

На правах рукописи



**Кориков Константин Константинович**

**ОСОБЕННОСТИ ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ  
ВОЛН И КВАНТОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ОТ МАГНИТНЫХ  
МАТЕРИАЛОВ И ГРАФЕНА**

Специальность 01.04.02 —  
«Теоретическая физика»

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор,  
**Климчицкая Галина Леонидовна**

Официальные оппоненты: **Марачевский Валерий Николаевич**,  
доктор физико-математических наук,  
Научно-исследовательский институт физики  
им. В.А. Фока, СПбГУ,  
профессор кафедры квантовой механики

**Шелюто Валерий Александрович**,  
доктор физико-математических наук,  
ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский  
институт метрологии им. Д.И. Менделеева»,  
главный научный сотрудник

Ведущая организация:

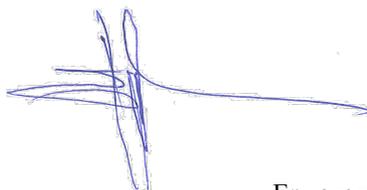
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук»

Защита состоится 14 февраля 2018 г. в 16:00 на заседании диссертационного совета Д 212.229.29 при Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого». Электронная версия размещена на официальном сайте СПбПУ — [www.spbstu.ru](http://www.spbstu.ru).

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ 2017 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д 212.229.29,  
канд. физ.-мат. наук



Ермакова Наталья Юрьевна

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** Настоящая диссертация посвящена изучению особенностей в отражении электромагнитных волн и квантовых флуктуаций электромагнитного поля от материальных поверхностей, изготовленных из магнитных материалов, а также от покрытых графеном пластин.

Обычно постулируется, что отражение классических электромагнитных волн и квантовых флуктуаций от материальных поверхностей происходит одинаковым образом [1]. Однако в последнее время эти представления были поставлены под сомнение экспериментами по измерению сил Казимира [2;3]. Как известно, фундаментальной теорией, описывающей флуктуационные силы Ван-дер-Ваальса и Казимира, является теория Лифшица, которая учитывает электромагнитные свойства материалов через коэффициенты отражения Френеля на мнимых частотах. Значения исследуемых сил могут быть получены подстановкой в коэффициенты Френеля табличных данных для диэлектрической проницаемости. Ввиду того что табличные значения доступны не для всего диапазона частот, используют аналитические модели диэлектрической проницаемости материалов, учитывающие различные физические свойства материальных сред. Применение в теории Лифшица модели диэлектрической проницаемости металлов Друде, которая учитывает релаксационные процессы на низких частотах, приводит к нарушению непрерывности коэффициента отражения Френеля для ТЕ-моды. Аналогичным образом использование модели диэлектрической проницаемости диэлектриков, которая учитывает проводимость на постоянном токе при отличной от нуля температуре, приводит к нарушению непрерывности коэффициента отражения Френеля для ТМ-моды. В конечном счете использование данных моделей при описании флуктуационных сил Казимира приводит к противоречиям как с экспериментальными данными, так и с термодинамикой, причем последнее выражается в нарушении теоремы Нернста [3]. Интерес к магнитным материалам обусловлен возможностью получить отталкивающую силу Казимира [4–6], однако роль магнитных свойств материалов в разрешении проблем теории флуктуационных сил к настоящему моменту не была установлена.

Другой проблемой является исследование отражения электромагнитных волн от графена, двумерного листа атомов углерода. Коэффициенты отражения от графена отличны от стандартных коэффициентов Френеля. До настоящего времени отражающая способность графена исследовалась в рамках модели Дирака [7] с использованием нелокальных диэлектрических восприимчивостей (поляризуемостей) графена в контексте формализма корреляционных функций плотности в приближении случайных фаз [8;9]. Однако эти вычисления были неполными, поскольку точные значения обеих корреляционных функций плотности (продольной и перпендикулярной поверхности графена) не были известны. Альтернативный формализм вычисления отражательных свойств графена с использованием поляризационного тензора графена в  $(2+1)$ -измерениях, определенного только на чисто мнимых дискретных частотах Мацубары, был развит в рамках ис-

следований сил Ван-дер-Ваальса и Казимира [10; 11]. Несколько позже была найдена альтернативная форма поляризаационного тензора, допускающая правильное аналитическое продолжение на ось вещественных частот, то есть на случай электромагнитных волн [12]. В результате были получены точные значения коэффициентов отражения от графена, позволяющие исследовать оптические свойства этого материала.

**Целью** данной работы является исследование особенностей отражения квантовых флуктуаций и электромагнитных волн от магнитных материалов и покрытых графеном пластин.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Проверить на соответствие теореме Нернста результаты теории Лифшица для магнитных металлов, описываемых диэлектрическими проницаемостями плазменной модели и модели Друде.
2. Проверить на соответствие теореме Нернста результаты теории Лифшица для магнитных диэлектрических материалов, описываемых без учета и с учетом проводимости на постоянном токе.
3. Исследовать влияние графенового покрытия на отражательную способность пластин из металлов, диэлектриков и полупроводников с разной концентрацией свободных носителей заряда.

#### **Научная новизна:**

1. Впервые получены аналитические выражения для казимировской свободной энергии, энтропии и давления при низкой температуре в случае параллельных пластин, изготовленных из ферромагнитного металла, описываемого как плазменной, так и Друде-моделями диэлектрической проницаемости. Аналитические выражения для указанных величин получены также и в случае ферромагнитного диэлектрика как без учета, так и с учетом проводимости на постоянном токе.
2. Впервые показано, что свободная энергия и энтропия флуктуационного поля в системе двух параллельных пластин из ферромагнитного металла, описываемого в рамках теории Лифшица диэлектрической проницаемостью Друде-модели, нарушают теорему Нернста, а при использовании плазменной модели теорема Нернста выполняется. Для ферромагнитных диэлектриков показано, что теорема Нернста нарушается при учете проводимости пластин на постоянном токе и соблюдается без учета этой проводимости.
3. Выполнено оригинальное численное моделирование отражательной способности покрытых графеном диэлектрических, металлических и полупроводниковых пластин в широком диапазоне частот при различных температурах и установлена роль графенового покрытия.

**Теоретическая и практическая значимость.** Решение рассматриваемых в данном диссертационном исследовании проблем актуально как для фундаментальной физики, так и для дальнейшего развития нанотехнологий [13]. Общеизвестно,

вестно, что главной тенденцией нанотехнологий является уменьшение размеров используемых устройств. Последнее повышает роль различных квантовых эффектов, таких как силы Ван-дер-Ваальса и Казимира. Использование этих сил открывает новые возможности для улучшения функционирования наноустройств. Фундаментальная физическая теория различных квантовых эффектов в наномасштабах основана на знании отражательных свойств составляющих наноустройство элементов по отношению к электромагнитным волнам и квантовым флуктуациям. Математический формализм подобных процессов использует коэффициенты отражения, определенные на плоскости комплексной частоты.

Кроме того, коэффициенты отражения от новых материалов, подобных графену, отличаются от стандартных коэффициентов Френеля, и их нахождение представляет собой сложную теоретическую проблему. Без решения этой проблемы дальнейший прогресс в области применения графена в нанотехнологиях был бы невозможен.

Таким образом, рассматриваемые проблемы имеют первостепенное значение для многочисленных приложений — например, в солнечных ячейках, биомедицинских сенсорах, нанокompозитных материалах и, в более общем плане, в микро-опто-электро-механических системах следующих поколений [14–17], включающих графеновые элементы [18–20].

**Методология и методы исследования.** Методология диссертационного исследования базируется на результатах трудов по изучению казимировского взаимодействия [3]. В основе используемых методов лежат работы по учету диэлектрических свойств реальных материальных сред при ненулевой температуре, а также материалов с дираковской моделью проводимости (графен) в теории флуктуационных сил Лифшица. Вывод низкотемпературных асимптотических формул выполняется в рамках теории возмущений. Численное моделирование отражательных свойств графена выполняется с помощью формализма поляризационного тензора [12].

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Получены аналитические выражения для казимировских свободной энергии и энтропии при низкой температуре в случае параллельных пластин, изготовленных из ферромагнитного металла, описываемого как плазменной, так и Друде-моделями диэлектрической проницаемости.
2. Показано, что при использовании плазменной модели казимировская энтропия удовлетворяет требованиям теоремы Нернста, а при использовании Друде-модели находится в противоречии с этими требованиями, принимая либо отрицательное, либо положительное значение, зависящее от параметров системы.
3. Получены аналитические выражения для казимировской свободной энергии, энтропии и давления при низкой температуре в случае параллельных пластин, изготовленных из ферромагнитного диэлектрика, как без учета, так и с учетом проводимости на постоянном токе.

4. Показано, что без учета проводимости на постоянном токе казимировская энтропия ферромагнитного диэлектрика удовлетворяет теореме Нернста, тогда как при учете этой проводимости вступает в противоречие с требованиями теоремы Нернста, принимая положительное значение при нулевой температуре, зависящее от параметров системы.
5. Получены общие формулы для коэффициентов отражения и отражательной способности материальных пластин с графеновым покрытием, а также их асимптотические представления при высоких и низких частотах при произвольной температуре.
6. Полученные формулы применены в случае диэлектрических (кварцевое стекло), металлических (золото и никель) и полупроводниковых (кремний с различной концентрацией носителей заряда) пластин, покрытых графеном. Во всех этих случаях рассчитаны отражательные способности покрытых графеном пластин в широком диапазоне частот при различных температурах и установлена роль графенового покрытия.

**Достоверность** результатов обеспечивается тем, что результаты получены аналитически в рамках строгой и хорошо апробированной физической теории.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. The Ninth Alexander Friedmann International Seminar on Gravitation and Cosmology and Third Satellite Symposium on the Casimir Effect, 2015, Saint Petersburg, Russia.
2. 15th International Conference, NEW2AN 2015, and 8th Conference, ruSMART 2015, Saint Petersburg, Russia.
3. Научный форум с международным участием «Неделя науки СПбПУ», 2014, Санкт-Петербург, Россия.

**Личный вклад.** Автор принимал активное участие в выводе асимптотических формул для энтропии, свободной энергии и давления Казимира для ферромагнитных металлов, описываемых плазменной моделью и моделью Друде, а также ферродиэлектриков с учетом и без учета проводимости на постоянном токе. Автор выполнял численное моделирование коэффициентов отражения графена, нанесенного на металлические, диэлектрические и полупроводниковые пластины.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 6 печатных работах, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 2 — в трудах конференций.

**Объем и структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и одного приложения. Полный объем диссертации составляет 101 страницу, включая 22 рисунка. Список литературы содержит 120 наименований.

## Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проведенных в рамках данной диссертационной работы, формулируется цель, ставятся задачи работы, характеризуется научная новизна, практическая и теоретическая значимость представляемой работы. Также во введении сформулированы основные защищаемые положения, представлен краткий перечень конференций, на которых были сделаны доклады по материалам исследования.

**Первая глава** посвящена описанию современного состояния проблем и обоснованию формулируемых в диссертации задач. Также в данной части работы приводятся необходимые для их решения соотношения, полученные ранее в литературе.

Вначале вводится определение амплитудных коэффициентов отражения Френеля и приводятся модели диэлектрической  $\epsilon(\omega)$  и магнитной  $\mu(\omega)$  проницаемостей, входящие в коэффициенты Френеля как параметры среды. Для металлов на частотах ниже полос поглощения рассмотрена модель Друде

$$\epsilon_D(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}, \quad (1)$$

которая в области достаточно высоких частот переходит в плазменную модель

$$\epsilon_p(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}. \quad (2)$$

Здесь  $\omega_p$  — плазменная частота металла пластины, а  $\gamma$  — релаксационный параметр. Для диэлектриков приведены модель осцилляторов Лоренца  $\epsilon_c(\omega)$  и модель, учитывающая свободные носители заряда при ненулевой температуре в реальных диэлектриках [3]:

$$\epsilon(\omega, T) = \epsilon_c(\omega) + i \frac{4\pi\sigma_0(T)}{\omega}, \quad (3)$$

где  $\sigma_0(T)$  — проводимость диэлектрика на постоянном токе.

Далее вводятся амплитудные коэффициенты отражения для квантовых флуктуаций. Данные выражения входят в формулу Лифшица, которая описывает флуктуационные силы Казимира и Ван-дер-Ваальса [3; 21], и представляют собой формулы Френеля на мнимых частотах. Также в главе представлена обобщенная на случай магнитных материалов формула Лифшица для свободной энергии, которая с помощью формулы Пуассона может быть представлена в виде [3]

$$\mathcal{F}(a, T) = \frac{\hbar c}{16\pi^2 a^3} \sum_{l=0}^{\infty} \int_0^{\infty} y dy \int_0^y d\zeta \cos(l\zeta) F(\zeta, y), \quad (4)$$

где введена величина  $t = \hbar c / (2ak_B T) = T_{\text{эф}} / T$ ,  $a$  — расстояние между пластинами, а функция в подынтегральном выражении  $F(\zeta, y) =$

$= \sum_{\alpha} \ln \left[ 1 - r_{\alpha}^{(1)}(i\zeta, y) r_{\alpha}^{(2)}(i\zeta, y) e^{-y} \right]$ . Здесь  $r_{\alpha}^{(1,2)}(i\zeta, y)$  — коэффициенты отражения для  $\alpha = \text{ТМ, ТЕ}$ . Штрих около знака суммы обозначает, что вклад на нулевой частоте Мацубары ( $l = 0$ ) имеет множитель  $1/2$ . Соответственно, энтропия Казимира определяется выражением  $S(a, T) = -\partial\mathcal{F}(a, T)/\partial T$ . Кроме того, приведен обзор работ, связанных с проблемой непрерывности коэффициентов отражения для квантовых флуктуаций.

В следующей части главы вводятся амплитудные коэффициенты отражения для электромагнитных волн от материалов с графеновым покрытием в терминах поляризаационного тензора. Предварительно описана дираковская модель проводимости графена и представлен обзор подходов к решению проблемы отражательных свойств графена.

Заключение главы посвящено двум основополагающим подходам в постановке прецизионных экспериментов по измерению сил Казимира: измерения с помощью микромеханического осциллятора и измерения с помощью атомно-силового микроскопа. Кроме того, сформулированы задачи настоящего диссертационного исследования.

**Вторая глава** направлена на решение первой задачи диссертационного исследования, а именно — на изучение влияния магнитных свойств металлов на согласование теории Лифшица с термодинамикой. Для этого в главе рассматриваются низкотемпературные асимптотические формы свободной энергии и энтропии Казимира при взаимодействии магнитных металлических пластин путем использования двух моделей диэлектрической проницаемости: недиссипативной плазменной модели и диссипативной модели Друде.

Изложение начинается с рассмотрения металлических пластин с плазменной моделью (2) диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_l^{(n)} \equiv \varepsilon_p(i\xi_l)$  и независимой от частоты магнитной проницаемостью  $\mu_l^{(n)} = \mu_0^{(n)}$ , где  $n = 1, 2$  указывает на соответствующую пластину, а  $\xi_l$  — частоты Мацубары [3].

В соответствии с известной методикой вычисления поправки к свободной энергии Казимира для немагнитных металлов с плазменной моделью проводимости [22], формула Лифшица была представлена в форме (4). Далее, для вывода свободной энергии Казимира в низкотемпературной ( $T \ll T_{\text{эф}}$ ) асимптотической форме выражение было разложено в ряд теории возмущений по малому параметру  $\Lambda \equiv (\lambda_p^{(1)} \sqrt{\mu_0^{(1)}} + \lambda_p^{(2)} \sqrt{\mu_0^{(2)}}) / (4\pi a)$ , справедливое на расстояниях  $a \gg \lambda_p^{(n)}$ . Здесь  $\lambda_p^{(n)}$  — плазменная длина волны металла. Дифференцированием низкотемпературного выражения для свободной энергии по температуре было получено искомое выражение для энтропии Казимира:

$$S_p(a, T) = \frac{k_B \tau^2}{16a^2 \pi^3} \left\{ \frac{3\zeta_R(3)}{2} - \frac{\pi^2}{45} \tau \right. \\ \left. + \Lambda \left[ 3\zeta_R(3) - \frac{4\pi^2}{15} \tau \right] - \Lambda^2 \frac{5\zeta_R(5)}{4\pi^2} \tau^2 \right\}, \quad (5)$$

где введена безразмерная температура  $\tau = 2\pi/t$ , а  $\zeta_R$  — дзета-функция Римана.

Следующий рассмотренный случай — металлические пластины с независимой от частоты магнитной проницаемостью  $\mu_l^{(n)} = \mu_0^{(n)}$  и выраженной моделью Друде (1) диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_l^{(n)} \equiv \varepsilon_D(i\zeta_l)$ . Выражение для свободной энергии Казимира удобно искать как поправку за счет релаксаций к свободной энергии, полученной для плазменной модели, в виде  $\mathcal{F}_D(a, T) = \mathcal{F}_p(a, T) + \mathcal{F}_D(a, T) - \mathcal{F}_p(a, T)$ . В данном представлении из-за  $r_{\text{TM}}^{D(n)}(0, y) = r_{\text{TM}}^{p(n)}(0, y) = 1$  выражение на нулевой частоте имеет вклад только ТЕ-моды. Разложив свободную энергию Казимира в данном виде по степеням малого параметра  $\tilde{\gamma}^{(n)}(T)/\zeta_l$ , где  $\tilde{\gamma}(T) = \gamma(T)/\omega_c$  и  $\zeta_l = \xi_l/\omega_c$  — безразмерные релаксационный параметр и частоты Мацубары соответственно, а  $\omega_c = c/(2a)$ , и затем продифференцировав по температуре, мы получили выражение для энтропии Казимира, аналогично представленное в форме поправки к энтропии Казимира для плазменной модели:

$$S_D(a, T) = S_p(a, T) - \frac{k_B \zeta_R(3)}{16\pi a^2} \left[ 1 - \frac{\text{Li}_3\left(r_\mu^{(1)} r_\mu^{(2)}\right)}{\zeta_R(3)} - 4\Lambda + 12\Lambda^2 \right] - \frac{\partial \mathcal{F}_\gamma(a, T)}{\partial T}. \quad (6)$$

Здесь  $\text{Li}$  — полилогарифм,  $r_\mu^{(n)} = (\mu_0^{(n)} - 1)/(\mu_0^{(n)} + 1)$ ,  $\mathcal{F}_\gamma(a, T)$  — вклад в свободную энергию Казимира на всех ненулевых частотах Мацубары, быстро обращающийся в нуль при  $T \rightarrow 0$ .

Таким образом, формулой (5) показано, что теория Лифшица для магнитных металлов, описываемых плазменной моделью, согласуется с теоремой Нернста, т. е.  $\lim_{T \rightarrow 0} S_p(a, T) = 0$ . Показано, что энтропия Казимира в случае Друде-модели (6) не равна нулю и зависит от параметров системы, таких как объем и свойства пластин:

$$S_D(a, 0) = -\frac{k_B \zeta_R(3)}{16\pi a^2} \left[ 1 - \frac{\text{Li}_3\left(r_\mu^{(1)} r_\mu^{(2)}\right)}{\zeta_R(3)} - 4\Lambda + 12\Lambda^2 \right]. \quad (7)$$

Поскольку энтропия Казимира является единственным зависимым от расстояния вкладом в полную энтропию замкнутой системы, было заключено, что в данном случае теорема Нернста нарушена. Такой же вывод был получен ранее и для немагнитных материалов, описываемых диэлектрической проницаемостью Друде-модели [3; 23].

Развивая полученный результат, в главе мы показали, что знак остаточной энтропии Казимира для модели Друде зависит от параметров системы. Для двух немагнитных металлов энтропия Казимира является отрицательной величиной (известный результат). Для случая с одним магнитным, а другим немагнитным металлом выражение  $S_D(a, 0) = -k_B \zeta_R(3)/(16\pi a^2) [1 - 4\Lambda + 12\Lambda^2]$

всегда отрицательно. При взаимодействии двух магнитных металлов для простоты были рассмотрены пластины с  $\mu_0 = \mu_0^{(1)} = \mu_0^{(2)}$ ; тогда при условии  $a < 3\lambda_p \mu_0^{3/2} \zeta_R(3)/\pi^3$  энтропия при нулевой температуре является положительной.

Далее в главе рассмотрено влияние зависимости от частоты магнитной проницаемости  $\mu_l^{(n)}$ , представленной формулой Дебая [24]  $\mu(i\zeta_l) = 1 + (\mu_0 - 1)/(1 + \alpha_m \zeta_l)$ , где  $\alpha_m \equiv \omega_c/\omega_m$  — коэффициент, различный для разных ферромагнетиков. Показано, что поправка к энтропии Казимира за счет частотной зависимости дается выражением

$$\Delta S(a, T) = -\frac{k_B \zeta_R(3) (\mu_0 - 1) \alpha_m \Lambda}{24\pi^3 a^2 \sqrt{\mu_0}} \tau, \quad (8)$$

и, как следствие, учет частотной зависимости магнитной проницаемости не оказывает влияние на согласованность или несогласованность рассмотренных плазменной модели и модели Друде с термодинамикой при наличии магнитных свойств у металлов.

**Третья глава** посвящена решению второй задачи диссертационного исследования, которая нацелена на изучение влияния магнитных свойств диэлектриков на согласование теории Лифшица и термодинамики. Для упрощения вычислений рассмотрен случай частотно-независимых магнитной  $\mu_0 \equiv \mu(0)$  и диэлектрической проницаемостей  $\epsilon_0 \equiv \epsilon(0)$ . Это обусловлено тем, что при достаточно низких температурах частоты Мацубары, дающие основной вклад в температурную поправку для диэлектриков без свободных носителей заряда, принадлежат к области, где  $\epsilon_l$  — практически постоянная величина, равная  $\epsilon_0$ , и качественное поведение свободной энергии Казимира при низких температурах для диэлектрических материалов, описываемых постоянным и частотно-зависимым  $\epsilon_l$ , схожи [25].

Для вывода низкотемпературной энтропии Казимира формула Лифшица была переписана в форме суммы энергии на единицу площади и температурной поправки с помощью формулы Абея—Плана [3; 26]. Далее, раскладывая по степеням малого параметра  $\zeta = u\tau \ll 1$  и явно интегрируя, получили температурную поправку к энергии Казимира. Здесь  $u$  — переменная интегрирования. Для получения членов разложения более высокого порядка с помощью аналогичных процедур получена поправка к давлению Казимира. С помощью комбинирования результатов было выведено выражение для энтропии Казимира для магнитных диэлектриков:

$$S(a, T) = \frac{k_B^3 T^2}{(\hbar c)^2} \left\{ \frac{3\zeta_R(3)}{2\pi} \frac{(\epsilon_0 \mu_0 - 1)^2}{(\epsilon_0 + 1)(\mu_0 + 1)} - \frac{2\pi^2 k_B a}{45\hbar c} [(\epsilon_0 + \mu_0)(\epsilon_0 \mu_0 - 2)\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} + 2] T \right\}. \quad (9)$$

Далее в главе рассмотрено влияние зависимости от частоты магнитной проницаемости  $\mu_l^{(n)}$ , представленной, как и в случае металлов, формулой Дебая [24].

Аналогично, раскладывая по степеням малого параметра  $\zeta$  и следуя описанной выше процедуре, получили выражение для энтропии Казимира с частотно-зависимой магнитной проницаемостью:

$$S(a, T) = \frac{k_B^2 \text{Li}_2(r_\mu^2)}{6\hbar\omega_m(\mu_0 + 1)a^2} T. \quad (10)$$

Таким образом показано, что теорема Нернста выполняется для диэлектриков с магнитными свойствами. При этом учет частотной зависимости магнитной проницаемости приводит к изменению порядка зависимости от температуры в формуле для энтропии — первый порядок, а не второй.

Следующий рассмотренный случай — влияние свободных носителей заряда, присутствующих при ненулевой температуре в любом диэлектрике. Для этого была использована диэлектрическая проницаемость (3). Поскольку при  $l \geq 1$  выполняется условие  $\varepsilon_c(i\zeta_l) \gg \hbar\sigma_0/(k_B T l)$  [3], то влияние проводимости магнитодиэлектриков на постоянном токе на свободную энергию Казимира определяется членом формулы Лифшица с нулевой частотой. Далее в главе для удобства рассматривается свободная энергия с учетом проводимости на постоянном токе как поправка к полученному выражению без учета данного влияния. С учетом, что  $\tilde{\mathcal{F}}_{l \geq 1}(a, T) - \mathcal{F}_{l \geq 1}(a, T) \equiv Q(a, T) \sim e^{-b/T}$ , где  $b$  — некоторая константа, разная для разных материалов [27], было получено значение энтропии Казимира:

$$\tilde{S}(a, T) = S(a, T) + \frac{k_B}{16\pi a^2} [\zeta_R(3) - \text{Li}_3(r_\varepsilon^2)] - \frac{\partial Q(a, T)}{\partial T}, \quad (11)$$

где  $r_\varepsilon = (\varepsilon_0 - 1)/(\varepsilon_0 + 1)$ . Далее показано, что

$$\tilde{S}(a, 0) = \lim_{T \rightarrow 0} \tilde{S}(a, T) = \frac{k_B}{16\pi a^2} [\zeta_R(3) - \text{Li}_3(r_\varepsilon^2)] > 0. \quad (12)$$

Таким образом, в завершающей части главы установлено, что учет статической проводимости диэлектрика приводит к нарушению теоремы Нернста.

**В четвертой главе** представлено решение третьей задачи диссертационного исследования в виде вывода удобных для численного анализа общих формул для отражательных свойств реальных пластин, покрытых графеном, в рамках формализма поляризаационного тензора, и численных расчетов отражательных свойств.

Изложение начинается с вывода формул для достаточно толстых пластин, выполненных из металлов, полупроводников или диэлектриков с нанесенным на них графеновым покрытием. Предполагая, что графен описывается моделью Дирака с нулевым параметром щели [10], а отражающие свойства подложек с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon(\omega)$  и без магнитных свойств,  $\mu(\omega) = 1$ , описываются коэффициентами Френеля на действительных частотах, получили выражение в терминах угла падения  $\theta_i$  на действительных частотах для амплитуд-

ных коэффициентов отражения пластин с графеновым покрытием:

$$R_{\text{TM}}^{(g,p)}(\omega, \theta_i) = \frac{\varepsilon(\omega) \cos \theta_i - \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta_i} [1 - \Pi_{00}^*(\omega, \theta_i)]}{\varepsilon(\omega) \cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta_i} [1 + \Pi_{00}^*(\omega, \theta_i)]}, \quad (13)$$

$$R_{\text{TE}}^{(g,p)}(\omega, \theta_i) = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta_i} - \Pi^*(\omega, \theta_i)}{\cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon(\omega) - \sin^2 \theta_i} + \Pi^*(\omega, \theta_i)},$$

где  $\Pi_{00}^*$  и  $\Pi^*$  — нормированные значения 00-компоненты поляризационного тензора и комбинации 00-компоненты и следа тензора соответственно.

Далее получены асимптотические выражения для отражательной способности пластин с графеном. Для высокочастотного ( $\omega \gg \omega_T$ ) случая при нормальном падении, где  $\omega_T = k_B T / \hbar$  — температурная частота:

$$\mathcal{R}^{(g,p)}(\omega, 0) = \left| R_{\text{TM,TE}}^{(g,p)}(\omega, 0) \right|^2 \approx \frac{[n'(\omega) - 1 + \pi\alpha]^2 + n''^2(\omega)}{[n'(\omega) + 1 + \pi\alpha]^2 + n''^2(\omega)}. \quad (14)$$

Здесь  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры, а  $n'$  и  $n''$  — вещественная и мнимая составляющие комплексного показателя преломления материала пластины. При комнатной температуре  $T = 300$  К данное выражение справедливо на частотах  $\omega > 0,26$  эВ. Для низкочастотного ( $\omega \ll \omega_T$ ) случая при нормальном падении:

$$\mathcal{R}^{(g,p)}(\omega, 0) \approx \frac{[n'(\omega) - 1]^2 + [n''(\omega) + 8\alpha \frac{\omega_T}{\omega} \ln 2]^2}{[n'(\omega) + 1]^2 + [n''(\omega) + 8\alpha \frac{\omega_T}{\omega} \ln 2]^2}. \quad (15)$$

В следующей части главы представлен анализ отражательной способности пластин, выполненный с помощью полученных формул. Выбор представленных материалов обусловлен экспериментальными нуждами. Вначале рассмотрена диэлектрическая пластина, выполненная из диоксида кремния ( $\text{SiO}_2$ ) и покрытая графеном. Значения показателя преломления для численных расчетов использовались из [28]. Вначале были получены кривые (рис. 1а) для случая высоких частот (оптический и ультрафиолетовый диапазоны) при нормальном падении. Затем — для случая низких частот (рис. 1б). Расчетами показано, что на низких частотах графеновое покрытие приводит к значительному увеличению (до порядка величины) отражательных свойств  $\text{SiO}_2$ . В отличие от высокочастотного случая, где температурная зависимость отражательной способности отсутствует, на низких частотах имеется существенная зависимость отражательных свойств от температуры.

В качестве следующего шага была рассмотрена зависимость отражательной способности от угла падения на частоте  $\omega = 2$  эВ =  $3 \times 10^{15}$  рад/с (видимый свет). Полученные результаты изображены на рис. 2 как функции  $\theta_i$ . Показано, что графеновое покрытие приводит к увеличению угла Брюстера: вместо  $\theta_B = 55,5^\circ$  он становится  $\theta_B = 56,2^\circ$ .

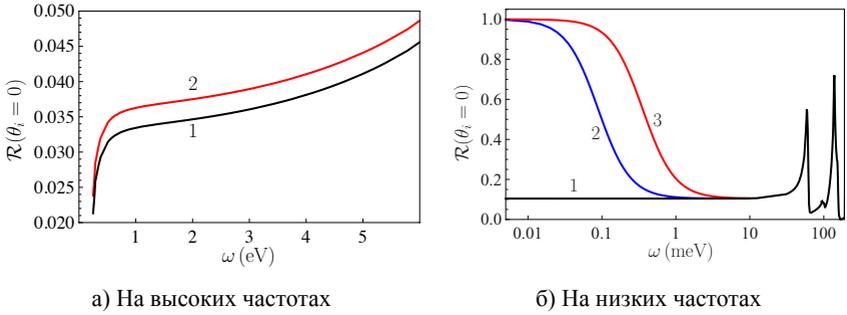


Рис. 1. Отражательная способность диоксида кремния ( $\text{SiO}_2$ ) с графеновым покрытием и без графенового покрытия (соответственно линии 2 и 1 слева; линии 2, 3 и 1 справа) при нормальном падении показана как функция частоты. Линии 2 и 3 на рисунке справа изображены для пластины из диоксида кремния, покрытой графеном, при температурах  $T = 75 \text{ К}$  и  $T = 300 \text{ К}$  соответственно.

Далее в главе представлены численные результаты для металлических пластин, выполненных из золота и никеля. Из-за предположительно менее выраженного влияния графенового слоя на металлические поверхности по сравнению с диэлектрическими, в вычислениях использовалась относительная величина изменения коэффициентов отражения  $\delta\mathcal{R} = (\mathcal{R}^{(g,p)} - \mathcal{R}^{(p)})/\mathcal{R}^{(p)}$ , где  $\mathcal{R}^{(g,p)}$  и  $\mathcal{R}^{(p)}$  — функции частоты при нормальном угле падения.

Для расчетов золотой пластины использовались табличные данные для комплексного показателя преломления, доступные в частотном диапазоне  $0,125 \text{ эВ} < \omega < 9919 \text{ эВ}$  [28]. При этом на высоких частотах  $\omega > 0,26 \text{ эВ}$  для удобства использовались асимптотические формулы, а в области, где табличные данные для золота отсутствуют,  $\omega < 0,125 \text{ эВ}$ , значения комплексного показателя преломления были экстраполированы с помощью модели Друде. Результаты представлены на рис. 3.

После рассмотрена отражательная способность покрытой графеном никелевой пластины в области частот, где магнитная проницаемость никеля равня-

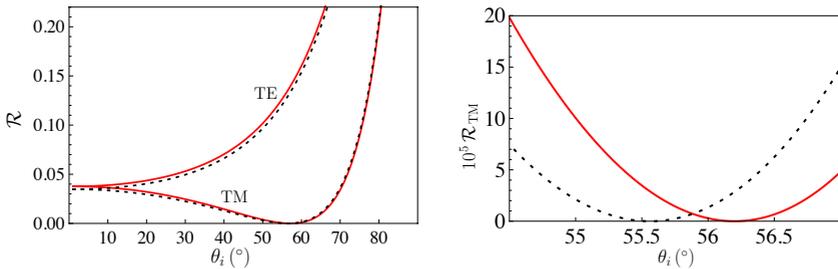
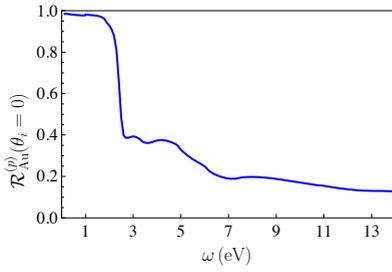
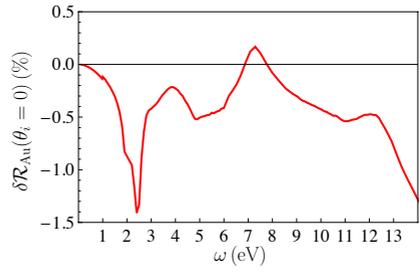


Рис. 2. Отражательные способности для ТМ- и ТЕ-поляризаций в случае покрытой графеном пластины из диоксида кремния при  $\omega = 3 \times 10^{15} \text{ рад/с}$  показаны как функции угла падения нижней и верхней сплошными линиями соответственно. Пунктирные линии показывают аналогичные результаты для не покрытых графеном пластин. Слева представлена полная зависимость, справа — вблизи угла Брюстера.



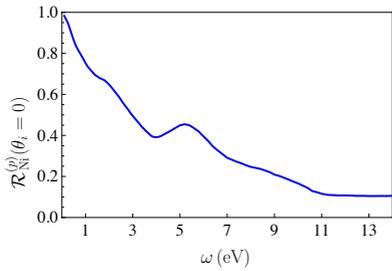
а) Без графенового покрытия



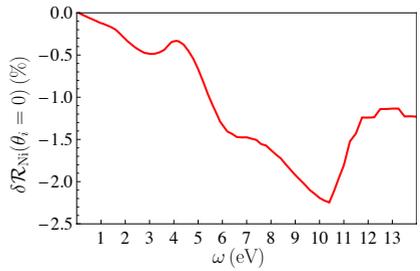
б) С графеновым покрытием  
(относительное изменение)

Рис. 3. Отражательная способность золотой пластины при нормальном падении как функция частоты.

ется единице. Оптические данные для комплексного показателя преломления Ni в частотном диапазоне от  $0,1 \text{ эВ} < \omega < 9919 \text{ эВ}$  содержатся в [28], а для области, где табличные данные для никеля отсутствуют,  $\omega < 0,1 \text{ эВ}$ , значения комплексного показателя преломления были аналогично экстраполированы с помощью модели Друде. Результаты представлены на рис. 4.



а) Без графенового покрытия



б) С графеновым покрытием  
(относительное изменение)

Рис. 4. Относительное изменение отражательной способности никелевой пластины при нормальном падении как функция частоты.

В работе показано, что, в отличие от случая пластины из диоксида кремния, для золота и никеля графеновое покрытие приводит к уменьшению отражательной способности. Кроме того, на низких и средних частотах, т. е.  $\omega < 0,26 \text{ эВ}$ , с высокой точностью наблюдается отсутствие влияния графенового покрытия. Было установлено, что влияние графена на зависимости от угла падения незначительно, а также что отражательная способность покрытых графеном никелевой и золотой пластин очень слабо зависит от температуры.

В заключительной части четвертой главы представлены вычисления для полупроводниковой пластины на примере кремния с различной концентрацией свободных носителей заряда. Первым был рассмотрен случай высокоомной кремниевой пластины, результаты вычислений для которой показаны на рис. 5

в области высоких частот, где для случая с графеном была использована относительная зависимость отражательной способности. Вычисления в области

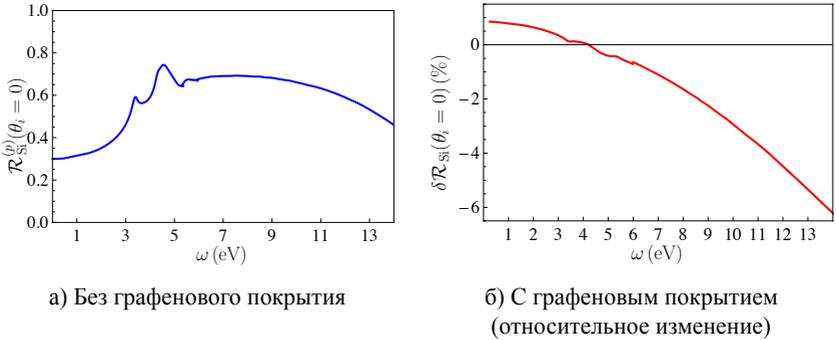


Рис. 5. Отражательная способность кремниевой пластины с высоким сопротивлением при нормальном падении как функция частоты.

средних и низких частот  $\omega < 0,26$  эВ показаны на рис. 6а, где в диапазоне  $\omega \leq 2,6$  мэВ были использованы низкочастотные асимптотики (15).

В работе установлено, что на низких частотах имеется значительное влияние графена на отражательные свойства, определяемое в основном температурным эффектом и монотонно убывающее с ростом частоты.

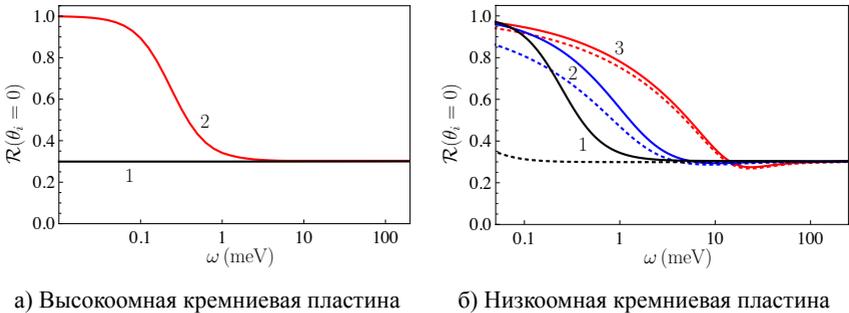


Рис. 6. Отражательная способность кремниевой пластины, покрытой графеном, (а) при  $T = 300$  К и  $T = 0$  К (линии 2 и 1 соответственно) при нормальном падении как функция частоты; (б) при  $T = 300$  К показана сплошными линиями 1, 2 и 3 для концентраций свободных носителей заряда, равных  $5 \times 10^{14}$ ,  $5 \times 10^{16}$  и  $5 \times 10^{17}$   $\text{см}^{-3}$  соответственно. Величины для пластин без графенового покрытия показаны пунктирными линиями 1, 2 и 3.

Далее для вычислений отражательных свойств низкоомной кремниевой пластины в выражение была внесена Друде-добавка, учитывающая влияние легированной примеси. Результаты в области низких частот представлены на рис. 6б для различных концентраций свободных носителей заряда. Показано, что в низкочастотной области вклад графенового покрытия снижается с ростом концентрации свободных носителей заряда, в то время как в области высоких частот

добавка свободных носителей зарядов приводит к незначительному изменению комплексного показателя преломления по сравнению со случаем высокоомного кремния и совпадает с кривой на рис. 56.

В заключении главы приведены вычисления для зависимости отражательной способности низкоомной кремниевой пластины от угла падения, где видно незначительное влияние графена на зависимость. В случае низкой концентрации примесей графеновое покрытие приводит к тому, что полная поляризация отраженного излучения не достигается ни при каких углах падения. Результаты показаны на рис. 7.

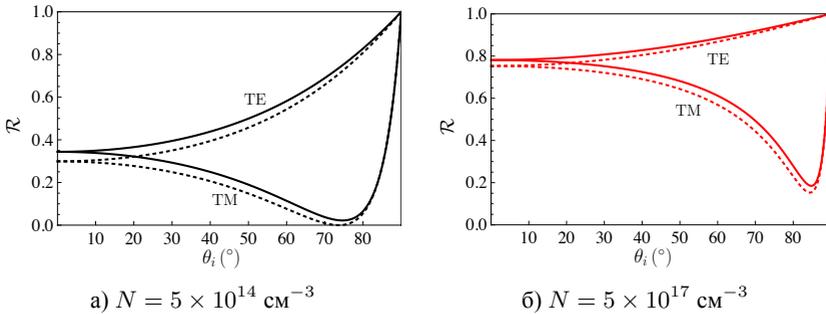


Рис. 7. Отражательная способность покрытой графеном низкоомной кремниевой пластины на частоте  $\omega = 1,5 \times 10^{12}$  рад/с при температуре  $T = 300$  К как функция от угла падения показана на рисунке сплошными линиями снизу вверх для ТМ- и ТЕ-поляризаций электромагнитного поля соответственно при концентрациях примесей. Пунктирные линии показывают те же результаты для кремниевой пластины без графенового покрытия.

В **заключении** приведены основные результаты работы:

1. В рамках теории Лифшица с помощью теории возмущений исследована проблема, связанная с отражением квантовых флуктуаций от ферромагнитных металлов и диэлектриков. Получены аналитические выражения для казимировских свободной энергии и энтропии при низкой температуре в случае параллельных пластин, изготовленных из ферромагнитного металла, и в случае пластин из ферромагнитного диэлектрика.
2. Аналитически показано, что нарушение непрерывности коэффициентов отражения Френеля при нулевой частоте для ТЕ-моды в случае применения модели Друде для описания диэлектрических свойств металлов и для ТМ-моды при учете проводимости диэлектриков на постоянном токе имеет место и при наличии магнитных свойств у материалов.
3. Аналитически показано, что для ферромагнитных металлов, описываемых плазменной моделью, и для ферромагнитных диэлектриков, в которых не учитывается проводимость на постоянном токе, имеет место непрерывность коэффициентов отражения на нулевой частоте.
4. Выявлено, что энтропия Казимира для ферромагнитных металлов, описываемых моделью Друде, при нулевой температуре может быть как

- положительной, так и отрицательной величиной, знак которой зависит от параметров системы. Таким образом показано, что в этом случае нарушается теорема Нернста. Показано также, что эта теорема выполняется при описании диэлектрических свойств ферромагнитных металлов плазменной моделью.
5. Выявлено, что энтропия Казимира ферромагнитных диэлектриков, вычисленная с учетом проводимости на постоянном токе, при нулевой температуре равняется положительной величине, зависящей от параметров системы. Таким образом показано, что в этом случае нарушается теорема Нернста. Показано также, что эта теорема выполняется при описании диэлектрических свойств ферромагнитных диэлектриков без учета проводимости на постоянном токе.
  6. Получены общие формулы для коэффициентов отражения и отражательной способности материальных пластин с графеновым покрытием, а также их асимптотические представления при высоких и низких частотах при произвольной температуре.
  7. Численно исследовано влияние графенового покрытия на отражательные свойства пластины из кварцевого стекла. Выявлено, что в области оптических и ультрафиолетовых частот графеновое покрытие немного (от 6 до 9 %) повышает отражательную способность, в то время как на низких частотах наблюдается значительное увеличение (до порядка величины) отражательных свойств  $\text{SiO}_2$ . Кроме того, в отличие от высокочастотного случая, на низких частотах имеется существенная зависимость отражательных свойств от температуры.
  8. Численно исследовано влияние графенового покрытия на отражательные свойства пластины из золота. Выявлено, что отражательная способность золотой пластины становится меньше из-за наличия графенового покрытия. Также показано, что отражательные свойства покрытой графеном золотой пластины практически не зависят от температуры.
  9. Численно исследовано влияние графенового покрытия на отражательные свойства пластины из никеля. Показано, что влияние графенового покрытия на никелевую пластину схоже с влиянием на золотую. Отражательная способность при нормальном падении становится меньше из-за наличия графена и практически не зависит от температуры.
  10. Численно исследовано влияние графенового покрытия на отражательные свойства пластины из кремния с различной концентрацией носителей заряда. Влияние графена на отражательные свойства высокоомной кремниевой пластины монотонно убывает с частотой. Графеновое покрытие не влияет на отражательные свойства низкоомной кремниевой пластины.

Полученные результаты открывают новые возможности для исследования отражения электромагнитных волн от двумерных наноструктур и в решении проблемы согласования теории флуктуационных сил Казимира и Ван-дер-

Ваальса с экспериментальными данными. В дальнейшем предполагается применить эти результаты при разработке оптоэлектронных микроустройств нового поколения, функционирующих на основе использования электромагнитных флуктуаций и графена.

## Публикации автора по теме диссертации

1. *Klimchitskaya, G.L.* Theory of reflectivity properties of graphene-coated material plates / G.L. Klimchitskaya, C.C. Korikov, V.M. Petrov // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 92, № 12. — P. 125419–125427.
2. *Klimchitskaya, G.L.* Analytic results for the Casimir free energy between ferromagnetic metals / G.L. Klimchitskaya, C.C. Korikov // *Phys. Rev. A.* — 2015. — Vol. 91, № 3. — P. 032119–32128.
3. *Klimchitskaya, G.L.* Casimir entropy for magnetodielectrics / G.L. Klimchitskaya, C.C. Korikov // *J. Phys.: Condens Matter.* — 2015. — Vol. 27, № 21. — P. 214007–214012.
4. *Korikov, C.C.* Casimir entropy for ferromagnetic materials / C.C. Korikov // *Int. J. Mod. Phys. A.* — 2016. — Vol. 31, № 2–3. — P. 1641036–1641044.
5. *Korikov, C.C.* Reflectivity Properties of Graphene-Coated Silica / C.C. Korikov // *Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems* / Ed. by S. Balandin, S. Andreev, Y. Koucheryavy. — Vol. 9247. — Springer, 2015. — P. 759–764.
6. *Кориков, К.К.* Энтропия Казимира для магнитодиэлектриков / К.К. Кориков, Г.Л. Климчицкая // Научный форум с международным участием «Неделя науки СПбПУ» / Под ред. В.Э. Гасумянца, Д.Д. Карова. — 2015. — С. 97–99.

## Список литературы

1. *Ландау, Л.Д.* Статистическая физика. Ч. 1 / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц; под ред. Л.П. Питаевского. — Т. 5. — М.: Наука, 1976. — 584 с.
2. *Klimchitskaya, G.L.* The Casimir force between real materials: Experiment and theory / G.L. Klimchitskaya, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko // *Rev. Mod. Phys.* — 2009. — Vol. 81, № 4. — P. 1827–1885.
3. *Advances in the Casimir Effect* / M. Bordag, G.L. Klimchitskaya, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko. — Oxford: Oxford University Press, 2015. — 752 p.
4. *Repulsive Casimir Forces* / O. Kenneth, I. Klich, A. Mann, M. Revzen // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 89, № 3. — P. 033001–033004.

5. *Rosa, F.S.S.* On the possibility of Casimir repulsion using Metamaterials / F.S.S. Rosa // *JPCS*. — 2009. — Vol. 161, № 1. — P. 012039–012046.
6. *Pirozhenko, I.G.* Casimir repulsion and metamaterials / I.G. Pirozhenko, A. Lambrecht // *J. Phys. A*. — 2008. — Vol. 41, № 16. — P. 164015–164022.
7. The electronic properties of graphene / A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres et al. // *Rev. Mod. Phys.* — 2009. — Vol. 81, № 1. — P. 109–162.
8. *Falkovsky, L.A.* Optical far-infrared properties of a graphene monolayer and multilayer / L.A. Falkovsky, S.S. Pershoguba // *Phys. Rev. B*. — 2007. — Vol. 76, № 15. — P. 153410–153413.
9. *Stauber, T.* Optical conductivity of graphene in the visible region of the spectrum / T. Stauber, N.M.R. Peres, A.K. Geim // *Phys. Rev. B*. — 2008. — Vol. 78, № 8. — P. 085432–85439.
10. Casimir interaction between a perfect conductor and graphene described by the Dirac model / M. Bordag, I.V. Fialkovsky, D.M. Gitman, D.V. Vassilevich // *Phys. Rev. B*. — 2009. — Vol. 80, № 24. — P. 245406–245410.
11. *Fialkovsky, I.V.* Finite-temperature Casimir effect for graphene / I.V. Fialkovsky, V.N. Marachevsky, D.V. Vassilevich // *Phys. Rev. B*. — 2011. — Vol. 84, № 3. — P. 035446–035455.
12. Quantum field theoretical description for the reflectivity of graphene / M. Bordag, G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko, V.M. Petrov // *Phys. Rev. D*. — 2015. — Vol. 91, № 4. — P. 045037–045055.
13. Materials perspective on Casimir and van der Waals interactions / L.M. Woods, D.A.R. Dalvit, A. Tkatchenko et al. // *Rev. Mod. Phys.* — 2016. — Vol. 88, № 4. — P. 045003.
14. *Miri, M.* A frustrated nanomechanical device powered by the lateral Casimir force / M. Miri, R. Golestanian // *Appl. Phys. Lett.* — 2008. — Vol. 92, № 11. — P. 113103–113105.
15. *Genet, C.* The Casimir effect in the nanoworld / C. Genet, A. Lambrecht, S. Reynaud // *Phys. J. Spec. Top.* — 2008. — Vol. 160, № 1. — P. 183–193.
16. Quantum Mechanical Actuation of Microelectromechanical Systems by the Casimir Force / H.B. Chan, V.A. Aksyuk, R.N. Kleiman et al. // *Science*. — 2001. — Vol. 291, № 5510. — P. 1941–1944.
17. Casimir attractive-repulsive transition in MEMS / M. Boström, S.Å. Ellingsen, I. Brevik et al. // *Eur. Phys. J. B*. — 2012. — Vol. 85, № 11. — P. 377–381.

18. Geim, A.K. The rise of graphene / A.K. Geim, K.S. Novoselov // *Nat. Mater.* — 2007. — Vol. 6, № 3. — P. 183–191.
19. Freitag, M. Graphene: Nanoelectronics goes flat out / M. Freitag // *Nat. Nanotechnol.* — 2008. — Vol. 3, № 8. — P. 455–457.
20. A graphene-based broadband optical modulator / M. Liu, X. Yin, E. Ulin-Avila et al. // *Nature.* — 2011. — Vol. 474, № 7349. — P. 64–67.
21. Bordag, M. New developments in the Casimir effect / M. Bordag, U. Mohideen, V.M. Mostepanenko // *Phys. Rep.* — 2001. — Vol. 353, № 1. — P. 1–205.
22. Geyer, B. Casimir force under the influence of real conditions / B. Geyer, G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko // *Int. J. Mod. Phys. A.* — 2001. — Vol. 16, № 19. — P. 3291–3308.
23. Violation of the Nernst heat theorem in the theory of the thermal Casimir force between Drude metals / V.B. Bezerra, G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko, C. Romero // *Phys. Rev. A.* — 2004. — Vol. 69, № 2. — P. 022119–022127.
24. Вонсовский, С.В. Магнетизм. Магнитные свойства диа-, пара-, ферро-, антиферро-, и ферримагнетиков / С.В. Вонсовский. — М.: Наука, 1971. — 1032 с.
25. Klimchitskaya, G.L. Universal behaviour of dispersion forces between two dielectric plates in the low-temperature limit / G.L. Klimchitskaya, B. Geyer, V.M. Mostepanenko // *J. Phys. A: Math. Gen.* — 2006. — Vol. 39, № 21. — P. 6495–6499.
26. Мостепаненко, В.М. Эффект Казимира и его приложения / В.М. Мостепаненко, Н.Н. Трунов // *Успехи физических наук.* — 1988. — Т. 156, № 11. — С. 385–426.
27. Geyer, B. Thermal quantum field theory and the Casimir interaction between dielectrics / B. Geyer, G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko // *Phys. Rev. D.* — 2005. — Vol. 72, № 8. — P. 085009–085028.
28. Handbook of Optical Constants of Solids, Five-Volume Set: Handbook of Thermo-Optic Coefficients of Optical Materials with Applications / Ed. by E.D. Palik. — Burlington: Academic Press, 1997. — 325 p.