsilon\}$  задается простым выражением:

$$\cos 2\rho = \cos 2\Theta \cdot \cos 2\varepsilon,$$

где величина ортодромии обозначена  $2\rho$  (введение коэффициента 2 упрощает дальнейшие выражения).

Это выражение соответствует малому кругу сферы Пуанкаре с центром в нулевых угловых координатах и радиусом  $2\rho$  (рис. 1,б). С учетом малости величин  $\Theta$  и  $\varepsilon$  эта связь сводится к более простому выражению:



$$\rho^2 = \varepsilon^2 + \Theta^2, \quad (10)$$

соответствующему уравнению окружности на плоскости.

Отметим, что принятые условия  $\Theta, \varepsilon \ll 1$  предполагают также выполнение условия  $\rho \ll 1$ .

Для матрицы с выбранными значениями  $\Theta$  и  $\varepsilon$  параметр  $\rho$  дает унифицированную количественную характеристику уровня отклонения ДЛП-волокна от идеального случая. При анализе и расчетах можно задавать предполагаемый уровень  $\rho_{\max}$  максимального отклонения реального ДЛП-волокна от идеализированного представления, и тогда параметры  $\varepsilon$  и  $\Theta$ , очевидно, следует рассматривать при ограничении

$$(\varepsilon^2 + \Theta^2) \leq \rho_{\max}^2.$$

При рассмотрении и моделировании реальных ДЛП-волокон может быть более удобной другая логика задания матрицы волокна, основанная на исходном задании величины  $\rho$ . При этом использовать связь  $\Theta$  и  $\varepsilon$  с параметром  $\rho$  на основе выражения (10) неудобно, тем более что она неоднозначна. Однако это выражение соответствует уравнению окружности с радиусом  $\rho$ , и положение точки на окружности с заданным радиусом удобно определять некоторым углом  $\theta$ . Если отсчитывать его от направления вдоль экватора сферы Пуанкаре, как это показано на рис. 1, *b*, т. е. полагать, что  $\theta = 0$  при  $\Theta = \rho$  и  $\varepsilon = 0$ , то параметры  $\Theta$  и  $\varepsilon$  будут задаваться простыми выражениями:

$$\Theta(\rho, \theta) = \rho \cdot \cos \theta; \quad \varepsilon(\rho, \theta) = \rho \cdot \sin \theta. \quad (11)$$

Таким образом, заданное значение  $\rho$  определяет уровень малого отклонения собственного состояния поляризации возмущенной линейной фазовой пластинки, которое при этом дополняется возможностью вариативного выбора конкретного типа возмущения за счет произвольного выбора углового параметра  $\theta$ . Тогда с учетом выражений (8) и (11) матрицу возмущенной линейной фазовой пластинки можно записать в формате с заданным параметром малости возмущения  $\rho$  и аргументом  $\theta$  в виде

$$\mathbf{M}_{\text{PMF}}(\rho, \theta) = \begin{bmatrix} e^{j\varphi/2} & j2\rho \cdot e^{-j\theta} \sin(\varphi/2) \\ j2\rho \cdot e^{j\theta} \sin(\varphi/2) & e^{-j\varphi/2} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Этот вариант матрицы Джонса реального ДЛП-волокна так же, как и форма (8), имеет два варьируемых параметра, учитывающих неидеальность волокна. Однако использование параметров  $\rho$  и  $\theta$  может быть удобнее и иметь преимущества при организации расчетов с варьированием параметров, что обсуждается ниже.

### **Использование полученных матриц Джонса реального ДЛП-световода при анализе и численном моделировании схем**

С учетом проведенного анализа следует отметить несколько аспектов, важных для проведения расчетов, исследующих влияние неидеальности ДЛП-волокон и других поляризационных оптоволоконных элементов (далее поляризационные рассогласования элементов) на функционирование содержащих их схем.

На расчет искажений сигналов оптоволоконных схем с поляризационными элементами влияют не только параметры матрицы Джонса, описывающие отклонение от ее идеального вида, которые надо варьировать для исследования всех возможных их значений, непредсказуемых заранее. Разность фаз  $\varphi$  также влияет на искажение сигнала, формируемого в схеме, по сравнению с идеальными и согласованными поляризационными элементами; и при анализе разность  $\varphi$  также должна варьироваться в интервале  $2\pi$ . В результате для изучения влияния поляризационных рассогласований в схеме, имеющей даже небольшое количество оптоволоконных поляризационных элементов и ДЛП-волокон, требуется варьировать целый ряд параметров, чтобы выявлять наихудшие возможные варианты искажений в ее работе. Поэтому комплексный анализ поляризационных рассогласований элементов схемы в общем случае требует проведения численных расчетов компьютерными средствами, причем расчеты с перебором значений большого количества параметров могут требовать существенных вычислительных затрат.

С точки зрения реализации компьютерных вычислений матрицы Джонса реального ДЛП-волокна, в предположении тех или иных параметров отклонения собственных векторов, заданных значениями  $\Theta$  и  $\varepsilon$ , можно было бы сразу использовать общую структуру матрицы Джонса (6). При этом можно воспользоваться формой (II-6) (см. Приложение II) для собственных векторов (первый соответствует вектору (3), второй – ортогонален первому) и затем рассчитывать матрицу (6). Также можно использовать и вариант записи общей матрицы эллиптической фазовой пластинки, представленный в Приложении II. Выражения (II-7) получены как раз подстановкой (II-6) в форму (6), но учитывают некоторые упрощения на основе тригонометрических тождеств. Вариант расчета на основе таких общих структур имеет преимущество, так как они будут верны, даже если для  $\Theta$  или  $\varepsilon$  не выполняется в достаточной степени условие малости и введенный уровень искажений  $\rho$  нельзя считать достаточно низким. Однако полученные матрицы (8) и (12) значительно проще и не включают тригонометрических функций от варьируемых параметров. Это не только дает возможность получать в некоторых случаях аналитические результаты для искажений результирующих сигналов в анализируемых схемах, но и существенно снижает вычислительные затраты при компьютерных расчетах.

Другой аспект связан с организацией расчета при варьировании набора параметров. На практике это подразумевает перебор значений всех этих параметров с вычислением некоторого результирующего сигнала схемы для каждой конкретной комбинации значений. При этом необходимо на основе эмпирических данных, либо результатов дополнительных теоретических исследований возмущения конкретного волоконного элемента получить представление о возможном максимальном уровне искажения собственных векторов матрицы Джонса элемента. В случае ДЛП-волокна таким параметром служит упомянутый выше параметр  $\rho_{\max}$ . Возможна альтернативная логика, когда расчет и анализ подразумевает поиск максимально допустимого уровня возмущения  $\rho_{\max}$ , который должен быть обеспечен для приемлемого уровня искажений сигналов схемы. Так или иначе, для анализа на основе обобщенных структур матрицы Джонса волокна или на основе матрицы (8) необходим перебор двух варьируемых параметров  $\Theta$  и  $\varepsilon$  в диапазонах изменения от  $-\rho_{\max}$  до  $\rho_{\max}$ , причем так, чтобы выполнялось условие

$$\Theta^2 + \varepsilon^2 \leq \rho_{\max}^2.$$

Изменение двух независимых параметров в одинаковом общем диапазоне, но с зависимой границей одного параметра при конкретном значении второго, вообще говоря, оказывается не вполне удобным. В организации перебора варьируемых параметров представляется более удобным и целесообразным использовать матрицу (12), когда вместо параметров  $\Theta$  и  $\varepsilon$  используются  $\rho$  и  $\theta$ . При применении формы (12) нужно независимо изменять величину  $\rho$  в диапазоне от  $-\rho_{\max}$  до  $\rho_{\max}$ , а  $\theta$  – в диапазоне от 0 до  $2\pi$ .

Существует еще один аспект, связанный с анализом поляризационных рассогласований в оптоволоконных схемах с ДЛП-волокнами и рассмотренными матрицами. Как уже отмечалось, часто такой анализ начинают с того, что учитывают только рассогласование углов между поляризационными осями ДЛП-волокон в сварных или разъёмных соединениях волоконных выводов поляризационных элементов при их стыковке друг с другом [7, 8]. С одной стороны, данный подход обусловлен тем, что учет такого рассогласования в рамках формализма матриц Джонса очень прост. Соединение учитывается введением матрицы поворота [2, 3]:

$$\mathbf{R}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где  $\alpha$  – угол между направлениями поляризационных осей стыкуемых волокон.

Угол  $\alpha$  в расчетах должен варьироваться в диапазоне  $[-\alpha_{\max}, \alpha_{\max}]$  с учетом предполагаемого уровня возможной угловой расстройкой.

С другой стороны, такой подход предполагает, что влияние угловых рассогласований поляризационных осей ДЛП-световодов в соединениях может превалировать над неидеальностью самих ДЛП-волокон.

В современных разъёмных соединениях ДЛП-волокон обеспечивается угловое согласование осей не хуже  $3 - 5^\circ$ , что соответствует типовой экстинкции, указываемой для волокон



ДЛП-волокон в диапазоне 20 – 25 дБ [15, 16]. Однако специальные сварочные аппараты обеспечивают согласование поляризационных осей ДЛП-волокон в сварных соединениях уже до 1°. Но и возмущения ДЛП-световодов, даже коротких, также могут иметь значения  $\rho$  порядка 1°, как показывают, например, полученные нами экспериментальные результаты (приведены далее).

Таким образом, на практике уровень угловых рассогласований ДЛП-волокон при стыковке может быть сопоставим с уровнем рассогласования  $\rho_{\max}$ , связанным с неидеальностью самих ДЛП-световодов. Собственно, сам учет неидеальности ДЛП-волокна в расчетах имеет смысл только тогда, когда его уровень  $\rho_{\max}$  сопоставим или выше уровня рассогласования углов поляризационных осей  $\alpha$ .

В случаях, когда  $\rho_{\max} \approx \alpha_{\max}$  либо  $\rho_{\max} > \alpha_{\max}$ , получается, что матрица Джонса реального ДЛП-волокна уже учитывает возможный сдвиг азимута собственного состояния поляризации, в том числе и сдвиг азимута при нулевом угле эллиптичности, что описывает частный случай только углового рассогласования. Тогда использование описанного выше подхода позволяет исключить из расчетов специальный учет углов  $\alpha$  и соответствующих матриц поворота (см. рис. 2). В случае представления ДЛП-волокон идеальной моделью с матрицей вида  $\mathbf{M}_0$  (это показано на рис. 2,а) учет в расчетах двух стыкуемых волокон предполагает их описание матрицей

$$\mathbf{M}_{0(i+1)} \cdot \mathbf{R}(\alpha) \cdot \mathbf{M}_{0i},$$

где  $i, i + 1$  – номера состыкованных волокон по направлению распространения света.

Однако если одно из ДЛП-волокон или оба описываются моделью с матрицей  $\mathbf{M}_{\text{PMF}}$ , то возможные рассогласования углов уже учитываются в расчетах параметром  $\Theta$ . Тогда в расчетах можно применять матрицы вида

$$\mathbf{M}_{0(i+1)} \cdot \mathbf{M}_{\text{PMFi}} \text{ либо } \mathbf{M}_{\text{PMF}(i+1)} \cdot \mathbf{M}_{\text{PMFi}} \text{ либо } \mathbf{M}_{\text{PMF}(i+1)} \cdot \mathbf{M}_{0i},$$

в зависимости от того, какие волокна описываются моделью неидеального волокна.

Таким образом, указанные свойства матрицы  $\mathbf{M}_{\text{PMF}}$  позволяют исключить из описания оптоволоконных схем с ДЛП-волоконными матрицы поворота для учета угловых рассогласований в стыках волокон, что может существенно упростить расчеты благодаря уменьшению количества варьируемых параметров.

Также этот подход дает определенную унификацию модели схемы, ведь даже в случае превалирования именно угловых рассогласований можно в матрице  $\mathbf{M}_{\text{PMF}}$  формата (8) принять  $\varepsilon = 0$ . Но здесь следует указать, что использование матриц  $\mathbf{M}_{\text{PMF}}$  не всегда позволяет полностью исключить из анализа стыков ДЛП-волокон матрицы поворота. Этот момент иллюстрируется рис. 2,с, где реальное ДЛП-волокно с обеих сторон стыкуется с волокнами или другими поляризационными элементами, которые описываются идеальными матрицами со строго определенной ориентацией осей. При этом угол  $\Theta$  в матрице  $\mathbf{M}_{\text{PMF}}$  будет учитывать одинаковый сдвиг ориентации осей на обоих торцах волокна, хотя угловое рассогласование вследствие неточной ориентации волокон в стыках может быть разным на разных концах волокна. Следовательно, для корректного описания нужно ввести матрицу поворота с одной стороны волокна. А значит, исключение матриц поворота из описания соединений нужно делать с осторожностью и так, чтобы не пропустить те случаи углового смещения, которые не будут учитываться в матрицах  $\mathbf{M}_{\text{PMF}}$ .

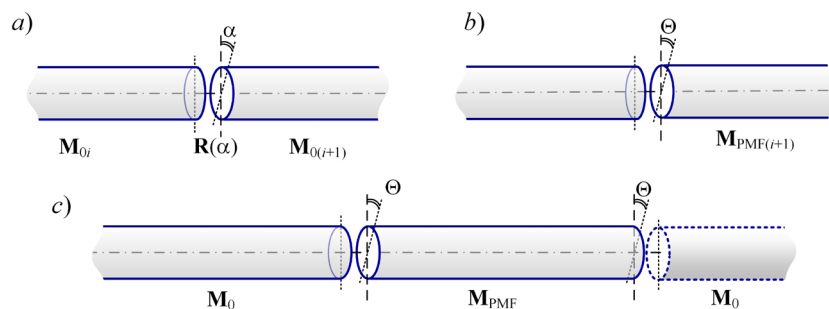


Рис. 2. Примеры учета рассогласований ориентации поляризационных осей соединяемых световодов (см. пояснения в тексте)

### Экспериментальная часть

В этом разделе описаны эксперименты, которые направлены на изучение свойств реальных ДЛП-световодов и их отличия от идеализированной линейной фазовой пластинки; при этом сделана примерная оценка введенного ранее параметра  $\rho$  для реальных волокон.

Одним из наиболее известных, а также изученных теоретически и экспериментально проявлений неидеальности ДЛП-волокон можно считать связь поляризационных мод [11, 13]. Например, такая неидеальность проявляется при возбуждении на входе одной линейно-поляризованной собственной моды и при регистрации на выходе волокна как данной, так и ортогональной поляризационной моды. Однако факт формирования на выходе волокна паразитной моды и ее относительный уровень трудно однозначно интерпретировать в контексте рассмотренного выше вопроса о матрице Джонса ДЛП-волокна. Это особенно относится к проведению моделирования в рамках формализма матриц Джонса сложных волоконно-оптических схем, в составе которых есть ДЛП-волокна.

Для экспериментального определения параметров неидеальности ДЛП-волокон наиболее приемлемыми можно считать измерения, которые бы позволили найти матрицу Джонса элемента через измерения выходного состояния поляризации при разных состояниях поляризации на входе элемента. Например, можно использовать на входе волокна линейно-поляризованное излучение с ориентациями  $0$ ,  $45$  и  $90^\circ$  относительно произвольно выбранной оси  $X$  и затем по измеренным параметрам состояния поляризации на выходе волокна рассчитать матрицу Джонса волокна по формулам, приведенным в работах [6, 17].

Однако в нашей работе речь идет об очень слабых отклонениях параметров матрицы Джонса  $\Theta$  и  $\epsilon$  от нуля (на уровне  $1^\circ$  или даже меньше). Это требует, чтобы точность установки ориентации линейной поляризации света на входе волокна, а также малость ее эллиптичности были значительно лучше, что трудновыполнимо в обычных лабораторных условиях с типовыми приборами.

С учетом указанных препятствий, для примерной оценки уровня значений  $\rho$  реальных ДЛП-волокон мы выбрали другой вариант измерений (см. схему на рис. 3). При измерениях тестируемое волокно возбуждается лазерным излучением, некоторый участок волокна подвергается нагреву, а поляриметр фиксирует эволюцию состояния поляризации на выходе волокна, вызванную нагревом.

Для пояснения принципа, положенного в основу проведенных экспериментов, можно указать на следующие известные обстоятельства. При прохождении света через элемент с фазовой анизотропией, например сквозь оптическое волокно, состояние поляризации претерпевает вполне определенные изменения. При этом важен прежде всего тот факт, что это преобразование соответствует повороту поверхности сферы Пуанкаре вокруг оси, задаваемой собственными состояниями поляризации элемента, на угол, соответствующий разности фазовых задержек  $\varphi$  этих состояний [1, 6, 13]. Если разность фаз  $\varphi$  монотонно изменяется в интервале более  $2\pi$ , то эволюция выходного состояния поляризации на сфере Пуанкаре будет представлять собой малую окружность сферы, угловой радиус  $R$  которой определяется соотношением амплитуд поляризационных мод [1, 6, 18]. При использовании схемы, приведенной на рис. 3,а, изменение  $\varphi$  вызывается нагревом секции волокна; поляриметр регистрирует возникающую при этом эволюцию состояния поляризации света. Далее путем аппроксимации окружностью измеренных значений состояния поляризации (точек на сфере Пуанкаре) можно определить ее параметры, а именно радиус  $R$  и угловые координаты центра окружности  $2\Theta_0$  и  $2\epsilon_0$ . Поскольку центр окружности соответствует точке собственного состояния поляризации волокна, координаты центра  $\Theta_0$  и  $\epsilon_0$  представляют собой искомые параметры матрицы  $M_{\text{PMF}}$  тестируемого волокна. Это показано на рис. 3,б, где приведена сфера Пуанкаре, а точка  $B$  соответствует собственному состоянию поляризации рассматриваемого волокна (как и на рис. 1).

Предварительно мы проводили такие измерения для регистрации уровня паразитной моды на выходе ДЛП-волокон по найденному значению  $R$ . Однако аппроксимация измеренных точек на сфере Пуанкаре окружностью позволяет определить не только  $R$ , но и центр окружности  $B$ , т. е. значения  $\Theta_0$  и  $\epsilon_0$ . При этом не требуется точной установки каких-либо определенных состояний поляризации на входе волокна.

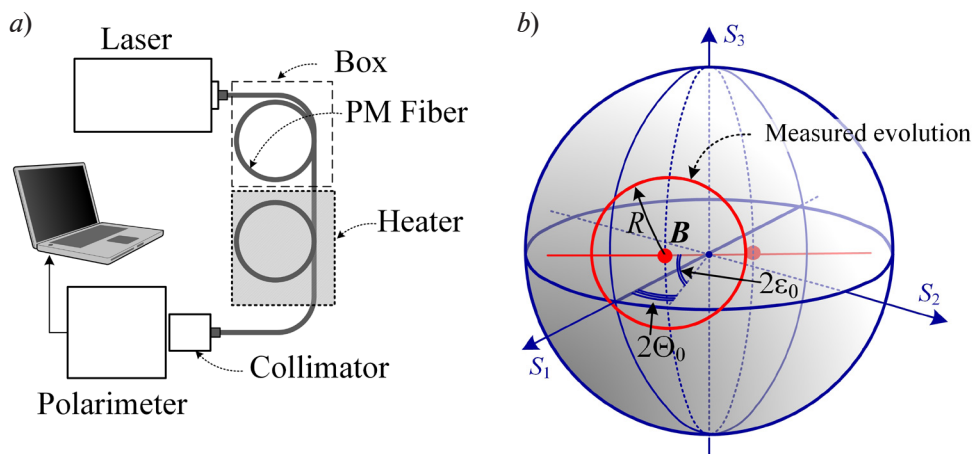


Рис. 3. Схема эксперимента (а) и эволюция состояния поляризации на сфере Пуанкаре, регистрируемая при измерениях (б)

Разумеется, при этом необходимо учитывать некоторые особенности, обусловленные основным принципом трансформации состояния поляризации света (указан выше) при его распространении через волокно.

Во-первых, положение центра наблюдаемой окружности на сфере Пуанкаре не зависит от свойств начального участка волокна до секции, подвергаемой нагреву. Если поляризационные свойства этого участка стационарны, то он может определять состояние поляризации света на входе нагреваемой секции и, соответственно, влиять на величину  $R$ , но он не будет влиять на положение точки  $B$ .

Во-вторых, в реальных волокнах нагрев может изменять собственные состояния поляризации вследствие нерегулярных механизмов формирования искажения свойств ДЛП-волокна. Однако в таком случае круговая эволюция состояния поляризации на выходе будет искажаться, образуя спирали и другие фигуры, отклоняющиеся от окружности.

В-третьих, стоит также отметить, что положение регистрируемой точки  $B$  может зависеть не только от собственных мод нагреваемой секции волокна, но и от собственных мод участка волокна между нагревателем и поляриметром. Распространение излучения через этот участок также может повернуть поверхность сферы Пуанкаре (вместе с круговой эволюцией, формируемой на выходе нагреваемой секции) вокруг оси, задаваемой уже модами выходного участка. Однако это обстоятельство влияет на результат, только если собственные моды нагреваемого и выходного участков различаются; но это не мешает фиксировать сам факт отклонения измеренной точки  $B$  от точки  $\{0; 0\}$ , соответствующей идеальному ДЛП-волокну.

В измерениях мы использовали высококогерентный лазер RIO-Orion американской компании Redfern Integrated Optics (RIO) с оптоволоконным разъемом типа FC/APC, для того чтобы подключить ДЛП-световод и возбудить преимущественно одну линейную поляризационную моду (согласно паспорту, экстинкция для волоконного вывода лазера превышает 20 дБ).

Созданные условия эксперимента обеспечивали относительно низкие значения  $R$ , что увеличивало наглядность смещений центра наблюдаемой окружности на сфере Пуанкаре. Мощность излучения лазера в волокне составляла 10 мВт. Состояние поляризации измеряли поляриметром PAX1000IR2 компании Thorlabs (США). Этот прибор обеспечивает измерение азимута и угла эллиптичности состояния поляризации с точностью  $0,25^\circ$ . Для подключения волоконного шнура к поляриметру использовали коллиматор с разъемом типа FC (Ferrule Connector), который устанавливали на входе поляриметра. При этом ориентация положения ключа разъема относительно оси поляриметра выставлялась приближенно и в ходе экспериментов оставалась неизменной.

Первый этап измерений был связан с тестированием трех оптоволоконных ДЛП-шнуров длиной 1 м, оконцованных вилками разъемов типа FC/APC. Образцы патчкордов № 1 и № 2 были приобретены у компании AFW Technologies (Австралия, модель PMP-15-R-L-1), а шнур № 3 входил в комплект с лазерным источником. Выходную

секцию волоконного шнура (длина – примерно 20 см) нагревали до 70°C в течение 20 мин, чего было достаточно для изменения разности фаз собственных поляризационных мод на величину  $\varphi$  порядка  $2\pi$ .

Результаты проведенных измерений показаны на рис. 4 и в табл. 1. Поскольку поворот коллиматора относительно оси поляриметра выставляли вручную и направление оси волокна соответствовало оси поляриметра не совсем точно, следует признать информативными не сами измеренные значения  $\Theta_0$ , а их разность для разных патчкордов.

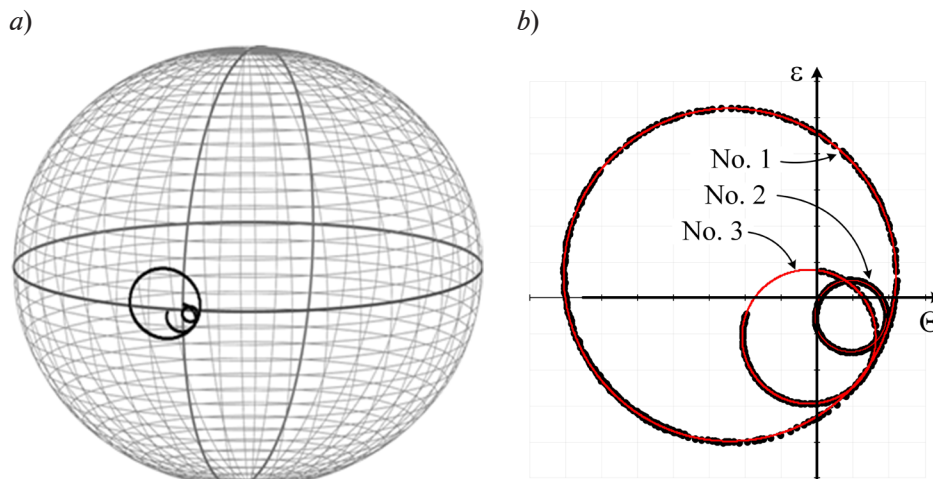


Рис. 4. Эволюция состояния поляризации на сфере Пуанкаре (а) и на плоскости, в координатах  $\Theta$  и  $\varepsilon$  (b). No. 1, No. 2, No. 3 – номера патчкордов. Цена деления сетки – 1 град.

Аппроксимация экспериментальных точек окружностью на сфере Пуанкаре показана красными линиями

Таблица 1

**Параметры окружностей, аппроксимирующих измеренные точки эволюции состояния поляризации на сфере Пуанкаре. Первый этап эксперимента (см. рис. 4)**

Угловой параметр	Значение параметра, град, для патчкорда		
	No. 1	No. 2	No. 3
Радиус $R$	9,24	1,99	3,72
Азимут $\Theta_0$	-2,44	0,92	-0,24
Эллиптичность $\varepsilon_0$	0,63	-0,51	-1,09

Как показывают представленные результаты, наблюдаемая эволюция состояния поляризации на выходе шнура ДЛП-волокна действительно очень хорошо соответствует окружности. При этом для разных патчкордов есть значительное различие значений  $R$ , что, наиболее вероятно, связано с рассогласованием ориентации поляризационных осей ДЛП-волокон в разьеме при стыковке с лазером.

Следует отметить, что параметр  $R$  введен как угловой радиус малого круга на сфере Пуанкаре, когда угловые координаты определяются удвоенными углами  $\Theta$  и  $\varepsilon$ . При построении точек на плоскости в координатах  $\Theta$  и  $\varepsilon$  без удвоения (рис. 4, b) получается окружность, имеющая вдвое меньший радиус. Значения азимута  $\Theta_0$  для шнуров различаются примерно на  $3,5^\circ$ , а также присутствует ненулевой угол эллиптичности  $\varepsilon_0$ , который расходится у разных шнуров в интервале, превышающем  $1,5^\circ$  (от  $-1,09^\circ$  до  $0,63^\circ$ ). При этом разброс значений  $\Theta_0$  может быть обусловлен не внутренними неоднородностями волокна, а поворотом волокна при подключении к коллиматору из-за неточного установ-



ления ключа на вилке. Но разница в значениях угла эллиптичности, превышающая  $1,5^\circ$ , указывает на различие собственных состояний поляризации волоконных шнуров.

На втором этапе экспериментов исследовался отрезок ДЛП-волокна HB1250 компании Fibercore (США) несколько большей длины (200 м), по сравнению с размерами патчкордов. Лазер так же возбуждал в волокне преимущественно одну поляризационную моду. Весь тракт был нагрет до  $40^\circ\text{C}$ , и затем регистрировалась эволюция состояния поляризации на его выходе при остывании волокна примерно до  $25^\circ\text{C}$ . В данном случае участки волокна до и после нагревателя были относительно короткие, а температура большей части волокна изменялась.

На этом этапе эксперимента изменения поляризационных свойств наглядно проявлялись в изменении уровня паразитной поляризационной моды на выходе, что можно трактовать как интерференцию компонент этой моды, перетекших в нее из основной моды на разных участках световода и имеющих разные фазовые задержки, изменяемые с температурой. Изменение уровня паразитной моды соответствует изменению радиуса  $R$  регистрируемой круговой траектории на сфере Пуанкаре. С другой стороны, это означает, что при наличии в волокне сложных неоднородностей двулучепреломления изменение температуры столь длинного волокна может менять собственные состояния поляризации. Поэтому изменение радиуса  $R$  должно также сопровождаться изменениями центра формируемой окружности на сфере Пуанкаре.

Наблюдаемая в данном эксперименте эволюция состояния поляризации показана на рис. 5. Она представляет собой квазикруговое движение с изменяющимся радиусом, что отражает указанные выше обстоятельства. В контексте основного рассматриваемого в данной работе вопроса более важны изменения не радиуса, а центра круговых участков этой траектории. Действительно, если выбирать относительно небольшие участки эволюции состояния поляризации, то в основном они с достаточно высокой точностью соответствуют окружности (изменение радиуса  $R$  происходит медленнее, чем нарастание разности фаз мод на  $2\pi$ ). Это дает основания полагать, что центры таких окружностей характеризуют собственные состояния поляризации в соответствующий момент для данной температуры. На рис. 5 показана измеренная эволюция состояния поляризации, в том числе примеры для четырех фрагментов измеренной траектории, соответствующих значениям температуры примерно  $33, 30, 28$  и  $25^\circ\text{C}$ . Выбор этих фрагментов из огромного количества экспериментальных данных делался для того, чтобы показать примеры окружностей с разными значениями параметров  $\Theta_0$  и  $\varepsilon_0$ .

Аппроксимация всех измеренных точек малой окружностью на сфере Пуанкаре дает следующие значения параметров, град:

$$R = 7,59, \Theta_0 = 0,98, \varepsilon_0 = 0,37$$

(в координатах  $\Theta$  и  $\varepsilon$  такая окружность показана на рис. 5, *b*). Параметры окружностей, вписанных в точки фрагментов, показанных на рис. 5, *d*, приведены в табл. 2.

Количество точек на окружностях различалось, так как температура изменялась неравномерно, на некоторых участках даже можно было заметить возвратные движения по траектории на сфере Пуанкаре.

Из представленных результатов следует, что можно наблюдать изменения азимута собственных поляризационных мод тестируемого волокна в интервале  $0,20^\circ$  и угла эллиптичности в интервале  $0,85^\circ$ . Поскольку измерение проводилось с одним волокном, без изменения подключения к источнику и поляриметру, можно уверенно утверждать, что наблюдаемые изменения как значений азимута  $\Theta_0$ , так и угла эллиптичности  $\varepsilon_0$  свидетельствуют об изменении собственных состояний поляризации волокна.

В целом приведенные экспериментальные результаты можно рассматривать только как иллюстративные, которые дают весьма приближенные оценки степени возмущения  $\rho$  матрицы Джонса для тестируемых волокон. Поскольку абсолютные значения параметров  $\Theta_0$  и  $\varepsilon_0$  нельзя считать полностью достоверными (особенно относящиеся к азимуту  $\Theta_0$ ), если принять во внимание погрешности поляриметра и приближенную установку оси разъема коллиматора относительно оси поляриметра, мы не стали пересчитывать пары значений  $\{\Theta_0, \varepsilon_0\}$  в значение  $\rho$ , которое можно было бы найти с помощью выражения (10). Но если все же ориентироваться на изменения  $\{\Theta_0, \varepsilon_0\}$ , то можно приближенно оценить значение  $\rho$  на уровне примерно в  $1^\circ$ .

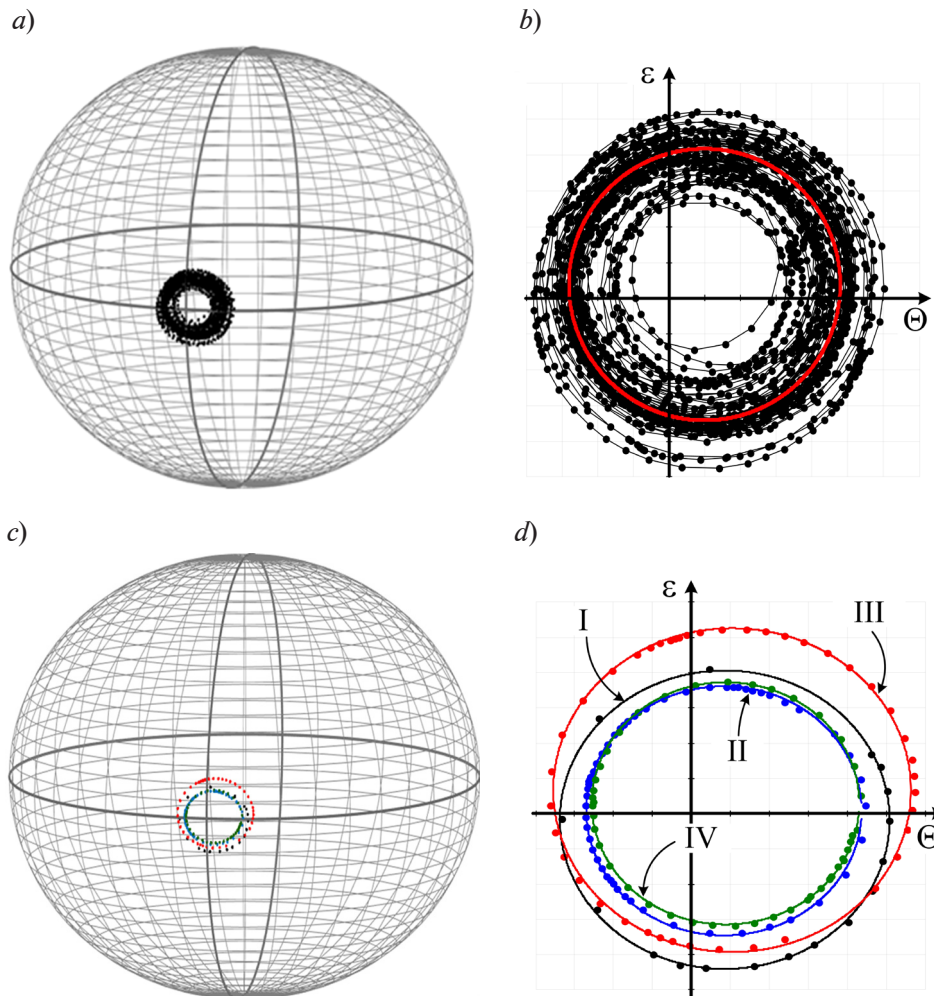


Рис. 5. Эволюция состояния поляризации на сфере Пуанкаре (a,c) и на плоскости, в координатах  $\Theta$  и  $\varepsilon$  (b,d). Представлены случаи полной эволюции (a,b) и ее фрагментов I, II, III, IV (c,d). Цена деления сетки – 1 град.

Аппроксимация экспериментальных точек окружностями на сфере Пуанкаре показана сплошными линиями

Таблица 2

**Параметры окружностей, аппроксимирующих измеренные точки эволюции состояния поляризации на сфере Пуанкаре. Второй этап эксперимента (см. рис. 5)**

Угловой параметр	Значение параметра, град, для фрагмента			
	I	II	III	IV
Радиус $R$	8,48	7,07	9,19	6,87
Азимут $\Theta_0$	0,86	0,82	1,03	0,87
Эллиптичность $\varepsilon_0$	-0,18	0,07	0,66	0,28

Кроме паспортной точности показаний поляриметра, составляющей  $0,25^\circ$ , на результаты измерений могут влиять и другие факторы погрешности, например наличие отклонения экспериментальных точек от вписанной в них окружности, а также прочие, которые в данной работе не изучаются. Таким образом, наблюдаемые значения  $\rho$  на уровне до  $1^\circ$  следует трактовать как верхнюю предельную оценку. Однако, как уже отмечалось, в со-



временных схемах со сварными соединениями ДЛП-волокон другие ключевые параметры рассогласований, и прежде всего, угловые рассогласования осей волокон при стыковке, могут иметь такой же уровень значений.

Все это подтверждает выполнение на практике условий малости отклонения поляризационных свойств реальных ДЛП-волокон от свойств идеальной линейной фазовой пластинки и, соответственно, обосновывает актуальность применения матриц Джонса, введенных в данной работе, при моделировании поляризационных рассогласований в схемах с ДЛП-волоконками.

### Заключение

В рамках модели фазовой анизотропии получено выражение для матрицы Джонса реального ДЛП-волокна, которое учитывает слабые значения эллиптичности и отклонения азимута собственных мод. Полученную форму матрицы можно использовать при описании оптических схем с ДЛП-волоконками с использованием формализма Джонса при анализе влияния поляризационных рассогласований на работу схемы. Также приведена альтернативная форма матрицы Джонса ДЛП-волокна, в которой азимут и угол эллиптичности собственного состояния заменены другими угловыми параметрами: уровнем отклонения точки собственного состояния поляризации на сфере Пуанкаре и направлением отклонения этой точки от точки для идеального случая. Второй вариант матрицы может иметь преимущество при моделировании систем с численными расчетами и варьировании параметров неидеальности ДЛП-волокна.

Результаты экспериментов иллюстрируют неидеальность реальных ДЛП-волокон в отношении проявления слабой вариации угла эллиптичности и азимута поляризационных мод. Также эксперименты позволили приближенно оценить уровень этих вариаций диапазоном порядка  $1^\circ$ . Это обосновывает использованное в теоретическом анализе условие малости отклонения угла эллиптичности и азимута поляризационных мод ДЛП-волокна относительно идеальной модели, а также подтверждает актуальность использования полученных матриц при анализе современных оптоволоконных схем.

Следует отметить также полученные полезные выражения (см. далее Приложение II, формулу (II-7)), которые представляют матрицу эллиптической фазовой пластинки в явном виде через произвольные угол эллиптичности и азимут собственных состояний поляризации. В известных нам литературных источниках не обнаружено такого явного вида матрицы произвольной эллиптической фазовой пластинки.

### Приложение I

#### Линейная фазовая пластинка с поворотом

Случай, когда возмущение линейной фазовой пластинки сводится к повороту направлений собственных состояний поляризации, при том что они остаются линейными, можно описать относительно просто. Если элемент с матрицей (1) будет повернут на угол  $\Theta$ , то его матрица Джонса определяется следующим соотношением [2, 4 – 6, 10]:

$$\mathbf{M}_{LPP_\Theta} = \mathbf{R}(-\Theta) \cdot \mathbf{M}_0 \cdot \mathbf{R}(\Theta), \quad (\text{I-1})$$

где матрица  $\mathbf{R}$  соответствует матрице поворота (13). Сделав подстановку выражений (1) и (13) в соотношение (I-1), получим матрицу линейной фазовой пластинки при ориентации быстрой оси под углом  $\Theta$  к оси  $X$ , которая будет иметь вид

$$\mathbf{M}_{LPP_\Theta} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi/2) + j \cos 2\Theta \cdot \sin(\varphi/2) & j \sin 2\Theta \cdot \sin(\varphi/2) \\ j \sin 2\Theta \cdot \sin(\varphi/2) & \cos(\varphi/2) - j \cos 2\Theta \cdot \sin(\varphi/2) \end{bmatrix}. \quad (\text{I-2})$$

Матрица (I-2) верна при любых углах  $\Theta$ .

Если полагать, что угол поворота мал, т. е.  $\Theta \ll 1$ , то из вида матрицы (I-2) получим матрицу вида

$$\mathbf{M}_{\text{LPP}_\Theta} = \begin{bmatrix} e^{j\varphi/2} - j2\Theta^2 \sin(\varphi/2) & j2\Theta \sin(\varphi/2) \\ j2\Theta \sin(\varphi/2) & e^{-j\varphi/2} + j2\Theta^2 \sin(\varphi/2) \end{bmatrix}. \quad (\text{I-3})$$

Далее, если оставить только компоненты первого порядка по  $\Theta$ , то матрица (I-3) преобразуется к виду

$$\mathbf{M}_{\text{LPP}_\Theta} = \begin{bmatrix} e^{j\varphi/2} & j2\Theta \sin(\varphi/2) \\ j2\Theta \sin(\varphi/2) & e^{-j\varphi/2} \end{bmatrix}. \quad (\text{I-4})$$

Нетрудно видеть, что вид матрицы (I-4) совпадает с вариантом матрицы Джонса (9).

## Приложение II

### Эллиптическая фазовая пластинка

В работах [2, 18] приведена в явном виде матрица эллиптической фазовой пластинки для случая, когда азимут собственного состояния поляризации (быстрой моды) совпадает с осью  $X$ . Эта матрица имеет вид

$$\mathbf{M}_{\text{EPP}}|_{\Theta=0} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi/2) + j \sin(\varphi/2) \cos 2\varepsilon & \sin(\varphi/2) \sin 2\varepsilon \\ -\sin(\varphi/2) \sin 2\varepsilon & \cos(\varphi/2) - j \sin(\varphi/2) \cos 2\varepsilon \end{bmatrix}. \quad (\text{II-1})$$

Вывод выражения (II-1) нетрудно провести путем синтеза матрицы Джонса на основе структуры (6). Действительно, чтобы получить собственные векторы для матрицы  $\mathbf{M}_{\text{EPP}}|_{\Theta=0}$ , следует положить  $\Theta = 0$  в векторе Джонса (3), что дает выражения

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} j \sin \varepsilon \\ \cos \varepsilon \end{bmatrix}. \quad (\text{II-2})$$

Подстановка этих выражений в структуру (6) дает матрицу вида (II-1).

Если полагать, что эллиптичность собственных состояний поляризации мала и  $\varepsilon \ll 1$ , то при замене тригонометрических функций в выражении (II-1) их приближенными аналогами, т. е.  $\sin(x) \approx x$  и  $\cos(x) \approx 1 - x^2/2$ , получим матрицу вида

$$\mathbf{M}_{\text{EPP}}|_{\Theta=0} = \begin{bmatrix} e^{j\varphi/2} - j2\varepsilon^2 \sin(\varphi/2) & 2\varepsilon \cdot \sin(\varphi/2) \\ -2\varepsilon \cdot \sin(\varphi/2) & e^{-j\varphi/2} + j2\varepsilon^2 \sin(\varphi/2) \end{bmatrix}. \quad (\text{II-3})$$

Если же сохранить только компоненты первого порядка малости по  $\varepsilon$ , то получим следующее выражение:

$$\mathbf{M}_{\text{EPP}}|_{\Theta=0} = \begin{bmatrix} e^{j\varphi/2} & 2\varepsilon \cdot \sin(\varphi/2) \\ -2\varepsilon \cdot \sin(\varphi/2) & e^{-j\varphi/2} \end{bmatrix}. \quad (\text{II-4})$$

Нетрудно видеть, что этот результат (II-4) полностью совпадает с вариантом матрицы Джонса (9).

Рассмотрение частного случая матрицы эллиптической фазовой пластинки  $\mathbf{M}_{\text{EPP}}|_{\Theta=0}$  логично дополнить вариантом матрицы Джонса эллиптической пластинки произвольной ориентации.

Общий вид такой матрицы можно получить на основе выражения

$$\mathbf{M}_{\text{EPP}} = \mathbf{R}(-\Theta) \cdot \mathbf{M}_{\text{EPP}}|_{\Theta=0} \cdot \mathbf{R}(\Theta). \quad (\text{II-5})$$

Однако можно использовать более общий принцип получения матрицы эллиптической фазовой пластинки – применить выражения (6). Если взять форму записи нормированного вектора Джонса (3) и ортогональный ему вектор, то получим вид собственных векторов матрицы  $\mathbf{M}_{\text{EPP}}$  в общем случае как





$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} \cos \Theta \cdot \cos \varepsilon - j \sin \Theta \cdot \sin \varepsilon \\ \sin \Theta \cdot \cos \varepsilon + j \cos \Theta \cdot \sin \varepsilon \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} -\sin \Theta \cdot \cos \varepsilon + j \cos \Theta \cdot \sin \varepsilon \\ \cos \Theta \cdot \cos \varepsilon + j \sin \Theta \cdot \sin \varepsilon \end{bmatrix}. \quad (\text{II-6})$$

Если подставить выражения (II-6) в формулу (6) и провести тригонометрические преобразования, то получим следующую общую структуру для матрицы Джонса эллиптической фазовой пластинки:

$$\mathbf{M}_{\text{EPP}} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} + j \cos 2\Theta \cdot \cos 2\varepsilon \cdot \sin \frac{\varphi}{2} & (\sin 2\varepsilon + j \sin 2\Theta \cdot \cos 2\varepsilon) \sin \frac{\varphi}{2} \\ -(\sin 2\varepsilon - j \sin 2\Theta \cdot \cos 2\varepsilon) \sin \frac{\varphi}{2} & \cos \frac{\varphi}{2} - j \cos 2\Theta \cdot \cos 2\varepsilon \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \end{bmatrix}. \quad (\text{II-7})$$

Это важное выражение для общего случая эллиптической фазовой пластинки отсутствует в известной нам литературе и может быть полезным при выводе матриц Джонса для разнообразных частных случаев фазовых пластинок и анизотропных световодов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Huard S. Polarization of light. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Inc., 1997. 352 p.
2. Ищенко Е. Ф., Соколов А. Л. Поляризация оптика. 3-е изд., испр. и доп. М.: Физматлит, 2019. 576 с.
3. Аззам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет. Пер. с англ. М.: Мир, 1981. 584 с.
4. Джеррард А., Бёрч Дж. М. Введение в матричную оптику. Пер. с англ. М.: Мир, 1978. 344 с.
5. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. Пер. с англ. М.: Мир, 1987. 616 с.
6. Collett E. Polarized light in fiber optics. Bellingham, Washington, USA: SPIE Press, 2003. 540 p.
7. Temkina V., Medvedev A., Mayzel A. Research on the methods and algorithms improving the measurements precision and market competitive advantages of fiber optic current sensors // Sensors. 2020. Vol. 20. No. 21. P. 5995.
8. Крылов Г. М., Фатьянов О. В., Дуплинский А. В. Влияние стыков двулучепреломляющего волокна на дрейф видности в интерферометре Маха – Цендера // Квантовая электроника. 2020. Т. 50. № 5. С. 447–453.
9. Temkina V., Medvedev A., Mayzel A., Sivolenko E. Quarter wave plate for fiber optic current sensor: Comparison of modeling and experimental study // International Youth Conference on Electronics, Telecommunications and Information Technologies (Proceedings of the YETI 2021, St. Petersburg, Russia). Edited by E. Velichko, V. Kapralova, P. Karaseov, et al. Book Series “Springer Proceedings in Physics”. Vol. 268. Springer Cham, 13 January, 2022. Pp. 437–448.
10. Молчанов В. Я., Скроцкий Г. В. Матричный метод вычисления собственных состояний поляризации анизотропных оптических резонаторов (обзор) // Квантовая электроника. 1971. № 4. С. 3–26.
11. Yang J., Yu Z., Yuan L. Characterization of distributed polarization-mode coupling for fiber coils // Peng G. D. (Ed.). Handbook of Optical Fibers. Singapore: Springer Nature Singapore Pte. Ltd., 16 May 2018. 40 p.
12. Wuilpart M., Megret P., Blondel M., Rogers A. J., Defosse Y. Measurement of the spatial distribution of birefringence in optical fibers // IEEE Photonics Technology Letters. 2001. Vol. 13. No. 8. Pp. 836–838.
13. Rashleigh S. Origins and control of polarization effects in single-mode fibers // Journal of Lightwave Technology. 1983. Vol. 1. No. 2. Pp. 312–331.
14. Kells L. M., Kern W. F., Bland J. R. Plane and spherical trigonometry. Warsaw: Andesite Press, 2017. 526 p.
15. Polarization Maintaining (PM) Patch Cord 980, 1030, 1064, 1310, 1550 nm. Режим доступа: [https://www.afwtechnologies.com.au/pm\\_patchcord.html](https://www.afwtechnologies.com.au/pm_patchcord.html) (Дата обращения: 27. 07. 2023).
16. 1550 nm Polarization Maintaining Patch-cord // Режим доступа: <https://www.dkphotonics.com/product/1550nm-polarization-maintaining-patch-cord.html> (Дата обращения: 27.07.2023).

17. **Fedotov A., Ustimchik V., Rissanen J., Kolosovskii A., Voloshin V., Vorob'ev I., Gumenyuk R., Chamorovskiy Y., Filippov V.** Active tapered double-clad fiber with low birefringence: supplement // *Optics Express*. 2021. Vol. 29. No. 11. Pp. 16506–16519.

18. **Tentori D., Garcia-Weidner A., Kuzin E.** On the birefringence evaluation of single-mode fibers // *Revista Mexicana de Fisica*. 2016. Vol. 62. No. 4. Pp. 381–392.

## REFERENCES

1. **Huard S.**, Polarization of light, John Wiley & Sons, Inc., Chichester, UK, 1997.
2. **Ishchenko E. F., Sokolov A. L.**, Polyarizatsionnaya optika [Polarization optics], Third Ed., Fizmatlit Publishing, Moscow, 2019 (in Russian).
3. **Azzam R. M. A., Bashara N. M.**, Ellipsometry and polarized light, Third ed., North Holland Publishing Company, Amsterdam, Netherlands, 1999.
4. **Gerrard A., Burch J. M.**, Introduction to matrix methods in optics, revised ed., Dover Publications, Inc., Dover, USA, 2012.
5. **Yariv A., Yeh P.**, Optical waves in crystals: propagation and control of laser radiation, John Wiley & Sons, Inc., New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1984.
6. **Collett E.**, Polarized light in fiber optics, SPIE Press, Bellingham, Washington, USA, 2003.
7. **Temkina V., Medvedev A., Mayzel A.**, Research on the methods and algorithms improving the measurements precision and market competitive advantages of fiber optic current sensors, *Sensors*. 20 (21) (2020) 5995.
8. **Krylov G. M., Fat'yanov O. V., Duplinskii A. V.**, Influence of birefringent fibre joints on the visibility drift in a Mach – Zehnder interferometer, *Quantum Electron.* 50 (5) (2020) 447–453.
9. **Temkina V., Medvedev A., Mayzel A., Sivolenko E.**, Quarter wave plate for fiber optic current sensor: Comparison of modeling and experimental study, In book: International Youth Conference on Electronics, Telecommunications and Information Technologies (Proc. YETI 2021, St. Petersburg, Russia), Ed. by E. Velichko, V. Kapralova, P. Karaseov, et al., Book Series “Springer Proceedings in Physics”. Vol. 268. Springer Cham, 13 January (2022) 437–448.
10. **Molchanov V. Ya., Skrotskii G. V.**, Matrix method for the calculation of the polarization eigenstates of anisotropic optical resonators, *Sov. J. Quantum Electron.* 1 (4) (1972) 315–330.
11. **Yang J., Yu Z., Yuan L.**, Characterization of distributed polarization-mode coupling for fiber coils, In book: Peng G. D. (Ed.). Handbook of Optical Fibers. Springer Nature Singapore Pte. Ltd., Singapore, 16 May 2018.
12. **Wuilpart M., Megret P., Blondel M., et al.**, Measurement of the spatial distribution of birefringence in optical fibers, *IEEE Photon. Technol. Lett.* 13 (8) (2001) 836–838.
13. **Rashleigh S.**, Origins and control of polarization effects in single-mode fibers, *J. Light. Technol.* 1 (2) (1983) 312–331.
14. **Kells L. M., Kern W. F., Bland J. R.**, Plane and spherical trigonometry, Andesite Press, Warsaw, 2017.
15. Polarization Maintaining (PM) Patch Cord 980, 1030, 1064, 1310, 1550 nm. [https://www.afwtechnologies.com.au/pm\\_patchcord.html](https://www.afwtechnologies.com.au/pm_patchcord.html). (Accessed July 27, 2023).
16. 1550 nm Polarization Maintaining (PM) Patch-cord, <https://www.dkphotonics.com/product/1550nm-polarization-maintaining-patch-cord.html> (Accessed July 27, 2023).
17. **Fedotov A., Ustimchik V., Rissanen J., et al.**, Active tapered double-clad fiber with low birefringence: supplement, *Opt. Express*. 29 (11) (2021) 16506–16519.
18. **Tentori D., Garcia-Weidner A., Kuzin E.**, On the birefringence evaluation of single-mode fibers, *Rev. Mex. Fis.* 62 (4) (2016), 381–392.

**СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ**

**ТЕМКИНА Валентина Сергеевна** – аспирантка *Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

temkina\_vs@spbstu.ru

ORCID: 0000-0003-2083-8989

**ЛИОКУМОВИЧ Леонид Борисович** – доктор физико-математических наук, профессор *Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

leonid@spbstu.ru

ORCID: 0000-0001-5988-1429

**АРЧЕЛКОВ Арсений Борисович** – студент *Института электроники и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

arsarch11@gmail.com

ORCID: 0009-0007-4713-1293

**БУЧИЛКО Игорь Романович** – аспирант *Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

igor.buchilko@gmail.com

ORCID: 0000-0001-8179-8648

**МЕДВЕДЕВ Андрей Викторович** – кандидат физико-математических наук, доцент *Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

medvedev@rphf.spbstu.ru

ORCID: 0000-0001-7083-9184

**ПЕТРОВ Александр Викторович** – кандидат физико-математических наук, доцент *Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

alexandr-petroff1994@yandex.ru

ORCID: 0000-0001-5216-6588

**THE AUTHORS**

**ТЕМКИНА Valentina S.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

temkina\_vs@spbstu.ru

ORCID: 0000-0003-2083-8989

**LIOKUMOVICH Leonid B.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia  
leonid@spbstu.ru  
ORCID: 0000-0001-5988-1429

**ARCHELKOV Arseniy B.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia  
arsarch11@gmail.com  
ORCID: 0009-0007-4713-1293

**BUCHILKO Igor R.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia  
igor.buchilko@gmail.com  
ORCID: 0000-0001-8179-8648

**MEDVEDEV Andrei V.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia  
medvedev@rphf.spbstu.ru  
ORCID: 0000-0001-7083-9184

**PETROV Aleksandr V.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia  
alexandr-petroff1994@yandex.ru  
ORCID: 0000-0001-5216-6588

*Статья поступила в редакцию 19.06.2023. Одобрена после рецензирования 02.08.2023.  
Принята 02.08.2023.*

*Received 19.06.2023. Approved after reviewing 02.08.2023. Accepted 02.08.2023.*