

На правах рукописи



Невмержицкий Ян Васильевич

**МЕТОД ЛИНИЙ ТОКА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ФИЛЬТРАЦИИ ВЯЗКОПЛАСТИЧНЫХ НЕФТЕЙ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

МОСКВА – 2019

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»

**Научный руководитель:** кандидат физико-математических наук  
**Конюхов Андрей Викторович**

**Официальные оппоненты:** **Повещенко Юрий Андреевич,**  
доктор физико-математических наук,  
профессор, ведущий научный сотрудник федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук»

**Логвинов Олег Анатольевич,**  
кандидат физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

**Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт динамики геосфер имени академика М.А. Садовского Российской академии наук

Защита состоится «13» ноября 2019 года в 16:00 на заседании диссертационного совета Д 212.229.13 на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» по адресу: 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, 1 корпус, аудитория 41.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке и на сайте ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», <http://www.spbstu.ru/>

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 212.229.13,  
доктор технических наук, профессор



Б.С. Григорьев

## Общая характеристика работы

**Актуальность проблемы.** В настоящее время нефтяная промышленность характеризуется увеличением запасов трудноизвлекаемой нефти, доля которых растет и в России. Ввиду большой изученности подобных месторождений, небольшой их выработанности, а также расположения в регионах с развитой инфраструктурой, разработка этого типа активов является экономически менее рискованной, чем проекты на арктическом шельфе, и потому представляет интерес. Среди трудноизвлекаемых запасов выделяют как месторождения легкой нефти в низкопроницаемых коллекторах, так и высоковязкой нефти в коллекторах со средней и высокой проницаемостями. При разработке таких месторождений проявляются явления, не характерные для традиционных месторождений (Кокурина В.В. и др., 2013). В частности, скважины, вскрывающие низкопроницаемые пласты, характеризуются большими коэффициентами падения добычи, слабой приемистостью и низкой эффективностью поддержания пластового давления. Установлено, что в таких коллекторах нефть проявляет вязкопластические свойства, закон фильтрации отклоняется от классического линейного закона Дарси (Xiong W. et al., 2009; Ли С. 2015). Аналогичным поведением реологической кривой обладает и высоковязкая нефть, что обусловлено комплексным взаимодействием свойств флюидов и размерами и свойствами поровых каналов. В рассматриваемых случаях размер образующегося неподвижного пристеночного слоя достаточно велик относительно размера порового канала, что обуславливает ухудшение фильтрации, и как следствие, аномальную реологию (Wang X. et al., 2011).

В настоящее время проведены исследования по определению влияния температуры и проницаемости на реологические свойства высоковязких нефтей (Pang Z.X. et al., 2012). Для конкретного месторождения предложена корреляция, учитывающая зависимость реологии от температуры. Установлено, что при увеличении температуры и проницаемости реологические свойства нефти значительно улучшаются, при больших температурах фильтрация происходит по закону Дарси. Эти результаты подтверждают актуальность использования тепловых методов для повышения нефтеотдачи пластов с тяжелой нефтью.

Численное моделирование вариантов разработки месторождений высоковязких нефтей с использованием тепловых методов увеличения нефтеотдачи (МУН) имеет ряд трудностей. Во-первых, необходимо учитывать не только сложную реологию нефти, но и ее зависимость от температуры. Ситуацию усложняет тот факт, что закон фильтрации с предельным градиентом, которому подчиняется большинство высоковязких нефтей, является негладкой функцией, вследствие чего невозможно использовать метод Ньютона для учета нелинейных коэффициентов подвижности в уравнении пьезопроводности. Во-вторых, при моделировании вариантов с фазовыми переходами, обусловленных закачкой водяного пара, значительно повышается вычислительная сложность задачи, ввиду наличия областей с резким изменением мольной доли фазы, а следовательно, и ее подвижности. В-третьих, для упомянутых задач характерно влияние ориентации расчетной сетки на результат. Так, в случае моделирования вариантов вытеснения вязкопластической нефти горячей водой на элементе пятиточечной системы

разработки, в котором скважины располагаются в углах расчетной области, фронт вытеснения вытягивается вдоль координатных осей, в то время как вытеснение должно происходить по диагональному направлению. Этот эффект обусловлен использованием двухточечной аппроксимации потоков (вдоль координатных направлений), что в совокупности с высоким контрастом подвижностей горячей воды и холодной высоковязкой нефти приводит к нефизическому результату. При использовании методов с расширенным разностным шаблоном вид матрицы, полученной после аппроксимации, сильно усложняется, что замедляет скорость расчета.

С учетом изложенных особенностей для получения достоверных результатов с помощью коммерческих пакетов моделирование необходимо проводить на подробных сетках, на расширенном разностном шаблоне, что требует привлечения вычислительных кластеров. Поэтому необходимо разработать численный метод, позволяющий проводить расчеты неизотермической нелинейной фильтрации за более короткое время по сравнению со стандартными конечно-объемными методами, что обуславливает актуальность темы диссертационного исследования.

**Степень разработанности темы исследования.** При моделировании задач фильтрации широкое применение получили численные методы, основанные на расщеплении по физическим процессам. Одними из наиболее перспективных являются методы линий тока (Higgins R.V. et al., 1962; King M.J. et al., 1993; Datta-Gupta A. et al., 1995; Blunt M.J. et al., 1996; Thiele M.R. et al., 1996; Batycky R.P., 1997; Mallison B.T., 2004; Cheng H. et al., 2006; Osako I., 2006; Usman P., 2007; Beraldo V.T. et al., 2009; Zhu Z., 2011), в которых конвективный перенос, направленный вдоль распространения потока, отделен от переноса, обусловленного теплопроводностью и гравитацией, направление которого не совпадает с конвективным потоком. В результате такого расщепления существенно повышается скорость расчетов по сравнению с конечно-объемными методами, причем без потери точности результатов.

Основная идея методов линий тока заключается в последовательном решении уравнения для давления на глобальной сетке с последующим определением фазовых насыщенных и температуры вдоль трубок тока. Расщепление системы уравнений фильтрации (в неизотермическом случае) по физическим процессам производится следующим образом:

1. Зная распределение неизвестных на предыдущем временном слое, интегрируется уравнение для давления в двумерной области с учетом сжимаемости флюидов и скелета (при этом температура и насыщенности зафиксированы).

2. Определив распределение давления, производится трассировка линий тока, после чего рассчитываются поля температуры и насыщенностей вдоль линий тока.

3. Интерполяция полученных значений температуры и насыщенностей на двумерную сетку.

Во всех упомянутых работах фильтрация нефти (как и остальных фаз) подчинялась линейному закону Дарси. В случае закона фильтрации с предельным

градиентом  $\gamma$  распределение давления и насыщенности сильно зависит от величины предельного градиента. Так, в случае однофазной фильтрации возмущение давления от скважины распространяется на конечное расстояние, равное  $\Delta p/\gamma$ , где  $\Delta p$  – разность забойного и начального пластового давлений (Баренблатт Г.И. и др., 1984). В случае предельного градиента, зависящего от температуры, неучет изменения последней приведет к ошибочному распределению давления, и как следствие, к ошибочной геометрии линий тока и их взаимному расположению. Следовательно, для корректной трассировки линий тока необходимо полное решение уравнений фильтрации на глобальной сетке, в результате чего теряется необходимость в последующем решении уравнений вдоль линий тока.

Особенностью численного метода, предлагаемого в работе, является использование линий тока для решения полной системы уравнений фильтрации на следующих временных шагах, а не для определения температуры и насыщенностей на текущем временном слое при фиксированном давлении. Также в настоящей работе разработан алгоритм, позволяющий учесть в законе фильтрации кусочно-линейную реологию без ее существенного искажения.

#### **Целями диссертационной работы являются:**

1. Разработка нового подхода к численному моделированию неизотермической многокомпонентной нелинейной фильтрации с использованием линий тока для физически более обоснованного описания движения вязкопластичной нефти при закачке теплоносителя;

2. Совершенствование метода сквозного счета со сглаживанием коэффициентов проводимости, чтобы обеспечить учет нелинейной фильтрации в сложных композиционных моделях, не замедляя скорость расчета и не искажая реологию нефти.

Для достижения поставленных целей были решены следующие **задачи**:

1. Разработка вспомогательных математических моделей для расчета многокомпонентной неизотермической фильтрации, как на глобальной двумерной сетке, так и на одномерной сетке с переменным размером ячеек;

2. Верификация вспомогательных математических моделей на примере задач с известными аналитическими решениями, а также расчетами на коммерческом программном обеспечении (ПО);

3. Разработка алгоритма ускорения расчетов нелинейной фильтрации с предельным градиентом на основе метода сквозного счета без значительного сглаживания реологической кривой нефти;

4. Разработка алгоритма моделирования неизотермической нелинейной фильтрации с помощью метода линий тока. Реализация вспомогательных алгоритмов для определения линий тока, интерполяции с глобальной сетки на сетку из линий тока и обратно, учета теплопроводности, а также критерия перехода между расчетами на линиях тока и глобальной сетке;

5. Верификация предложенной системы алгоритмов путем сравнения с известными аналитическими решениями, а также с расчетами на стандартных моделях, не использующих метод линий тока;

6. Реализация разработанных численных методов в программном комплексе;

7. Исследование эффективности применения тепловых МУН при разработке месторождений тяжелых нефтей. Анализ информативности мониторинга нестационарной фильтрации в пласте с вязкопластичной нефтью на основе полученных результатов.

**Предметом исследования** являются нефти, проявляющие вязкопластические свойства и характеризующиеся отклонением фильтрации от закона Дарси.

**Объектом исследования** является математическая модель неизотермической многофазной фильтрации многокомпонентного флюида, учитывающая фазовые переходы и вязкопластичную реологию нефти.

**Научная новизна результатов исследования.** Разработан новый метод расчета нелинейной неизотермической фильтрации с использованием линий тока, отличающийся от стандартных учетом изменения температуры, насыщенности и, как следствие, реологии нефти в процессе решения уравнений, как на глобальной сетке, так и на линиях тока. Предложенный метод имеет следующие отличительные особенности:

1. Для описания движения нефтяной фазы использована не только модель Дарси, но и произвольные законы фильтрации вязкопластичных нефтей. Впервые моделирование фильтрации вдоль линий тока производилось с учетом неньютоновской реологии.

2. Для корректного моделирования кусочно-линейной реологии нефти, возникающей при описании фильтрации вязкопластичных нефтей, а также фильтрации в низкопроницаемых коллекторах, предложен новый метод учета нелинейных коэффициентов в уравнении для давления, отличающийся от стандартных методов сквозного счета наименьшим искажением реологической кривой для обеспечения высокой скорости счета.

3. На основе существующих подходов к моделированию методом линий тока разработан новый вычислительный алгоритм, позволивший ускорить расчеты фильтрации, особенность которого состоит в последовательном определении всех неизвестных на глобальной сетке в течение времени установления и последующем решении задачи на сетке, ассоциированной с линиями тока.

4. Для предложенного подхода разработан метод учета теплопроводности в расчетах на линиях тока, основанный на расщеплении по физическим процессам.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Для обеспечения приемлемого времени расчета при сохранении достоверности получаемых результатов требуется использование больших вычислительных мощностей. Уменьшение вычислительной сложности задач многокомпонентной неизотермической фильтрации представляет особый интерес ввиду активного применения тепловых МУН.

Разработанный *метод линий тока* позволил уменьшить вычислительную сложность задач, допускает эффективное распараллеливание, в результате чего

становится возможным проводить качественные расчеты элементов разработки с использованием тепловых МУН на типовых рабочих станциях за приемлемое время. Результаты, полученные с использованием нового метода, обладают большей физической достоверностью по сравнению с результатами расчетов стандартными методами и поэтому востребованы при выборе оптимальной системы разработки и типа воздействия на пласт.

Предложенный *метод учета нелинейности фильтрации* позволил сократить время расчетов гидродинамических моделей. Результаты расчетов эффективности вытеснения вязкопластичной нефти продемонстрировали изменение оптимального расположения скважин в сторону уплотнения. Также была обоснована необходимость наличия проводящего канала при закачке теплоносителя в пласт с бингамовской нефтью. Таким образом, учет нелинейности фильтрации тяжелой нефти необходим для выбора оптимальной стратегии освоения таких пластов.

Полученные результаты позволяют повысить эффективность современной нефтедобычи в регионах с трудноизвлекаемыми запасами, для которых рассмотренные новые физические явления являются характерными, и как следствие, для таких месторождений должны быть усложнены гидродинамические модели и методы расчета задач фильтрации. Еще одной областью применения практических результатов является усовершенствование технологии проведения гидродинамических исследований и методики интерпретации полученных результатов для низкопроницаемых пластов и высоковязких нефтей.

**Методология и методы исследования.** Для решения поставленных задач использовалась методология математического и численного моделирования. Представленные математические модели были выведены с использованием методов механики сплошных сред, подземной гидромеханики и термодинамики. В основе математической модели положены уравнения баланса массы компонентов и энергии, дополненные условием совместности объема фаз, уравнением состояния компонентов, а также замыкающими соотношениями, характеризующими зависимость физических свойств компонентов от давления и температуры. Реализованный численный метод основывается на идеях конечно-объемных методов, методов расщепления по физическим процессам, интерполяции, прямых и итерационных методов решения систем нелинейных алгебраических уравнений, методов условной оптимизации.

**Положения, выносимые на защиту,** отражены в основных результатах работы, приведенных в конце автореферата.

**Степень достоверности и апробации работы.** Использование корректного математического аппарата, сравнение полученных результатов с известными аналитическими решениями, а также решениями, полученными в коммерческих симуляторах, обуславливают высокую степень достоверности результатов диссертационной работы.

Результаты работы были доложены, обсуждены и получили одобрение на следующих научных конференциях:

1. VI Международный научный симпозиум «Теория и практика применения методов увеличения нефтеотдачи пластов», доклад «Оперативные средства оценки тепловых МУН» (ВНИИнефть, Москва, 2017).

2. Техническая конференция SPE «Третичные методы увеличения нефтеотдачи пластов», доклад «Новые инженерные инструменты для оперативной оценки эффективности тепловых методов увеличения нефтеотдачи» (SPE, Москва, 2018).

3. Международная конференция «50 лет развития сеточно-характеристического метода», доклад «Numerical simulation of steam injection in heavy oil reservoir» (МФТИ, Долгопрудный, 2018).

4. 8-ая международная геолого-геофизическая конференция и выставка «Санкт-Петербург 2018. Инновации в геонауках – время открытий», доклад «Streamtubes Method for Nonlinear Filtration Problems Acceleration» (EAGE, Санкт-Петербург, 2018).

5. XI научно-практическая конференция «Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений», доклад «Разработка отечественного программного обеспечения для моделирования фильтрации высоковязких нефтей» (Нефтяное хозяйство, Уфа, 2018).

Также материалы диссертации были опубликованы в пяти работах [1–5], которые входят в перечень ВАК РФ. Кроме того, работы [3–5] индексируются в базе данных Scopus. Программный комплекс был зарегистрирован в федеральной службе по интеллектуальной собственности [6].

**Соответствие паспорту специальности.** Работа содержит все необходимые компоненты специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ:

1. **Математическое моделирование.** Разработана математическая модель неизотермической многофазной фильтрации многокомпонентного флюида, учитывающая фазовые переходы и вязкопластичную реологию нефти. В модель включены процессы, связанные с теплопроводностью, неоднородность пористости и проницаемости, теплопотери через кровлю и подошву пласта. Реализован метод линий тока с расщеплением по физическим процессам, позволяющий корректно рассчитывать эффективность тепловых МУН при нелинейной фильтрации.

2. **Численные методы.** Разработан численный метод решения системы уравнений многокомпонентной неизотермической фильтрации с фазовыми переходами и неньютоновской реологией нефти. Для моделирования негладких коэффициентов в уравнении пьезопроводности применен новый подход, позволяющий интегрировать исходную систему уравнений с достаточно большим временным шагом и не искажающий структуру решения.

3. **Комплексы программ.** Разработанные модели и численные методы были реализованы в программном комплексе, написанном на языке FORTRAN 95. Ввод начальных данных осуществляется через текстовый файл, в котором также предусмотрена возможность расстановки датчиков для измерения основных переменных, а также профиля решения вдоль различных отрезков. Структура текстового файла позволяет легко добавлять новые скважины различного типа

(нагнетательные, добывающие, нагревательные), а также различные законы фильтрации. Проведена верификация программного комплекса, а полученные результаты моделирования позволили исследовать эффективность применения тепловых МУН при разработке пластов с вязкопластичной нефтью.

Полный объем диссертации составляет 137 страниц с 41 рисунком и 3 таблицами. Список литературы содержит 120 наименований.

### Основное содержание работы

**Во введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в диссертационной работе, проводится обзор научной литературы по основным достижениям в рамках изучаемой проблематики, формулируются цели, ставятся задачи работы, приводится научная новизна и практическая значимость проделанной работы. Кроме того, в данном разделе рассмотрена методология и методы исследования, представлены положения, выносимые на защиту, а также степень достоверность результатов и их апробация.

**В первой главе** представлены используемые в работе математические модели. Сформулированы основные допущения и предположения, принятые в рассматриваемых моделях. Математическая модель описывает фильтрацию воды, нефти и газа в пористой среде. Водная фаза представлена водным компонентом, который может переходить в газовую фазу, нефтяная фаза состоит из легкой и тяжелой фракций, которые могут присутствовать как в нефтяной, так и в газовой фазах. Фильтрация водной и газовой фаз подчиняется закону Дарси, нефтяная фаза фильтруется по закону с предельным градиентом.

В основу математической модели положены законы сохранения массы компонентов:

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} - \nabla \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} \nabla p = q_i, \quad (1)$$

а также закон сохранения энергии:

$$\frac{\partial e}{\partial t} - \nabla \cdot \left( \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} h_{ij} \nabla p + \bar{\lambda} \nabla T \right) = q_e. \quad (2)$$

Здесь  $N_i$  – мольная концентрация  $i$ -го компонента,  $q_i$  – его мольный расход на единицу объема,  $k_{res}$  – абсолютная проницаемость пласта,  $k_{rj}$ ,  $\rho_j$ ,  $\mu_j$  – соответственно относительная фазовая проницаемость (ОФП), плотность и вязкость фазы  $j$  (водная, нефтяная или газовая фаза),  $c_{ij}$  – мольная доля компонента  $i$  в фазе  $j$ ,  $p$  – давление,  $\alpha_j$  – коэффициент, характеризующий отклонение фильтрации от закона Дарси,  $e$  – плотность внутренней энергии,  $q_e$  – объемная плотность источников тепла (энергии),  $h_{ij}$  – молярная энтальпия компонента  $i$  в фазе  $j$ ,  $T$  – температура,  $\bar{\lambda}$  – осредненный коэффициент теплопроводности смеси,  $N_c$  и  $N_p$  – количество компонентов и фаз, соответственно. Суммирование производится по фазам, в которых может присутствовать компонент  $i$ .

Система уравнений фильтрации замыкается условием совместности объемов фаз

$$S_{\Sigma} \equiv \sum_{j=1}^{N_p} S_j = \sum_{j=1}^{N_p} \frac{V_j}{V_p} = 1. \quad (3)$$

Здесь  $S_j$  – насыщенность фазы  $j$ ,  $S_{\Sigma}$  – суммарная насыщенность,  $V_j$  – объем фазы  $j$ ,  $V_p$  – объем порового пространства, занятого фазами.

Для определения величин, входящих в систему (1–2), требуется задание дополнительных соотношений. В качестве замыкающих соотношений используются корреляции для описания следующих процессов:

- **Фазовое равновесие** характеризуется зависимостями коэффициентов распределения компонентов от давления и температуры;
- **Свойства компонентов** характеризуются молярной массой, зависимостями плотности, вязкости, энтальпии от давления и температуры;
- **Свойства фаз** определяются корреляциями для вычисления плотности, вязкости, энтальпии, зависимостями конечных точек и ОФП в них от температуры;
- **Реология фаз** включает в себя как закон фильтрации, так и зависимость его параметров от температуры;
- **Работа скважин**, которые подразделяются на добывающие, нагнетательные и нагревательные;
- **Начальные и граничные условия.**

Во второй главе приводится описание численного метода, используемого для решения уравнений фильтрации. В качестве основных (независимых) переменных используется давление  $p$ , внутренняя энергия смеси  $e$ , молярные концентрации компонентов  $N_i$ , остальные неизвестные вычисляются на основе посчитанных значений основных переменных.

Численное решение системы (1–2), дополненной замыкающими соотношениями, осуществляется методом, неявным по давлению, явным по концентрациям компонентов (IMPES). Основная идея метода заключается в последовательном решении неявного уравнения для давления, после чего концентрации компонентов и плотность внутренней энергии определяются явно из балансовых соотношений. Само уравнение для давления

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \nabla \cdot \left( \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} h_{ij} \nabla p + \bar{\lambda} \nabla T \right) + \\ & + \sum_{i=1}^{N_c} \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \nabla \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} \nabla p \right) + \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} q_e + \sum_{i=1}^{N_c} \left( \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} q_i \right) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

выводится из условия совместности объемов фаз.

После генерации начальных условий, численно рассчитываются производные от суммарной насыщенности  $S_{\Sigma}$ , входящие в уравнение (4). Численное решение полученного уравнения пьезопроводности осуществляется полинейным методом Гаусса-Зейделя. Для учета нелинейности в разностном

уравнении применен метод Ньютона с численным вычислением элементов матрицы Якоби (метод переменных секущих). Данный подход не требует аналитического вычисления производных компонентного состава и PVT-свойств по давлению (и потому прост в реализации). Для учета кусочно-гладких коэффициентов, возникающих вследствие нелинейности фильтрации, разработан новый алгоритм, заключающийся в доопределении сглаженных коэффициентов подвижности из уравнения:

$$\tau_{fict} \frac{d\alpha_j^{k+1}}{d\tau} = \alpha_j^k - \alpha_j^{k+1}. \quad (5)$$

Уравнение (5) описывает релаксацию множителя  $\alpha_j$  к его значению на предыдущем временном слое при малых шагах интегрирования  $\tau$  уравнения для давления, скорость релаксации определяется величиной  $\tau_{fict}$ . Учитывая, что при  $\tau = 0$   $\alpha_j^{k+1} = \alpha_j^n$ , получаем соотношение для пересчета коэффициента нелинейности фильтрации:

$$\alpha_j^{k+1} = \alpha_j^k + (\alpha_j^n - \alpha_j^k) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{fict}}\right). \quad (6)$$

После решения разностного уравнения производится проверка на сходимость и обновление давления. Контроль сходимости осуществляется по норме невязки.

Источниковые члены, входящие в уравнение, также учитываются неявно с помощью алгоритма Писмана.

После определения давления явно рассчитывается внутренняя энергия и молярные концентрации компонентов. Подобный алгоритм накладывает ограничение на величину временного шага, при этом из-за нелинейностей в коэффициентах непосредственный вывод условия устойчивости метода невозможен. Поэтому для контроля сходимости при вычислении плотности внутренней энергии и молярных концентраций анализировалось относительное изменение полученных значений по сравнению со значениями на предыдущем временном слое.

Определив все компоненты вектора основных переменных, необходимо вычислить распределение флюидонасыщенностей, а также температуру и компонентный состав смеси. Расчет фазового равновесия проводится итерационно: по имеющейся энергии и начальному приближению к температуре определяется компонентный состав, а затем получившаяся полная внутренняя энергия сравнивается с исходным значением. Исходя из изменения энергии, корректируется температура, после чего расчет компонентного состава повторяется.

Вычислив равновесную температуру смеси, а также ее компонентный состав, можно определить фазовый состав, после чего проверяется условие совместности объемов фаз. При достижении сходимости по фазовым насыщенностям время инкрементируется.

Для учета теплопроводности применен метод расщепления по физическим процессам.

Решение системы уравнений фильтрации на глобальной двумерной сетке производится в течение времени пьезопроводности, после чего проводится расчет фильтрации на линиях тока.

Вторая часть главы посвящена описанию нового подхода с использованием линий тока для моделирования задач неизотермической нелинейной фильтрации. Основной особенностью предлагаемого подхода является полное решение уравнений фильтрации на глобальной сетке с последующим решением уравнений вдоль линий тока. В отличие от предыдущих работ линии тока используются для решения полной системы уравнений фильтрации на следующих временных шагах, а не для определения неизвестных на текущем временном слое при фиксированном давлении. При этом сетка на линиях тока перестраивается в случае существенного отличия решения на соседних линиях тока. Для этого, после нарушения условия сходимости решения между линиями тока, выполняется интегрирование уравнений на исходной декартовой сетке в течение времени установления, после чего выполняется перестроение линий тока и т.д. Таким образом, интегрирование системы уравнений фильтрации рассматривается как совокупность квазиравновесных состояний, между которыми система решается на сетке из линий тока.

Общая схема моделирования с использованием предлагаемой методики выглядит следующим образом:

1. Зная распределение неизвестных на предыдущем временном слое, решается система уравнений (1–3) на глобальной сетке в течение времени пьезопроводности.
2. Рассчитав поле суммарной скорости фильтрации, проводится построение линий тока с помощью метода Поллока, определяются геометрические характеристики трубок тока.
3. Интерполяция основных переменных на сетку из трубок тока.
4. Интегрируются уравнения фильтрации (1–3) без учета теплопроводности на сетке, ассоциированной с трубками тока. Процесс прекращается, когда давление между двумя соседними трубками тока, пересекающими одну и ту же ячейку, отличается более чем на заданную величину. В случае существенного различия решений расчет на трубках тока прекращается.
5. Интерполяция решения с трубок тока на двумерную сетку.
6. Учет теплопроводности.
7. Переход к п. 1 для расчета следующего квазиравновесного состояния.

**В третьей главе** был проведен ряд тестов для проверки предложенного численного метода и его реализации. Тестирование проводилось как путем сравнения с известными аналитическими решениями (задача Баклея-Левретта, задача о прямолинейно-параллельной фильтрации вязкопластической жидкости с предельным градиентом), так и с результатами расчетов на коммерческом симуляторе (задача вытеснения ньютоновской нефти водяным паром). Полученные результаты хорошо согласуются с известными аналитическими и численными решениями. Таким образом, численный метод и его реализация

позволяют проводить корректные расчеты неизотермической двумерной и одномерной фильтрации с фазовыми переходами с учетом вязкопластичной реологии.

Для проверки реализации метода линий тока были проведены тестовые расчеты на элементе симметрии пятиточечной системы разработки. Исследовалась сходимость метода линий тока при изменении числа линий тока, размера ячеек на линиях тока, соотношения времен расчета на сетке из линий тока и глобальной сетке. Результаты расчетов сопоставлялись с результатами моделирования с использованием пятиточечного и девятиточечного разностных шаблонов.

На рисунке 1 приведены зависимости накопленной закачки воды от времени для расчетов с использованием разного количества линий тока. Видно, что во всех расчетах ввиду более раннего прорыва воды (при 3000 днях) скорость закачки воды превышает результат, полученный на пятиточечном и девятиточечном разностных шаблонах без использования линий тока (прорыв воды при 3500 днях). Это связано с тем, что фронт вытеснения направлен в диагональном направлении, поэтому при расчете на пятиточечном шаблоне фронту вытеснения приходится преодолевать больший путь, так как перетоки между ячейками в диагональном направлении отсутствуют. В то же время использование девятиточечного разностного шаблона значительно не меняет результат моделирования, так как доля потока, проходящего в диагональном направлении в 2 раза меньше доли потока в горизонтальном направлении. Из представленных зависимостей также видно, что при использовании 40 линий тока полученный график накопленной закачки воды располагается ниже графиков для большего числа линий тока (рисунок 1б). Это связано с тем, что при достаточно малом числе линий тока ось трубки тока не совпадает с ассоциированной линией тока.

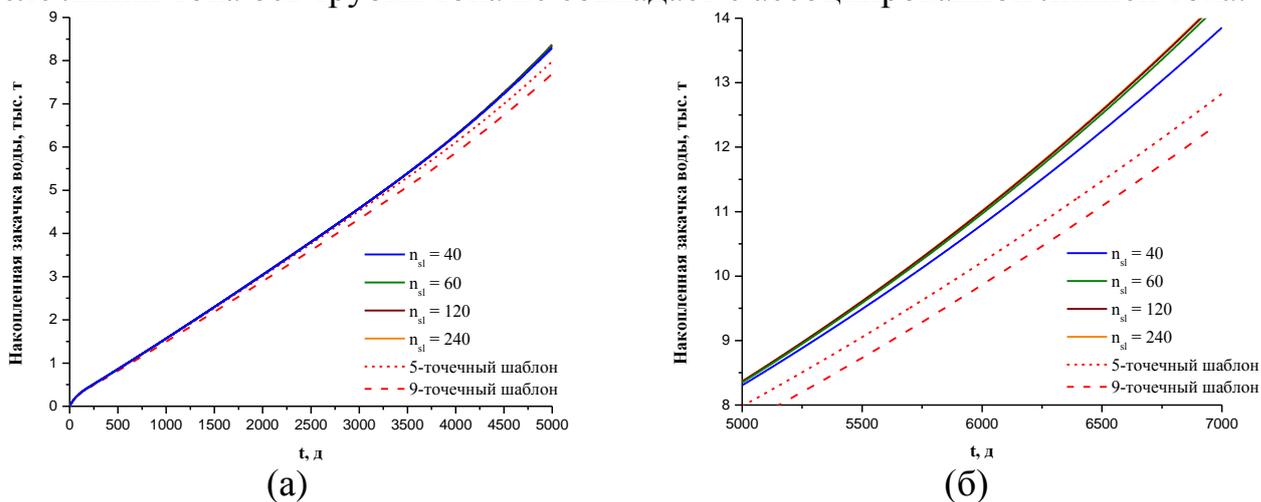


Рисунок 1 – Зависимость накопленной закачки воды от времени при моделировании с различным количеством линий тока (а – до 5000 дней; б – с 5000 до 7000 дней)

Кроме анализа чувствительности решения к изменению числа линий тока была показана сходимость метода при изменении сетки на линиях тока, а также при различном соотношении времени расчета на глобальной сетке ( $\tau_{global}$ ) и на сетке из линий тока ( $\tau_{stream}$ ). Во всех проведенных расчетах полученные

распределения температуры физически достоверны, а затрачиваемое время меньше времени моделирования на глобальной сетке. Таким образом, реализация метода линий тока позволяет проводить многовариантные расчеты неизотермической нелинейной фильтрации.

Для исследования эффективности применения тепловых МУН в условиях нелинейности фильтрации был проведен ряд расчетов. Рассматривалась задача плоскопараллельного вытеснения нефти водяным паром. Фильтрация воды подчиняется закону Дарси, нефть проявляет вязкопластичные свойства, причем для этой задачи только предельный градиент давления является функцией температуры. Результаты расчетов представлены на рисунках 2–3. Анализ полученных результатов показывает, что для пласта, не насыщенного водой, заводнение оказалось неэффективным: возмущение от нагнетательной скважины распространилось на предельную величину  $\Delta p/\gamma$ , где  $\Delta p$  – депрессия,  $\gamma$  – предельный градиент при начальной пластовой температуре. При наличии в пласте подвижной воды фронт вытеснения распространяется за предельную зону и доходит до добывающей скважины. Следовательно, при закачке теплоносителя в пласт с бингамовской нефтью принципиальное значение имеет наличие проводящего канала.

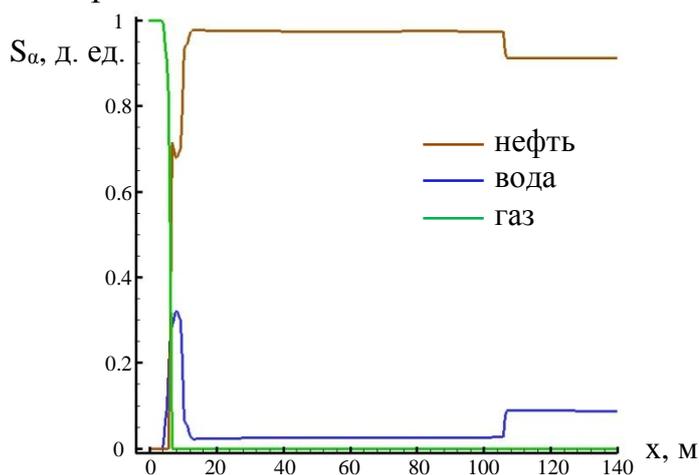


Рисунок 2 – Профиль насыщенностей при вытеснении бингамовской нефти при наличии подвижной воды

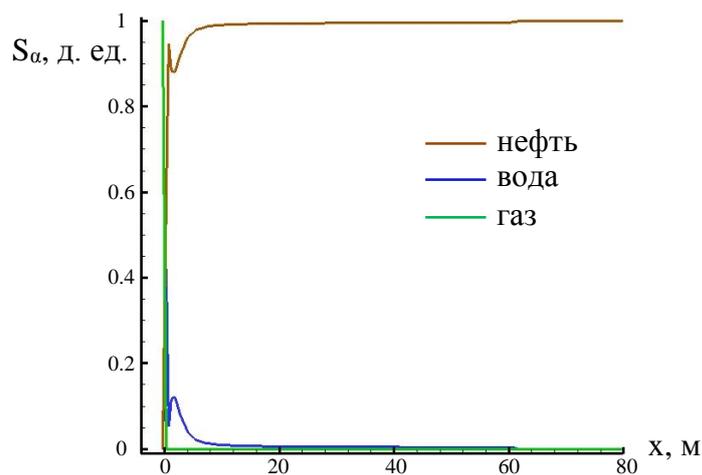


Рисунок 3 – Профиль насыщенностей при вытеснении бингамовской нефти при отсутствии подвижной воды

Стандартные методики интерпретации гидродинамических исследований скважин не позволяют корректно диагностировать типовые режимы нелинейной фильтрации, а потому определить параметры коллектора, так как теряется привычная связь между симметрией режима течения и основным диагностическим признаком логарифмической производной. Поэтому для корректной интерпретации результатов ГДИС с аномальной реологией необходим поиск новых более надежных диагностических признаков.

Рассмотрим основные закономерности поведения давления и логарифмической производной при нелинейной фильтрации с предельным градиентом. Выбор этого закона для исследования связан с тем, что он хорошо описывает течение высоковязких нефтей, при этом основное отличие от закона Дарси заключается только в наличии предельного градиента, как

дополнительного параметра. В данном случае проводился анализ чувствительности конфигурации типовых кривых к выбору проницаемости, предельного градиента и скин-фактора, а не к выбору закона фильтрации.

В результате проведенных расчетов установлено, что изменение скин-фактора слабо отражается на поведении кривых давления и логарифмической производной, в отличие от изменения проницаемости и предельного градиента. При варьировании предельного градиента наибольшее расхождение наблюдается при больших временах исследования, где проявляется режим истощения. Размер зоны дренирования для бингамовской фильтрации ограничивается параметром  $\Delta p/\gamma$ , что и обуславливает подобное поведение давления и логарифмической производной. При варьировании проницаемости наибольшее изменение в полученных графиках наблюдается при переходном режиме фильтрации. При этом режиме графики давления характеризуются линейной зависимостью в двойном логарифмическом масштабе с одинаковым наклоном (в случае обычного масштаба эта зависимость описывается степенным законом), что может послужить диагностическим признаком при интерпретации. Поэтому были проведены дополнительные расчеты, направленные на исследование зависимости угла наклона графика давления в двойном логарифмическом масштабе от предельного градиента (в предположении постоянства этого угла для разных значений проницаемости). Пример полученных графиков давления представлен на рисунке 4. На каждом графике отмечен переходный режим фильтрации, справа приведен результат его аппроксимации степенной зависимостью с помощью метода наименьших квадратов. Видно, что для каждого значения предельного градиента наклон графика давления практически не зависит от проницаемости. Поэтому полученные значения наклонов были сведены в отдельную зависимость от предельного градиента (рисунок 5), которая достаточно точно аппроксимируется прямой. Здесь дополнительными прямыми отмечены аппроксимации максимальных и минимальных значений, которые определяют допустимый коридор значений предельных градиентов для конкретного значения наклона графика давления. В данном случае разброс значений предельных градиентов составляет примерно  $\pm 0.15$  атм/м для искомого значения.

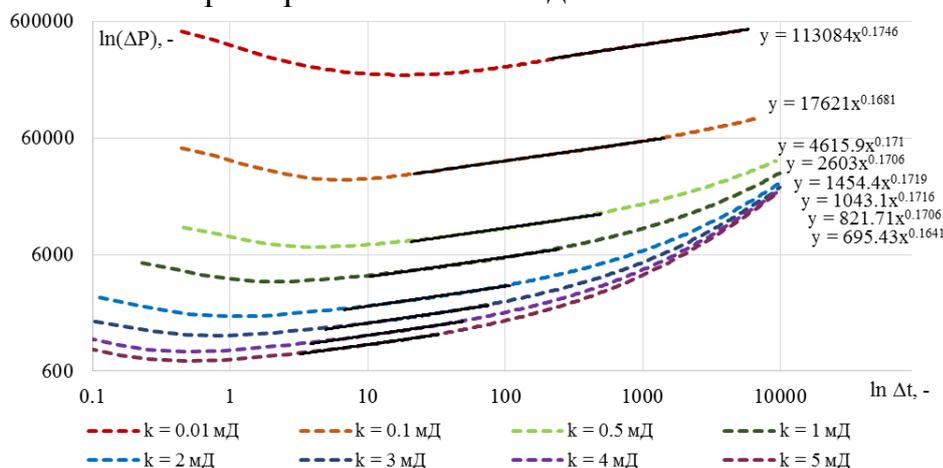


Рисунок 4 – Поведение давления в двойном логарифмическом масштабе для различных значений проницаемости, предельный градиент равен 1 атм/м

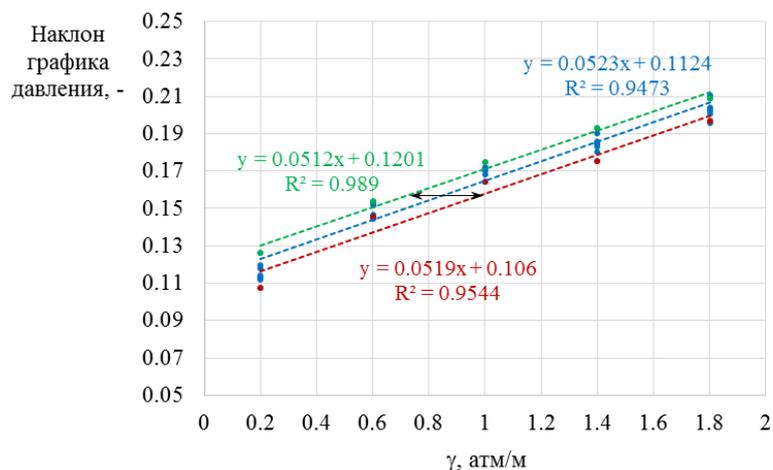


Рисунок 5 – Значения наклонов графика давления, полученные для различных значений проницаемости и предельного градиента

Таким образом, при интерпретации скважин, вскрывающих пласты с вязкопластичной нефтью, может быть использован дополнительный диагностический признак, характеризующийся линейной зависимостью графика давления в двойных логарифмических координатах при переходном режиме, которая явно прослеживается. Инструментом для интерпретации результатов ГДИС на основе найденного признака может стать разработанная автором программа.

**В заключении** подводятся итоги исследования и формулируются основные результаты.

Диссертация содержит четыре приложения. В **приложении А** представлен список принятых обозначений. В **приложении Б** приведены используемые при решении уравнений фильтрации соотношения для плотности, вязкости, теплоемкости и молярной энтальпии компонентов во всех фазах, в которых они могут присутствовать в рамках используемой математической модели. В **приложении В** рассмотрена аппроксимация уравнения для давления (4), а в **приложении Г** приведен акт о реализации результатов диссертационной работы в АО «Зарубежнефть».

### Основные результаты и выводы

1. Выполнена научно-квалификационная работа, содержащая решение задачи неизотермической нелинейной фильтрации многофазного многокомпонентного флюида с использованием линий тока и имеющая большое значение при разработке месторождений с трудноизвлекаемыми запасами с помощью тепловых методов увеличения нефтеотдачи, а также определении фильтрационных параметров этих пластов по результатам гидродинамических исследований скважин.

2. На основе существующих подходов к моделированию методом линий тока разработан новый алгоритм моделирования, который показал высокую эффективность при решении задач неизотермической нелинейной фильтрации многокомпонентной смеси. Благодаря решению полной системы уравнений на

глобальной сетке и линиях тока учитывается зависимость реологии нефти от температуры, что позволяет точнее определять геометрию линий тока и, таким образом, распределение неизвестных.

3. Реализованы алгоритмы построения линий тока, интерполяции решения с глобальной сетки на сетку, ассоциированную с линиями тока, и обратно. Предложен метод учета теплопроводности для представленного подхода, а также критерий остановки расчетов на линиях тока для последующего решения задачи на глобальной сетке. Благодаря расщеплению по физическим процессам предложенный метод учета теплопроводности позволяет учесть процессы теплопереноса, направление которых не совпадает с направлением скорости фильтрации.

4. Предложен новый метод учета негладких коэффициентов, возникающих в уравнении пьезопроводности при моделировании кусочно-линейных законов фильтрации. Представленный алгоритм позволил улучшить сходимость итераций по нелинейности в уравнении для давления, причем сами нелинейные коэффициенты искажаются незначительно. Метод был внедрен в алгоритм расчета на линиях тока, что привело к созданию нового вычислительного алгоритма.

5. Разработан алгоритм для численного решения системы уравнений рассматриваемой модели, основу которого составляет метод IMPES. Разработанные численные алгоритмы были реализованы в программном комплексе, который прошел верификацию путем сравнения с известными аналитическими и численными решениями.

6. С помощью программы были проведены расчеты эффективности тепловых МУН в месторождениях с высоковязкими нефтями. Установлено, что для успешного вытеснения вязкопластичной нефти необходимо присутствие подвижной фазы.

7. Расчеты на элементе симметрии пятиточечной системы разработки показали, что для выбора оптимального варианта в случае нелинейной фильтрации необходимо выбирать более плотную сетку бурения по сравнению с линейной фильтрацией. Кроме того, ввиду высокой чувствительности параметров оптимального варианта разработки к виду реологической кривой, необходимо привлекать дополнительные исследования для определения закона фильтрации для конкретного месторождения.

8. Интерпретация данных долговременного мониторинга скважин, вскрывающих пласты с вязкопластичной нефтью, по стандартным методикам не позволяет получить достоверные значения параметров пласта ввиду невозможности диагностировать радиальный режим фильтрации. Основная причина – раннее наступление режима истощения, обусловленного влиянием предельного градиента. Для корректной интерпретации результатов ГДИС в подобных коллекторах должны быть разработаны новые методики на основе метода типовых кривых и линейной анаморфозы. Применение разработанной программы позволяет не только проводить расчет типовых кривых для интерпретации данных ГДИС при нелинейной фильтрации, но и учитывать работу скважины с различным контролем и сложное вскрытие пласта.

**Список работ, в которых опубликованы основные результаты  
диссертации**

1. *Невмержицкий, Я.В.* Об особенностях гидродинамических исследований скважин в низкопроницаемых коллекторах / Я.В. Невмержицкий // Труды МФТИ. - 2017. - Т. 9, №2. - С.46-56.
2. *Невмержицкий, Я.В.* Исследование эффективности теплового воздействия на пласт с вязкопластичной нефтью / Я.В. Невмержицкий, В.Ю. Семака, А.В. Конюхов, И.Н. Завьялов, Н.А. Завьялова, С.С. Негодяев // Экспозиция Нефть Газ. - 2018. - Т. 2, №62. - С.39-41.
3. *Nevmerzhitskiy, Y.* Streamtubes Method for Nonlinear Filtration Problems Acceleration / Y. Nevmerzhitskiy, V. Semaka, A. Konyukhov, N. Zavyalova, I. Zavyalov, S. Negodyaev // Paper 44527 presented at the EAGE Saint Petersburg 2018. State-of-Art Software and Hardware for Oil and Gas Field Modeling. - April 2018.
4. *Nevmerzhitskiy, Y.V.* Development of Models for Filtration Simulation in Nonlinear Media / Y.V. Nevmerzhitskiy // Paper SPE 194047 presented at the 2018 SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Dallas, TX. - September 2018.
5. *Невмержицкий, Я.В.* Применение метода линий тока для ускорения расчетов неизотермической нелинейной фильтрации / Я.В. Невмержицкий // Компьютерные исследования и моделирование. - 2018. - Т. 10, №5. - С.709-728.
6. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2018616024 от 21.05.2018 г. ТеплоМУН. Невмержицкий Я. В. [и др.] ; заявитель и патентообладатель акционерное общество «Зарубежнефть».