

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»

На правах рукописи



Невмержицкий Ян Васильевич

**Метод линий тока для моделирования
фильтрации вязкопластичных нефтей**

05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
Конюхов Андрей Викторович

МОСКВА – 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ	35
1.1. Введение.....	35
1.2. Описание фазового и компонентного состава	36
1.3. Уравнения баланса	37
1.4. Замыкающие соотношения	40
1.4.1. Фазовое равновесие.....	40
1.4.2. Свойства фаз	42
1.4.3. Теплотери через кровлю и подошву пласта	44
1.4.4. Скважины	45
1.4.5. Начальные и граничные условия.....	47
1.5. Выводы к главе 1	47
ГЛАВА 2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД.....	49
2.1. Расчетная сетка.....	49
2.2. Метод IMPES для решения уравнений фильтрации	51
2.2.1. Уравнение для давления	52
2.2.2. Учет сложной реологии	54
2.2.3. Уравнение баланса энергии и массы компонентов	55
2.2.4. Расчет фазового равновесия.....	56
2.2.5. Учет теплопроводности	62
2.2.6. Учет скважин	65
2.2.7. Схема моделирования методом IMPES	66
2.3. Метод линий тока.....	67
2.3.1. Построение линий тока.....	69

2.3.2. Интерполяция решения на сетку из линий тока	72
2.3.3. Решение уравнений вдоль трубок тока.....	73
2.3.4. Интерполяция решения на глобальную сетку.....	74
2.4. Вывод к главе 2.....	75
ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ	77
3.1. Верификация алгоритма решения на глобальной сетке.....	77
3.1.1. Задача Баклея-Левретта	77
3.1.2. Двумерная задача вытеснения	78
3.2. Верификация алгоритма учета нелинейной фильтрации.....	81
3.3. Верификация метода линий тока.....	83
3.4. Расчеты эффективности разработки при нелинейной фильтрации	89
3.5. Обоснование подходов к интерпретации ГДИС.....	93
3.6. Выводы к главе 3	105
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	107
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	110
ПРИЛОЖЕНИЕ А СПИСОК ПРИНЯТЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	123
ПРИЛОЖЕНИЕ Б СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ СВОЙСТВ КОМПОНЕНТОВ.....	131
ПРИЛОЖЕНИЕ В АППРОКСИМАЦИЯ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ДАВЛЕНИЯ.....	134
ПРИЛОЖЕНИЕ Г АКТ О РЕАЛИЗАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ В АО «ЗАРУБЕЖНЕФТЬ»	137

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

В настоящее время нефтяная промышленность характеризуется увеличением запасов трудноизвлекаемой нефти, доля которых растет и в России. Ввиду большой изученности подобных месторождений, небольшой их выработанности, а также расположения в регионах с развитой инфраструктурой, разработка этого типа активов является экономически менее рискованной, чем проекты на арктическом шельфе, и потому представляет интерес. Среди трудноизвлекаемых запасов выделяют как месторождения легкой нефти в низкопроницаемых коллекторах, так и высоковязкой нефти в коллекторах со средней и высокой проницаемостями. При разработке таких месторождений проявляются явления, не характерные для традиционных месторождений [1]. В частности, скважины, вскрывающие низкопроницаемые пласты, характеризуются большими коэффициентами падения добычи, слабой приемистостью и низкой эффективностью поддержания пластового давления (ППД). Установлено, что в таких коллекторах нефть проявляет вязкопластические свойства, закон фильтрации отклоняется от классического линейного закона Дарси [2,3]. Аналогичным поведением реологической кривой обладает и высоковязкая нефть, что обусловлено комплексным взаимодействием свойств флюидов и размерами и свойствами поровых каналов. В рассматриваемых случаях размер образующегося неподвижного пристеночного слоя достаточно велик относительно размера порового канала, что обуславливает ухудшение фильтрации, и как следствие, аномальную реологию [4].

В настоящее время проведены исследования по определению влияния температуры и проницаемости на реологические свойства высоковязких нефтей [5]. Для конкретного месторождения предложена корреляция, учитывающая зависимость реологии от температуры. Установлено, что при увеличении

температуры и проницаемости реологические свойства нефти значительно улучшаются, при больших температурах фильтрация происходит по закону Дарси. Эти результаты подтверждают актуальность использования тепловых методов для повышения нефтеотдачи пластов с тяжелой нефтью.

Численное моделирование вариантов разработки месторождений высоковязких нефтей с использованием тепловых методов увеличения нефтеотдачи (МУН) имеет ряд трудностей. Во-первых, необходимо учитывать не только сложную реологию нефти, но и ее зависимость от температуры. Ситуацию усложняет тот факт, что закон фильтрации с предельным градиентом, которому подчиняется большинство высоковязких нефтей, является негладкой функцией, вследствие чего невозможно использовать метод Ньютона для учета нелинейных коэффициентов подвижности в уравнении пьезопроводности. Во-вторых, при моделировании вариантов с фазовыми переходами, обусловленных закачкой водяного пара, значительно повышается вычислительная сложность задачи, ввиду наличия областей с резким изменением мольной доли фазы, а следовательно, и ее подвижности. В-третьих, для упомянутых задач характерно влияние ориентации расчетной сетки на результат. Так, в случае моделирования вариантов вытеснения вязкопластической нефти горячей водой на элементе пятиточечной системы разработки, в котором скважины располагаются в углах расчетной области, фронт вытеснения вытягивается вдоль координатных осей, в то время как вытеснение должно происходить по диагональному направлению [6,7]. Этот эффект обусловлен использованием двухточечной аппроксимации потоков (вдоль координатных направлений), что в совокупности с высоким контрастом подвижностей горячей воды и холодной высоковязкой нефти приводит к нефизическому результату. При использовании методов с расширенным разностным шаблоном вид матрицы, полученной после аппроксимации, сильно усложняется, что замедляет скорость расчета.

С учетом изложенных особенностей для получения достоверных результатов с помощью коммерческих пакетов моделирование необходимо проводить на подробных сетках, на расширенном разностном шаблоне, что

требует привлечения вычислительных кластеров. Поэтому в настоящей работе разработан численный метод, позволяющий проводить расчеты неизотермической нелинейной фильтрации за более короткое время по сравнению со стандартными конечно-объемными методами. Для уменьшения вычислительной сложности задачи применен метод линий тока с расщеплением по физическим процессам, заключающийся в отделении конвективного переноса, направленного вдоль распространения потока, от процессов, связанных с теплопроводностью и гравитацией, направление которых не совпадает с конвективным потоком.

Степень разработанности темы исследования

Проверке и исследованию пределов применимости закона Дарси посвящено значительное число работ отечественных и зарубежных специалистов [8–10]. В этих исследованиях показано, что можно выделить верхнюю и нижнюю границы применимости закона Дарси и соответствующие им две основные группы физических явлений.

Верхняя граница определяется причинами, связанными с существенным влиянием инерционных сил, проявляющихся при достаточно высоких скоростях фильтрации. Нижняя граница определяется взаимодействием жидкости с твердым скелетом среды, существенным при достаточно малых скоростях фильтрации, или наличием у нее сложных реологических свойств. Это объясняется тем, что при очень малых скоростях фильтрации наряду с силами вязкого сопротивления становятся существенными силы сопротивления, связанные с физико-химическим взаимодействием фильтрующихся жидкостей с материалом пористой среды. Учет этих сил приводит к нелинейным законам фильтрации [11].

Для ньютоновской жидкости одним из основных параметров, характеризующих ее течение, служит коэффициент динамической вязкости (μ) – коэффициент пропорциональности в законе вязкого трения Ньютона:

$$\tau_{sh} = \mu \frac{dv}{dy}, \quad (1)$$

где τ_{sh} – касательное напряжение сдвига, dv/dy – градиент скорости в направлении, перпендикулярном направлению течения x .

Жидкости, не подчиняющиеся закону трения (1), называются аномальными или неньютоновскими. Такие жидкости разделяются на три класса: неньютоновские вязкие жидкости, нестационарно реологические жидкости и вязкоупругие жидкости. Жидкости первого класса, в свою очередь, подразделяются на вязкопластичные, псевдопластичные и дилатантные.

Важные работы по фильтрации неньютоновских жидкостей были проведены в Баку А. Х. Мирзаджанзаде и его учениками В. М. Ентовым, М. Г. Бернадинером [12–15]. Так, в работах Ентова [12] получены оценки размеров застойной зоны в случае двумерной фильтрации вязкопластичной несжимаемой жидкости для ряда симметричных конфигураций источников и стоков, а также получено точное решение этой задачи для случая бесконечного ряда источников [13]. Кроме того, предложена и опробована на ряде месторождений методика определения предельного градиента давления и пластового давления в случае вязкопластической фильтрации [14]. Эта методика основывается на закачке в скважину известного объема пластовой жидкости и последующей записи кривой восстановления давления (КВД). Она применялась для пластов с характерным значением проницаемости порядка 1 Дарси, что, в случае низкопроницаемых пластов, потребует проведения слишком продолжительных исследований.

Обобщение полученных результатов, а также теоретические исследования задач о пуске скважины с постоянным дебитом (или забойным давлением) при фильтрации в пласте вязкопластичной жидкости с предельным градиентом представлены в работах [11,15,16]. Решения получены для радиального и линейного притока как в изотермической [11,15], так и неізотермической [16] постановках.

В зарубежной литературе имеются результаты экспериментов по изучению характера фильтрации на низкопроницаемых образцах [17–19]. Так, в работе [17] исследован механизм влияния физико-химических свойств на величину предельного градиента сдвига. Проведен анализ уменьшения предельного

градиента сдвига при использовании поверхностно-активных веществ (ПАВ). Для образцов сверхнизкой проницаемости были проведены эксперименты по вытеснению дистиллированной водой, закачиваемой водой, пластовой водой и раствором ПАВ, в результате которых определялся предельный градиент сдвига. Также была исследована зависимость предельного градиента от проницаемости. Значения проницаемостей образцов варьировались от 0.022 мД до 3.42 мД. Полученные результаты выявляют наличие обратно пропорциональной связи между предельным градиентом и проницаемостью коллектора. Кроме того, большое влияние на значение предельного градиента сдвига оказывают физико-химические свойства флюида, особенно соленость и глинистость.

Подробное описание экспериментальной установки и процедуры проведения экспериментов при исследовании однофазного потока нефти (воды) в образцах со сверхнизкой проницаемостью представлено в [18]. Используемый в работе капиллярный расходомер позволяет проводить измерения скорости потока при очень низких градиентах давления. Результаты исследования подтвердили, что однофазный поток нефти (воды) в образцах сверхнизкой проницаемости не подчиняется закону Дарси. Реологическая кривая, построенная в координатах скорость фильтрации – модуль градиента давления, в этом случае выражена нелинейной зависимостью, причем, чем ниже проницаемость образца, тем значительнее отклонение фильтрация от закона Дарси. Также было указано, что одной из причин нарушения идеального закона фильтрации, помимо неньютоновских свойств и взаимодействия скелета и флюида, является миграция частиц глины. Для образцов со сверхнизкими проницаемостями частицы глины склонны к разбрасыванию, соскабливанию, перемещению по поровым каналам, что может привести к необратимой закупорке и уменьшению проницаемости.

Для исследования факторов, приводящих к отклонению от идеального закона фильтрации, были проведены эксперименты на низкопроницаемых образцах с регулированием скорости закачивания ртути, а также эксперименты по заводнению [20]. Было установлено, что возникновение предельного градиента связано с наличием пограничного слоя, возникающим за счет взаимодействия

между скелетом и флюидом в микротрещинах низкопроницаемых коллекторов. Кроме того, большое влияние на фильтрацию оказывает распределение поровых каналов по размеру. При небольших перепадах давления число каналов, участвующих в фильтрации, и их поперечная площадь невелики. При увеличении перепада давления доля этих каналов увеличивается, как и их поперечная площадь. Структура пористой среды, распределение поровых каналов по радиусу и насыщенность подвижным флюидом низкопроницаемого коллектора имеют сильное влияние на предельный градиент сдвига: при их увеличении предельный градиент сдвига уменьшается. Подтверждают это и эксперименты, проведенные на образцах с одинаковыми проницаемостями, но различным распределением поровых каналов, в результате которых были получены различные значения предельных градиентов.

Для определения толщины пограничного слоя, а также значений предельного градиента была предложена капиллярная модель [21], использующая распределение поровых каналов по размеру. Наличие пристеночного слоя объясняется взаимодействием между поляризованными молекулами флюида и скелета, в результате которого формируется квазикристаллическая структура, которая усложняет фильтрацию в поровых каналах малого радиуса. Также замечено, что свойства поверхности поровых каналов оказывают влияние на размер пограничного слоя.

На сегодняшний день были проведены лабораторные исследования эффектов нелинейной фильтрации (ООО «РН-УфаНИПИнефть», ОАО «ТомскНИПИнефть», НМСУ «Горный») [22,23]. Было получено отклонение от идеального закона фильтрации в низкопроницаемых образцах, причем, чем меньше проницаемость, тем больше это отклонение. Результаты получены в экспериментах, как при однофазной, так и многофазной фильтрации. Однако расхождения в результатах говорят о необходимости повышения точности получаемых параметров. Наибольшие расхождения наблюдаются при стремлении скорости фильтрации к нулю. Поведение жидкости при таких скоростях имеет

принципиальное значение с точки зрения разработки низкопроницаемых коллекторов [24].

Исходя из того, что нарушение линейного закона фильтрации при малых скоростях объясняется комплексным влиянием как свойств жидкостей, так и распределением поровых каналов по размерам, то правомернее связывать отклонение от линейного закона фильтрации с коэффициентом подвижности, зависящим от градиента давления:

$$\frac{k_{res}}{\mu} = \frac{k_{res,0}}{\mu_0} f\left(\frac{dp}{dx}\right), \quad (2)$$

где $k_{res,0}/\mu_0$ – предельное значение коэффициента подвижности, определяемое при больших градиентах давления.

В настоящей работе при моделировании нелинейной фильтрации используется модель, созданная по результатам работ [25–29], где введено понятие предельного градиента давления $\left(\frac{dp}{dx}\right)_+$. Согласно этой модели зависимость коэффициента подвижности от градиента давления выражается следующим соотношением:

$$\frac{k_{res}}{\mu} = \frac{k_{res,0}}{\mu_0} \left[1 - \frac{\left(\frac{dp}{dx}\right)_+}{\left|\frac{dp}{dx}\right|} \right], \quad \left|\frac{dp}{dx}\right| \geq \left(\frac{dp}{dx}\right)_+, \quad (3)$$

$$\frac{k_{res}}{\mu} = 0, \quad \left|\frac{dp}{dx}\right| < \left(\frac{dp}{dx}\right)_+. \quad (4)$$

Данная модель была создана для описания результатов экспериментов как при фильтрации воды в плотных глинах, так и вязкопластичной жидкости (нефти).

В общем случае дифференциальные уравнения нестационарной фильтрации в упругом пласте имеют параболический тип и могут быть записаны в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\phi'(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right], \quad (5)$$

где u – неизвестные, а производные $\phi'(u)$ являются аналогами коэффициентов подвижности. В случае одномерной нелинейной фильтрации по кусочно-линейному закону получаемое уравнение для давления имеет такую же структуру, что и уравнение (5), причем

$$\phi'(u) = \begin{cases} a_1, & u \geq u_1 \\ a_2, & u < u_1 \end{cases} \quad (6)$$

где a_1 и a_2 – константы. Аналогичную постановку имеют краевые задачи со свободной границей, частным случаем которых является задача Стефана о фазовом переходе. Существует две группы численных методов учета кусочно-линейных коэффициентов подвижности (6) в зависимости от того, разрешается ли межфазная граница или нет. К первой группе относят методы сквозного счета со сглаживанием коэффициентов подвижности, в которых не выделяется граница раздела фаз [30]. Использование методов сквозного счета позволяет моделировать многомерные задачи с произвольным числом границ фазового перехода без существенного изменения математической постановки задачи, а потому и вида ее решения. Основным недостатком этих методов является зависимость точности определения межфазных фронтов от степени сглаживания коэффициентов подвижности, а также от согласованности распределения узлов расчетной сетки с особенностями искомого решения.

Кроме метода сглаживания коэффициентов подвижности в уравнении теплопроводности большое развитие получили метод функций уровня и модель фазового поля [31].

Широкое применение получила вторая группа методов, в которых межфазная граница отслеживается явно в процессе численного решения системы уравнений фильтрации конечно-разностными или конечно-объемными методами. При использовании метода ловли фронта в узел пространственной сетки [32–35] шаг по времени подбирается в процессе итераций таким образом, чтобы в течение этого временного шага фронт фазового перехода распространился на один шаг по пространственной координате. Для обеспечения устойчивости метода систему

уравнений необходимо решать неявно, иначе подобранный временной шаг может привести к расхождению итераций. В методе выпрямления фронта [31,32] исходная кусочно-линейная задача с движущейся границей путем соответствующей замены переменных сводится к нелинейной задаче с неподвижной границей. Несмотря на то, что после замены переменных получающиеся дифференциальные уравнения становятся сильно нелинейными, их решение проводится в фиксированной расчетной области, а полученные коэффициенты подвижности являются гладкими функциями. Представленный подход применим и для многомерных задач.

В работе [36] проведено сопоставление рассмотренных численных методов на примере тестовых задач. В результате расчетов установлено, что наиболее эффективным для одномерных задач с одним фронтом является метод ловли фронта в узел сетки, а для многомерных многофронтовых задач предпочтителен метод сглаживания коэффициентов.

Для решения задачи Стефана также может быть использован метод выбора динамически адаптирующихся сеток [37–38]. Основная идея этого метода заключается в замене исходной системы координат криволинейной системой с тем же количеством узлов, но управляемым их распределением. Это позволяет концентрировать расчетные узлы вблизи границы фазового перехода. При этом исходная система дифференциальных уравнений усложняется из-за появления в уравнениях метрических коэффициентов, а также из-за дополнительных уравнений в частных производных, описывающих динамику расчетной сетки. Использование метода динамически адаптирующихся сеток позволяет эффективно решать многомерные задачи.

Перейдем к рассмотрению работ по численному решению уравнений (5)–(6) в случае нелинейности фильтрации. В работах [39–40] представлена явная конечно-разностная схема для решения рассматриваемой задачи при различных граничных условиях, доказана сходимость решения к решению дифференциальной задачи. Примеры расчетов по описанной явной схеме представлены в [41]. Численное решение задачи плоской нестационарной

фильтрации с предельным градиентом было проведено в работе [42]. Моделирование проводилось для элемента симметрии пятиточечной системы разработки, а также в окрестности скважины. В расчетах использовалась равномерная сетка, аппроксимация осуществлялась явной конечно-разностной консервативной схемой второго порядка. Поэтому временной шаг определялся из условия устойчивости. Исследована анизотропия в распространении поля давления, возникающая при нелинейной фильтрации. Расчетные схемы, описывающие вязкопластичную фильтрацию с предельным градиентом в слоистых пластах, представлены в [43].

Численному моделированию распределения давления при остановке скважины в случае кусочно-линейной фильтрации посвящена работа [44]. Частным случаем такой реологии является фильтрация с предельным градиентом. Для решения задачи использован неявный конечно-разностный метод, исследована его сходимость. Разработанная программа позволяет моделировать гидродинамические исследования скважин (ГДИС) при записи кривой восстановления давления (КВД).

Так как математическая постановка задачи Стефана эквивалента постановке задачи фильтрации с кусочно-линейным законом, а потому и с предельным градиентом, то справедливы рассмотренные ранее численные методы. В работах [45–46] решается трехмерная задача многофазной нелинейной фильтрации как в случае естественной трещиноватости, так и при ее отсутствии. Расчеты проведены для закона с предельным градиентом и для степенной зависимости. Решение рассматриваемой задачи осуществлялось полностью неявным конечно-объемным методом. Для моделирования нелинейностей в уравнении теплопроводности применен метод Ньютона. Для корректного решения задачи при фильтрации в окрестности предельного градиента предложено два способа: 1. Метод сглаживания, заключающийся в линейной интерполяции корреляции вязкости в окрестности предельного градиента, где вязкость скачкообразно изменяется от константы до бесконечности; 2. Использование эффективного потенциала, который выражается следующим образом (вдоль оси x):

$$(\nabla \Phi_e)_x = \begin{cases} (\nabla \Phi)_x - \gamma, & (\nabla \Phi)_x > \gamma \\ (\nabla \Phi)_x + \gamma, & (\nabla \Phi)_x \leq \gamma \\ 0, & -\gamma < (\nabla \Phi)_x \leq \gamma \end{cases} \quad (7)$$

где γ – предельный градиент. В результате перехода к псевдопотенциалу получаемое выражение для скорости фильтрации аналогично закону Дарси:

$$v = -\frac{k_{res}}{\mu} \nabla \Phi_e. \quad (8)$$

В работе [46] утверждается, что применение второго подхода приводит к более быстрой сходимости итераций. Однако при его использовании, даже при моделировании однофазной фильтрации, в процессе итераций по времени флюид в некоторых ячейках может становиться как подвижным, так и неподвижным, в результате чего для расчета требуется большее число итераций, в отличие от степенного закона фильтрации. Таким образом, для обеспечения сходимости требуется применение полностью неявного метода. Полученные решения задач однофазной и многофазной нелинейной фильтрации хорошо согласуются с результатами известных теоретических решений.

Тот же подход был применен в [47] для моделирования двумерной площадной трехфазной изотермической фильтрации с предельным градиентом при влиянии гравитации. Численное решение задачи производится полностью неявным конечно-объемным методом. Для учета нелинейностей в уравнении теплопроводности применен метод секущих, который является разновидностью метода Ньютона с численным вычислением элементов матриц Якоби [7]. Решение системы уравнений, получаемой в результате дискретизации исходного уравнения теплопроводности, проводилось методом неполной факторизации. С помощью разработанной программы исследовано влияние предельного градиента, расстановки скважин, а также заводнения на показатели разработки.

Численное моделирование многофазной трехмерной фильтрации с нелинейной реологией проведено в работах [48–49]. Закон фильтрации представлен в виде двухпараметрической зависимости, коэффициенты которой зависят от проницаемости. Частным случаем используемой реологии является

закон с предельным градиентом. При решении уравнений компонентный состав фаз остается неизменным (модель черной нефти). Использован полностью неявный метод, в котором положение границы фильтрации не отслеживается. Результаты моделирования сопоставлены с промысловыми данными и использованы для определения оптимального варианта расстановки скважин. Моделирование однофазной фильтрации по закону в виде кусочно-линейной кривой проведено в работе [50]. Задача решается в одномерной постановке, для ее решения анализировалось влияние выбора аппроксимации (явной или неявной) на получаемые результаты. Для обеспечения достаточно большого временного шага, при котором численный метод устойчив, использована неявная схема, однако, учет нелинейностей проводился явно. Установлено, что использование закона с предельным градиентом требует уменьшение временного шага в 2-3 раза по сравнению с расчетами при линейной фильтрации. При этом скорость расчетов уменьшается на 30-50%, в результате чего время расчетов значительно увеличивается.

Решение задачи одномерной фильтрации с предельным градиентом методом выпрямления фронта проведено в [51]. В процессе разработки расчетная область разбивается на зону, охваченную возмущением от скважины, а также зону, где давление равно пластовому значению. Исходная линейная задача с подвижной границей раздела зон фильтрации путем замены переменных сводится к задаче с неподвижной границей. Для того чтобы избежать трудностей, связанных с разрешением границы области фильтрации в расчетной области, исходная задача путем замены переменных была сведена к задаче с неподвижной границей. Для обеспечения возможности перехода к такой задаче на скважине задается условие постоянного дебита. Для решения полученной нелинейной задачи используется полностью неявный метод. Рассчитанные распределения давлений, а также показатели на скважине хорошо согласуются с известными теоретическими решениями.

В случае фильтрации многофазного несжимаемого флюида по закону Дарси, когда влиянием капиллярных сил и гравитации можно пренебречь,

исходная постановка может быть сведена к задаче Баклея-Левверетта. В этом случае уравнение для фазовых насыщенных имеет гиперболический тип. Такой же переход допустим и при нелинейной фильтрации и использован в работе [52]. Решение задачи проводится в двумерной постановке, фильтрация осуществляется по трехпараметрическому закону, частным случаем которого является закон фильтрации с предельным градиентом. Проведено сопоставление полученных распределений насыщенности при ньютоновском и неньютоновском вытеснении, а также рассчитано положение фронта вытеснения для используемых законов фильтрации.

Остановимся на основных работах, посвященных методам решения многофазных неизотермических задач и их реализациям в коммерческих симуляторах.

Простые модели многофазной фильтрации сформулированы с использованием насыщенностей фаз. Характерным примером является модель черной нефти, реализованная в пакетах Eclipse и tNavigator [53,54]. В рамках этой модели в качестве основных переменных выступают давление и фазовые насыщенности, распределения этих величин определяются в результате интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных. Уравнение для давления выражает совместность объемов фаз, сумма их объемов равна объему порового пространства, вмещающего фазы. Каждая фаза характеризуется набором физических свойств, таких как вязкость, плотность, теплоемкость, капиллярное давление и т.д., которые считаются известными функциями давления и температуры. Расширенные модели черной нефти дополняются дифференциальными уравнениями в частных производных для концентрации или энергии. Использование этих моделей оправдано в случае слабого изменения компонентного состава фаз, насыщающих пористую среду. В случае фазовых переходов или химических реакций компоненты могут переходить из одной фазы в другую, что может привести к изменению количества фаз в рассматриваемом объеме. Для такой постановки наиболее сильное изменение свойств фаз происходит при фазовом переходе, так как они являются

теперь функциями не только давления и температуры, но и компонентного состава. Для подробного описания рассматриваемых систем предпочтительнее всего использовать композиционные модели. Данные модели учитывают баланс массы химических компонентов и баланс энергии, а свойства фаз, их количество, а также распределение компонентов по фазам определяются из рассчитанных концентраций компонентов, давления, энергии и температуры. Так как нефтяная фаза содержит большое количество химических компонентов, применяется подход, при котором их часть учитывается в уравнениях баланса в виде обобщенных компонентов, в качестве которых могут выступать нефтяные фракции (например, легкая, средняя и тяжелая нефть). Выбор количества нефтяных фракций, а также диапазона осреднения определяется конкретной задачей, причем этот выбор, с одной стороны, должен достаточно точно описывать свойства фаз с учетом фазовых превращений и химических реакций, а с другой стороны, для обеспечения приемлемой скорости счета, количество нефтяных фракций должно быть небольшим. Изначально композиционные модели применялись для решения задач изотермической многокомпонентной фильтрации. Анализ уравнения для давления, получаемого в рамках этой модели, приведен в работе [55]. Аналогичный подход используется для моделирования неізотермических задач. В этом случае исходная система уравнений дополняется уравнением, выражающим баланс энергии, в которое включен перенос тепла за счет теплопроводности и конвекции, а также теплоты фазовых переходов и химических реакций.

Характерной особенностью композиционного моделирования является определение фазового и компонентного состава смеси по результатам расчета фазового равновесия. Данная процедура является одной из самых часто используемых и вычислительно затратных. При фиксированном количестве компонентов, давлении и температуре равновесию фаз соответствует минимум потенциала Гиббса, для достижения которого необходимо выполнение условия равенства химических потенциалов (летучестей) компонентов для каждой из фаз. Использование этих соотношений в совокупности с условием устойчивости фаз

позволяет определить фазовый состав смеси и распределение компонентов по фазам [56]. Наибольшее применение в современных пакетах получили два подхода расчета фазового равновесия. Первый подход основан на данных о коэффициентах распределения компонентов углеводородных смесей (константах фазового равновесия), во втором подходе используется условия равенства летучестей, которые вычисляются на основе уравнения состояния смеси. Среди уравнений состояния широкое применение получили уравнения Редлиха-Квонга (RK), Соава-Редлиха-Квонга (SRK), Пенга-Робинсона (PR) и др. [57].

При формулировке математических моделей, применяемых для моделирования разработки месторождений с использованием тепловых методов, с различной степенью детализации учитываются следующие явления:

- закон сохранения массы компонентов с учетом фильтрации фаз и химических реакций,
- закон сохранения энергии с учетом теплопереноса за счет конвекции и теплопроводности, химических реакций и фазовых превращений,
- фазовое равновесие,
- влияние температуры и давления на вязкость,
- влияние температуры на капиллярное давление между фазами,
- влияние температуры и проницаемости на концевые точки относительных фазовых проницаемостей,
- кинетику химических реакций, которые описывают широкий набор процессов, таких как реакции окисления с участием нефтяных фракций, реакции с участием твердой фазы, приводящие к изменению фильтрационно-емкостных свойств коллектора (образование кокса, парафинов, асфальтенов),
- сложную структуру порового пространства, наличие естественной и искусственной трещиноватости,
- геомеханические факторы, влияющие на фильтрационно-емкостные свойства коллектора,

- модели скважин с различным режимом работы и типами заканчивания.

Современные гидродинамические симуляторы в различной степени учитывают описанные выше явления. Так, в композиционной опции симулятора Eclipse (E300) компании Schlumberger фазовое равновесие предусматривает наличие в системе до четырех фаз (с учетом скелета) и произвольного набора компонентов [53]. Расчет фазового равновесия может осуществляться как с помощью коэффициентов распределения, так и на основе уравнения состояния. Допускается использование опции химических реакций с участием углеводородных компонентов, реакций горения, а также растворение газов в водной фазе. Кроме того, учитывается образование парафинов и осаждение асфальтенов, и как следствие, влияние этих процессов на фильтрационно-емкостные свойства коллектора. Предусмотрен набор различных видов скважин и типов заканчивания.

Наибольшие функциональные возможности для моделирования залежей тяжелой нефти и природных битумов, тепловых и физико-химических МУН реализованы в симуляторе STARS компании CMG [6]. При использовании композиционной модели расчет фазового равновесия осуществляется с помощью коэффициентов распределения (констант фазового равновесия). Учтены равновесные и неравновесные химические реакции, а также геомеханические процессы, учет которых актуален в задачах закачки пара, воздуха, химических реагентов. При моделировании также учитывается зависимость концевых точек и ОФП в них от температуры, что принципиально для моделирования тепловых методов добычи тяжелой нефти. Аналогично программному пакету E300 учтены химические реакции с твердой фазой и их влияние на фильтрационно-емкостные свойства коллектора, а также закачка полимерных поверхностно-активных компонентов. Симулятор STARS получил широкое применение не только для разработки нефтяных пластов, но и среди ряда научных групп в США и Великобритании для моделирования доставки лекарств по кровеносной системе и их всасывания в ткани.

В настоящее время существуют разнообразные технологии применения термических методов повышения нефтеотдачи пластов, среди которых парогравитационный дренаж, циклическая и фронтальная закачка пара, технологии с применением внутрипластового горения [58]. Для моделирования этих технологий компания PSC разработала симулятор EXOTHERM [59]. При аппроксимации уравнений неізотермической многофазной многокомпонентной фильтрации применена полностью неявная схема. Решение получаемой системы проводится быстрыми итерационными методами, учитывающими разреженность матрицы. Предполагается наличие в пласте до трех подвижных фаз, при расчете фазового равновесия используются соответствующие коэффициенты распределения. Фильтрационно-емкостные свойства пласта зависят от температуры и давления, ОФП и концевые точки зависят от температуры. В случае наличия естественной трещиноватости предусмотрена модель двойной пористости. Реализованы модели вертикальных, наклонных и горизонтальных скважин.

Кроме коммерческих пакетов исследовательские группы различных университетов (University of Texas, Stanford University и др.) разрабатывают собственные программы для моделирования неізотермических течений многофазной многокомпонентной смеси [60–62]. В отличие от коммерческих симуляторов коды исследовательских групп снабжены подробным описанием используемых методов решения. Например, в полностью неявном композиционном симуляторе GPAS (General-Purpose Adaptive Reservoir Simulator), разработанном в университете Техаса [60–61], реализована возможность параллельных вычислений с использованием кластеров и суперкомпьютеров. Симулятор позволяет проводить расчеты фильтрации для следующих процессов:

- увеличение нефтеотдачи с использованием поверхностно активных веществ,
- воздействие на пласт с помощью тепловых методов,
- модель двойной пористости для учета естественной трещиноватости,

- влияние геомеханических свойств скелета на проницаемость и пористость,
- влияние температуры на вязкость и поверхностное натяжение,
- влияние температуры на концевые точки относительных фазовых проницаемостей,
- выпадение асфальтенов.

Предполагается, что в поровом пространстве может находиться до трех фаз, каждая из которых может быть представлена произвольным числом компонентов. Реализовано два способа расчета фазового равновесия: на основе коэффициентов распределения и уравнения состояния. Численное решение системы уравнений фильтрации осуществляется полностью неявным методом.

Подробный анализ современных методов моделирования задач многокомпонентной многофазной фильтрации приведен в [63]. В основе большинства академических и коммерческих симуляторов лежат конечно-объемные методы [7,64–75]. Решение получаемой в результате дискретизации системы уравнений проводится неявным методом. В зависимости от того, определяются ли все расчетные величины или только их часть, вычислительные алгоритмы разделяются на несколько типов: SS-методы (Simultaneous Solution) совместного решения (полностью неявные методы), IMPES-методы (Implicit Pressure Explicit Saturations – неявное давление явные насыщенности) [64,65,67,68,70] и SEQ-методы (последовательного решения). В последней разновидности методов на первом этапе по неявной схеме получают решение для давления так же, как и в IMPES-методе. На втором этапе рассчитываются фазовые насыщенности по неявной схеме с использованием линеаризованных неявных проводимостей. Однако расчет насыщенностей таким способом приводит к нарушению материального баланса несмачивающей фазы [7], что накладывает ограничения на применимость. Стоит отметить, что в работе [7] было проведено сопоставление представленных методов. Наилучший результат, с точки зрения объема вычислений и требуемой памяти показал IMPES-метод. Выбор метода из соображений количества вычислительных операций, необходимых для получения решения на временном шаге, во многом зависит от сложности задачи. При

решении плоских задач с незначительным капиллярным давлением целесообразен IMPES-метод. Для задач «умеренной» сложности с большим капиллярным давлением применение SEQ-метода более предпочтительно. В более сложных задачах, таких как образование конуса газа, требуется использование SS-метода.

В большинстве случаев применение метода совместного решения для композиционных задач является чрезвычайно затратным с вычислительной точки зрения. Поэтому в последнее время получили распространение алгоритмы, сочетающие преимущества SS- и IMPES-методов. Так, в методе IMPSAT (Implicit Pressure and Saturation) давление и насыщенность определяются совместно из неявного уравнения пьезопроводности, расчет остальных переменных происходит явно [71,72,74,76–78]. Адаптивно неявная процедура [77–82] сочетает использование IMPES-метода в областях со слабым градиентом решения и SS-метода там, где решение меняется значительно.

Для моделирования химических реакций широко применяются схемы расщепления по физическим процессам. Интегрирование системы обыкновенных дифференциальных уравнений химической кинетики выполняется с использованием методов интегрирования жестких систем (DIRK, DVODE и др.) [83,84].

Метод расщепления по физическим процессам также может быть применен для решения задач фильтрации. В случае решения многокомпонентных задач с фазовыми переходами возможно применение метода параметризации пространства нод, который приводит к расщеплению общей композиционной составляющей на термодинамическую и гидродинамическую части [85–88]. Этот метод базируется на принципе инвариантности решения термодинамической задачи в пространстве нод [87], что позволяет полностью разрешить все особенности решения при неизотермическом вытеснении. В то же время в представленных работах рассматривались задачи двухфазной фильтрации несжимаемого флюида, что накладывает серьезные ограничения на применимость метода для задач разработки пластов с тяжелыми нефтями.

Другая разновидность методов расщепления использует идею отделения конвективного переноса, направленного вдоль распространения потока, от переноса, обусловленного теплопроводностью и гравитацией, направление которого не совпадает с конвективным потоком. Этот подход отражен в методах линий тока [89–110], применение которых существенно повышает скорость расчетов по сравнению с конечно-объемными методами, причем без потери точности результатов.

Разработанные методы моделирования на основе линий тока можно разделить на две категории. В методах первого типа (методы трубок тока) [89–101] трубка тока определяется как поверхность, образованная соседними линиями тока. Такое представление трубок тока является наглядным, однако вычислительно затратным для трехмерных задач и потому не нашло широкого практического применения. В методах второго типа (методы линий тока) [89,94,102–110] с каждой построенной линией тока ассоциируется своя трубка тока, границы которой неизвестны. В работе [103] предложен подход, позволяющий по имеющемуся полю скоростей вдоль линии тока определить объем трубки, не используя информации об ее геометрических размерах. Благодаря этому подходу методы линий тока нашли широкое применение для решения задач фильтрации.

Одним из основных предположений метода линий тока является сохранение расхода вдоль трубки тока, которое выполняется только при моделировании изотермической фильтрации несжимаемых флюидов. В настоящее время разработаны методики, которые позволяют проводить расчеты многофазной фильтрации методом линий тока как в изотермической постановке [89,104–106], так и неизотермической [107,108]. Основная идея этих методов заключается в последовательном решении уравнения для давления на глобальной сетке с последующим определением фазовых насыщенностей и температуры вдоль трубок тока. Расщепление системы уравнений фильтрации (в неизотермическом случае) по физическим процессам производится следующим образом (рисунок 1):

1. Зная распределение неизвестных на предыдущем временном слое, интегрируется уравнение для давления в двумерной области с учетом сжимаемости флюидов и скелета (при этом температура и насыщенности зафиксированы)
2. Определив распределение давления, производится трассировка линий тока, после чего рассчитываются поля температуры и насыщенностей вдоль линий тока. Этот расчет может проводиться как совместно [108], так и последовательно [107].
3. Интерполяция полученных значений температуры и насыщенностей на двумерную сетку.

Использование такого подхода позволяет получить достоверные результаты в случае изотермической фильтрации несжимаемых флюидов, когда объем трубки тока не изменяется во времени. В случае фильтрации воды применяется дополнительная методика корректировки объема трубки тока [109], что позволяет получить приемлемые результаты. Однако в случае фильтрации с фазовыми переходами, которые возникают вследствие закачки пара, объем трубки тока изменяется значительно. Поэтому для учета изменения объема трубки тока система уравнений одномерной фильтрации решается совместно, т.е. определяется не только температура и насыщенности фаз, но и давление [108]. Во всех рассмотренных методах на первом этапе, при решении уравнения для давления, насыщенности фаз и температура считаются фиксированными. В работе [107] был также представлен алгоритм, в котором уравнения для давления и насыщенностей решаются совместно, на линиях тока рассчитывается только температура из баланса энергии (остальные переменные фиксированы). Использование такого подхода позволило улучшить достоверность результатов, но привело к замедлению расчетов.

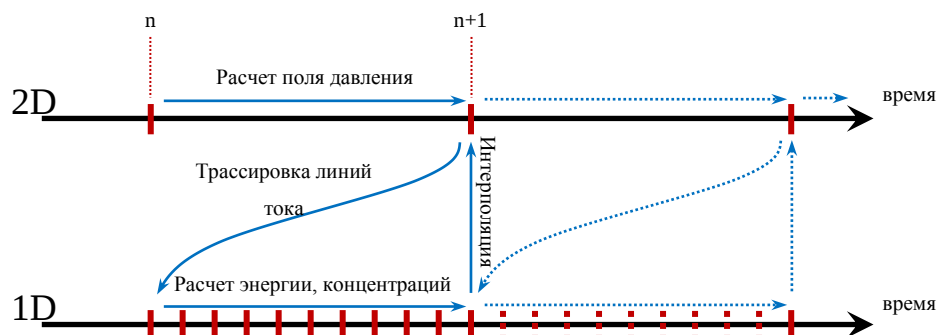


Рисунок 1 – Схема моделирования методом линий тока, предложенная в работах [104–106]

Во всех упомянутых работах фильтрация нефти (как и остальных фаз) подчинялась линейному закону Дарси. В случае закона фильтрации с предельным градиентом распределение давления и насыщенности сильно зависит от величины предельного градиента. Так, в случае однофазной фильтрации возмущение давления от скважины распространяется на конечное расстояние, равное $\Delta p/\gamma$, где Δp – разность забойного и начального пластового давлений [15]. В случае предельного градиента, зависящего от температуры, неучет изменения последней приведет к ошибочному распределению давления, и как следствие, к ошибочной геометрии линий тока и их взаимному расположению. Следовательно, для корректной трассировки линий тока необходимо полное решение уравнений фильтрации на глобальной сетке, в результате чего теряется необходимость в последующем решении уравнений вдоль линий тока.

Особенностью численного метода, предлагаемого в работе, является использование линий тока для решения полной системы уравнений фильтрации на следующих временных шагах, а не для определения температуры и насыщенностей на текущем временном слое при фиксированном давлении. Как было отмечено ранее, для моделирования многомерной фильтрации с предельным градиентом наиболее предпочтительно использовать метод сглаживания коэффициентов подвижности [36]. В частности, эта процедура эквивалентна сглаживанию закона фильтрации в окрестности предельного градиента, в результате чего фильтрация прекращается при градиентах давления, меньших

предельного значения. Чем больше степень сглаживания закона фильтрации, тем сильнее искажается физическая картина решения. С другой стороны, для обеспечения достаточно большого временного шага необходимо достаточно сильное сглаживание реологической кривой. Поэтому в настоящей работе также разработан алгоритм, позволяющий учесть в законе фильтрации кусочно-линейную реологию без ее существенного искажения.

Цели и задачи работы

Целями данной работы являются:

1. Разработка нового подхода к численному моделированию неізотермической многокомпонентной нелинейной фильтрации с использованием линий тока для физически более обоснованного описания движения вязкопластичной нефти при закачке теплоносителя;

2. Совершенствование метода сквозного счета со сглаживанием коэффициентов проводимости, чтобы обеспечить учет нелинейной фильтрации в сложных композиционных моделях, не замедляя скорость расчета и не искажая реологию нефти.

Задачи работы:

1. Разработка вспомогательных математических моделей для расчета многокомпонентной неізотермической фильтрации, как на глобальной двумерной сетке, так и на одномерной сетке с переменным размером ячеек;

2. Верификация вспомогательных математических моделей на примере задач с известными аналитическими решениями, а также расчетами на коммерческом программном обеспечении (ПО);

3. Разработка алгоритма ускорения расчетов нелинейной фильтрации с предельным градиентом на основе метода сквозного счета без значительного сглаживания реологической кривой нефти;

4. Разработка алгоритма моделирования неізотермической нелинейной фильтрации с помощью метода линий тока. Реализация вспомогательных алгоритмов для определения линий тока, интерполяции с глобальной сетки на

сетку из линий тока и обратно, учета теплопроводности, а также критерия перехода между расчетами на линиях тока и глобальной сетке;

5. Верификация предложенной системы алгоритмов путем сравнения с известными аналитическими решениями, а также с расчетами на стандартных моделях, не использующих метод линий тока;

6. Реализация разработанных численных методов в программном комплексе;

7. Исследование эффективности применения тепловых МУН при разработке месторождений тяжелых нефтей. Анализ информативности мониторинга нестационарной фильтрации в пласте с вязкопластичной нефтью на основе полученных результатов.

Предметом исследования являются нефти, проявляющие вязкопластические свойства и характеризующиеся отклонением фильтрации от закона Дарси.

Объектом исследования является математическая модель неізотермической многофазной фильтрации многокомпонентного флюида, учитывающая фазовые переходы и вязкопластичную реологию нефти.

Научная новизна

Разработан новый метод расчета нелинейной неізотермической фильтрации с использованием линий тока, отличающийся от стандартных учетом изменения температуры, насыщенности и, как следствие, реологии нефти в процессе решения уравнений, как на глобальной сетке, так и на линиях тока. Предложенный метод имеет следующие отличительные особенности:

1. Для описания движения нефтяной фазы использована не только модель Дарси, но и произвольные законы фильтрации вязкопластичных нефтей. Впервые, моделирование фильтрации вдоль линий тока производилось с учетом неньютоновской реологии.

2. Для корректного моделирования кусочно-линейной реологии нефти, возникающей при описании фильтрации вязкопластичных нефтей, а также

фильтрации в низкопроницаемых коллекторах, предложен новый метод учета нелинейных коэффициентов в уравнении для давления, отличающийся от стандартных методов сквозного счета наименьшим искажением реологической кривой для обеспечения высокой скорости счета.

3. На основе существующих подходов к моделированию методом линий тока разработан новый вычислительный алгоритм, позволивший ускорить расчеты фильтрации, особенность которого состоит в последовательном определении всех неизвестных на глобальной сетке в течение времени установления и последующем решении задачи на сетке, ассоциированной с линиями тока.

4. Для предложенного подхода разработан метод учета теплопроводности в расчетах на линиях тока, основанный на расщеплении по физическим процессам.

Теоретическая и практическая значимость работы

Для обеспечения приемлемого времени расчета при сохранении достоверности получаемых результатов требуется использование больших вычислительных мощностей. Уменьшение вычислительной сложности задач многокомпонентной неизотермической фильтрации представляет особый интерес ввиду активного применения тепловых МУН.

Разработанный *метод линий тока* позволил уменьшить вычислительную сложность задач, допускает эффективное распараллеливание, в результате чего становится возможным проводить качественные расчеты элементов разработки с использованием тепловых МУН на типовых рабочих станциях за приемлемое время. Результаты, полученные с использованием нового метода, обладают большей физической достоверностью по сравнению с результатами расчетов стандартными методами и поэтому востребованы при выборе оптимальной системы разработки и типа воздействия на пласт.

Предложенный *метод учета нелинейности фильтрации* позволил сократить время расчетов гидродинамических моделей. Результаты расчетов

эффективности вытеснения вязкопластичной нефти продемонстрировали изменение оптимального расположения скважины в сторону уплотнения. Также была обоснована необходимость наличия проводящего канала при закачке теплоносителя в пласт с бингамовской нефтью. Таким образом, учет нелинейности фильтрации тяжелой нефти необходим для выбора оптимальной стратегии освоения таких пластов.

Полученные результаты позволяют повысить эффективность современной нефтедобычи в регионах с трудноизвлекаемыми запасами, для которых рассмотренные новые физические явления являются характерными, и как следствие, для таких месторождений должны быть усложнены гидродинамические модели и методы расчета задач фильтрации. Еще одной областью применения практических результатов является усовершенствование технологии проведения гидродинамических исследований и методики интерпретации полученных результатов для низкопроницаемых пластов и высоковязких нефтей.

Методология и методы исследования

Для решения поставленных задач использовалась методология математического и численного моделирования. Представленные математические модели были выведены с использованием методов механики сплошных сред, подземной гидромеханики и термодинамики. В основе математической модели положены уравнения баланса массы компонентов и энергии, дополненные условием совместности объема фаз, уравнением состояния компонентов, а также замыкающими соотношениями, характеризующими зависимость физических свойств компонентов от давления и температуры. Реализованный численный метод основывается на идеях конечно-объемных методов, методов расщепления по физическим процессам, интерполяции, прямых и итерационных методов решения систем нелинейных алгебраических уравнений, методов условной оптимизации.

Положения, выносимые на защиту

1. Разработан новый подход с использованием линий тока, позволяющий корректно моделировать неизотермическое течение многокомпонентной смеси при условии нелинейности фильтрации. Предложен метод учета теплопроводности для представленного подхода, а также критерии перехода расчетов с глобальной сетки на сетку из линий тока и обратно. Применение представленного подхода позволяет учесть зависимость реологии нефти от температуры на всех этапах моделирования, в результате чего корректнее определяется геометрия линий тока и, тем самым, решение на линиях тока.

2. Разработан алгоритм для численного решения системы уравнений предложенной модели, основу которого составляет метод IMPES. Предложен новый метод учета негладких коэффициентов, возникающих в уравнении пьезопроводности при моделировании кусочно-линейного закона фильтрации. Применение метода позволяет проводить расчеты нелинейной фильтрации с незначительным уменьшением временного шага, при этом не требует существенного сглаживания реологической кривой в окрестности предельного градиента.

3. Разработанные численные алгоритмы были реализованы в программном комплексе. Структура программы позволяет легко добавлять новые скважины различного типа (нагнетательные, добывающие, нагревательные), а также различные законы фильтрации. Полученные результаты хорошо согласуются с известными аналитическими и численными решениями.

4. Проведенные расчеты эффективности закачки теплоносителя в пласт с бингамовской нефтью, показали необходимость наличия проводящего канала (например, подвижной воды) для эффективного вытеснения. В противном случае фронт давления распространяется на конечную величину, определяемую депрессией и предельным градиентом давления.

5. Стандартные методики интерпретации ГДИС для пластов с вязкопластичной нефтью не позволяют корректно определить проницаемость

пласта, скин-фактор, а также полудлину трещины гидроразрыва. В случае фильтрации с предельным градиентом радиальный режим течения скрыт режимом истощения, что является следствием ограниченности воронки депрессии для рассматриваемого закона фильтрации. Поэтому для корректной интерпретации данных долговременного мониторинга нестационарной фильтрации вязкопластичной нефти необходимо привлекать данные численного моделирования (метод типовых кривых) либо разрабатывать новые подходы, в основе которых лежат аналитические решения задачи о пуске (остановке) скважины в пласте с неньютоновской нефтью (метод линейной анаморфозы).

Соответствие паспорту специальности

Работа содержит все необходимые компоненты специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ:

1. Математическое моделирование. Разработана математическая модель неизотермической многофазной фильтрации многокомпонентного флюида, учитывающая фазовые переходы и вязкопластичную реологию нефти. Модель учитывает процессы, связанные с теплопроводностью, неоднородность пористости и проницаемости, теплопотери через кровлю и подошву пласта. Реализован метод линий тока с расщеплением по физическим процессам, позволяющий корректно рассчитывать эффективность тепловых МУН при нелинейной фильтрации.

2. Численные методы. Разработан численный метод решения системы уравнений многокомпонентной неизотермической фильтрации с фазовыми переходами и неньютоновской реологией нефти. Для моделирования негладких коэффициентов в уравнении пьезопроводности применен новый подход, позволяющий интегрировать исходную систему уравнений с достаточно большим временным шагом и не искажающий структуру решения.

3. Комплексы программ. Разработанные модели и численные методы были реализованы в программном комплексе, написанном на языке FORTRAN 95. Ввод начальных данных осуществляется через текстовый файл, в котором также

предусмотрена возможность расстановки датчиков для измерения основных переменных, а также профиля решения вдоль различных отрезков. Структура текстового файла позволяет легко добавлять новые скважины различного типа (нагнетательные, добывающие, нагревательные), а также различные законы фильтрации. Проведена верификация программного комплекса, а полученные результаты моделирования позволили исследовать эффективность применения тепловых МУН при разработке пластов с вязкопластичной нефтью.

Степень достоверности и апробация результатов работы

Использование корректного математического аппарата, сравнение полученных результатов с известными аналитическими решениями, а также решениями, полученными в коммерческих симуляторах, обуславливают высокую степень достоверности результатов диссертационной работы.

Результаты работы были доложены, обсуждены и получили положительные отзывы на следующих научных конференциях:

1. VI Международный научный симпозиум «Теория и практика применения методов увеличения нефтеотдачи пластов», доклад «Оперативные средства оценки тепловых МУН» (ВНИИнефть, Москва, 2017).

2. Техническая конференция SPE «Третичные методы увеличения нефтеотдачи пластов», доклад «Новые инженерные инструменты для оперативной оценки эффективности тепловых методов увеличения нефтеотдачи» (SPE, Москва, 2018).

3. Международная конференция «50 лет развития сеточно-характеристического метода», доклад Numerical simulation of steam injection in heavy oil reservoir (МФТИ, Долгопрудный, 2018).

4. 8-ая международная геолого-геофизическая конференция и выставка «Санкт-Петербург 2018. Инновации в геонауках – время открытий», доклад «Streamtubes Method for Nonlinear Filtration Problems Acceleration» (EAGE, Санкт-Петербург, 2018).

5. XI научно-практическая конференция «Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений», доклад «Разработка отечественного программного обеспечения для моделирования фильтрации высоковязких нефтей» (Нефтяное хозяйство, Уфа, 2018).

Кроме того, результаты диссертации были опубликованы в шести работах:

1. *Невмержицкий, Я.В.* Об особенностях гидродинамических исследований скважин в низкопроницаемых коллекторах / Я.В. Невмержицкий // Труды МФТИ. - 2017. - Т. 9, №2. - С.46-56.

2. *Невмержицкий, Я.В.* Исследование эффективности теплового воздействия на пласт с вязкопластичной нефтью / Я.В. Невмержицкий, В.Ю. Семака, А.В. Конюхов, И.Н. Завьялов, Н.А. Завьялова, С.С. Негодяев // Экспозиция Нефть Газ. - 2018. - Т. 2, №62. - С.39-41.

3. *Nevmerzhitskiy, Y.* Streamtubes Method for Nonlinear Filtration Problems Acceleration / Y. Nevmerzhitskiy, V. Semaka, A. Konyukhov, N. Zavyalova, I. Zavyalov, S. Negodyaev // Paper 44527 presented at the EAGE Saint Petersburg 2018. State-of-Art Software and Hardware for Oil and Gas Field Modeling. - April 2018.

4. *Nevmerzhitskiy, Y.V.* Development of Models for Filtration Simulation in Nonlinear Media / Y.V. Nevmerzhitskiy // Paper SPE 194047 presented at the 2018 SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Dallas, TX. - September 2018.

5. *Невмержицкий, Я.В.* Применение метода линий тока для ускорения расчетов неізотермической нелинейной фильтрации / Я.В. Невмержицкий // Компьютерные исследования и моделирование. - 2018. - Т. 10, №5. - С.709-728.

которые входят в перечень ВАК РФ. Кроме того, последние 3 работы индексируются в базе данных Scopus.

6. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2018616024 от 21.05.2018 г. ТеплоМУН. Невмержицкий Я. В. [и др.] ; заявитель и патентообладатель акционерное общество «Зарубежнефть».

Личный вклад автора

Решение всех задач, поставленных в диссертационной работе, выполнено автором лично. Все результаты, отраженные в выносимых на защиту положениях, были получены автором самостоятельно. С научным руководителем Конюховым Андреем Викторовичем была постановлена задача, проанализирована решаемая система уравнений и обсуждены полученные результаты моделирования.

Благодарности

Автор выражает благодарности всем сотрудникам лаборатории моделирования математических систем и процессов МФТИ за обсуждение материалов диссертации. Отдельную благодарность автор выражает Н. А. Завьяловой и М. И. Кременецкому за обоснованную критику и обсуждение всех результатов диссертации, а также А. В. Конюхову за научное руководство и помощь в определении направления исследований.

ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

1.1. Введение

Данная глава посвящена описанию используемой в диссертации математической модели фильтрации. При формулировке математической модели были приняты следующие допущения:

1. Рассматривается задача двумерной фильтрации воды, нефти и газа в плоском пласте. Влиянием силы тяжести пренебрегается.

2. Фильтрация воды и газа осуществляется по закону Дарси. Нефтяная фаза движется по закону фильтрации с предельным градиентом, что справедливо для тяжелых нефтей.

3. Водная фаза представлена только водным компонентом, нефтяная фаза представлена двумя псевдокомпонентами: легкой и тяжелой фракциями (таблица 1.1). Оба нефтяных компонента, как и водный компонент, могут переходить в газовую фазу.

4. Жидкости слабосжимаемы, скелет слабдеформируем.

5. Предполагается, что локальное термодинамическое равновесие успевает установиться в течение временного шага, что означает равенство температур всех фаз.

6. Капиллярное давление равно нулю. Данное предположение справедливо в случае фильтрации высоковязких нефтей в высокопроницаемом пласте.

7. Выполнена гипотеза квазиравновесности фазовых переходов.

8. Пласт предполагается замкнутым, в то же время учтены теплотери через кровлю и подошву пласта.

Список принятых обозначений и их единиц измерения приведен в Приложении А.

Таблица 1.1 – Фазовый и компонентный состав флюидов в предложенной математической модели

Компонент \ Фаза	Вода	Нефть	Газ
H ₂ O	✓		✓
Легкие фракции		✓	✓
Тяжелые фракции		✓	✓

1.2. Описание фазового и компонентного состава

Прежде чем перейти к формулировке используемой математической модели, определим понятия фазовых насыщенностей, молярных концентраций и компонентного состава фаз.

Насыщенность S_j фазы j определяется как ее объемная доля в поровом пространстве, т.е.

$$S_j = \frac{V_j}{V_p}, \quad \sum_{j=1}^{N_p} S_j = 1, \quad (1.1)$$

где V_j – объем, занимаемый фазой j , V_p – объем порового пространства, занятого всеми подвижными фазами, N_p – количество фаз.

Пусть N_i – молярная концентрация (количество вещества в единице объема) компонента i (вода, легкие и тяжелые фракции нефти), N_j – молярная концентрация фазы j (вода, нефть, газ), N_{ij} – молярная концентрация компонента i в фазе j , N_f – полное число молей всех компонентов в единице объема. Для представленных концентраций справедливы следующие обозначения:

$$N_f = \sum_{i=1}^{N_c} N_i = \sum_{j=1}^{N_p} N_j = \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{i=1}^{N_c} N_{ij}, \quad (1.2)$$

где N_c – количество компонентов. Используя введенные молярные концентрации можно определить мольную долю L_j фазы j и молярную долю n_i компонента i :

$$n_i = \frac{N_i}{N_f}, \quad L_j = \frac{N_j}{N_f}, \quad (1.3)$$

а также мольную долю c_{ij} компонента i в фазе j :

$$c_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_j}. \quad (1.4)$$

В результате соотношение для материального баланса i -го компонента имеет вид:

$$\sum_{j=1}^{N_p} L_j c_{ij} = n_i. \quad (1.5)$$

1.3. Уравнения баланса

Основу математической модели неизотермической фильтрации флюида, состоящего из N_c компонентов, составляют законы сохранения массы компонентов

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} - \nabla \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} \nabla p = q_i, \quad (1.6)$$

а также закон сохранения энергии:

$$\frac{\partial e}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} h_{ij} \nabla p + \bar{\lambda} \nabla T \right) = q_e. \quad (1.7)$$

Здесь N_i – мольная концентрация i -го компонента, q_i – его мольный расход на единицу объема, k_{res} – абсолютная проницаемость пласта, k_{rj} , ρ_j , μ_j – соответственно относительная фазовая проницаемость (ОФП), плотность и вязкость фазы j (водная, нефтяная или газовая фаза), p – давление, α_j – коэффициент, характеризующий отклонение фильтрации от закона Дарси, e – плотность внутренней энергии, q_e – объемная плотность источников тепла

(энергии), h_{ij} – молярная энтальпия компонента i в фазе j , T – температура, $\bar{\lambda}$ – осредненный коэффициент теплопроводности смеси. Суммирование производится по фазам, в которых может присутствовать компонент i , N_p – количество фаз

При написании соотношений (1.6–1.7) использовалась связь скорости фильтрации v_j и градиента давления:

$$v_j = -\alpha_j \frac{k_{res} k_{rj}}{\mu_j} \nabla p. \quad (1.8)$$

Коэффициент α_j характеризует отклонение фильтрации нефтяной фазы от линейного закона:

$$\alpha_{oil} = \begin{cases} 1 - \frac{\gamma}{|\nabla p|}, & |\nabla p| \geq \gamma \\ 0, & |\nabla p| < \gamma. \end{cases} \quad (1.9)$$

При градиентах давления, больших предельного (γ), фильтрация происходит по линейному закону Дарси, а при меньших градиентах давления, движение нефти прекращается. Для остальных фаз данный коэффициент равен 1. Как было отмечено ранее, с ростом температуры улучшаются реологические характеристики нефти. Так, в работе [5] проведены экспериментальные исследования зависимости предельного градиента давления от температуры для тяжелых нефтей. На рисунке 1.1 приведен характерный вид полученной зависимости. Из представленного графика видно, что при температурах, близких к 90 °С, предельный градиент равен нулю, при больших температурах нефть движется по закону Дарси. Поэтому при проведении расчетов эффективности вытеснения используется аналогичная зависимость, в которой значения предельных градиентов линейно масштабируются так, чтобы полученное значение предельного градиента при минимальной температуре соответствовало задаваемому значению.

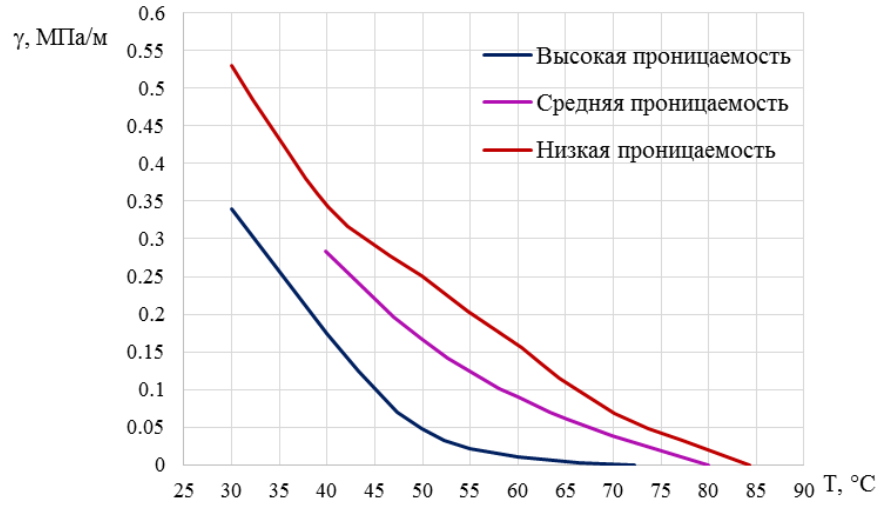


Рисунок 1.1 – Экспериментальная зависимость предельного градиента давления от температуры, полученная в [5]

При выводе уравнения для давления используется условие совместности объемов фаз

$$S_{\Sigma} \equiv \sum_{j=1}^{N_p} S_j = \sum_{j=1}^{N_p} \frac{V_j}{V_p} = 1. \quad (1.10)$$

Варьируя невязку, получаем:

$$\delta(1 - S_{\Sigma}) = \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \delta t + \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial t} \delta t + \sum_{i=1}^{N_c} \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \frac{\partial N_i}{\partial t} \delta t = 0. \quad (1.11)$$

Подставляя в (1.11) уравнения из (1.6) и (1.7), получаем уравнение для давления:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \nabla \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} h_{ij} \nabla p + \bar{\lambda} \nabla T \right) + \\ & + \sum_{i=1}^{N_c} \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \nabla \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} \nabla p \right) + \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} q_e + \sum_{i=1}^{N_c} \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} q_i \right) = 0. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Частные производные $\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i}$, $\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial p}$, $\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e}$ характеризуют зависимость объема порового пространства, занятого флюидами, от мольных концентраций компонентов, давления и энергии, соответственно.

1.4. Замыкающие соотношения

Уравнения баланса количества вещества компонентов, энергии, а также уравнение для давления, которое получается из условия совместности объемов фаз, формируют полную систему уравнений фильтрации (всего $N_c + 2$ уравнения). Незвестным в рассматриваемой математической модели являются молярные концентрации компонентов, давление и энергия (всего $N_c + 2$ неизвестных). В дальнейшем этим переменные мы будем называть основными. С их помощью можно определить остальные неизвестные в уравнениях фильтрации (фазовые насыщенности, температура и пр.), которые называют вспомогательными переменными. Для определения величин, входящих в систему уравнений фильтрации, использованы замыкающие соотношения, описанию которых посвящен данный раздел.

1.4.1. Фазовое равновесие

Одними из величин, входящих в систему уравнений фильтрации (1.6, 1.7, 1.12), являются коэффициенты c_{ij} , которые характеризуют мольную долю компонента i в фазе j . Для их определения по заданным значениям давления, температуры и молярным концентрациям компонентов выполняется расчет фазового равновесия.

Пусть L_j – мольная доля фазы j в поровом пространстве, n_i – молярные доли компонентов (1 – водный компонент, 2 – легкая нефть, 3 – тяжелая нефть). Тогда материальный баланс компонентов определяется следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}
L_{water}c_{1,water} + L_{gas}c_{1,gas} &= n_1 \\
L_{oil}c_{2,oil} + L_{gas}c_{2,gas} &= n_2 \\
L_{oil}c_{3,oil} + L_{gas}c_{3,gas} &= n_3.
\end{aligned}
\tag{1.13}$$

В работе условия фазового равновесия описаны в терминах констант фазового равновесия (коэффициентов распределения):

$$\begin{aligned}
K_1 &= c_{1,gas} / c_{1,water} \\
K_2 &= c_{2,gas} / c_{2,oil} \\
K_3 &= c_{3,gas} / c_{3,oil}.
\end{aligned}
\tag{1.14}$$

Из распределения компонентов по фазам (таблица 1.1) и условия совместности мольных долей фаз видно, что

$$c_{1,water} = 1, \quad \sum_{i=2,3} c_{i,oil} = 1, \quad \sum_{i=1}^{N_c} c_{i,gas} = 1, \quad \sum_{j=1}^{N_p} L_j = 1. \tag{1.15}$$

В работе принято, что константы фазового равновесия являются функциями давления и температуры и не зависят от фазового состава. Для вычисления констант фазового равновесия использована корреляция Вильсона [111]:

$$K_i = \frac{p_{crit,i}}{p} \exp \left(5.372697(1 + \omega_i) \left(1 - \frac{T_{crit,i}}{T} \right) \right), \tag{1.16}$$

где p_{crit} , T_{crit} – критические давление и температура компонента, ω – ацентрический фактор. Критические параметры и ацентрический фактор задаются для всех компонент.

В расчете фазового равновесия неизвестными величинами являются мольные доли компонентов в фазах c_{ij} , а также мольные доли фаз L_j (9 неизвестных). Система (1.13–1.15) состоит из 10 уравнений. Учитывая, что $\sum_{i=1}^{N_c} n_i = 1$, одно из уравнений (1.15) можно исключить из системы. Как результат, представленная математическая модель допускает корректный расчет фазового равновесия.

1.4.2. Свойства фаз

Помимо коэффициентов c_{ij} в систему уравнений фильтрации (1.6, 1.7, 1.12) входят свойства фаз, такие как плотность, вязкость, молярная энтальпия, коэффициент теплопроводности. Они определяются не только компонентным составом, но и свойствами каждого компонента. Полный перечень свойств компонентов, используемых в работе, представлен в Приложении Б. Описанию соотношений для расчета свойств фаз по рассчитанным свойствам компонентов посвящен данный раздел.

Ввиду того, что водная фаза представлена только водным компонентом, расчет свойств водной фазы не представляет затруднений. Плотность нефтяной фазы вычисляется по формуле:

$$\rho_{oil} = \left(\sum_{i=1}^{N_c} \frac{c_{i,oil}}{\rho_{i,oil}} \right)^{-1}. \quad (1.17)$$

Аналогичным образом вычисляется плотность газовой фазы:

$$\rho_{gas} = \left(\sum_{i=1}^{N_c} \frac{c_{i,gas}}{\rho_{i,gas}} \right)^{-1}. \quad (1.18)$$

Использование формул (1.17, 1.18) для вычисления плотности фаз соответствует гипотезе идеального смешения. Однако в случае близости температуры к критическому значению для корректного расчета плотности газовой фазы необходимо использовать уравнение состояния. Поэтому в рамках представленной работы моделирование вариантов разработки проводилось для температур достаточно далеких от критического значения. С другой стороны, вычисление плотности газовой фазы с помощью уравнения состояния никак не ограничит применимость численных методов решения задачи, представленных в следующей главе.

Молярная энтальпия фаз вычисляется также из предположения идеальности смешения:

$$h_j = \sum_{i=1}^{N_c} c_{ij} h_{ij}, \quad (1.19)$$

где h_j – молярная энтальпия фазы j . Аналогично вычисляется теплопроводность фазы j (λ_j):

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^{N_c} c_{ij} \lambda_{ij}. \quad (1.20)$$

В работе полагается, что теплопроводности λ_{ij} компонента i в фазе j не зависят от давления и температуры и задаются пользователем перед началом расчета. Теплопроводность смеси вычисляется как средневзвешенное значение по объему в поровом пространстве:

$$\bar{\lambda} = (1 - \varphi) \lambda_{skel} + \sum_{i=1}^{N_p} S_j \lambda_j, \quad (1.21)$$

где теплопроводность скелета λ_{skel} также принимается постоянной.

Для вычисления вязкости нефти применяется правило логарифмического смешения:

$$\ln \mu_{oil} = \sum_{i=1}^{N_c} c_{i,oil} \ln \mu_{i,oil}. \quad (1.22)$$

Вязкость газовой фазы вычисляется по широко используемой в программном обеспечении корреляции [6,53]:

$$\mu_{gas} = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} c_{i,gas} \mu_{i,gas} \sqrt{M_{r,i}}}{\sum_{i=1}^{N_c} c_{i,gas} \sqrt{M_{r,i}}}, \quad (1.23)$$

где $M_{r,i}$ – молекулярная масса компонента i .

Помимо физических свойств флюидов в уравнения фильтрации также входит относительная фазовая проницаемость k_{rj} , характеризующая способность фаз к совместной фильтрации. В настоящее время существует несколько способов задания кривых ОФП в модель месторождения, среди которых, модель Кори, Стоуна и др. В работе используется модель Кори для задания ОФП:

$$K_{ro} = K_{ro,\max} \left(\frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{or} - S_{wc} - S_{gc}} \right)^{n_{ro}}, \quad (1.24)$$

$$K_{rw} = K_{rw,\max} \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{or} - S_{wc} - S_{gc}} \right)^{n_{rw}}, \quad (1.25)$$

$$K_{rg} = K_{rg,\max} \left(\frac{S_g - S_{gc}}{1 - S_{or} - S_{wc} - S_{gc}} \right)^{n_{rg}}. \quad (1.26)$$

Здесь K_{ro} , K_{rw} , K_{rg} – ОФП соответственно нефтяной, водной и газовой фаз, $K_{ro,\max}$ – ОФП нефти при максимальной нефтенасыщенности, $K_{rw,\max}$ – ОФП воды при максимальной водонасыщенности, $K_{rg,\max}$ – ОФП газа при максимальной газонасыщенности, S_{or} – остаточная нефтенасыщенность, S_{wc} – критическая водонасыщенность, S_{gc} – критическая газонасыщенность. Приведенные коэффициенты являются линейными функциями температуры, в которых константы определяются экспериментально. Показатели степени n_{ro} , n_{rw} , n_{rg} также определяются по результатам экспериментальных работ.

1.4.3. Теплотери через кровлю и подошву пласта

При моделировании фильтрации с учетом теплотери через кровлю и подошву пласта рассматривается следующее уравнение:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (1.27)$$

где κ – коэффициент температуропроводности горной породы. Предполагается, что ось z направлена вертикально, нулевое значение координаты соответствует положению на границе пласта.

Моделирование теплотери через границу пласта предусматривает нахождение распределения температуры вдоль слоев, располагающихся выше кровли пласта и ниже его подошвы. Поэтому рассматриваемая задача решается

отдельно для кровли и подошвы. В процессе определения распределения температуры используются следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} T - T_0 &= \theta, \quad \text{при } z = 0 \\ T - T_0 &= 0, \quad \text{при } z \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (1.28)$$

где T_0 – начальная температура в кровле (подошве) пласта.

Скорость теплотерь на единицу площади вычисляется по формуле:

$$Q_{hl} = -\lambda_{bound} \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0}, \quad (1.29)$$

где λ_{bound} – теплопроводность кровли (подошвы) пласта. Рассчитанное из соотношения (1.29) значение используется как источниковое слагаемое при учете теплопроводности во время численного решения системы уравнений фильтрации.

1.4.4. Скважины

В уравнения фильтрации (1.6, 1.7), а также в уравнение для давления (1.12) входят источники q_i и q_e , которые характеризуют скорость притока/извлечения количества вещества компонентов и энергии. В рамках представленной работы помимо потерь тепла через кровлю и подошву пласта в качестве источников/стоков служат вертикальные скважины, которые можно разделить на три типа:

1. **Добывающие скважины.** Используются как источниковые члены в уравнениях баланса массы компонентов и энергии. Контроль скважины осуществляется по постоянному забойному давлению. Для каждой скважины рассчитывается массовый дебит компонентов, а также поток энергии в пластовых условиях.

2. **Нагнетательные скважины.** Используются как источниковые члены в уравнениях баланса массы компонентов и энергии. Контроль скважины осуществляется как по постоянному забойному давлению, так и по расходу в

пластовых условиях закачиваемой фазы. Также возможно задание максимального забойного давления, по достижению которого контроль переводится с постоянного забойного давления на постоянный расход. Допускается закачка как чистой воды или пара, так и пароводяной смеси с заданной мольной долей пара в закачиваемом потоке (сухость пара). Для каждой скважины рассчитывается массовый дебит компонентов, а также поток энергии в пластовых условиях.

3. Скважинные нагреватели. Используются как источниковые члены в уравнениях баланса энергии. Контроль скважины осуществляется как по постоянной температуре, так и по постоянной мощности нагревателя. Допускается переключение контроля во время работы нагревателя. Также скважинный нагреватель может быть применен для добывающей скважины.

В основе математической модели притока к добывающей (нагнетательной) скважине лежит подход Писмана [112], описывающий плоскорадиальный стационарный одномерный поток к скважине внутри расчетной ячейки. Предполагается, что каждая скважина вскрывает один блок расчетной сетки, а тензор проницаемости имеет диагональный вид. В рамках модели Писмана объемный дебит фазы j в скважине может быть вычислен по формуле:

$$Q_j = \theta_{well} \frac{\alpha_j k_{rj} \sqrt{k_x k_y} \Delta z}{\mu_j} \frac{p_w - p_e}{\ln \frac{r_e}{r_w}}. \quad (1.30)$$

Здесь r_w – радиус скважины, Δz – толщина пласта, θ_{well} – коэффициент, характеризующий положение ячейки со скважиной в расчетной области (2π – для ячейки, расположенной внутри расчетной области, π – на границе расчетной области, $\pi/2$ – в угле расчетной области), p_e – давление на эквивалентном радиусе r_e . Эквивалентный радиус скважины определяется следующим образом:

$$r_e = \frac{2 f_{geo}}{\sqrt{\pi \theta_{well}}} \frac{\sqrt{k_x \Delta y^2 + k_y \Delta x^2}}{\sqrt{k_x} + \sqrt{k_y}}, \quad (1.31)$$

где Δx , Δy – размеры сеточного блока, коэффициент f_{geo} характеризует расположение сеточного блока, содержащего скважину, относительно расчетной области. Так, в случае расположения в угле расчетной области данный

коэффициент равен 0.432, на границе – 0.363, внутри области – 0.249 [6]. В предположении стационарности потока вблизи скважины использование подхода Писмана позволяет получить достоверные результаты и потому нашло широкое применение.

1.4.5. Начальные и граничные условия

Для задания начальных условий используются распределения давления, температуры и мольных долей компонентов. Из этих данных после расчета фазового равновесия можно получить распределение начальных мольных концентраций, фазовых насыщенностей и плотностей внутренних энергий.

В процессе моделирования пласт предполагается замкнутым, поэтому при решении исходной двумерной задачи на границах расчетной области заданы условия непротекания всех фаз, а также нулевой поток энергии. В случае моделирования утечек тепла через кровлю и подошву пласта условие нулевого потока энергии на границе не используется. Вместо него используется условие постоянной температуры на бесконечном удалении от границы пласта.

1.5. Выводы к главе 1

1. Предложена математическая модель фильтрации вязкопластичной нефти при использовании тепловых МУН. Для представленной модели сформулированы условия ее применимости, а также начальные и граничные условия.

2. Согласно экспериментальным данным [5] предельный градиент давления зависит от температуры, причем при температурах, близких к 90 °С, он достигает нулевого значения.

3. Для моделирования работы скважины при нелинейной фильтрации может быть предложен подход Писмана [112].

ГЛАВА 2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Данная глава посвящена описанию численного метода, применяемого для решения задачи фильтрации, а также подхода с использованием линий тока.

2.1. Расчетная сетка

Для построения линий тока и последующего решения системы уравнений (1.6, 1.7, 1.12) необходимо определить распределение неизвестных на исходной двумерной сетке. Рассматривается прямоугольный пласт размером $X_0 \times Y_0$, толщина которого Δz постоянна. Введена равномерная двумерная сетка с $N_X \times N_Y$ ячейками, размер которых равен $\Delta x = X_0/N_X$, $\Delta y = Y_0/N_Y$. Для удобства аппроксимации граничных условий снаружи расчетной области добавлен ряд фиктивных ячеек. Поэтому в расчете используется $(N_X + 2) \times (N_Y + 2)$ ячеек. Координаты границ ячеек вдоль оси OX $x_{l+1/2}$, $l=1, \dots, N_X + 1$ определяются во время генерации сетки, координаты же центров ячеек определяются из соотношения $x_l = (x_{l-1/2} + x_{l+1/2})/2$, где $l=2, \dots, N_X + 1$ (аналогичным образом для направления OY). Размеры фиктивных ячеек совпадают с размерами внутренних. Расположение ячеек и их центров в расчетной области, а также их обозначение представлено на рисунке 2.1. Пунктирными линиями показаны фиктивные ячейки, точки соответствуют центрам ячеек. Большинство величин (основные и вспомогательные переменные) определяются в центре ячеек, исключение составляют межблочные проводимости, расчет которых производится на границах ячеек.

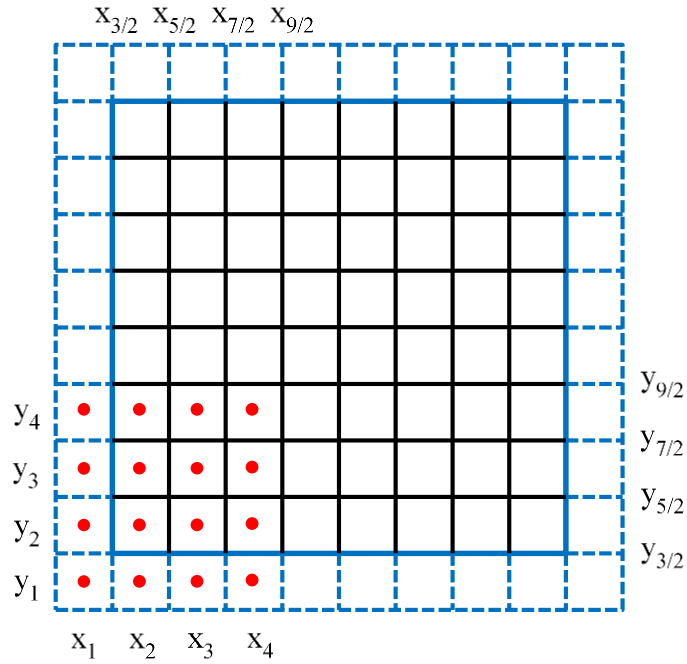


Рисунок 2.1 – Расположение и обозначение центров ячеек и их границ в расчетной области

В следующих разделах будут приведены аппроксимационные соотношения для системы (1.6, 1.7, 1.12) на глобальной сетке. Решение этой же системы проводится на сетке, ассоциированной с линиями тока, которая может быть и неравномерной. Поэтому при дискретизации без нарушения общности будет рассматриваться неравномерная сетка, характерный блок которой приведен на рисунке 2.2. Здесь $\Delta x_{l-1/2}$ – расстояние между узлами x_{l-1} и x_l , $\Delta y_{m+1/2}$ – расстояние между узлами y_m и y_{m+1} , блок с индексами l, m имеет размеры $\Delta x_l, \Delta y_m, \Delta z$.

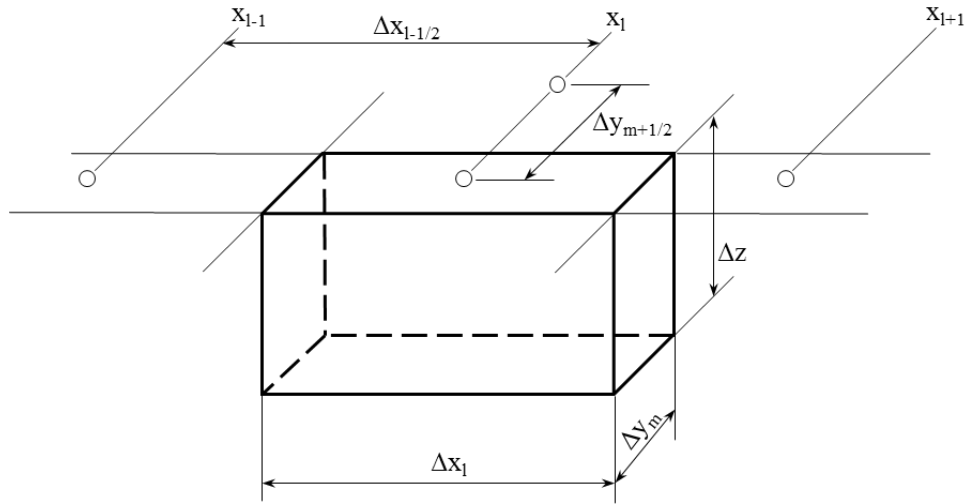


Рисунок 2.2 – Характерный блок неравномерной прямоугольной сетки, используемой в моделировании

2.2 Метод IMPES для решения уравнений фильтрации

Численное решение уравнений фильтрации (1.6, 1.7, 1.12) на двумерной сетке осуществляется методом IMPES (неявный по давлению, явный по концентрациям компонентов), идея которого заключается в том, что при аппроксимации уравнения (1.12) давление учитывается неявно на $n+1$ временном слое, а остальные переменные учитываются явно на n -ом слое.

Систему уравнений, получающуюся в случае метода IMPES, можно записать в терминах вектора невязки $\vec{R}_{l,m}$:

$$\vec{R}_{l,m} = \begin{pmatrix} S_{\Sigma}(\vec{U}_{l,m}^{n+1}) - 1 \\ e_{l,m}^{n+1} - e_{l,m}^n + \tau \cdot \psi_1(p_{l,m}^{n+1}, p_{l\pm 1,m}^{n+1}, p_{l,m\pm 1}^{n+1}, \vec{W}_{l,m}^n, \vec{W}_{l\pm 1,m}^n, \vec{W}_{l,m\pm 1}^n) \\ N_{i,l,m}^{n+1} - N_{i,l,m}^n + \tau \cdot \psi_{2i}(p_{l,m}^{n+1}, p_{l\pm 1,m}^{n+1}, p_{l,m\pm 1}^{n+1}, \vec{W}_{l,m}^n, \vec{W}_{l\pm 1,m}^n, \vec{W}_{l,m\pm 1}^n) \end{pmatrix} = 0. \quad (2.1)$$

Здесь вектор основных переменных обозначен за $\vec{U} = (p, e, N_i)^T$, а $\vec{W} = (e, N_i)^T$, в качестве функций ψ_1 и ψ_{2i} – аппроксимации пространственной и источниковой части уравнений (1.6) и (1.7):

$$\begin{aligned} \psi_1 = & TEX_{l+1/2,m} (p_{l+1,m}^{n+1} - p_{l,m}^{n+1}) - TEX_{l-1/2,m} (p_{l,m}^{n+1} - p_{l-1,m}^{n+1}) + \\ & + TEY_{l,m+1/2} (p_{l,m+1}^{n+1} - p_{l,m}^{n+1}) - TEY_{l,m-1/2} (p_{l,m}^{n+1} - p_{l,m-1}^{n+1}), \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \psi_{2,i} = & TX_{i,l+1/2,m} (p_{l+1,m}^{n+1} - p_{l,m}^{n+1}) - TX_{i,l-1/2,m} (p_{l,m}^{n+1} - p_{l-1,m}^{n+1}) + \\ & + TY_{i,l,m+1/2} (p_{l,m+1}^{n+1} - p_{l,m}^{n+1}) - TY_{i,l,m-1/2} (p_{l,m}^{n+1} - p_{l,m-1}^{n+1}), \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $TX_{i,l\pm 1/2,m}$, $TY_{i,l,m\pm 1/2}$ – коэффициенты межблочной проводимости, которые характеризуют поток массы компонента i в направлении x и y соответственно, $TEX_{l\pm 1/2,m}$, $TEY_{l,m\pm 1/2}$ – коэффициенты межблочной проводимости для потока энергии. Первое уравнение системы (2.1) выражает условие совместности объемов фаз, с помощью которого получено уравнение для давления (1.12). Выражения для определения коэффициентов межблочной проводимости приведены в Приложении В.

2.2.1. Уравнение для давления

Рассмотрим подробнее первое уравнение системы (2.1). Как было отмечено ранее, оно используется для получения уравнения для давления (1.12), в которое входит слагаемое, ответственное за кондуктивный поток энергии. Так как в вектор основных переменных вместо температуры входит плотность внутренней энергии, целесообразно использовать явное значение температуры при численном решении этого уравнения. Однако использование такого подхода ухудшает устойчивость решения. Для сохранения устойчивости метода применен метод расщепления по физическим процессам: перед решением уравнения для давления проводится корректировка внутренней энергии за счет теплопроводности, после

чего решается уравнение для давления с обновленным значение внутренней энергии, но без слагаемого в самом уравнении. Таким образом, уравнение для давления имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \nabla \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{r,j} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} h_{i,j} \nabla p \right) + \\ & + \sum_{i=1}^{N_c} \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \nabla \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{r,j} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} \nabla p \right) + \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} q_e + \sum_{i=1}^{N_c} \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} q_i \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Детально рассмотрим алгоритм решения уравнения (2.4). На первом шаге, после генерации начальных условий и корректировки плотности внутренней энергии за счет теплопроводности, рассчитываются производные от суммарной насыщенности S_{Σ} , входящие в уравнение (2.4). Расчет производных осуществляется по формуле второго порядка с центральной разностью. Дискретизация уравнения для давления на пятиточечном конечно-разностном шаблоне (в терминах невязки) имеет вид:

$$R_{l,m} = c_{l,m} p_{l+1,m}^{n+1} + f_{l,m} p_{l,m+1}^{n+1} + a_{l,m} p_{l,m}^{n+1} + b_{l,m} p_{l-1,m}^{n+1} + g_{l,m} p_{l,m-1}^{n+1} - d_{l,m}^n = 0. \quad (2.5)$$

Подробный вывод соотношения (2.5) приведен в Приложении В. Полученная система уравнений имеет пятидиагональную матрицу. Для ее численного решения применен полинейный метод Гаусса-Зейделя.

Ввиду того, что коэффициенты $c_{l,m}$, $b_{l,m}$, $g_{l,m}$, $f_{l,m}$, $a_{l,m}$ зависят от давления, для их корректного учета был применен метод Ньютона [7]. Согласно этому методу давление на следующем временном слое вычисляется итерационно, т.е. $\lim_{k \rightarrow \infty} p^{n,k} = p^{n+1}$, где k – номер итерации. Обозначив за $\delta^{k+1} = p^{n,k+1} - p^{n,k}$ приращение давления, метод Ньютона для системы (2.5) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial R_{l,m}}{\partial p_{l-1,m}} \right)^k \delta_{l-1,m}^{k+1} + \left(\frac{\partial R_{l,m}}{\partial p_{l,m-1}} \right)^k \delta_{l,m-1}^{k+1} + \left(\frac{\partial R_{l,m}}{\partial p_{l,m}} \right)^k \delta_{l,m}^{k+1} + \left(\frac{\partial R_{l,m}}{\partial p_{l+1,m}} \right)^k \delta_{l+1,m}^{k+1} + \\ & + \left(\frac{\partial R_{l,m}}{\partial p_{l,m+1}} \right)^k \delta_{l,m+1}^{k+1} = -R_{l,m}^k, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где элементы матрицы Якоби вычисляются численно (метод переменных секущих):

$$\left(\frac{\partial R_{l,m}}{\partial p_{l,m}} \right)^k = \frac{1}{\delta_{l,m}^k} [R(p_{l-1,m}^{k-1}, p_{l,m-1}^{k-1}, p_{l,m}^{k-1} + \delta_{l,m}^k, p_{l+1,m}^{k-1}, p_{l,m+1}^{k-1}) - R(p_{l-1,m}^{k-1}, p_{l,m-1}^{k-1}, p_{l,m}^{k-1}, p_{l+1,m}^{k-1}, p_{l,m+1}^{k-1})]. \quad (2.7)$$

Рассматриваемый подход не требует аналитического вычисления производных компонентного состава и PVT-свойств по давлению (и потому прост в реализации), однако уменьшает порядок сходимости (итоговый порядок не может превышать 1.5). После решения системы (2.6) производится проверка решения на сходимость и обновление давления. Контроль сходимости осуществляется по норме невязки $R_{l,m}^k$.

2.2.2. Учет сложной реологии

Использование метода Ньютона для учета нелинейных коэффициентов налагает ограничения на их гладкость. В частности, реологическая кривая закона фильтрации с предельным градиентом является кусочно-гладкой (а следовательно, и коэффициент α_j), в результате чего метод Ньютона при решении уравнения (2.6) не сойдется. Поэтому в окрестности точки разрыва производной (при градиенте давления, равному критическому значению) производилось сглаживание коэффициента α_j , а точнее, его производной по давлению. Данный подход является разновидностью методов сквозного счета, которые позволяют моделировать многомерные задачи с большим числом точек разрыва производной реологической кривой [36]. В качестве сглаживающей функции использовалась следующая аппроксимация:

$$\frac{d\alpha_j}{dp} = \left[1 + e^{-2k_{sm}(|\nabla p| - \gamma)} \right]^{-1}, \quad (2.8)$$

в которой коэффициент k_{sm} определяет ширину интервала сглаживания. В результате сходимость метода Ньютона сохранится, причем для более быстрой сходимости необходимо сильное сглаживание функции в окрестности точки разрыва производной, что может привести к искажению физической картины решения. Так, при фильтрации вязкопластичной жидкости с предельным градиентом размер зоны возмущения характеризуется предельным значением, за которым давление равно начальному пластовому значению. Сглаживание закона фильтрации приведет к изменению величины предельного градиента, а потому размер возмущенной зоны будет отличаться от истинного размера, что в итоге отразится на коэффициенте охвата разработкой. Поэтому необходимо разработать алгоритм, применение которого позволит улучшить сходимость метода Ньютона без существенного искажения реологической кривой.

В работе предложен метод доопределения коэффициента α_j из уравнения:

$$\tau_{fict} \frac{d\alpha_j^{k+1}}{d\tau} = \alpha_j^k - \alpha_j^{k+1}, \quad (2.9)$$

где τ_{fict} – фиктивное время, k – номер итерации по давлению. Уравнение (2.9) описывает релаксацию множителя α_j к его значению на предыдущем временном слое при малых шагах интегрирования τ уравнения для давления, скорость релаксации определяется величиной τ_{fict} . Учитывая, что при $\tau = 0$ $\alpha_j^{k+1} = \alpha_j^n$, получаем:

$$\alpha_j^{k+1} = \alpha_j^k + (\alpha_j^n - \alpha_j^k) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{fict}}\right). \quad (2.10)$$

2.2.3. Уравнение баланса энергии и массы компонентов

После определения давления явно рассчитывается внутренняя энергия и молярные концентрации компонентов:

$$\begin{aligned} e_{l,m}^{n+1} &= e_{l,m}^n + \tau \cdot \psi_1 \left(p_{l,m}^{n+1}, p_{l\pm 1,m}^{n+1}, p_{l,m\pm 1}^{n+1}, \vec{W}_{l,m}^n, \vec{W}_{l\pm 1,m}^n, \vec{W}_{l,m\pm 1}^n \right), \\ N_{i,l,m}^{n+1} &= N_{i,l,m}^n + \tau \cdot \psi_{2i} \left(p_{l,m}^{n+1}, p_{l\pm 1,m}^{n+1}, p_{l,m\pm 1}^{n+1}, \vec{W}_{l,m}^n, \vec{W}_{l\pm 1,m}^n, \vec{W}_{l,m\pm 1}^n \right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Подобный алгоритм вычисления накладывает ограничение на величину временного шага, при этом из-за нелинейностей в коэффициентах межблочной проводимости непосредственное вычисление условия устойчивости метода невозможно. Поэтому для контроля устойчивости при явном решении системы (2.1) анализировалось относительное изменение внутренней энергии и молярных концентраций:

$$\begin{aligned} \max_{l,m} \left| (e_{l,m}^{n+1} - e_{l,m}^n) / e_{l,m}^n \right| &< 0.5, \\ \max_{i,l,m} \left| (N_{i,l,m}^{n+1} - N_{i,l,m}^n) / N_{i,l,m}^n \right| &< 0.1. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Здесь константы определялись по результатам тестовых расчетов.

2.2.4. Расчет фазового равновесия

Детально рассмотрим процедуру расчета фазового равновесия системы вода-нефть-газ. Как было отмечено ранее, в основу математической модели расчета фазового равновесия положен материальный баланс компонентов (1.13), выражения для констант фазового равновесия (1.14) и условия совместности мольных долей фаз (1.15). В зависимости от того, в каких фазах присутствуют рассматриваемые компоненты, возможно несколько веток фазового равновесия.

В случае присутствия всех компонентов только в жидкой фазе система уравнений (1.13)–(1.15) принимает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{water} c_{1,water} = n_1 \\ L_{oil} c_{2,oil} = n_2 \\ L_{oil} c_{3,oil} = n_3 \\ L_{water} + L_{oil} = 1 \\ L_{gas} = 0 \\ c_{2,oil} + c_{3,oil} = 1 \\ c_{i,gas} = 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{array} \right. \quad (2.13)$$

Система (2.13) допускает аналитическое решение:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{water} = n_1 \\ L_{oil} = n_2 + n_3 \\ L_{gas} = 0 \\ c_{1,water} = 1 \\ c_{2,oil} = n_2 / (n_2 + n_3) \\ c_{3,oil} = n_3 / (n_2 + n_3) \\ c_{i,gas} = 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{array} \right. \quad (2.14)$$

В случае присутствия всех компонентов во всех фазах система уравнений (1.13)–(1.15) принимает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{water} c_{1,water} + L_{gas} c_{1,gas} = n_1 \\ L_{oil} c_{2,oil} + L_{gas} c_{2,gas} = n_2 \\ L_{oil} c_{3,oil} + L_{gas} c_{3,gas} = n_3 \\ K_1 = c_{1,gas} / c_{1,water} \\ K_2 = c_{2,gas} / c_{2,oil} \\ K_3 = c_{3,gas} / c_{3,oil} \\ c_{2,oil} + c_{3,oil} = 1 \\ c_{1,gas} + c_{2,gas} + c_{3,gas} = 1 \\ L_{water} + L_{oil} + L_{gas} = 1. \end{array} \right. \quad (2.15)$$

Несложно получить решение этой системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{oil} = \frac{n_2}{1 - K_3 - K_1} + \frac{n_3}{1 - K_2 - K_1} \\ L_{water} = n_1 - K_1 L_{oil} \\ L_{gas} = 1 - L_{water} - L_{oil} \\ c_{1,water} = 1 \\ c_{2,oil} = \frac{1 - K_3 - K_1}{K_2 - K_3} \\ c_{3,oil} = \frac{K_2 + K_1 - 1}{K_2 - K_3} \\ c_{1,gas} = K_1 \\ c_{i,gas} = K_i c_{i,oil}, \quad i = 2, 3. \end{array} \right. \quad (2.16)$$

Аналогичным образом формулируется система уравнений (1.13)–(1.15) для остальных веток фазового равновесия, к которым относится присутствие всех компонентов только в газовой фазе, полное испарение водной фазы, полное испарение нефтяной фазы. Во всех случаях полученная система уравнений может быть решена аналитически. Результат определения фазового и компонентного состава для перечисленных случаев представлен в таблице 2.1. Критерии существования каждой ветки фазового равновесия получаются из следующих условий:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{oil}, L_{water}, L_{gas} \in [0, 1] \\ c_{1,water} \in [0, 1] \\ c_{i,oil} \in [0, 1], \quad i = 2, 3 \\ c_{i,gas} \in [0, 1], \quad i = 1, 2, 3, \end{array} \right. \quad (2.17)$$

в которые подставляются соотношения для компонентного и фазового состава, полученного для каждой ветки фазового равновесия. Стоит отметить, что для удобства получения этих условий в данной работе накладывалось дополнительное условие на корреляции для констант фазового равновесия: $K_1 > K_2 > K_3$.

Таблица 2.1 – Определение фазового и компонентного состава в системе вода-нефть-газ

Материальный баланс	Баланс мольных долей компонентов	Фазовый состав смеси	Компонентный состав фаз
$L_{water} c_{1,water} = n_1$ $L_{oil} c_{2,oil} = n_2$ $L_{oil} c_{3,oil} = n_3$ $L_{water} + L_{oil} = 1, \quad L_{gas} = 0$	$c_{2,oil} + c_{3,oil} = 1$ $c_{i,gas} = 0, \quad i = 1, 2, 3$	$L_{water} = n_1$ $L_{oil} = n_2 + n_3$ $L_{gas} = 0$	$c_{1,water} = 1$ $c_{2,oil} = n_2 / (n_2 + n_3)$ $c_{3,oil} = n_3 / (n_2 + n_3)$ $c_{i,gas} = 0, \quad i = 1, 2, 3$
$L_{water} c_{1,water} + L_{gas} c_{1,gas} = n_1$ $L_{oil} c_{2,oil} + L_{gas} c_{2,gas} = n_2$ $L_{oil} c_{3,oil} + L_{gas} c_{3,gas} = n_3$ $L_{water} + L_{oil} + L_{gas} = 1$	$c_{2,oil} + c_{3,oil} = 1$ $c_{1,gas} + c_{2,gas} + c_{3,gas} = 1$	$L_{oil} = \frac{n_2}{1 - K_3 - K_1} + \frac{n_3}{1 - K_2 - K_1}$ $L_{water} = n_1 - K_1 L_{oil}$ $L_{gas} = 1 - L_{water} - L_{oil}$	$c_{1,water} = 1$ $c_{2,oil} = \frac{1 - K_3 - K_1}{K_2 - K_3}$ $c_{3,oil} = \frac{K_2 + K_1 - 1}{K_2 - K_3}$ $c_{1,gas} = K_1$ $c_{2,gas} = K_2 c_{2,oil}$ $c_{3,gas} = K_3 c_{3,oil}$
$L_{gas} c_{1,gas} = n_1$ $L_{oil} c_{2,oil} + L_{gas} c_{2,gas} = n_2$ $L_{oil} c_{3,oil} + L_{gas} c_{3,gas} = n_3$ $L_{oil} + L_{gas} = 1, \quad L_{water} = 0$	$c_{2,oil} + c_{3,oil} = 1$ $c_{1,gas} + c_{2,gas} + c_{3,gas} = 1$	$L_{gas} = A \pm \sqrt{A^2 - \frac{1 - n_2 - n_3}{(1 - K_2)(1 - K_3)}}$ $A = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - n_2}{1 - K_2} + \frac{1 - n_3}{1 - K_3} \right)$ $L_{oil} = 1 - L_{gas}$ $L_{water} = 0$	$c_{1,water} = 0$ $c_{2,oil} = \frac{n_2}{1 + V(K_2 - 1)}$ $c_{3,oil} = \frac{n_3}{1 + V(K_3 - 1)}$ $c_{1,gas} = n_1 / L_{gas}$ $c_{i,gas} = K_i c_{i,oil}, \quad i = 1, 2$
$L_{water} c_{1,water} + L_{gas} c_{1,gas} = n_1$ $L_{gas} c_{2,gas} = n_2$ $L_{gas} c_{3,gas} = n_3$ $L_{water} + L_{gas} = 1, \quad L_{oil} = 0$	$c_{2,oil} = c_{3,oil} = 0$ $c_{1,gas} + c_{2,gas} + c_{3,gas} = 1$	$L_{gas} = \frac{1 - n_1}{1 - K_1}$ $L_{oil} = 0$ $L_{water} = 1 - L_{gas}$	$c_{1,water} = 1$ $c_{2,oil} = c_{3,oil} = 0$ $c_{1,gas} = K_1$ $c_{2,gas} = n_2 / L_{gas}$ $c_{3,gas} = n_3 / L_{gas}$

Материальный баланс	Баланс мольных долей компонентов	Фазовый состав смеси	Компонентный состав фаз
$L_{gas} c_{1,gas} = n_1$ $L_{gas} c_{2,gas} = n_2$ $L_{gas} c_{3,gas} = n_3$ $L_{gas} = 1, \quad L_{water} = L_{oil} = 0$	$c_{2,oil} = c_{3,oil} = 0$ $c_{1,gas} + c_{2,gas} + c_{3,gas} = 1$	$L_{water} = L_{oil} = 0$ $L_{gas} = 1$	$c_{1,water} = 0$ $c_{2,oil} = c_{3,oil} = 0$ $c_{i,gas} = n_i, \quad i = 1, 2, 3$

На рисунке 2.3 приведена полученная в результате расчета фазового равновесия зависимость фазового состава смеси от температуры для разных давлений. При проведении расчета мольные доли компонентов были взяты одинаковыми, т.е. $n_1 = n_2 = n_3 = 1/3$. Из представленного графика видно, что мольная доля водной фазы значительно изменяется при ее испарении. В предельном случае, когда один из компонентов отсутствует, это изменение происходит скачкообразно, что негативно влияет на сходимость итераций в методе Ньютона. Поэтому в работе при дискретизации уравнений коэффициент межблочной проводимости для потока массы компонента корректируется следующим образом:

$$TX_{i,l\pm 1/2,m} = \begin{cases} TX_{i,l\pm 1/2,m} \left(1 - \frac{10^{-4}}{n_i^2} \right), & n_i \geq 10^{-4} \\ 0, & n_i < 10^{-4}, \end{cases} \quad (2.18)$$

в результате чего мольная доля компонента в ячейке не будет становиться меньше 10^{-4} . В результате такого подхода сходимость метода Ньютона сохранится, а возмущение в численное решение будет незначительно.

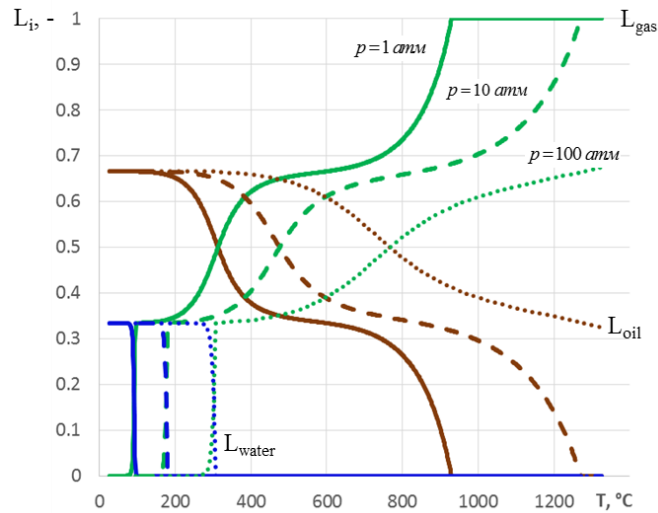


Рисунок 2.3 – Зависимость фазового состава смеси от температуры при различных давлениях

Определив значения основных переменных $p_{l,m}^{n+1}$, $e_{l,m}^{n+1}$, $N_{i,l,m}^{n+1}$ после решения уравнения для давления и из уравнений баланса, необходимо вычислить распределение флюидонасыщенностей, а также температуру и компонентный состав смеси. Определение равновесной температуры смеси, а также ее компонентного состава, производится с помощью алгоритма, описанного в [113], основу которого составляет решение неявного уравнения для плотности полной внутренней энергии:

$$e(T) = \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} c_{ij}(p, T, N_i) h_{ij}(T) - p\phi, \quad (2.19)$$

в котором неизвестна температура и распределение компонентов по фазам c_{ij} . Последнее определяется при расчете фазового равновесия, причем входными параметрами являются рассчитанное давление и концентрации компонентов, а также неизвестная температура. Учитывая монотонность зависимости энтальпии компонента от температуры, уравнение (2.19) допускает однозначное определение температуры. Решение этого уравнения проводится итерационно: по имеющейся энергии и начальному приближению к температуре определяется компонентный состав, а затем получившаяся полная внутренняя энергия сравнивается с исходным значением. Исходя из изменения энергии,

корректируется температура, после чего расчет компонентного состава повторяется.

Вычислив равновесную температуру смеси, а также ее компонентный состав, можно определить фазовый состав из соотношения:

$$S_j = \sum_i^{N_c} c_{ij} \frac{N_i}{\phi \rho_i}, \quad (2.20)$$

после чего проверяется условие совместности объемов фаз (1.10). При достижении сходимости по фазовым насыщенностям время инкрементируется.

2.2.5. Учет теплопроводности

При решении системы (2.1) теплопроводность учитывается на отдельном этапе [114]. Перед решением уравнения для давления производится корректировка внутренней энергии по уравнению:

$$\frac{\partial e}{\partial T} \frac{\tilde{T} - T^n}{\tau} = \operatorname{div} \kappa \nabla \tilde{T} + q_{hl} + q_{heater}, \quad (2.21)$$

где κ – коэффициент температуропроводности, q_{heater} – мощность скважинного нагревателя на единицу объема, q_{hl} – мощность теплотерь через кровлю и подошву пласта на единицу объема. Численное решение уравнения (2.21) осуществляется неявным методом на пятиточечном разностном шаблоне, аналогичном тому, который использовался для решения уравнения для давления:

$$R_{l,m} = c_{l,m} \tilde{T}_{l+1,m}^{n+1} + f_{l,m} \tilde{T}_{l,m+1}^{n+1} + a_{l,m} \tilde{T}_{l,m}^{n+1} + b_{l,m} \tilde{T}_{l-1,m}^{n+1} + g_{l,m} \tilde{T}_{l,m-1}^{n+1} - d_{l,m}^n = 0, \quad (2.22)$$

где коэффициенты в разностном уравнении выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned}
c_{l,m} &= \kappa_{l+1/2,m} \frac{\Delta y_m \Delta z}{\Delta x_{l+1/2}}, & b_{l,m} &= \kappa_{l-1/2,m} \frac{\Delta y_m \Delta z}{\Delta x_{l-1/2}}, \\
f_{l,m} &= \kappa_{l,m+1/2} \frac{\Delta x_l \Delta z}{\Delta y_{m+1/2}}, & g_{l,m} &= \kappa_{l,m-1/2} \frac{\Delta x_l \Delta z}{\Delta y_{m-1/2}}, \\
\varphi_{l,m} &= \frac{V_{l,m}}{\tau} \left(\frac{\partial e}{\partial T} \right)_{l,m}, & d_{l,m} &= \varphi_{l,m} T_{l,m}^n + Q_{hl} \Delta x_l \Delta y_m + Q_{heater}, \\
a_{l,m} &= -(c_{l,m} + b_{l,m} + f_{l,m} + g_{l,m}) + \varphi_{l,m},
\end{aligned} \tag{2.23}$$

где Q_{heater} – мощность скважинного нагревателя, Q_{hl} – мощность теплопотерь через кровлю и подошву пласта на единицу площади. Как и в случае уравнения для давления, решение разностного уравнения (2.22) осуществляется полинейным методом Гаусса-Зейделя, а для учета нелинейностей применен метод Ньютона с численным вычислением элементов матрицы Якоби.

Для учета теплопотерь через кровлю и подошву пласта была применена полуаналитическая методика, описанная в [115]. Согласно этой методике распределение температуры выше кровли пласта имеет следующий вид:

$$T(t, z) = T_0 + (\theta + p_{hl} z + q_{hl} z^2) e^{-z/d_{hl}}, \tag{2.24}$$

где θ – разность между текущей и начальной температурой T_0 в кровле пласта, p_{hl} , q_{hl} – искомые параметры, d_{hl} – характерная длина диффузии для теплового потока, которая определяется как

$$d_{hl} = \frac{\sqrt{\kappa t}}{2}. \tag{2.25}$$

Подставляя распределение температуры (2.24) в уравнение для потока тепла (1.27) для кровли, получаем:

$$\frac{\theta - \theta^n}{\tau} = \kappa \left(\frac{\theta}{d_{hl}^2} - \frac{2p_{hl}}{d_{hl}} + 2q_{hl} \right). \tag{2.26}$$

Здесь производная по времени вычисляется численно:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\theta - \theta^n}{\tau}. \tag{2.27}$$

Из баланса энергии, запасенной выше кровли пласта, имеем:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty T dz = \kappa \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_0^\infty. \quad (2.28)$$

Подставляя распределение температуры (2.24) в соотношение (2.27) и заменяя производную по времени явной аппроксимацией, получаем второе уравнение для определения параметров p_{hl} , q_{hl} :

$$\frac{I - I^n}{\tau} = \kappa \left(\frac{\theta}{d_{hl}} - p_{hl} \right), \quad (2.29)$$

где $I = \theta d_{hl} + p_{hl} d_{hl}^2 + 2q_{hl} d_{hl}^3$.

Из уравнений (2.26), (2.29) можно определить неизвестные параметры p_{hl} , q_{hl} :

$$\begin{aligned} p_{hl} &= \frac{1}{3d_{hl}^2 + \kappa\tau} \left(I^n + \kappa\tau \frac{\theta}{d_{hl}} - d_{hl}^3 \frac{\theta - \theta^n}{\kappa\tau} \right), \\ q_{hl} &= \frac{1}{2d_{hl}^2} \left(2p_{hl}d_{hl} - \theta + d_{hl}^2 \frac{\theta - \theta^n}{\kappa\tau} \right), \end{aligned} \quad (2.30)$$

а затем и поток тепла через кровлю:

$$Q_{hl} = -\lambda_{bound} \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{-\lambda_{bound}}{3\kappa\tau + d_{hl}^2} \left[\frac{d_{hl}(3d_{hl}^2 + \kappa\tau)}{\kappa\tau} \theta - \left(I^n + d_{hl}^3 \frac{\theta^n}{\kappa\tau} \right) \right], \quad (2.31)$$

который используется в аппроксимации (2.23).

После определения температуры $\tilde{T}$ пересчитывается внутренняя энергия:

$$\tilde{e}_{l,m}^n = e_{l,m}^n + \tau \cdot \text{div } \kappa \nabla \tilde{T}. \quad (2.32)$$

Полученное значение энергии $\tilde{e}_{l,m}^n$ используется при решении системы (2.1) методом IMPEC.

2.2.6. Учет скважин

Как было отмечено в предыдущей главе, для учета скважины в сеточной модели применен подход Писмана. В рамках этого подхода дебит скважины может быть записан в виде:

$$Q_j = WI_j (p_w - p_{l,m}), \quad (2.33)$$

где индекс продуктивности скважины WI_j для фазы j определяется как

$$WI_j = \frac{\alpha_j k_{rj} \sqrt{k_x k_y}}{\mu_j} \frac{\Delta z \theta_{well}}{\ln \frac{r_e}{r_w}}. \quad (2.34)$$

При моделировании нагнетательных скважин вязкость фазы и ее ОФП вычисляются по значениям, соответствующим забою скважины, а при моделировании добывающих скважин – по значениям, соответствующим содержащей скважину ячейке. Такой подход соответствует аппроксимации против потока, которая позволяет получить достоверные результаты при моделировании многофазной фильтрации.

При написании аппроксимационных соотношений уравнения для давления и температуры не были указаны временные слои для источниковых слагаемых. В работе применен линеаризованный метод учета скважин [116]:

$$Q_{j,l,m}^{n+1} \approx Q_{j,l,m}^n + \left(\frac{\partial Q_{j,l,m}}{\partial p_{l,m}} \right)^n (p_{l,m}^{n+1} - p_{l,m}^n). \quad (2.35)$$

Аналогично записывается аппроксимация источников, связанных с теплопотерями через кровлю и подошву пласта. После подстановки выражения для дебита скважины в дискретизацию уравнения для давления в коэффициент

$a_{l,m}$ добавится слагаемое $\left(\frac{\partial Q_{j,l,m}}{\partial p_{l,m}} \right)^n$, оставшиеся слагаемые в формуле (2.35)

участвуют в расчете коэффициента $d_{l,m}$.

2.2.7. Схема моделирования методом IMPES

Приведем краткую последовательность действий, применяемую в работе для решения системы уравнений фильтрации (2.1) методом IMPES:

- I. Зная распределение давления, температуры, плотности внутренней энергии и концентраций компонентов с предыдущего временного слоя, проводится расчет производных от суммарной насыщенности, входящих в уравнение (2.4).
- II. Решается вспомогательное уравнение (2.22) для учета теплопроводности, а также теплопотерь через границы пласта:
 - а. Генерация начального приближения к вариации для температуры.
 - б. Расчет коэффициентов системы разностных уравнений (2.22) по формуле (2.23).
 - в. Решение системы уравнений (2.22). В результате получаем значение вариации для температуры на следующей итерации.
 - г. Проверка на сходимость по норме вектора невязки (2.22). Обновляем вспомогательную температуру $\tilde{T}$. В случае сходимости переходим к следующему пункту, иначе переходим к пункту II.а.
 - д. Корректируем внутреннюю энергию по формуле (2.32), которая в последующем используется для решения системы (2.1).
- III. Решается уравнение для давления (2.6):
 - а. Генерация начального приближения к вариации для давления.
 - б. Расчет коэффициентов межблочной проводимости для потока энергии и потока массы компонентов.
 - в. Расчет коэффициентов системы разностных уравнений (2.6) по формуле (2.7).
 - г. Решение системы уравнений (2.7) полинейным методом Гаусса-Зейделя. Контроль сходимости осуществляется по норме изменения вариации для давления.

д. Проверка на сходимость по норме невязки (2.5). Обновляем давление.

В случае сходимости переходим к следующему пункту, иначе переходим к пункту III.a.

- IV. Обновление коэффициентов межблочной проводимости с последующим расчетом энергии и концентраций компонентов по формуле (2.11).
- V. Проверка условий устойчивости (2.12). В случае их нарушения уменьшаем шаг по времени и возвращаемся к пункту II.
- VI. Расчет равновесной температуры смеси.
- VII. Расчет фазовых насыщенных.
- VIII. Проверка условия совместности объемов фаз. В случае его нарушения уменьшаем шаг по времени и возвращаемся к пункту II.
- IX. Присвоение переменным рассчитанных значений с нового временного слоя. Инкрементирование времени.

2.3. Метод линий тока

Во введении было отмечено, что при моделировании задач нелинейной фильтрации, в которых реология зависит от температуры, стандартный подход с использованием линий тока может давать неверный результат. Поэтому необходимо разработать новый подход применения линий тока для решения таких задач. В работе предложен метод, заключающийся в использовании линий тока для решения полной системы уравнений фильтрации на следующих временных шагах, а не для определения неизвестных на текущем временном слое при фиксированном давлении. При этом сетка на линиях тока должна перестраиваться в случае существенного отличия решения на соседних линиях тока. Для этого после нарушения условия сходимости решения между линиями тока, выполняется интегрирование уравнений на исходной декартовой сетке в течение времени установления, после чего выполняется перестроение линий тока

и т.д. Таким образом, интегрирование системы уравнений фильтрации рассматривается как совокупность квазиравновесных состояний, между которыми система решается на сетке из линий тока (рисунок 2.4). В качестве времени установления используется время пьезопроводности:

$$\Delta t_{global} = \frac{L^2}{\max_j \left(\frac{k_{res} k_{rj}}{\phi \mu_j c_{f,j}} \right)}, \quad (2.36)$$

где L – характерный размер расчетной области, $c_{f,j}$ – сжимаемость фазы j , максимум рассчитывается по всем фазам.

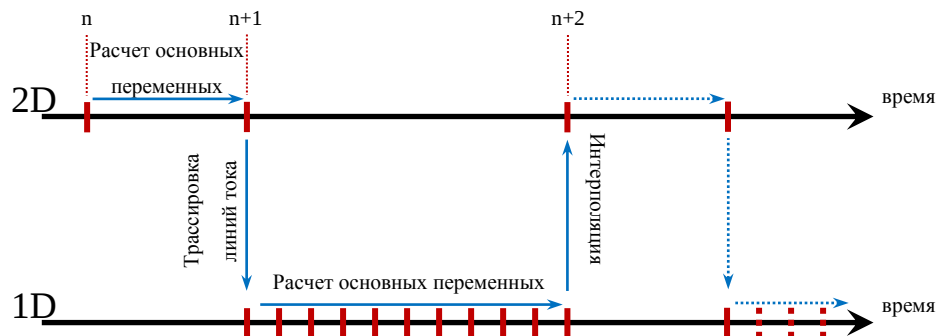


Рисунок 2.4 – Предлагаемая схема моделирования методом линий тока

Остановимся на общей схеме моделирования с использованием предлагаемой методики.

1. Зная распределение неизвестных на предыдущем временном слое, решается система уравнений (2.1) на глобальной сетке в течение времени пьезопроводности Δt_{global} .
2. Рассчитав поле суммарной скорости фильтрации, проводится построение линий тока с помощью метода Поллока [117], определяются геометрические характеристики трубок тока.
3. Интерполяция основных переменных на сетку из трубок тока.
4. Интегрируются уравнения фильтрации (2.1) без учета теплопроводности на сетке, ассоциированной с трубками тока. Процесс прекращается, когда давление между двумя соседними трубками тока, пересекающими одну и ту

же ячейку, отличается более чем на заданную величину. В случае существенного различия решений расчет на трубках тока прекращается.

5. Интерполяция решения с трубок тока на двумерную сетку.
6. Учет теплопроводности.
7. Переход к п. 1 для расчета следующего квазиравновесного состояния.

2.3.1. Построение линий тока

Для построения линий тока применена процедура, предложенная в [117]. Основное предположение, накладываемое при использовании этой процедуры – линейное распределение компонентов скорости фильтрации:

$$\begin{aligned} v_x &= A_x(x - x_1) + v_{x_1}, & A_x &= (v_{x_2} - v_{x_1})/\Delta x, \\ v_y &= A_y(y - y_1) + v_{y_1}, & A_y &= (v_{y_2} - v_{y_1})/\Delta y. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Расположение частицы на входе и выходе из ячейки двумерной сетки, а также направление скоростей фильтрации через ячейку представлено на рисунке 2.5. Здесь индексом «р» обозначены параметры частицы на входе в ячейку с координатами x_l, y_m , индекс «е» соответствует параметрам на выходе из ячейки.

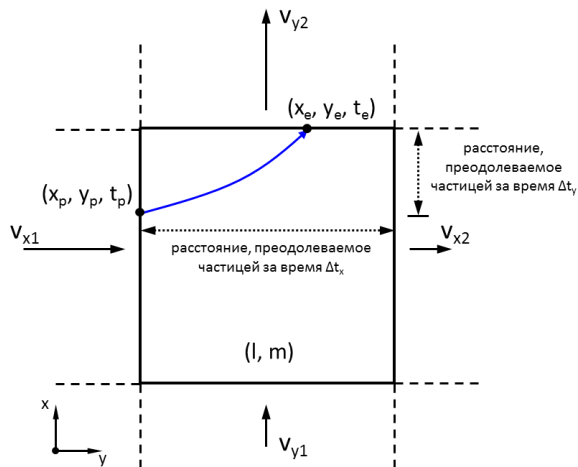


Рисунок 2.5 – Схематичное представление движения частицы внутри ячейки двумерной сетки

В рамках предположения (2.37) нетрудно получить уравнение для определения скорости частицы:

$$\left(\frac{dv_x}{dt} \right)_p = \frac{dv_x}{dx} \frac{dx}{dt} = A_x v_x, \quad (2.38)$$

а затем из уравнения (2.38) можно получить соотношение для координаты:

$$x_p(t_2) = x_1 + \frac{1}{A_x} [v_{xp}(t_1) \exp(A_x \Delta t) - v_{x1}]. \quad (2.39)$$

Аналогично получается выражение для второй координаты частицы. Зная распределение координат частицы, можно определить время, необходимое частице для достижения соседних граней:

$$\begin{aligned} \Delta t_x &= (1/A_x) \ln(v_{x2}/v_{xp}), \\ \Delta t_y &= (1/A_y) \ln(v_{y2}/v_{yp}). \end{aligned} \quad (2.40)$$

Сравнив полученные значения времен, можно определить грань ячейки, которую пересечет частица, и необходимое ей время:

$$\begin{aligned} x_e &= x_1 + (1/A_x) [v_{xp}(t_p) \exp(A_x \Delta t_e) - v_{x1}], \\ y_e &= y_1 + (1/A_y) [v_{yp}(t_p) \exp(A_y \Delta t_e) - v_{y1}], \\ \Delta t_e &= \min(\Delta t_x, \Delta t_y). \end{aligned} \quad (2.41)$$

Таким образом, определение траектории линии тока происходит последовательно до тех пор, пока частица не окажется в ячейке с добывающей скважиной либо на границе расчетной области. Если в расчетной области присутствует ячейка, в которой скорость не равна нулю и через которую не проходит линия тока, то из этой ячейки испускается линия тока по градиенту скорости фильтрации и в противоположном направлении, пока частица не дойдет до скважины или границы области.

Выбор метода Поллока для трассировки линий тока обусловлен несколькими причинами. Во-первых, положение линии тока определяется аналитически, что упрощает реализацию метода. Во-вторых, помимо координат линий тока в процессе трассировки рассчитывается так называемое время пролета

(time of flight – TOF) – время, необходимое частице для преодоления расстояния между двумя сегментами линии тока. По определению время пролета вычисляется как:

$$\tau_{TOF}(s) = \int_0^s \frac{\varphi(\xi)}{|\vec{u}'_t|} d\xi, \quad (2.42)$$

где s – координата вдоль линии тока. В предположении постоянства потока вдоль трубки тока, ассоциированной с линией тока, можно получить выражение для объема трубки тока V_{sl} :

$$V_\beta = \int_{s_{in}}^{s_{out}} \varphi_\beta(\xi) A_\beta(\xi) d\xi = \int_{s_{in}}^{s_{out}} q_\beta(\xi) \tau_{TOF,\beta}(\xi) d\xi, \quad (2.43)$$

где $A_\beta(\xi)$ – площадь поперечного сечения трубки тока на участке от s_{in} до s_{out} , $q_\beta(\xi)$ – расход вдоль трубки тока. Таким образом, рассчитав время пролета частицы вдоль линии тока и расход вдоль ассоциированной трубки тока, можно вычислить геометрические размеры сетки на трубках тока, при этом не требуется определять положение границ последней. Для сегмента с индексом i ширина ассоциированной трубки тока вычисляется следующим образом:

$$\Delta y_{\beta,i} = \frac{q_\beta \tau_{TOF,\beta,i}}{\Delta z \Delta x_{\beta,i}}. \quad (2.44)$$

При генерации трубок тока предполагается, что они распределены равномерно, причем расход для каждой линии тока, пересекающей одну и ту же грань ячейки со скважиной, одинаков. Вычисление расхода основывается на доли, которую составляет поток через рассматриваемую грань относительно суммарного потока из ячейки со скважиной. Расход через рассматриваемую трубку тока равен произведению этой доли на суммарный дебит (закачку) фаз скважины.

2.3.2. Интерполяция решения на сетку из линий тока

Прежде чем решать систему уравнений фильтрации (2.1) на сетке из линий тока, необходимо определить распределение неизвестных на линиях тока. Для этого применена биквадратичная интерполяция, схема выбора узлов для которой приведена на рисунке 2.6. Здесь красным отмечена сетка на линиях тока, синим – узел, в котором необходимо определить значение основных переменных, узлы интерполяции отмечены крестиком.

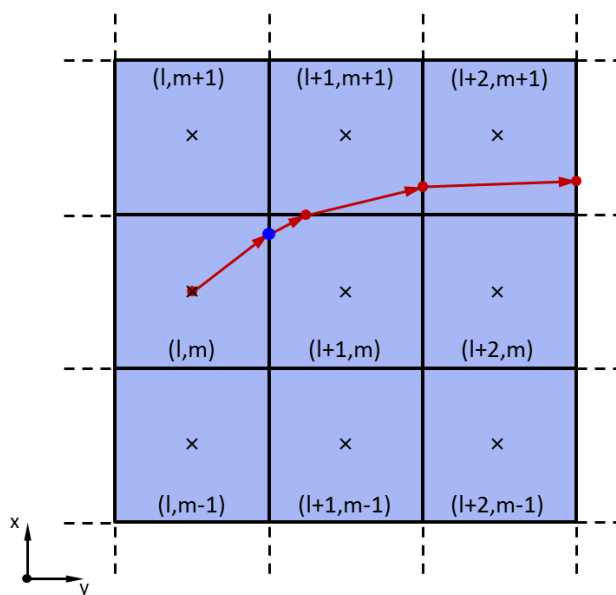


Рисунок 2.6 – Схематичное изображение выбора узлов интерполяции с глобальной сетки на линии тока

Стоит отметить, предположение линейного распределения скорости фильтрации внутри декартовой ячейки нарушается вблизи скважины, в результате чего линии тока отстраиваются от границы ячейки, содержащей скважину [104–106]. Такой подход вносит дополнительную погрешность аппроксимации граничных условий, особенно если принимать во внимание размер расчетных ячеек при полномасштабном моделировании (порядка сотни метров). Для ячеек одномерной сетки, примыкающих к скважине, ширина $\Delta u_{3/2}$ рассчитывается с использованием межблочной проводимости:

$$q_{\beta} = TX_{3/2}(p_2 - p_1) = \lambda X_{3/2} \cdot \frac{\Delta z \Delta y_{3/2}}{x_2 - x_1} (p_2 - p_1) = \frac{\omega_{l+1/2,m} Q_{l,m}}{n_{l+1/2,m}}, \quad (2.45)$$

$$\Delta y_{3/2} = q_{\beta} \cdot \frac{x_2 - x_1}{\Delta z \lambda X_{3/2}(p_2 - p_1)}, \quad (2.46)$$

где $n_{l+1/2,m}$ – количество линий тока, выходящих из ячейки (l, m) и пересекающих одну и ту же грань (в данном случае грань с координатами $x_{l+1/2}$, y_m), $Q_{l,m}$ – дебит всех фаз в скважине, $\omega_{l+1/2,m}$ – доля, которую составляет поток через грань $x_{l+1/2}$, y_m относительно суммарного потока из ячейки x_l , y_m , $\lambda X_{3/2}$ – суммарная подвижность на границе расчетной ячейки на трубке тока. Давление p_1 соответствует давлению в скважине, давление p_2 определяется в результате интерполяции с глобальной сетки на трубку тока.

Полученная в результате трассировки линий тока сетка является неравномерной, так как узлы соответствуют точкам пересечения с глобальной сеткой. Применение такой сетки для численного решения уравнений фильтрации налагает ограничения на величину временного шага. Для улучшения сходимости решения исходная сетка на линиях тока заменяется равномерной, для которой пересчитывается время пролета между соседними узлами, а также геометрические характеристики новой сетки. После этого проводится квадратичная интерполяция значений основных переменных с неравномерной сетки на равномерную. Определив значения основных переменных на равномерной сетке, проводится расчет равновесной температуры и флюидонасыщенностей.

2.3.3. Решение уравнений вдоль трубок тока

Численное решение уравнений фильтрации на трубках тока осуществляется методом IMPES с помощью той же программной реализации, что использовалась

для решения системы уравнений на двумерной сетке (разделы 2.2.1–2.2.6, Приложение В). Отличие составляет только отсутствие учета теплопроводности при решении системы (2.1), так как направление кондуктивного теплопереноса не совпадает со скоростью фильтрации.

Моделирование теплопроводности при решении системы уравнений (2.1) вдоль линий тока производится на отдельном этапе, перед интерполяцией решения с двумерной сетки на трубки тока. Пересчет внутренней энергии и температуры происходит так же, как и в двумерном случае, путем решения вспомогательных уравнений (2.21, 2.32) на интервале времени, в течение которого фильтрация рассчитывается на линиях тока.

2.3.4. Интерполяция решения на глобальную сетку

После решения уравнений фильтрации на трубках тока проводится интерполяция полученных значений на исходную неравномерную сетку на трубках тока. После этого исследуется сходимость решения: если давление между соседними линиями тока, пересекающими одинаковую грань ячейки (рисунок 2.7), отличается менее чем на заданную величину, то решение на сетке из линий тока продолжается. В противном случае решение интерполируется на глобальную сетку. Для этого используется алгоритм, описанный в [118]. Значение в узле двумерной сетки вычисляется как средневзвешенное значение по трубкам тока, проходящих через рассматриваемую ячейку, где в качестве веса используется объем сегмента трубки тока:

$$\vec{U}_{l,m} = \frac{\sum_{\beta=1}^{n_s} q_{\beta} \tau_{TOF,\beta} \vec{U}_{\beta}}{\sum_{\beta=1}^{n_s} q_{\beta} \tau_{TOF,\beta}}, \quad (2.47)$$

где $\vec{U}_{l,m}$ – вектор неизвестных в ячейке (l,m) , n_s – количество линий тока, пересекающих рассматриваемую ячейку.

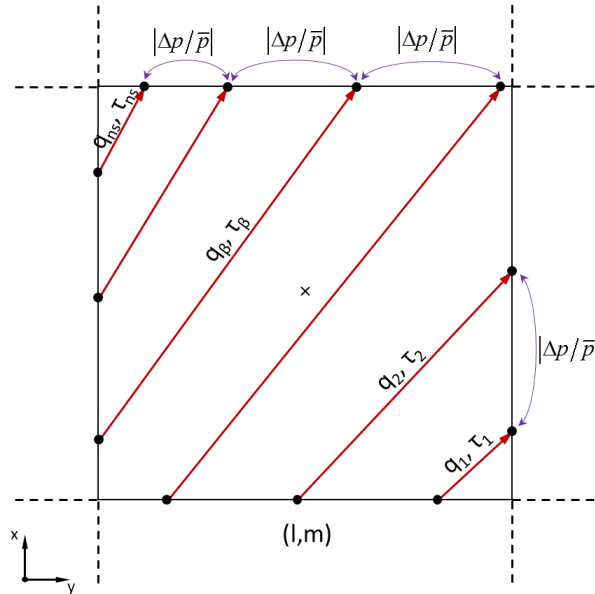


Рисунок 2.7 – Схематичное представление интерполяции с трубок тока на глобальную сетку

Ввиду того, что вблизи скважины распределение скорости фильтрации является нелинейным, определение значения давления в ячейке двумерной сетки, содержащую скважину, производится отдельным методом без использования времени пролета. Зная значение расходов для каждой трубки тока, можно определить дебит скважины, после чего из формулы Писмана (2.33) можно определить давление в ячейке двумерной сетки.

2.4. Вывод к главе 2

1. Применение метода расщепления по физическим процессам позволяет учесть процессы, связанные с теплопроводностью, не только в методе IMPES, но и при моделировании фильтрации методом линий тока.

2. Использование подхода с уменьшением коэффициента межблочной проводимости для потока компонента (2.18) при уменьшении его концентрации позволяет эффективно рассчитывать фазовое равновесие смеси без существенного искажения результатов.

3. Так как вблизи скважины скорость фильтрации зависит нелинейно, при интерполяции неизвестных с глобальной сетки на линии тока (и в обратном направлении) предложен подход, позволяющий без использования времени пролета корректно определить значения неизвестных на линиях тока вблизи скважины.

ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В данной главе приведены результаты тестовых расчетов разработанного алгоритма, а также исследование эффективности использования тепловых методов при нелинейной фильтрации. Тестовые расчеты включают в себя сравнение как с известными аналитическими решениями, так и с результатами расчетов в коммерческом пакете. Эти расчеты направлены на проверку корректности работы основных модулей программы: решение систем уравнений, возникающих при дискретизации уравнения для давления в одномерной и двумерной постановках, метод Ньютона учета нелинейных коэффициентов, метод учета негладких коэффициентов, расчет фазового равновесия, расчет с использованием линий тока.

3.1. Верификация алгоритма решения на глобальной сетке

3.1.1. Задача Баклея-Левверетта

Для проверки реализации многофазной фильтрации, расчет которой включает решение системы уравнений для давления и метод Ньютона учета нелинейностей, рассматривалась задача плоскопараллельного вытеснения нефти водой в изотермической постановке (задача Баклея-Левверетта). В невозмущенном пласте, насыщенном нефтью, включаются галереи из нагнетательных и добывающих скважин, расположенные на границах расчетной области. Закачка воды и отбор флюидов, осуществляется при постоянном забойном давлении. Для ньютоновской фильтрации несжимаемых флюидов рассматриваемая задача допускает аналитическое решение. На рисунке 3.1 представлены распределения

водонасыщенности по координате для аналитического решения и численного решения, полученного на разных расчетных сетках. Из представленных распределений видно, что область вытеснения разбивается на невозмущенную и возмущенную части, между которыми насыщенность меняется скачкообразно. Такое распределение насыщенности является следствием гиперболического характера уравнений, получающихся при решении задачи Баклея-Левверетта в предположении несжимаемости флюидов [11]. В то же время при сгущении расчетной сетки численное решение сходится к аналитическому, причем площадь под графиком насыщенности сохраняется, что отражает консервативность используемой разностной схемы.

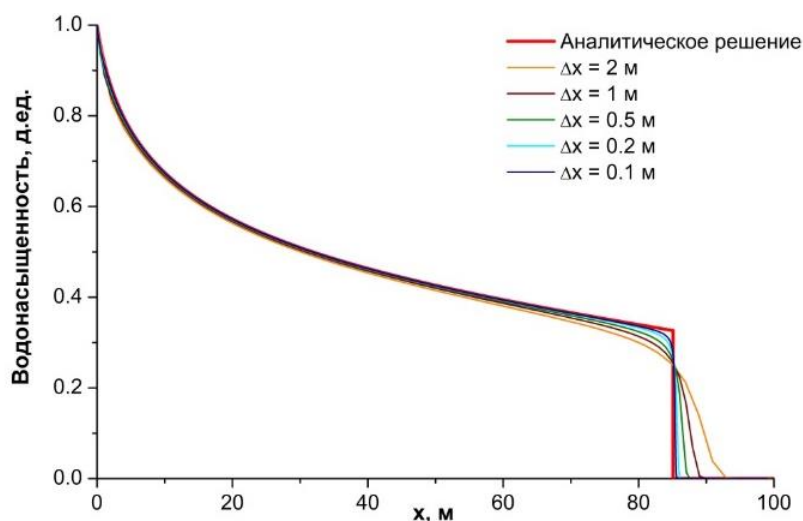


Рисунок 3.1 – Распределение водонасыщенности при плоскопараллельном вытеснении

3.1.2. Двумерная задача вытеснения

Для проверки реализации алгоритма при решении двумерных задач были проведены тестовые расчеты неизотермического вытеснения в двумерной области. Рассматривалась плоская задача фильтрации упругой ньютоновской жидкости. В центре пласта располагается нагнетательная скважина, в которой

поддерживается постоянное забойное давление и температура закачиваемой воды. Пласт замкнутый: на границах заданы условия непротекания. Сравнение проводилось с результатами расчетов на коммерческом симуляторе. На рисунке 3.2 представлены зависимости скорости закачки (приемистости) от времени и давления в ячейке со скважиной от времени. Полученные результаты моделирования в разработанной программе хорошо согласуются с результатами моделирования в коммерческом пакете.

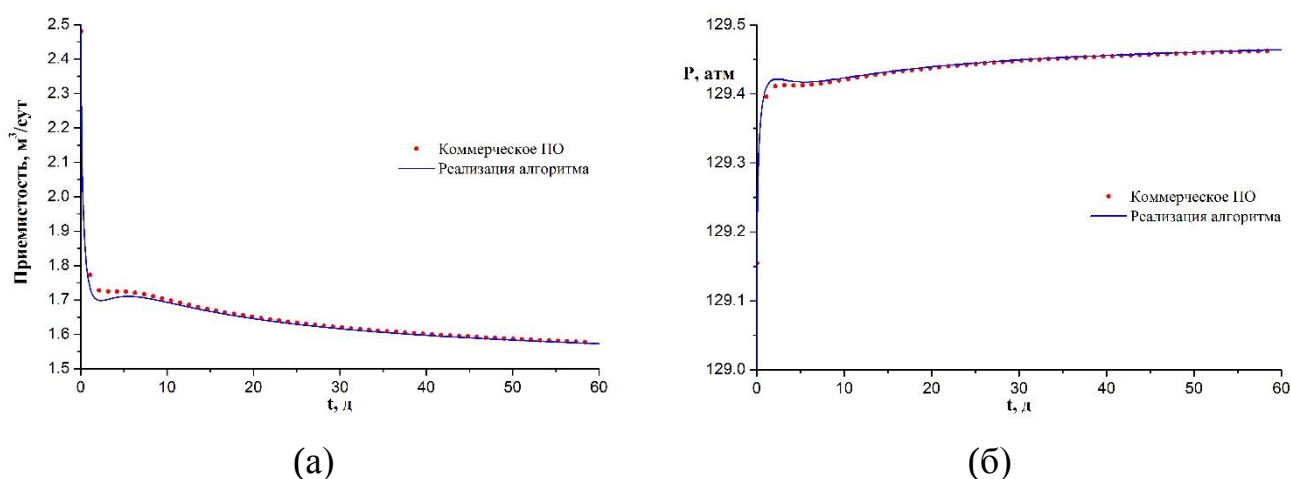


Рисунок 3.2 – Сопоставление временных зависимостей, полученных при моделировании закачки горячей воды в коммерческом пакете и разработанной программе (а – зависимость приемистости от времени; б – зависимость давления в ячейке со скважиной от времени)

Для проверки реализации алгоритма расчета фазового равновесия рассматривалась задача вытеснения нефти водяным паром. Все входные параметры соответствовали предыдущему тестовому расчету, отличался только закачиваемый флюид: вместо горячей воды нагнетался водяной пар. Полученные в результате моделирования зависимости приемистости от времени и распределения давления и температуры вдоль прямой, проходящей через скважину, представлены соответственно на рисунках 3.3–3.5. Видно, что в промежуток времени с 15 по 30 день решения на коммерческом симуляторе и реализованном алгоритме слегка отличаются, при этом в остальные моменты времени результаты совпадают. Анализ полученных кривых показал, что данное расхождение обусловлено различными алгоритмами расчета фазового равновесия,

а именно расчетом начала испарения воды. В то же время полученные профили давления и температуры хорошо согласуются с решениями на коммерческом пакете.

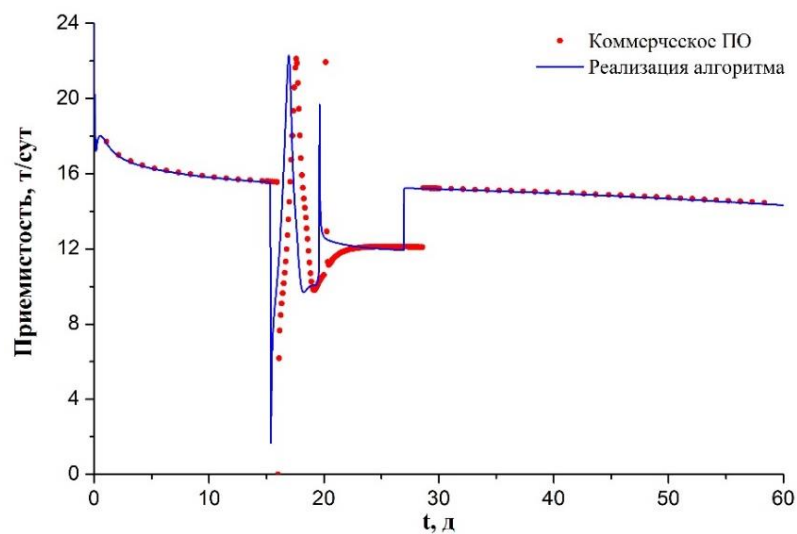


Рисунок 3.3 – Зависимость приемистости от времени при закачке пара в пласт

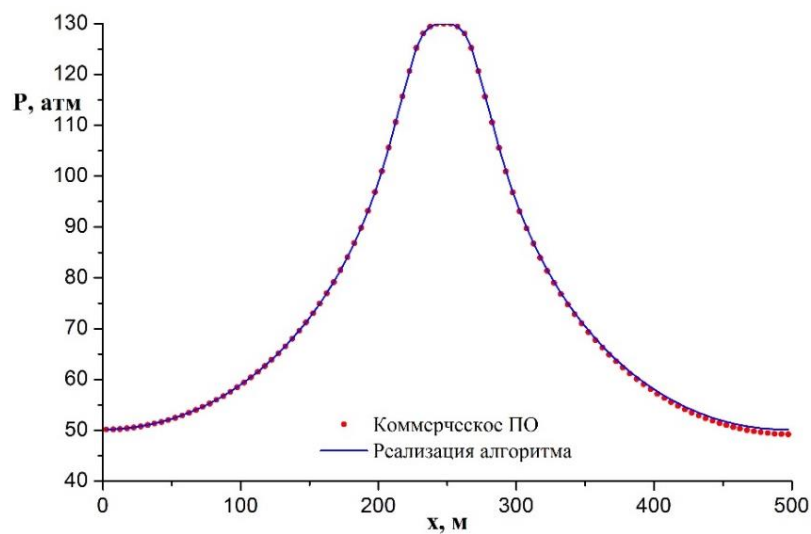


Рисунок 3.4 – Воронки депрессии, полученные при моделировании закачки пара в пласт

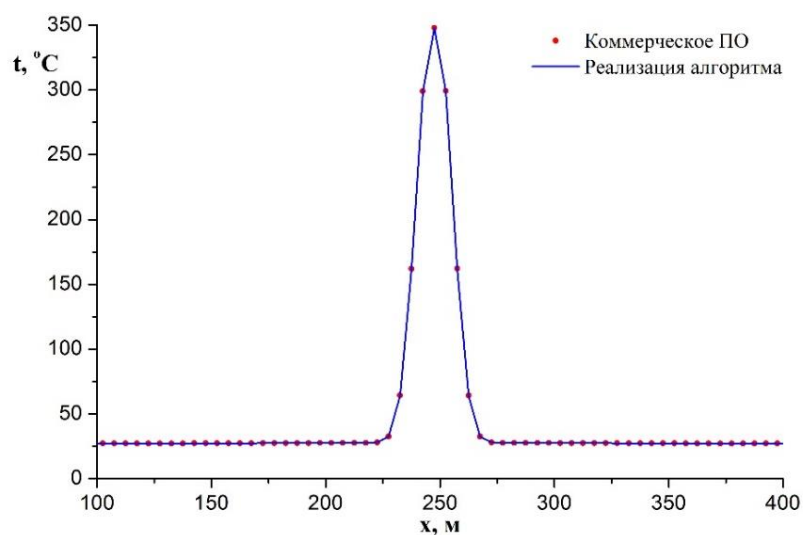


Рисунок 3.5 – Профили температуры, полученные при моделировании закачки пара в пласт

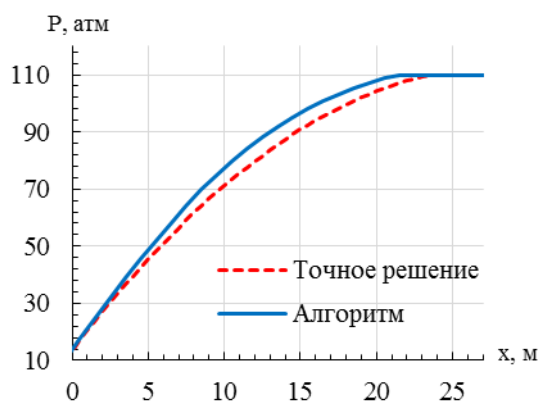
Таким образом, численный метод и его реализация позволяют проводить корректные расчеты неизотермической двумерной и одномерной фильтрации с фазовыми переходами.

3.2. Верификация алгоритма учета нелинейной фильтрации

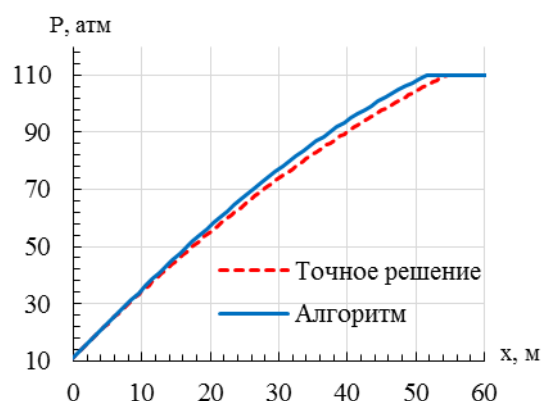
Для тестирования предложенного алгоритма учета негладких коэффициентов была рассмотрена задача однофазной прямолинейно-параллельной фильтрации упругой вязкопластичной жидкости. В начальный момент времени в нефтяном пласте включается галерея из добывающих скважин. Контроль скважин осуществляется по постоянному забойному давлению. Нефть движется по закону фильтрации с предельным градиентом. После начала работы скважин расчетная область состоит из зоны, охваченной воздействием от галереи, и невозмущенного пласта, причем размер этой области при больших временах стремится к значению $\Delta p/\gamma$.

На рисунке 3.6 представлены результаты моделирования для различных моментов времени. Видно, что при малых временах размер воронки депрессии

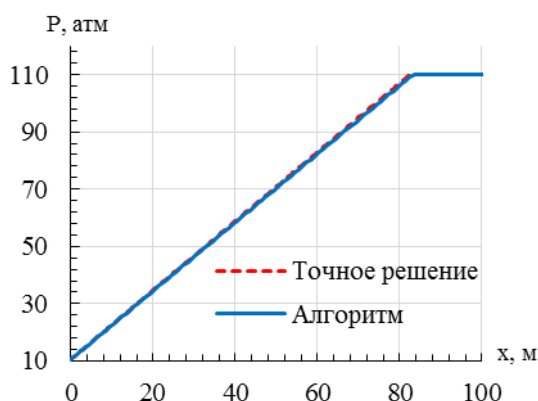
немного меньше аналитического решения, однако с увеличением времени результаты моделирования лучше согласуются с аналитическим решением. Учитывая, что при моделировании вариантов разработки месторождений используются временные шаги порядка десятков часов, использование представленного метода учета негладких коэффициентов актуально для таких задач.



(а)



(б)



(в)

Рисунок 3.6 – Распределение давления при фильтрации упругой вязкопластичной жидкости при различных временах (а – в момент времени 1 час; б – в момент времени 10 часов; в – в момент времени 70 дней)

3.3. Верификация метода линий тока

Для проверки реализации метода линий тока были проведены тестовые расчеты на элементе симметрии пятиточечной системы разработки (рисунок 3.7). В левом верхнем углу расчетной области располагается нагнетательная скважина, закачивающая горячую воду заданной температуры при постоянном забойном давлении. В правом нижнем углу – добывающая скважина, работающая при постоянном забойном давлении. Изначально пласт насыщен водой и нефтью. Исследовалась сходимость метода линий тока при изменении числа линий тока, размера ячеек на линиях тока, соотношения времен расчета на сетке из линий тока и глобальной сетке. Результаты расчетов сопоставлялись с результатами моделирования в коммерческом пакете с использованием пятиточечного и девятиточечного разностных шаблонов.

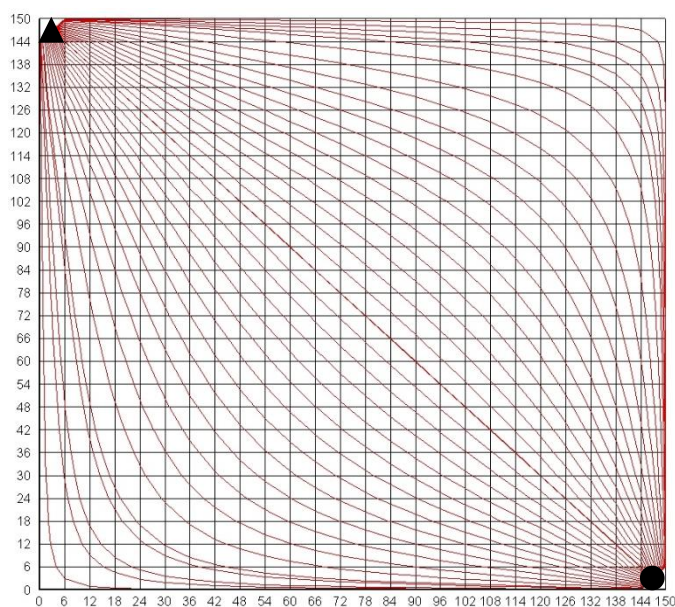
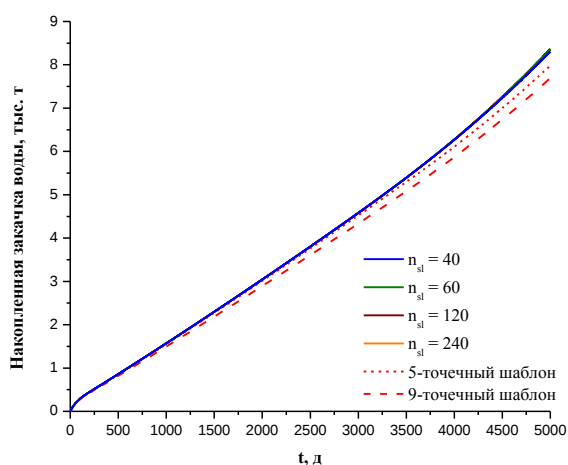


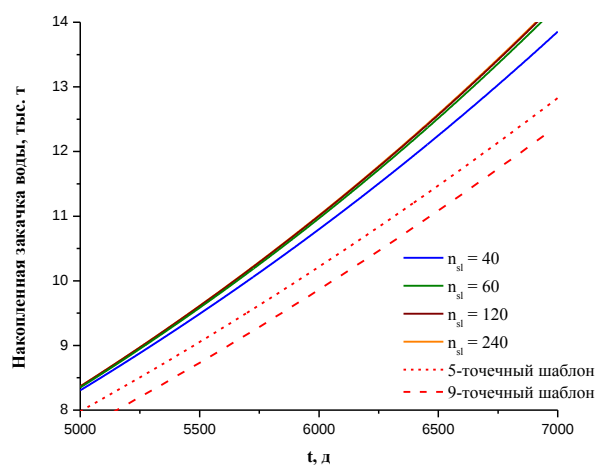
Рисунок 3.7 – Расчетная область и пример построения линий тока

На рисунках 3.8–3.9 приведены результаты расчетов с использованием линий тока при изменении числа линий тока. Видно, что во всех расчетах ввиду более раннего прорыва воды (при 3000 днях) скорость закачки воды превышает результат, полученный на пятиточечном и девятиточечном разностных шаблонах

без использования линий тока (прорыв воды при 3500 днях). Это связано с тем, что фронт вытеснения направлен в диагональном направлении, поэтому при расчете на пятиточечном шаблоне фронту вытеснения приходится преодолевать больший путь, так как перетоки между ячейками в диагональном направлении отсутствуют. В то же время использование девятиточечного разностного шаблона значительно не меняет результат моделирования, так как доля потока, проходящего в диагональном направлении в 2 раза меньше доли потока в горизонтальном направлении [119]. Из представленных зависимостей также видно, что при использовании 40 линий тока полученный график накопленной закачки воды располагается ниже графиков для большего числа линий тока (рисунок 3.8б). Это связано с тем, что при достаточно малом числе линий тока ось трубки тока не совпадает с ассоциированной линией тока.

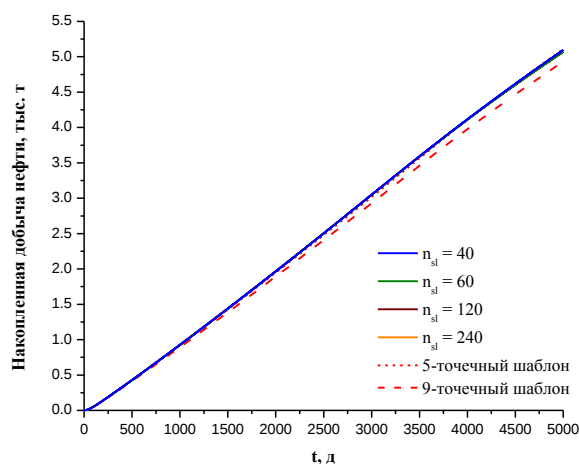


(а)

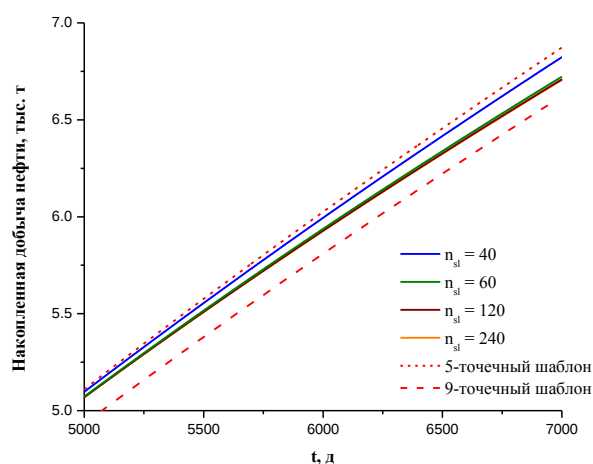


(б)

Рисунок 3.8 — Зависимость накопленной закачки воды от времени при моделировании с различным количеством линий тока (а — до 5000 дней; б — с 5000 до 7000 дней)



(а)



(б)

Рисунок 3.9 – Зависимость накопленной добычи нефти от времени при моделировании с различным количеством линий тока (а – до 5000 дней; б – с 5000 до 7000 дней)

Кроме анализа чувствительности решения к изменению числа линий тока были проведены тестовые расчеты при изменении сетки на линиях тока, а также расчеты при различном соотношении времени расчета на глобальной сетке (τ_{global}) и на сетке из линий тока (τ_{stream}). На рисунках 3.10–3.13 представлены результаты тестовых расчетов. Анализ полученных результатов показывает, что для корректного моделирования рассматриваемой задачи необходимо использовать не менее 20 ячеек на линиях тока. В противном случае из-за большой погрешности в интерполяции с исходной неравномерной сетки на линиях тока на равномерную сетку закачка воды завышается (рисунки 3.10–3.11). В то же время изменение соотношения времен τ_{global} и τ_{stream} слабо сказывается на результатах расчетов (рисунки 3.12–3.13). Во всех проведенных расчетах полученные распределения температуры физически достоверны (рисунок 3.14), а время, затрачиваемое на расчет, гораздо меньше времени расчета на глобальной сетке. Ввиду того, что на линиях тока осуществляется решение системы уравнений с трехдиагональной матрицей методом прогонки, а на глобальной сетке решается система уравнений с пятидиагональной матрицей итерационным методом, расчеты по предлагаемой методике проходят за более короткое время. В случае модельной задачи,

возникающей при аппроксимации уравнения Пуассона на равномерной сетке ($\Delta x = \Delta y = \text{const}$) в квадратной области 1×1

$$-p_{l+1,m}^{n+1} - p_{l-1,m}^{n+1} - p_{l,m+1}^{n+1} - p_{l,m-1}^{n+1} + 4p_{l,m}^{n+1} = (\Delta x)^2 d_{l,m} \quad (2.48)$$

с граничными условиями Дирихле ($p_{l,m} = 0$ на границах) [120], можно оценить эффект ускорения при использовании метода линий тока.

Утверждение 3.1. *При решении модельной задачи (2.48) с граничными условиями Дирихле использование метода линий тока приводит к ускорению расчетов на величину пропорциональную $N_x \ln(N_x)$ по сравнению с расчетами полинейным методом Гаусса-Зейделя.*

□ Для рассматриваемой задачи (2.48) в работе [120] приведена оценка числа итераций полинейного метода Гаусса-Зейделя n_{GS} , требуемых для решения с точностью ε :

$$n_{GS} = \frac{\ln(1/\varepsilon)}{2\pi^2 (\Delta x)^2}. \quad (2.49)$$

Учитывая, что одна итерация полинейного метода Гаусса-Зейделя состоит из решения N_x уравнений с трехдиагональными матрицами методом прогонки по вертикальным направлениям (или N_y прогонок по горизонтальным направлениям), можно оценить эффект ускорения от применения линий тока:

$$\frac{T_{global}}{T_{stream}} = \frac{\ln(1/\varepsilon)}{2\pi^2 (\Delta x)^2} \cdot \frac{N_x}{N_{sl}} \leq \frac{\ln(1/\varepsilon)}{2\pi^2 (\Delta x)^2} \cdot \frac{N_x}{N_x N_y} = \frac{N_y \ln(1/\varepsilon)}{2\pi^2 (\Delta x N_y)^2} = \frac{N_y \ln(1/\varepsilon)}{2\pi^2}, \quad (2.50)$$

где T_{global} – время расчета модельной задачи на глобальной сетке, T_{stream} – время расчета модельной задачи на линиях тока. При записи неравенства (2.50) предполагается, что каждая ячейка двумерной сетки пересечена хотя бы одной линией тока. В то же время число линий тока не может превышать суммарного числа ячеек двумерной сетки. Так как погрешность решения системы (2.48) итерационным методом должна быть сопоставима с погрешностью дискретизации $\varepsilon \sim (\Delta y)^2 = (\Delta x)^2$, то

$$\frac{T_{global}}{T_{stream}} \leq \frac{N_y \ln(1/(\Delta y)^2)}{2\pi^2} = \frac{N_y \ln(1/\Delta y)}{\pi^2} = \frac{N_y \ln(N_y)}{\pi^2} = \frac{N_x \ln(N_x)}{\pi^2}. (2.51) \blacksquare$$

В случае относительной ошибки 10^{-4} , расчетной области 100×100 ячеек и совпадения расчетного шага на двумерной и одномерной сетках расчет на сетке из линий тока будет проходить в 47 раз быстрее расчета на исходной двумерной сетке.

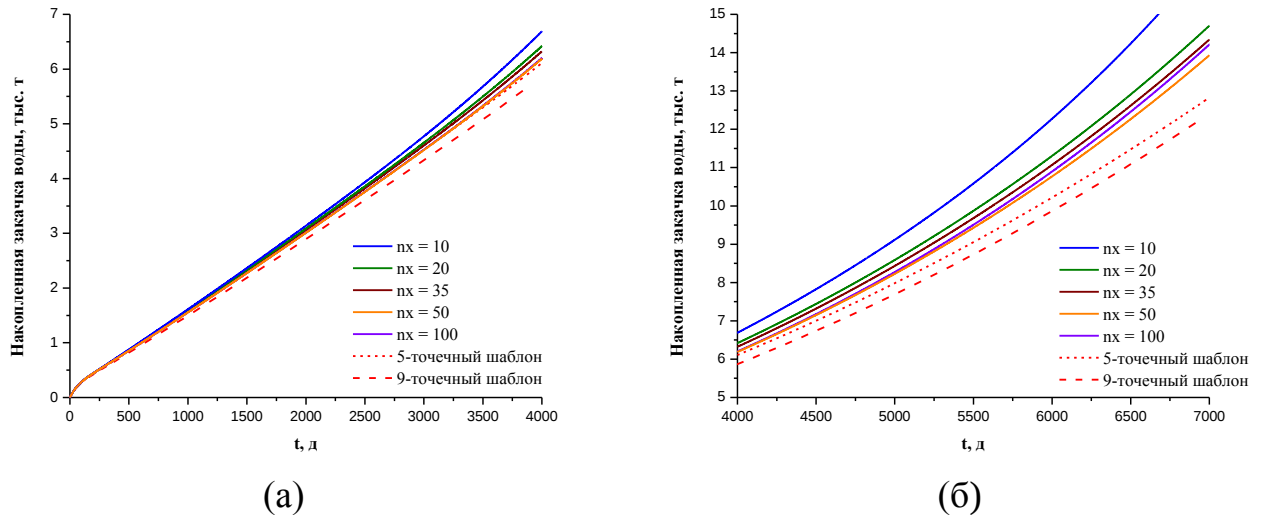


Рисунок 3.10 – Зависимость накопленной закачки воды от времени при моделировании на различных сетках вдоль линий тока (а – до 4000 дней; б – с 4000 до 7000 дней)

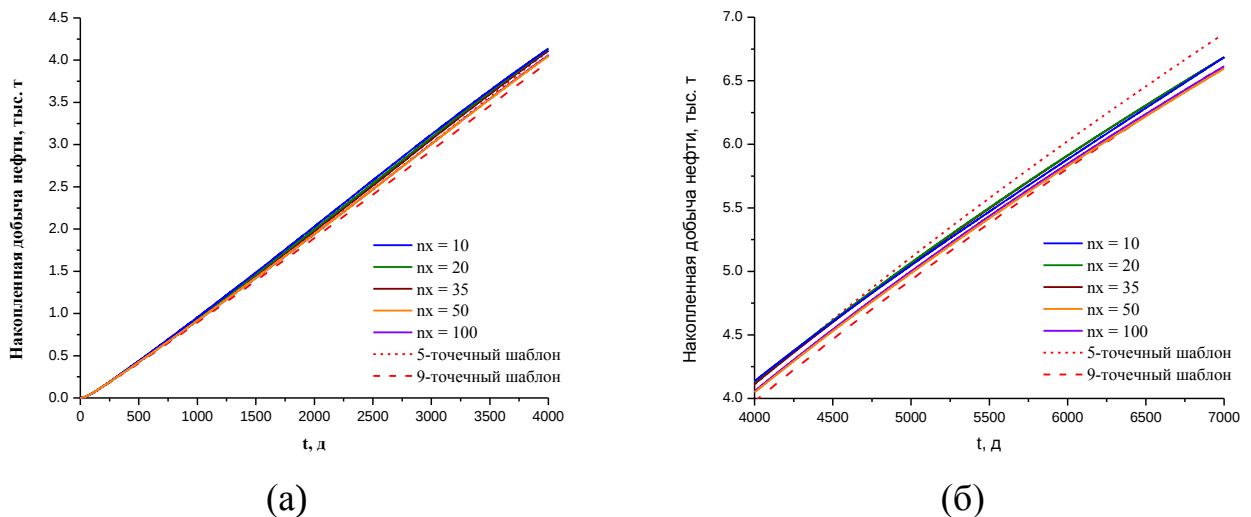
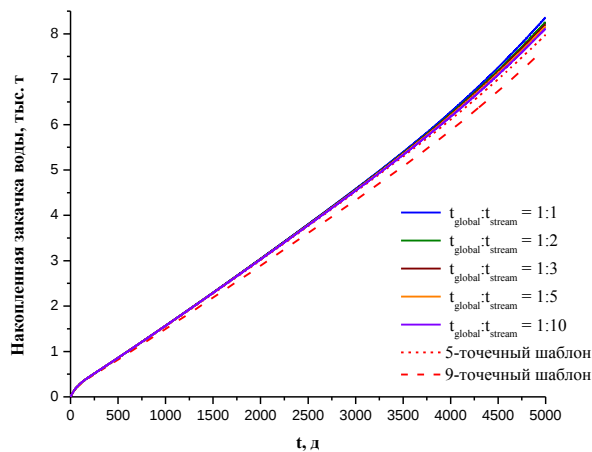
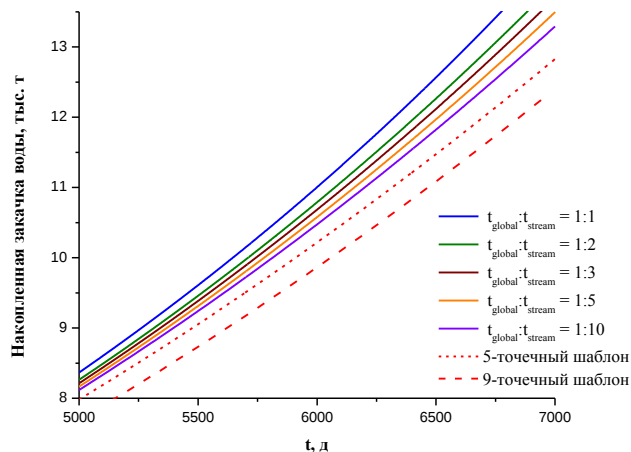


Рисунок 3.11 – Зависимость накопленной добычи нефти от времени при моделировании на различных сетках вдоль линий тока (а – до 4000 дней; б – с 4000 до 7000 дней)

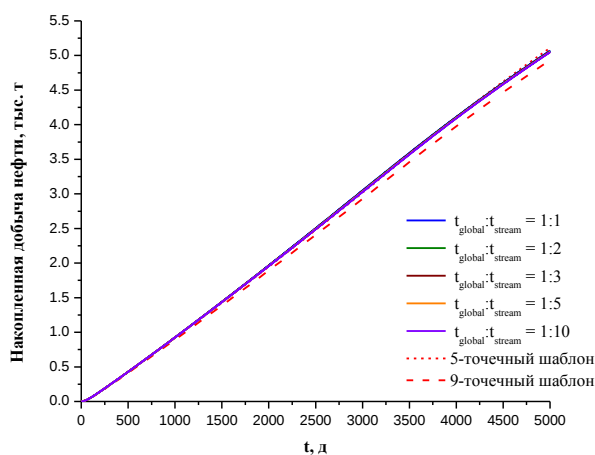


(а)

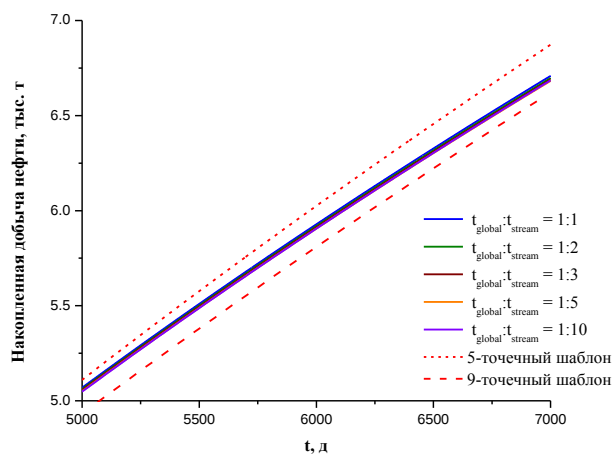


(б)

Рисунок 3.12 – Зависимость накопленной закачки воды от времени при моделировании с различным соотношением между τ_{global} и τ_{stream} (а – до 5000 дней; б – с 5000 до 7000 дней)



(а)



(б)

Рисунок 3.13 – Зависимость накопленной добычи нефти от времени при моделировании с различным соотношением между τ_{global} и τ_{stream} (а – до 5000 дней; б – с 5000 до 7000 дней)

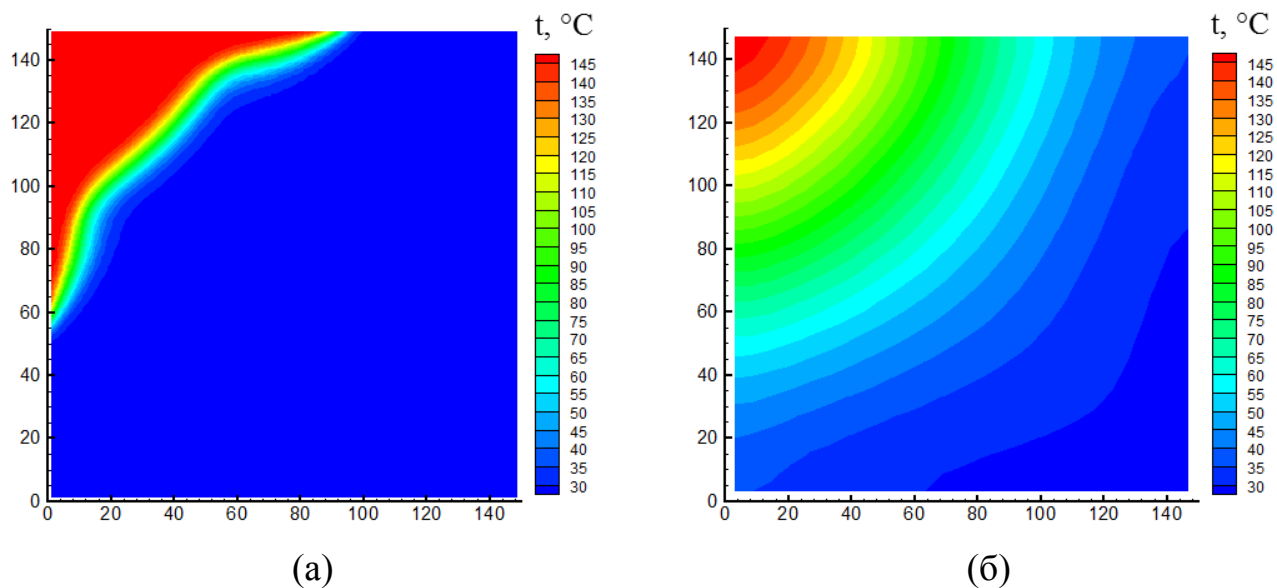


Рисунок 3.14 – Поле температуры, полученное в результате моделирования вытеснения ньютоновской нефти (а – без использования линий тока; б – с использованием линий тока)

Таким образом, реализация метода линий тока позволяет проводить многовариантные расчеты неизотермической нелинейной фильтрации.

3.4. Расчеты эффективности разработки при нелинейной фильтрации

В предыдущих разделах было отмечено, что для разработки месторождений высоковязких нефтей и природных битумов широко применяются тепловые МУН. Для исследования эффективности применения тепловых МУН в условиях нелинейности фильтрации был проведен ряд расчетов. Рассматривается задача плоскопараллельного вытеснения нефти водяным паром. Фильтрация воды подчиняется закону Дарси, нефть проявляет вязкопластичные свойства, причем в рассматриваемой задаче только предельный градиент давления является функцией температуры. В левой части расчетной области закачивается водяной пар, на правой границе расположена добывающая скважина. Исследовалось

влияние начальной водонасыщенности на эффективность вытеснения, в частности, начальная водонасыщенность принимала значения 0 и 0.08.

Распределения флюидонасыщенностей, полученные в результате расчетов, представлены на рисунке 3.15. Видно, что в случае пласта, насыщенного только нефтью, заводнение неэффективно: закачиваемый пар распространился на одну расчетную ячейку (рисунок 3.15а), а сконденсировавшаяся вода не распространилась дальше величины $\Delta p/\gamma$, где γ – предельный градиент давления при пластовой температуре. В случае наличия в пласте подвижной воды фронт вытеснения распространяется за предельную величину (рисунок 3.15б), при этом формируется как паровая камера, так и «нефтяной вал», в котором значение нефтенасыщенности близко к 1. Как следствие, при больших временах фронт вытеснения доходит до добывающей скважины. Таким образом, для эффективной (с точки зрения вытеснения) закачки теплоносителя в пласт с вязкопластичной нефтью необходимо наличие проводящего канала (например, несвязанной воды).

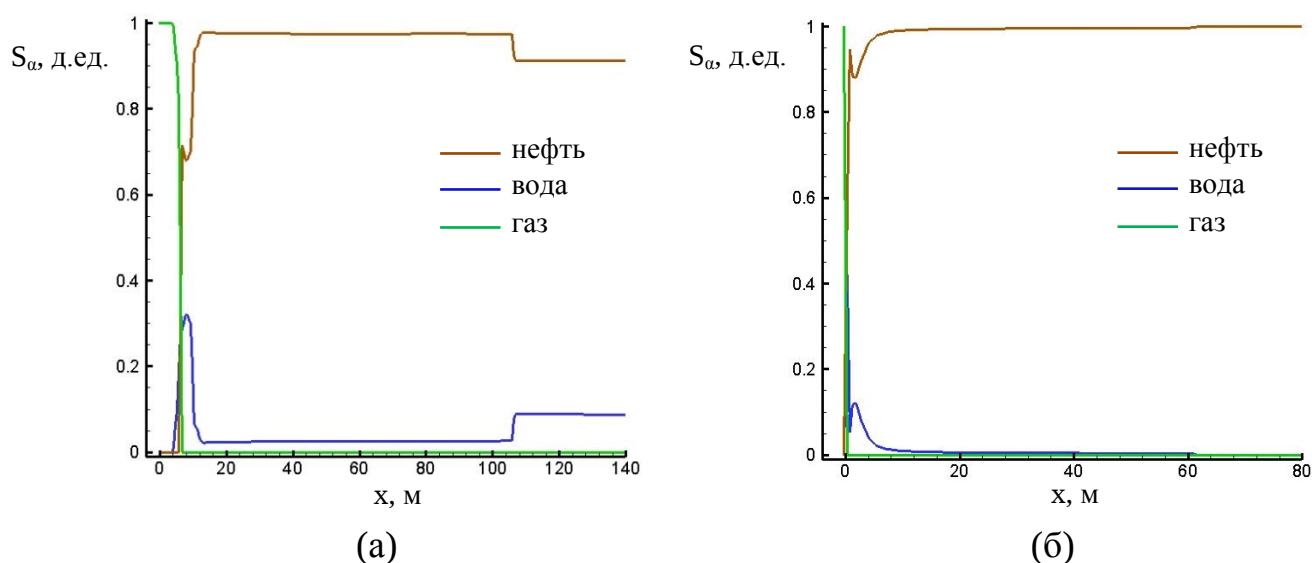


Рисунок 3.15 – Профиль насыщенности при вытеснении бингамовской нефти паром (а – при наличии подвижной воды; б – при отсутствии подвижной воды)

Так как при фильтрации однофазной вязкопластичной смеси размер воронки депрессии не превосходит значение $\Delta p/\gamma$, то логично ожидать уменьшение размеров дренируемой зоны в случае многофазной фильтрации с вязкопластичной нефтью. Потому вид закона фильтрации влияет на выбор

оптимальной стратегии разработки пласта. Вполне может оказаться, что при нелинейной фильтрации необходимо выбирать более плотную расстановку скважин по сравнению с фильтрацией по закону Дарси для большего коэффициента охвата разработкой. Для проверки данного предположения рассматривалась задача вытеснения бингамовской нефти водой на элементе симметрии пятиточечной системы разработки. Исследовалось влияние сгущения сетки скважин (сетка 150×150 метров и 75×75 метров), а также закачки теплоносителя (закачка горячей воды в сравнении с закачкой пластовой воды) на эффективность разработки при фильтрации нефти по закону Дарси, а также по закону фильтрации с предельным градиентом (модель Бингама). Для обеспечения корректности сравнения в рассматриваемой задаче только предельный градиент давления зависел от температуры, при этом вязкость и плотность флюидов от температуры не зависели.

Зависимости накопленной добычи воды и нефти, полученные в результате расчетов, представлены на рисунках 3.16–3.17. Из этих рисунков видно, что уплотнение сетки скважин в 2 раза негативно сказывается на накопленной добыче нефти (рисунок 3.17) ввиду более раннего прорыва закачиваемой воды (рисунок 3.16, момент времени 2.3 года). Как результат, уменьшается чистый дисконтированный доход проекта (NPV – net present value, рисунок 3.18). В то же время уплотнение сетки скважин при фильтрации по закону с предельным градиентом позволило увеличить накопленную добычу нефти в 5 раз, что позволило несколько улучшить NPV проекта. Использование закачки горячей воды для уплотненной расстановки скважин увеличило накопленную добычу нефти еще в 8 раз, в результате чего значение NPV стало положительным, что обосновывает рентабельность проекта. Проведенные расчеты показывают важность учета реологической кривой тяжелых нефтей при планировании разработки месторождений.

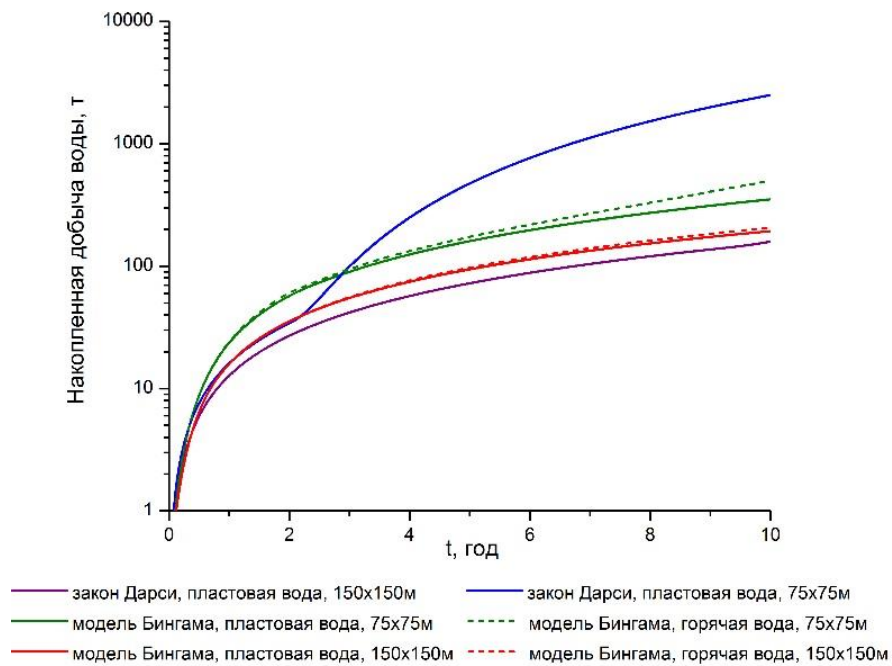


Рисунок 3.16 – Зависимость накопленной добычи воды от времени, полученная в результате моделирования вытеснения на элементе пятиточечной системы разработки

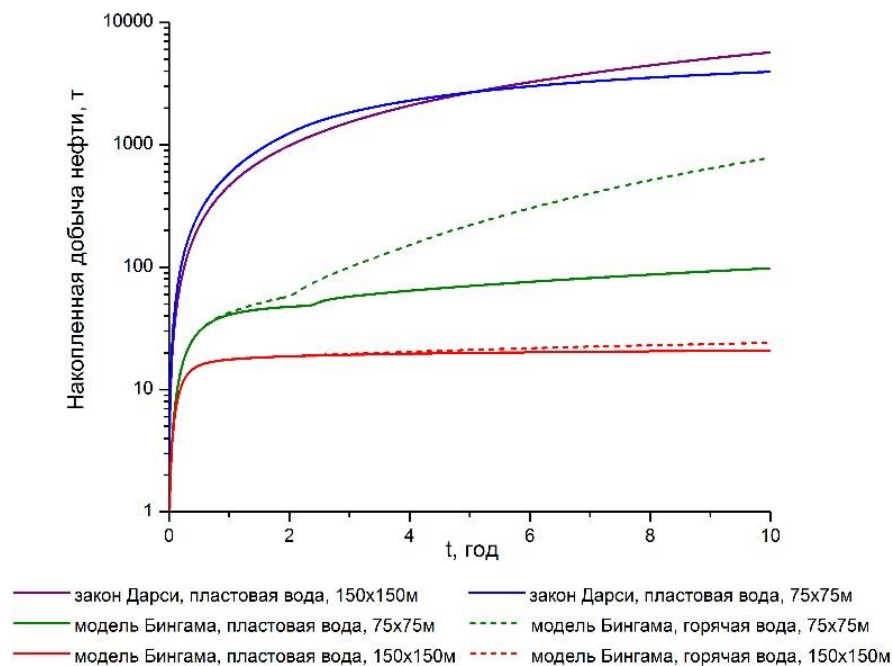


Рисунок 3.17 – Зависимость накопленной добычи нефти от времени, полученная в результате моделирования вытеснения на элементе пятиточечной системы разработки

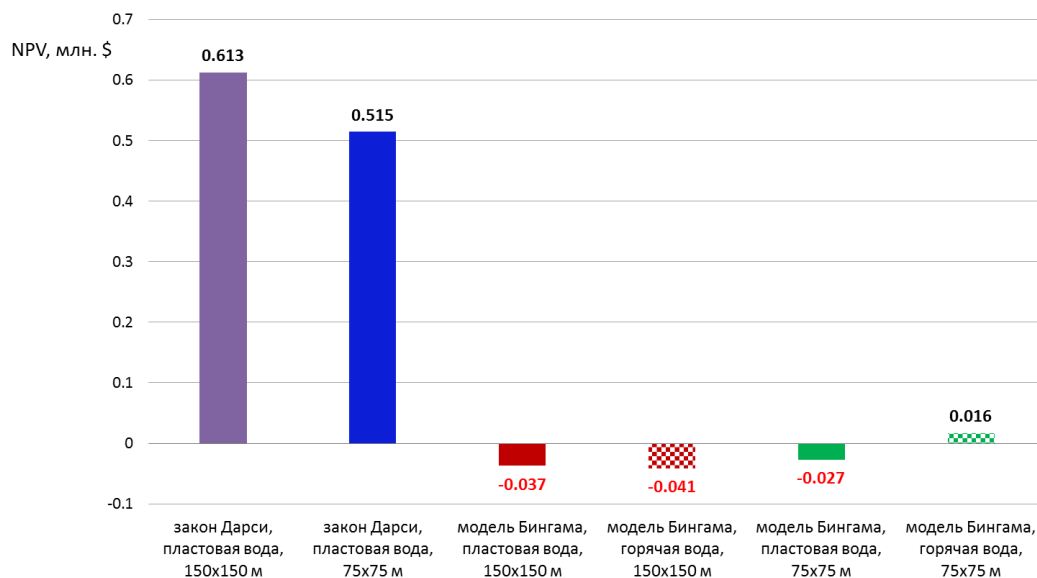


Рисунок 3.18 – Значения чистого дисконтированного дохода, полученные в результате моделирования вытеснения на элементе пятиточечной системы разработки

3.5. Обоснование подходов к интерпретации ГДИС

Стандартные методики интерпретации гидродинамических исследований скважин не позволяют корректно диагностировать типовые режимы нелинейной фильтрации, а потому определить параметры коллектора. Об этом наглядно свидетельствуют результаты проводимых многовариантных расчетов. Стоит отметить, что возможность проведения многовариантных расчетов в разработанной программе позволяет использовать ее для проведения анализа чувствительности к изменению определяемых параметров (проницаемость, скин-фактор, параметры закона фильтрации), наглядной иллюстрацией которого являются типовые кривые.

Для иллюстрации представленного факта был проведен ряд расчетов. Рассматривался горизонтальный замкнутый пласт, вскрытый в центре вертикальной добывающей скважиной (рисунок 3.19). На скважине

поддерживается постоянное забойное давление. Расчеты проводились для фильтрации однофазного однокомпонентного флюида по трем законам, представленным на рисунке 3.20 (линейный закон Дарси, квазилинейный закон с предельным градиентом и гладкий нелинейный закон, представленный в работе [49]). Параметры проведенных расчетов представлены в таблице 3.1.

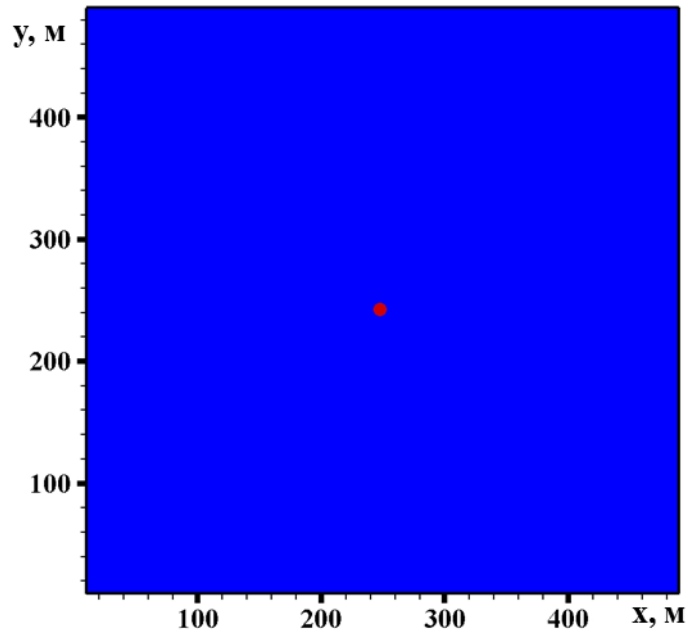


Рисунок 3.19 – Расчетная область, используемая при моделировании

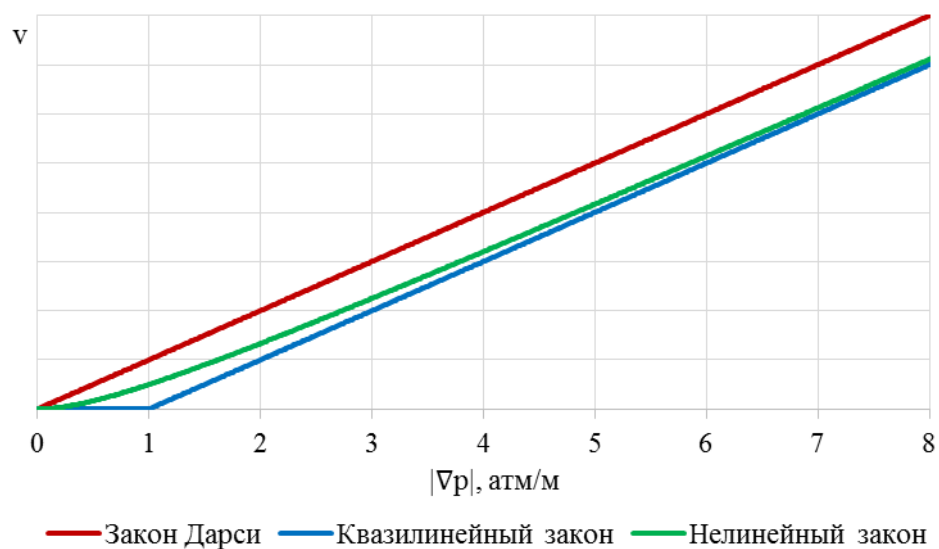


Рисунок 3.20 – Реологические кривые, используемые при моделировании

Таблица 3.1 – Параметры расчетов для исследования информативности ГДИС

Параметр	Значение
Размер пласта	500 м
Начальное пластовое давление	130 атм
Пористость	0.2
Проницаемость	1 мД
Мощность пласта	10 м
Суммарная сжимаемость	10^{-4} атм ⁻¹
Плотность нефти	800 кг/м ³
Вязкость нефти	5 сП
Предельный градиент	1 атм/м
Забойное давление	30 атм
Радиус скважины	0.108 м

Полученные в результате численного моделирования диагностические графики представлены на рисунке 3.21. Видно, что в случае фильтрации по закону Дарси, радиальный режим (красная кривая) хорошо выдержан, а следующий за ним режим истощения отчетливо диагностируется. При фильтрации с предельным градиентом (синяя кривая) радиальный режим скрыт ранним режимом истощения, который возникает не из-за достижения фронта возмущения границ пласта, а из-за ограниченности воронки депрессии. С другой стороны, при нелинейной фильтрации в отсутствии предельного градиента фронт давления доходит до границы пласта, причем режим истощения наступает гораздо позже истощения при линейной фильтрации. Кроме того, радиальный режим диагностируется в течение короткого промежутка времени и на практике может быть скрыт послепритоком. Между радиальным течением и режимом истощения наблюдается длительный переходный режим, который определяется параметрами закона фильтрации, а наклон диагностического графика не равен нулю. Согласно традиционной методике интерпретации такой результат является следствием нарушения радиальности притока, что не согласуется с распределением линий

тока (рисунок 3.22). Аналогичные результаты получаются и в случае вскрытия пласта трещиной бесконечной проводимости (рисунок 3.23).

Таким образом, при нелинейной фильтрации теряется привычная связь между симметрией режима течения и основным диагностическим признаком логарифмической производной. Поэтому для корректной интерпретации результатов ГДИС с аномальной реологией необходим поиск новых более надежных диагностических признаков.

Одним из очевидных подходов к решению этой задачи является анализ чувствительности конфигурации типовых кривых к искомым параметрам. Стоит отметить, что эту процедуру необходимо проводить для каждой из разновидностей законов фильтрации.

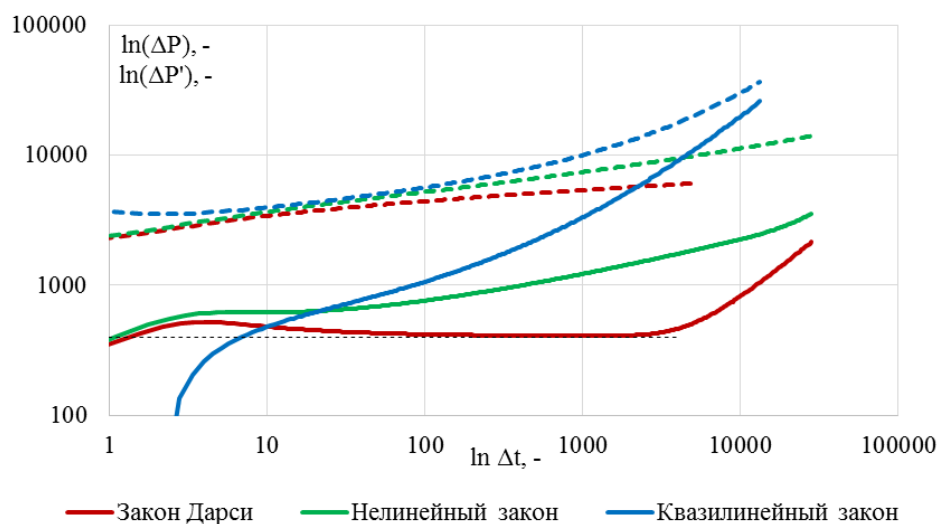


Рисунок 3.21 – Поведение давления (пунктирные линии) и логарифмической производной (сплошные линии) в двойном логарифмическом масштабе при исследовании по технологии кривой стабилизации давления, модель вертикальной скважины

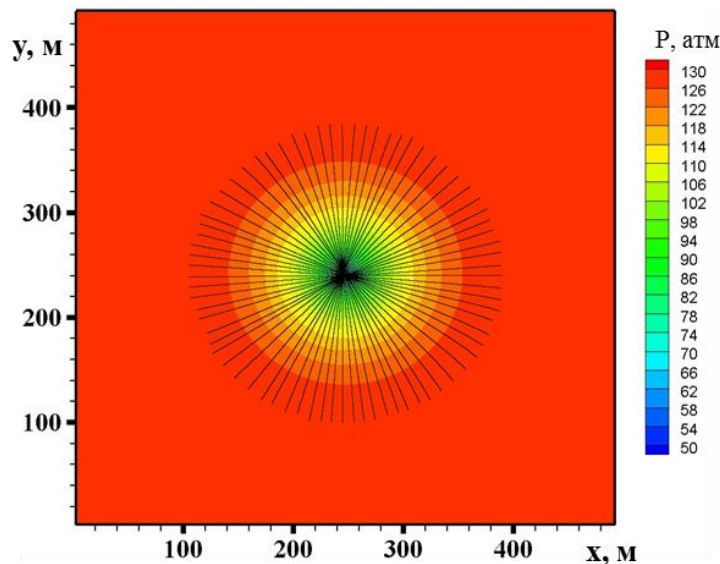


Рисунок 3.22 – Поле давления и распределение линий тока при притоке к одиночной скважине при нелинейном законе фильтрации (момент времени 100 дней)

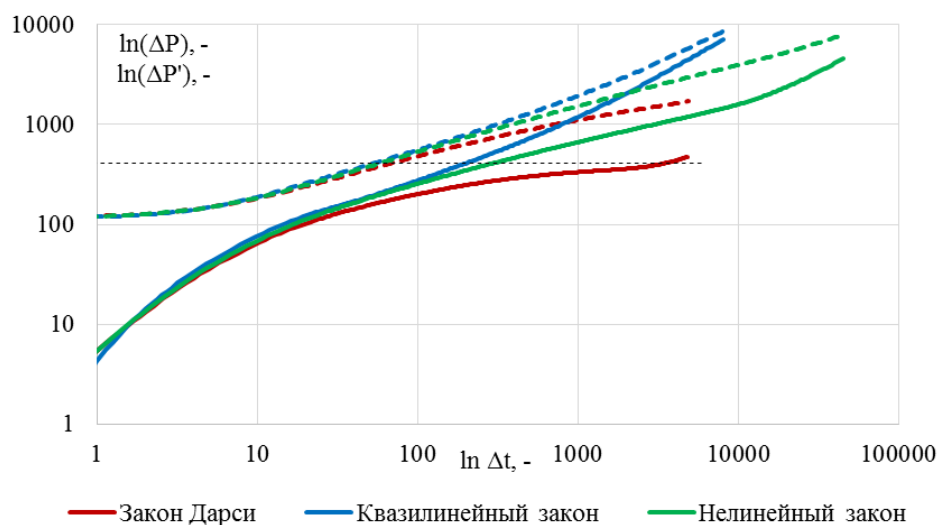


Рисунок 3.23 – Поведение давления (пунктирные линии) и логарифмической производной (сплошные линии) в двойном логарифмическом масштабе при исследовании по технологии кривой стабилизации давления, модель трещины бесконечной проводимости

Рассмотрим основные закономерности поведения давления и логарифмической производной при нелинейной фильтрации с предельным градиентом. Выбор этого закона фильтрации для исследования связан с тем, что

он хорошо описывает течение высоковязких нефтей, при этом основное отличие от закона Дарси заключается только в наличии предельного градиента, как дополнительного параметра. Постановка задачи (рисунок 3.19) и параметры расчетов (таблица 3.1) соответствовали предыдущему исследованию, но в данном случае проводился анализ чувствительности результатов к выбору проницаемости, предельного градиента и скин-фактора, а не к выбору закона фильтрации. Максимальное изменение предельного градиента составляло 5 раз относительно базового значения ($\gamma = 1$ атм/м), значение проницаемости варьировалось от 0.01 мД до 5 мД (базовое значение 1 мД), скин-фактор изменялся от -3 до 5 (базовое значение 0).

Графики давления и логарифмической производной после проведенного анализа чувствительности представлены на рисунках 3.24–3.26. Из полученных результатов видно, что изменение скин-фактора (рисунок 3.24) слабо отражается на поведении кривых давления и логарифмической производной, при этом варьирование проницаемости и предельного градиента приводит к заметному расхождению графиков. При изменении предельного градиента (рисунок 3.25) наибольшее расхождение наблюдается при больших временах исследования, где проявляется режим истощения. Размер зоны дренирования для бингамовской фильтрации ограничивается параметром $\Delta p/\gamma$, что и обуславливает подобное поведение давления и логарифмической производной. В таком случае интерес представляет зависимость времени наступления режима истощения от значения предельного градиента. Для этого целесообразно использовать аналитические методы [11,15].

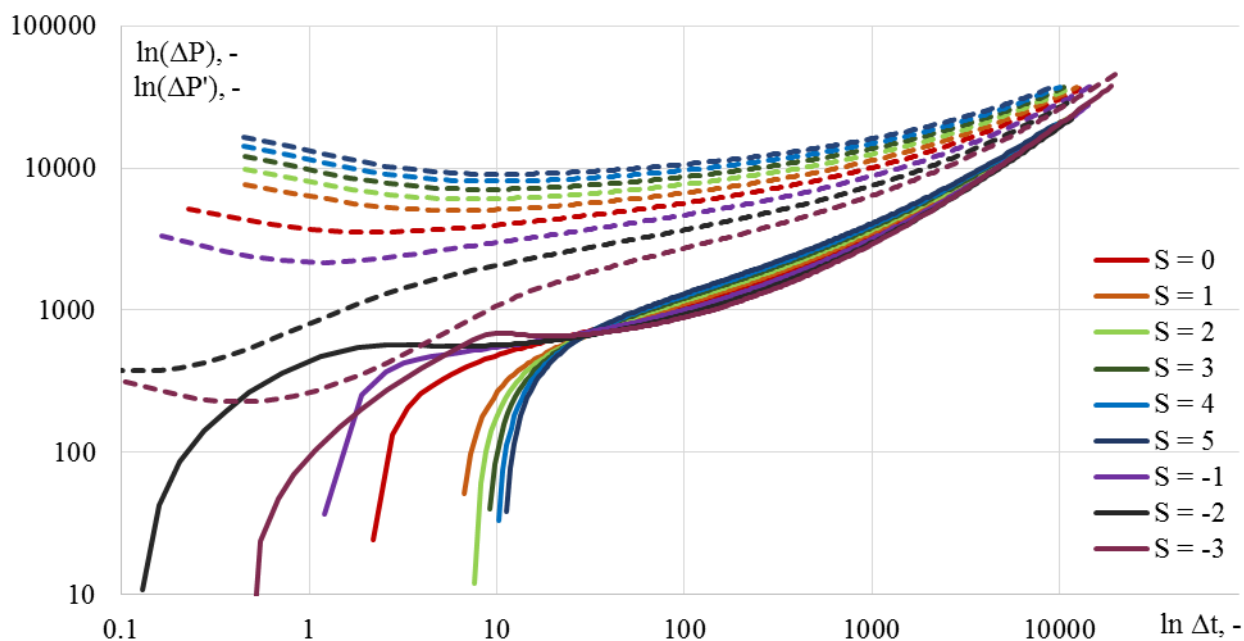


Рисунок 3.24 – Поведение давления (пунктирные линии) и логарифмической производной (сплошные линии) в двойном логарифмическом масштабе при исследовании по технологии кривой стабилизации давления для различных значений скин-фактора, модель вертикальной скважины

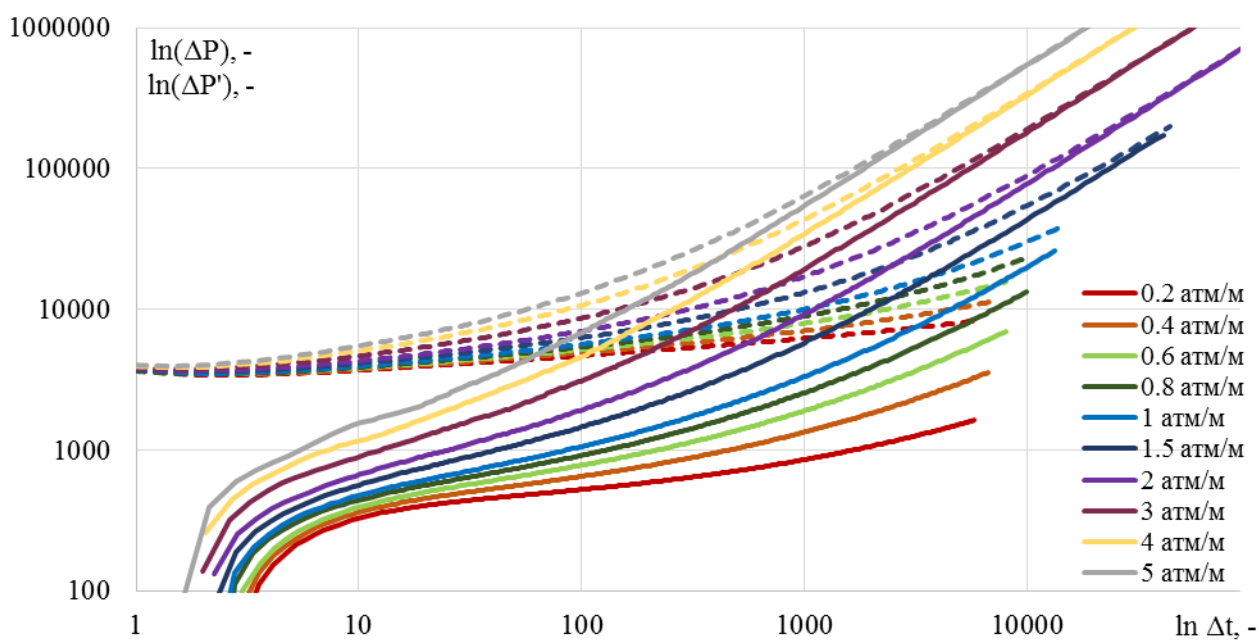


Рисунок 3.25 – Поведение давления (пунктирные линии) и логарифмической производной (сплошные линии) в двойном логарифмическом масштабе при исследовании по технологии кривой стабилизации давления для различных значений предельного градиента давления, модель вертикальной скважины

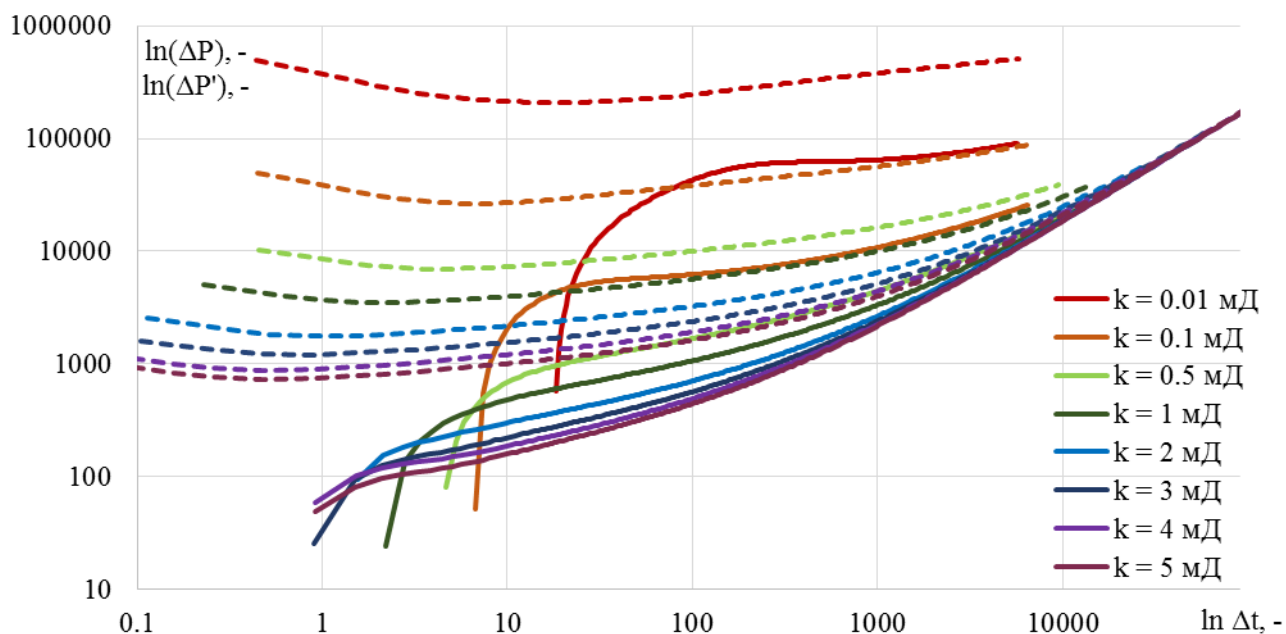


Рисунок 3.26 – Поведение давления (пунктирные линии) и логарифмической производной (сплошные линии) в двойном логарифмическом масштабе при исследовании по технологии кривой стабилизации давления для различных значений проницаемости, модель вертикальной скважины

Перейдем к рассмотрению влияния проницаемости пласта на кривые давления и его производной (рисунок 3.26). В отличие от влияния предельного градиента, приводящего к ограниченной зоне дренирования, наибольшее изменение в полученных графиках наблюдается при переходном режиме фильтрации. Стоит отметить, что при этом режиме графики давления характеризуются линейной зависимостью в двойном логарифмическом масштабе с одинаковым наклоном (в случае обычного масштаба эта зависимость описывается степенным законом), что может послужить диагностическим признаком при интерпретации. Поэтому были проведены дополнительные расчеты, направленные на исследование зависимости угла наклона графика давления в двойном логарифмическом масштабе от предельного градиента (в предположении постоянства этого угла для разных значений проницаемости). Полученные графики давления представлены на рисунках 3.27–3.31. На каждом графике отмечен переходный режим фильтрации, справа приведен результат его аппроксимации степенной зависимостью с помощью метода наименьших

квадратов. Видно, что для каждого значения предельного градиента наклон графика давления практически не зависит от проницаемости. Поэтому полученные значения наклонов были сведены в отдельную зависимость от предельного градиента (рисунок 3.32), которая достаточно точно аппроксимируется линейной зависимостью. Здесь дополнительными прямыми отмечены аппроксимации максимальных и минимальных значений, которые определяют допустимый коридор значений предельных градиентов для конкретного значения наклона графика давления. В данном случае разброс значений предельных градиентов составляет примерно ± 0.15 атм/м для искомого значения.

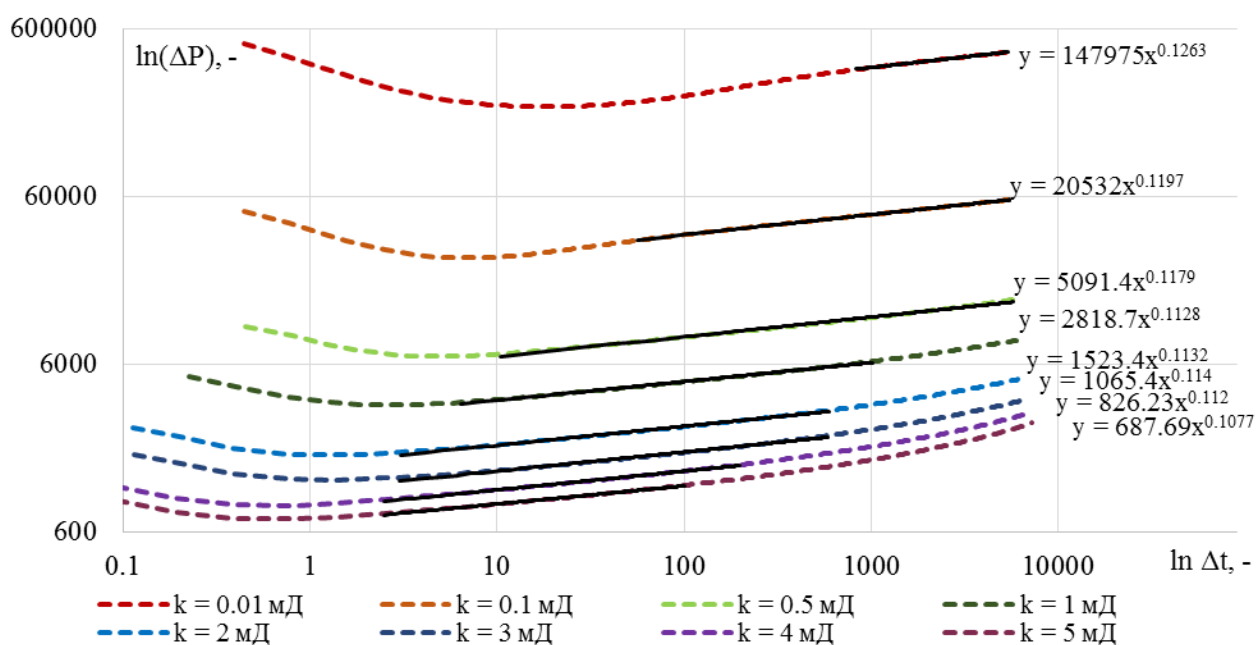


Рисунок 3.27 – Поведение давления в двойном логарифмическом масштабе при исследовании по технологии кривой стабилизации давления для различных значений проницаемости, модель вертикальной скважины, предельный градиент давления равен 0.2 атм/м

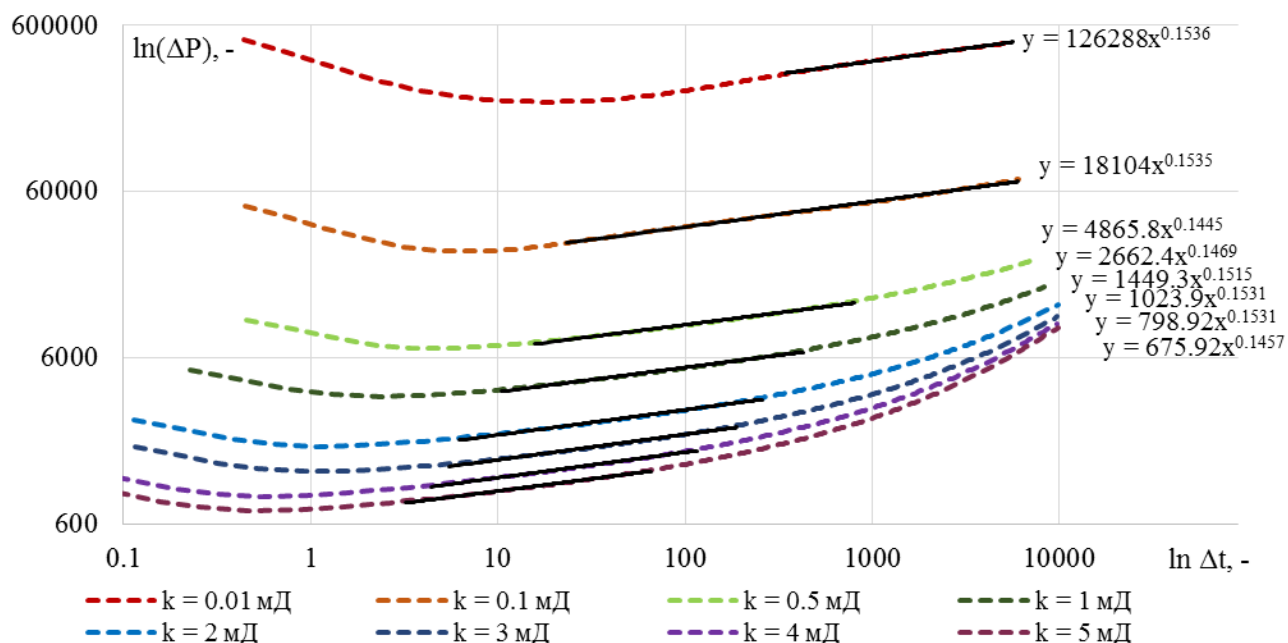


Рисунок 3.28 – Поведение давления в двойном логарифмическом масштабе при исследовании по технологии кривой стабилизации давления для различных значений проницаемости, модель вертикальной скважины, предельный градиент давления равен 0.6 атм/м

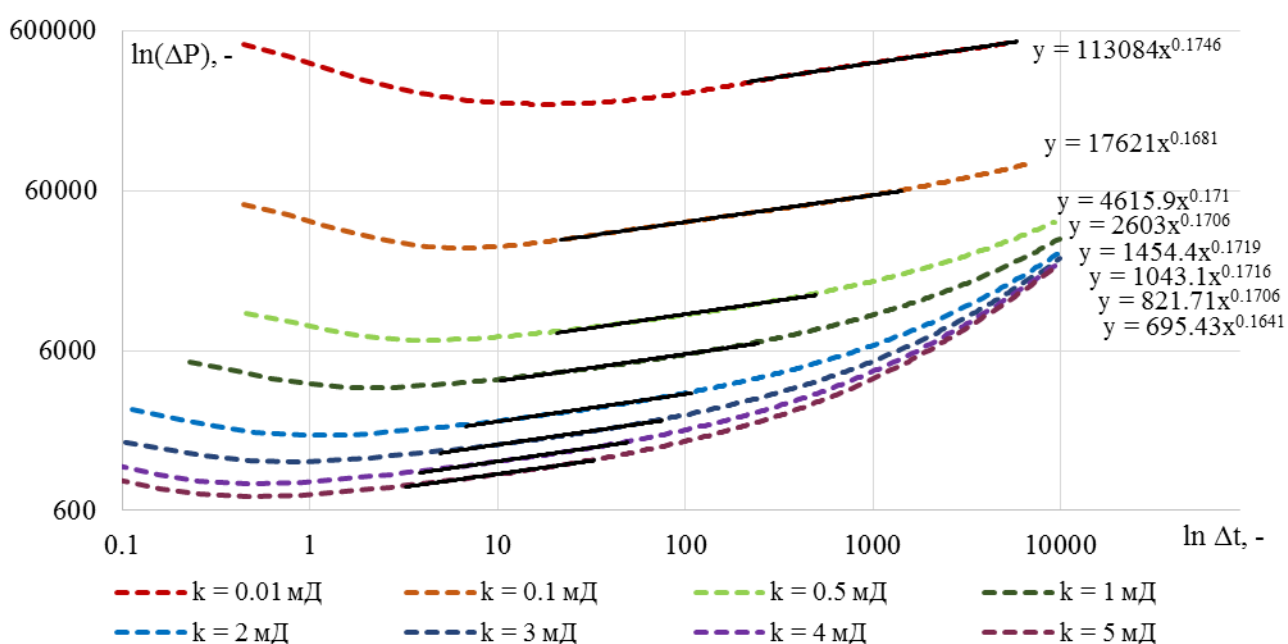


Рисунок 3.29 – Поведение давления в двойном логарифмическом масштабе при исследовании по технологии кривой стабилизации давления для различных значений проницаемости, модель вертикальной скважины, предельный градиент давления равен 1 атм/м

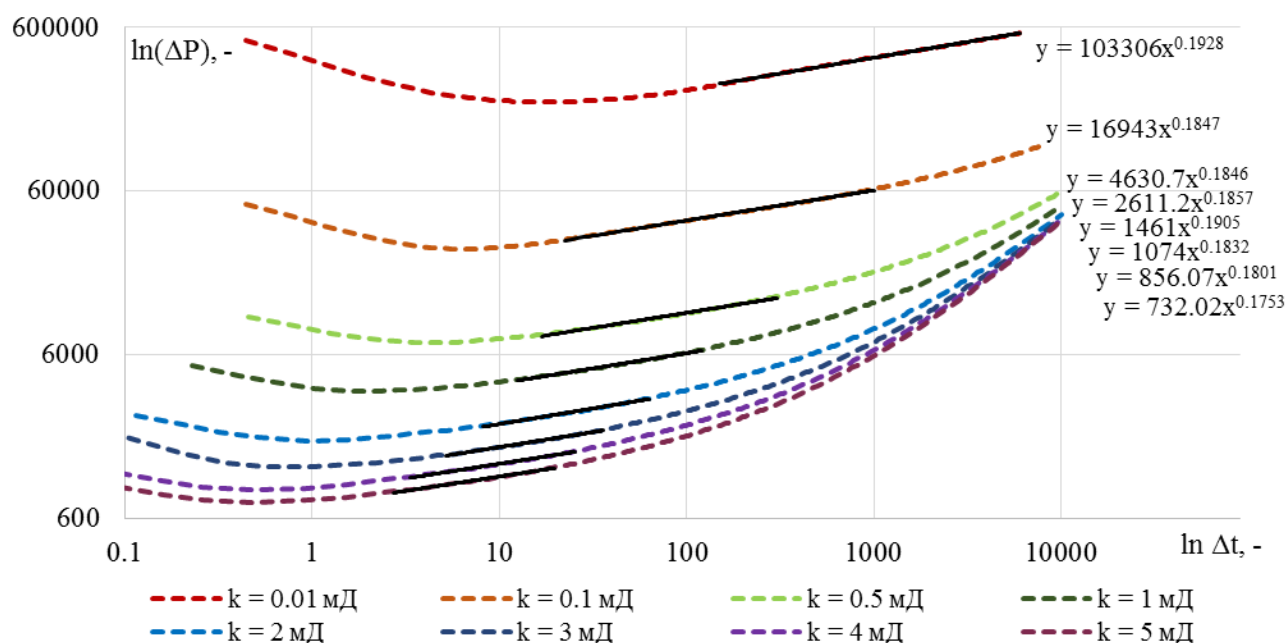


Рисунок 3.30 – Поведение давления в двойном логарифмическом масштабе при исследовании по технологии кривой стабилизации давления для различных значений проницаемости, модель вертикальной скважины, предельный градиент давления равен 1.4 атм/м

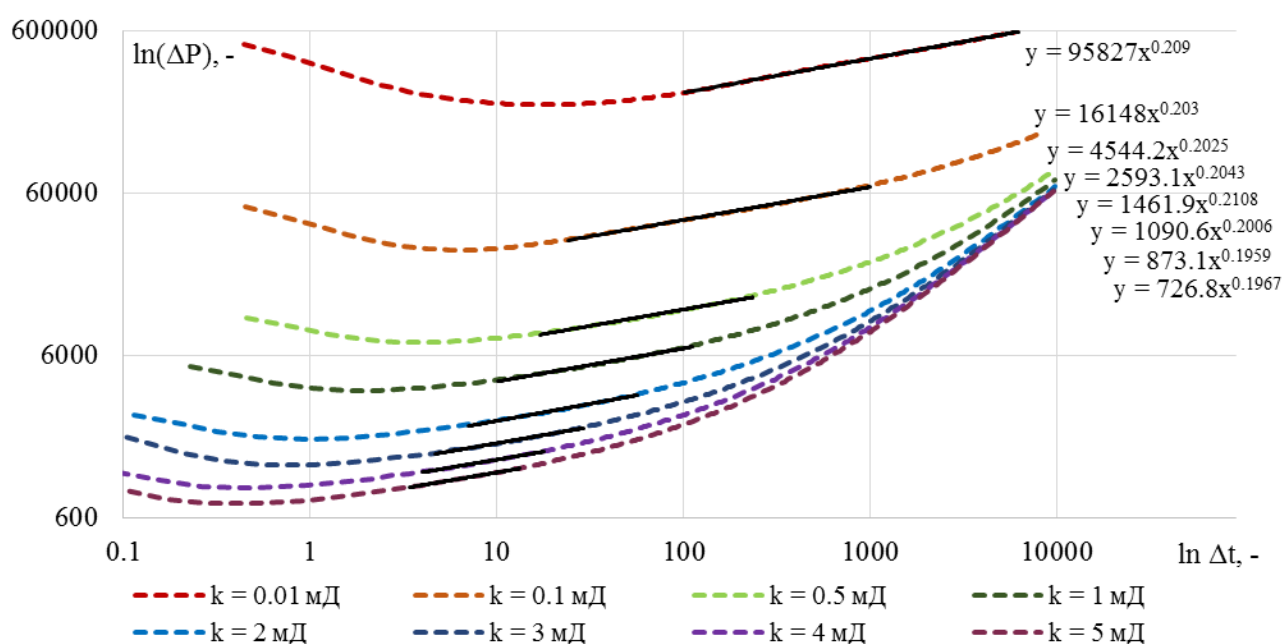


Рисунок 3.31 – Поведение давления в двойном логарифмическом масштабе при исследовании по технологии кривой стабилизации давления для различных значений проницаемости, модель вертикальной скважины, предельный градиент давления равен 1.8 атм/м

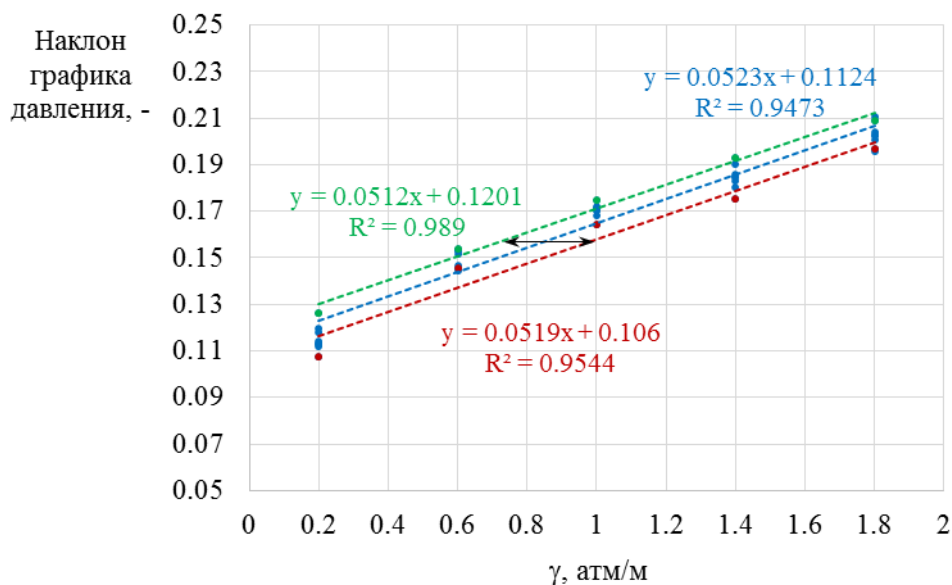


Рисунок 3.32 – Значения наклонов графика давления, полученные при исследовании по технологии кривой стабилизации давления для различных значений проницаемости и предельного градиента

Таким образом, при интерпретации скважин, вскрывающих пласты с вязкопластичной нефтью, может быть использован дополнительный диагностический признак, характеризующийся линейной зависимостью графика давления в двойных логарифмических координатах, которая явно прослеживается. Инструментом для интерпретации результатов ГДИС на основе найденного признака может стать разработанная автором программа.

Учитывая представленные выше особенности интерпретации, а также тот факт, что вид закона фильтрации определяется не только свойствами нефти, но структурой и свойствами порового пространства и потому может меняться для каждого типа коллектора, целесообразно проводить интерпретацию результатов ГДИС методом совмещения на основе аналитической модели для конкретного закона фильтрации.

Однако для практической реализации данной идеи при интерпретации реальных результатов необходимо учесть одновременное совместное влияние на поведение давления и логарифмической производной всех перечисленных факторов (среди которых помимо предельного градиента следует назвать

проницаемость пласта и скин-фактор). Также необходимо учитывать зашумленность получаемых графиков.

Поэтому особый интерес для дальнейшего исследования представляет дополнительный анализ информативности результатов расчетов к совместному влиянию определяемых параметров и зашумленности исходных данных и поиск специфических информативных признаков для индивидуальной диагностики каждого из названных параметров.

Применение разработанной программы позволяет не только проводить расчет типовых кривых для интерпретации данных ГДИС при нелинейной фильтрации, но и учитывать работу скважины с различным контролем и сложное вскрытие пласта (горизонтальные скважины, многоствольные скважины, скважины с многостадийным ГРП и др.). Помимо этого главная практическая направленность разработанной программы заключается в прогнозе профиля добычи скважин при сложных способах вскрытия пластов с вязкопластичной нефтью.

3.6. Выводы к главе 3

1. Разработанный программный комплекс может быть применен для оптимизационных расчетов эффективности тепловых МУН при разработке пластов с вязкопластичной нефтью. Кроме того, применение представленного программного комплекса целесообразно при интерпретации результатов ГДИС методом совмещения.

2. Проведенные расчеты на элементе симметрии пятиточечной системы разработки показали необходимость учета не только вязкопластичной реологии нефти, но и ее зависимости от температуры для обеспечения положительного экономического эффекта. Также для эффективной закачки теплоносителя в пласт с бингамовской нефтью необходимо наличие проводящего канала.

3. Традиционные методы интерпретации результатов долговременного мониторинга скважин, вскрывающих пласты с высоковязкой нефтью, а также низкопроницаемые коллектора, не позволяют корректно определить параметры пласта и закона фильтрации (в случае бингамовской нефти невозможно определить предельный градиент давления). В таких случаях, для уменьшения числа неизвестных параметров, необходимо привлекать результаты дополнительных исследований. Альтернативным способом является использование разработанного программного комплекса для расчета в рамках выбранного закона фильтрации кривой падения давления (расхода), наилучшим образом совпадающей с промысловой (метод совмещения), а также использование переходного режима фильтрации для определения величины предельного градиента давления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках проделанной работы были получены следующие результаты:

1. Выполнена научно-квалификационная работа, содержащая решение задачи неизотермической нелинейной фильтрации многофазного многокомпонентного флюида с использованием линий тока и имеющая большое значение при разработке месторождений с трудноизвлекаемыми запасами с помощью тепловых методов увеличения нефтеотдачи, а также определении фильтрационных параметров этих пластов по результатам гидродинамических исследований скважин.

2. На основе существующих подходов к моделированию методом линий тока разработан новый алгоритм моделирования, который показал высокую эффективность при решении задач неизотермической нелинейной фильтрации многокомпонентной смеси. Благодаря решению полной системы уравнений на глобальной сетке и линиях тока учитывается зависимость реологии нефти от температуры, что позволяет точнее определять геометрию линий тока и, таким образом, распределение неизвестных.

3. Реализованы алгоритмы построения линий тока, интерполяции решения с глобальной сетки на сетку, ассоциированную с линиями тока, и обратно. Предложен метод учета теплопроводности для представленного подхода, а также критерий остановки расчетов на линиях тока для последующего решения задачи на глобальной сетке. Благодаря расщеплению по физическим процессам предложенный метод учета теплопроводности позволяет учесть процессы теплопереноса, направление которых не совпадает с направлением скорости фильтрации.

4. Предложен новый метод учета негладких коэффициентов, возникающих в уравнении пьезопроводности при моделировании кусочно-линейных законов фильтрации. Представленный алгоритм позволил улучшить сходимость итераций по нелинейности в уравнении для давления, причем сами нелинейные

коэффициенты искажаются незначительно. Метод был внедрен в алгоритм расчета на линиях тока, что привело к созданию нового вычислительного алгоритма.

5. Разработан алгоритм для численного решения системы уравнений рассматриваемой модели, основу которого составляет метод IMPES. Разработанные численные алгоритмы были реализованы в программном комплексе, который прошел верификацию путем сравнения с известными аналитическими и численными решениями. Структура программы позволяет легко добавлять новые скважины различного типа (нагнетательные, добывающие, нагревательные), а также задавать различные виды реологических кривых нефти.

6. С помощью программы были проведены расчеты эффективности тепловых МУН в месторождениях с высоковязкими нефтями. Установлено, что для успешного вытеснения вязкопластичной нефти необходимо присутствие подвижной фазы, фильтрация которой происходит по закону Дарси (например, воды).

7. Расчеты на элементе симметрии пятиточечной системы разработки показали, что для выбора оптимального варианта в случае нелинейной фильтрации необходимо выбирать более плотную сетку бурения по сравнению с линейной фильтрацией. Кроме того, ввиду высокой чувствительности параметров оптимального варианта разработки к виду реологической кривой необходимо привлекать дополнительные исследования для определения закона фильтрации для конкретного месторождения.

8. Интерпретация данных долговременного мониторинга скважин, вскрывающих пласты с вязкопластичной нефтью, по стандартным методикам не позволяет получить достоверные значения параметров пласта ввиду невозможности диагностировать радиальный режим фильтрации. Основная причина – раннее наступление режима истощения, обусловленного влиянием предельного градиента. Для корректной интерпретации результатов ГДИС в подобных коллекторах должны быть разработаны новые методики на основе метода типовых кривых и линейной анаморфозы. Применение разработанной

программы позволяет не только проводить расчет типовых кривых для интерпретации данных ГДИС при нелинейной фильтрации, но и учитывать работу скважины с различным контролем и сложное вскрытие пласта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кокурина, В.В.* Контроль эффективности повторного гидроразрыва пласта по результатам гидродинамических исследований / В.В. Кокурина, М.И. Кременецкий, В.М. Кричевский // Каротажник. - 2013. - №5. - С.76-101.
2. *Xiong, W.* Pseudo threshold pressure gradient to flow for low permeability reservoirs / W. Xiong, Q. Lei, S. Gao, Z. Hu, H. Xue // Petroleum Exploration and Development. - 2009. - V. 36. - P.232-236.
3. *Ли, С.* Нелинейная фильтрация воды в низкопроницаемых коллекторах / С. Ли // Вести газовой науки. - 2015. - №3. - С.116-121.
4. *Wang, X.* Effect of absorption boundary layer on nonlinear flow in low permeability porous media / X. Wang, Z. Yang, Y. Qi, Y. Huang // Journal of Central South University of Technology. - 2011. - V. 18. - P.1299-1303.
5. *Pang, Z.X.* The transient method and experimental study on threshold pressure gradient of heavy oil in porous media / Z.X. Pang, H.Q. Liu // Petroleum Engineering Journal. - 2012. - V. 5. - P.7-13.
6. Advanced Process and Thermal Reservoir Simulator; CMG STARS, Version 2009 [Text] : Computer Modelling Group Ltd. - Calgary, AB, Canada, 2009. - 1120 p.
7. *Азиз, Х.* Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. - М.: Недра, 1982, - 407 с.
8. *Лейбензон, Л.С.* Нефтепромысловая механика. Ч. 2, Подземная гидравлика воды, нефти и газа / Л.С. Лейбензон. - М.: ОНТИ, 1934, - 352 с.
9. *Muskat, M.* The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media / M. Muskat. - New York: McGraw-Hill Book Co., 1937. - 763 p.
10. *Чарный, И.А.* Подземная гидромеханика / И.А. Чарный. - Москва-Ленинград: ОГИЗ, Гос. из-во технико-теоретической литературы, 1948, - 196 с.

11. *Басниев, К.С.* Подземная гидромеханика: Учебник для вузов / К.С. Басниев, И.Н. Кочина, В.М. Максимов. - М.: Недра, 1993, - 416 с.
12. *Ентов, В.М.* О некоторых двумерных задачах теории фильтрации с предельным градиентом / В.М. Ентов // Прикладная математика и механика. - 1967. - Т. 31, №5. - С.820-833.
13. *Ентов, В.М.* Об одной задаче фильтрации с предельным градиентом, допускающей точное решение / В.М. Ентов // Прикладная математика и механика. - 1968. - Т. 32, №3. - С.487-492.
14. *Ентов, В.М.* Определение начального градиента давления при движении нефтей в пластовых условиях / В.М. Ентов, В.И. Ильяев, С.Д. Мустафаев, Н.Р. Рахимов // Нефтяное хозяйство. - 1971. - №9. - С.53-55.
15. *Баренблатт, Г.И.* Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. - М.: Недра, 1984, - 211 с.
16. *Алишаев, М.Г.* Неизотермическая фильтрация при разработке нефтяных месторождений / М.Г. Алишаев, М.Д. Розенберг, Е.В. Теслюк. - М.: Недра, 1985, - 271 с.
17. *Baoquan, Z.* Mechanism of Threshold Pressure Gradient Reduction by Surfactant / Z. Baoquan, C. Linsong, H. Fei // International Forum on Porous Flow and Applications. - Wuhan City, 2009.
18. *Baoquan, Z.* Low velocity non-linear flow in ultra-low permeability reservoir / Z. Baoquan, C. Linsong, L. Chunlan // Journal of Petroleum Science and Engineering. - 2011. - V. 80 - P.1-6.
19. *Fei, H.* Threshold Pressure Gradient in Ultra-low Permeability Reservoirs / H. Fei, L.S. Cheng, O. Hassan, J. Hou, C.Z. Liu, J.D. Feng // Petroleum Science and Technology. - 2008. - V. 26 - P.1024-1035.
20. *Xiong, W.* Pseudo threshold pressure gradient to flow for low permeability reservoirs / W. Xiong, Q. Lei, S. Gao, Z. Hu, H. Xue // Petroleum Exploration and Development. - 2009. - V. 36. - P.232-236.

21. *Wang, X.* Effect of absorption boundary layer on nonlinear flow in low permeability porous media / X. Wang, Z. Yang, Y. Qi, Y. Huang // Journal of Central South University of Technology. - 2011. - V. 18. - P.1299-1303.
22. *Байков, В.А.* Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Лабораторные фильтрационные исследования керн Приобского месторождения / В.А. Байков, А.В. Колонских, А.К. Макатров, М.Е. Политов, А.Г. Телин // Научно-технический вестник ОАО «НК «Роснефть». - 2013. - №2. - С.4-7.
23. *Байков, В.А.* Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Анализ и интерпретация результатов лабораторных исследований керн Приобского месторождения / В.А. Байков, Р.Р. Галеев, А.В. Колонских, А.К. Макатров, М.Е. Политов, А.Г. Телин, А.В. Якасов // Научно-технический вестник ОАО «НК «Роснефть». - 2013. - №2. - С.8-12.
24. *Байков, В.А.* Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Влияние на технологические показатели разработки месторождения / В.А. Байков, Р.Р. Галеев, А.В. Колонских, А.В. Якасов, К.В. Торопов // Научно-технический вестник ОАО «НК «Роснефть». - 2013. - №2. - С.17-19.
25. *Флорин, В.А.* Уплотнение земляной среды и фильтрации при переменной пористости с учетом влияния связанной воды / В.А. Флорин // Изв. АН СССР, ОТН. - 1951. - №11. - С.1634-1641.
26. *Мирзаджанзаде, А.Х.* О теоретической схеме явления ухода раствора / А.Х. Мирзаджанзаде // Докл. АН АзССР. - 1953. - Т. 9, №4. - С. 203-205.
27. *Мирзаджанзаде, А.Х.* Вопросы гидродинамики вязко-пластичных и вязких жидкостей в нефтедобыче / А.Х. Мирзаджанзаде. - Баку: Азнефтеиздат, 1959. - 409 с.
28. *Султанов, Б.И.* О фильтрации вязко-пластичных нефтей в пористой среде / Б.И. Султанов // Азербайджанское нефтяное хозяйство. - 1962. - №1. - С.25-28.

29. *Молокович, Ю.М.* Одномерная фильтрация несжимаемой вязкопластической жидкости / Ю.М. Молокович. – Казань: изд. Казанского гос. ун-та им. В. И. Ульянова-Ленина, 1969. - 88 с.
30. *Будак, Б.М.* Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задач Стефана / Б.М. Будак, Е.Н. Соловьева, А.Б. Успенский // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1965. - Т. 5, №5. - С.828-840.
31. *Javierre-Pérez, E.* Numerical methods for solving Stefan problems: Literature study / E. Javierre-Pérez. – Delft: Reports of the Department of Applied Mathematical Analysis, 2003. - 784 p.
32. *Самарский, А.А.* Вычислительная теплопередача / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. - М: Едиториал УРСС, 2003. - 784 с.
33. *Окулов, Н.А.* Об одном численном методе решения одномерных задач типа Стефана / Н.А. Окулов // Вычислительные методы и программирование. - 2011. - Т. 12, №2. - С.238-246.
34. *Хасанов, М.К.* Численное решение задачи Стефана с несколькими границами фазовых переходов методом ловли фронта в узел сетки / М.К. Хасанов, М.В. Столповский // Фундаментальные исследования. - 2015. - № 11-4. - С.748-752.
35. *Хасанов, М.К.* Численное моделирование образования газогидрата в пористой среде при инъекции газа / М.К. Хасанов, М.В. Столповский, С.Р. Кильдибаева // Вестник Башкирского университета. - 2013. - Т. 18, №4. - С.969-972.
36. *Бородин, С.Л.* Численные методы решения задачи Стефана / С.Л. Бородин // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. - 2015. - Т. 1, №3-3. - С.164-175.
37. *Бреславский, П.В.* Алгоритм численного решения гидродинамического варианта задачи Стефана при помощи динамически адаптирующихся сеток / П.В. Бреславский, В.И. Мажукин // Матем. моделирование. - 1991. - Т. 3, №10. - С.104-115.

38. *Дарьин, Н.А.* Математическое моделирование нестационарных краевых задач на сетках с динамической адаптацией / Н.А. Дарьин, В.И. Мажукин // Матем. моделирование. - 1989. - Т. 1, №3. - С.29-43.
39. *Баклановская, В.Ф.* Численное решение одномерной задачи для уравнений типа нестационарной фильтрации / В.Ф. Баклановская // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. - 1961. - Т. 1, №3. - С.461-469.
40. *Баклановская, В.Ф.* Численное решение второй краевой задачи для одномерного уравнения нестационарной фильтрации / В.Ф. Баклановская // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. - 1961. - Т. 1, №6. - С.1129-1133.
41. *Баклановская, В.Ф.* Численное решение одной задачи нестационарной фильтрации / В.Ф. Баклановская // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. - 1961. - Т. 1, №1. - С.105-112.
42. *Ентов, В.М.* Эффекты неоднородности течения в нелинейной нестационарной фильтрации / В.М. Ентов, Ф.Д. Турецкая // Изв. АН СССР. Мех.жидк. и газа. - 1977. - №6. - С.74-78.
43. *Мирзаджанзаде, А.Х.* О нелинейной фильтрации в слоистых пластах / А.Х. Мирзаджанзаде, Р.Ш. Мингареев, В.М. Ентов и др. // Нефтяное хозяйство. - 1972. - №1. - С. 44-49.
44. *Баклановская, В.Ф.* Численное решение задачи о восстановлении давления и распространении волны разгрузки при упруго-пластическом режиме фильтрации / В.Ф. Баклановская // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. - 1968. - Т. 8, №3. - С.696-701.
45. *Wu, Y.S.* Theoretical Studies of Non-Newtonian and Newtonian Fluid Flow through Porous Media / Y.S. Wu. - Berkeley: University of California, 1990. - 255 p.
46. *Wu, Y.S.* numerical method for simulating non-newtonian fluid flow and displacement in porous media / Y.S. Wu, K.A. Preuss // Advances in Water Resources. - 1998. - V. 21. - P.351-362.

47. *Daiyin, Y.* The Numerical Simulation of non-Darcy Flow for YuShulin Low Permeability Oilfield / Y. Daiyin, Z. Yazhou, Y. He, Z. Chengli // International Journal of Control and Automation. - 2013. - V. 6. - P.323-344.
48. *Yu, R.* Non-Darcy flow numerical simulation of XPJ low permeability reservoir / R. Yu, Y. Bian, Y. Li, X. Zhang, J. Yan, H. Wang, K. Wang // Journal of Petroleum Science and Engineering. - 2012. - V. 92-93. - P.40-47.
49. *Yu, R.* Nonlinear flow numerical simulation of low-permeability reservoir / R. Yu, Y. Bian, S. Zhou, K. Wang, Q. Lü, Z. Chen // Journal of Central South University. - 2012. - V. 19. - P.1980-1987.
50. *Борщук, О.С.* Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Численная схема, анализ устойчивости и сходимости / О.С. Борщук, В.П. Житников // Научно-технический вестник ОАО «НК «Роснефть». - 2013. - №2. - С.13-16.
51. *Yao, J.* Numerical Solution of a Moving Boundary Problem of One-Dimensional Flow in Semi-Infinite Long Porous Media with Threshold Pressure Gradient / J. Yao, W. Liu, Y. Wang // International Journal of Heat and Mass Transfer. - 2012. - V. 55. - P.6017-6022.
52. *Deng, Y.* Mathematical Model of two-phase Fluid Nonlinear Flow in Low-permeability Porous Media with Applications / Y. Deng, C. Liu // Applied Mathematics and Mechanics. - 2003. - V. 24. - P.1184-1193.
53. Eclipse техническое описание, версия 2003A_1 [Текст] : Schlumberger Ltd., 2003. - 1068 с.
54. Программа для моделирования процессов разработки нефтегазовых месторождений tNavigator (версия 4.2). Техническое руководство [Текст] : - М., 2015. - 1906 с.
55. *Coats, K.H.* Compositional and Black Oil Reservoir Simulation / K.H. Coats, L.K. Thomas, R.G. Pierson // SPE Reservoir Evaluation & Engineering. - 1998. - V. 1. - P.372-379.

56. *Michelsen, M.L.* Thermodynamics models: fundamentals and computational aspects / M.L. Michelsen, J.M. Mollerup. - Denmark: Tie-Line Publications, 2007. - 382 p.
57. *Баталин, О.Ю.* Фазовые равновесия в системах природных углеводородов / О.Ю. Баталин, А.И. Брусиловский, М.Ю. Захаров. - М.: Недра, 1992. - 272 с.
58. *Бурже, Ж.* Термические методы повышения нефтеотдачи пластов / Ж. Бурже, П. Сурио, М. Комбарну. - М.: Недра, 1988, - 422 с.
59. EXOTHERM Compositional Thermal Reservoir Simulator, version 6.00 [electronic resource]. - T.T. & Associates Inc. - 2007. - Режим доступа: <http://www.petrostudies.com/exothermpdf.htm>.
60. *Wang, P.* A new generation EOS compositional reservoir simulation: Part I. Formulation and discretization / P. Wang, I. Yotov, M. Wheeler, T. Arbogast, C. Dawson, M. Parashar, K. Sepehrnoori // Paper SPE 37979 presented at the 1997 SPE Reservoir Simulation Symposium. San Antonio, TX. - June 1997.
61. *Wang, P.* A fully implicit parallel EOS compositional simulator for large scale reservoir simulation / P. Wang, K. Sepehrnoori, J. Wheeler, J. Abate, B. Smith, G.A. Pope // Paper SPE 51885 presented at the 1999 SPE Reservoir Simulation Symposium. Houston, TX. - February 1999.
62. *Voskov, D.* Technical description of AD-GPRS [electronic resource] / D. Voskov, Y. Zhou // Energy Resources Engineering, Stanford University. - 2012. - Режим доступа: <https://pangea.stanford.edu/researchgroups/supri-b/research/research-areas/gprs>.
63. *Chen, Z.* Computational methods for multiphase flows in porous media / Z. Chen, G. Huan, Y. Ma. - USA: Siam, 2006. - 549 p.
64. *Kazemi, H.* An efficient multicomponent numerical simulator / H. Kazemi, C.R. Vestal, G.D. Shank // SPE Journal. - 1978. - V. 18. - P.355-368.
65. *Fussell, L.T.* An iterative technique for compositional reservoir models / L.T. Fussell, D.D. Fussell // SPE Journal. - 1979. - V. 19. - P.211-220.
66. *Coats, K.H.* An equation of state compositional model / K.H. Coats // SPE Journal. - 1980. - V. 20. - P.363-376.

67. *Nghiem, L.X.* Compositional modeling with an equation of state / L.X. Nghiem, D.K. Fong, K. Aziz // SPE Journal. - 1981. - V. 21. - P.687-698.
68. *Young, L.C.* A generalized compositional approach for reservoir simulation / L.C. Young, R.E. Stephenson // SPE Journal. - 1983. - V. 23. - P.727-742.
69. *Chien, M.C.H.* A new fully implicit compositional simulator / M.C.H. Chien, S.T. Lee, W.H. Chen // Proceedings of the 8th SPE Reservoir Simulation Symposium, Dallas, TX. - February, 1985. - P.7-30.
70. *Acs, G.* General purpose compositional model / G. Acs, S. Doleschall, E. Farkas // SPE Journal. - 1985. - V. 25. - P.543-553.
71. *Watts, J.W.* A compositional formulation of the pressure and saturation equations / J.W. Watts // SPE Reservoir Engineering. - 1986. - V. 1. - P.243-252.
72. *Quandalle, P.* An implicit in pressure and saturations approach to fully compositional simulation / P. Quandalle, D. Savary // Proceedings of the 10th SPE Symposium on Reservoir Simulation, Houston, TX. - February, 1989. - P.197-206.
73. *Mifflin, R.T.* A fully coupled, fully implicit reservoir simulator for thermal and other complex reservoir processes / R.T. Mifflin, J.W. Watts // Proceedings of the 11th SPE Symposium on Reservoir Simulation, Anaheim, CA. - February, 1991. P.457-470.
74. *Branco, C.M.* A semi-implicit formulation for compositional reservoir simulation / C.M. Branco, F. Rodriguez // SPE Advanced Technology Series. - 1996. - V. 4. - P.171-177.
75. *Naccache, P.F.* A fully-implicit thermal reservoir simulator / P.F. Naccache // Proceedings of the 14th SPE Symposium on Reservoir Simulation, Dallas, TX. - June, 1997. - P.97-103.
76. *Haukas, J.* Compositional Reservoir Simulation With Emphasis on the IMPSAT Formulation: PhD dissertation / J. Haukas. - University of Bergen, 2006. - 172 p.
77. *Cao, H.* Performance of IMPSAT and IMPSAT-AIM models in compositional simulation / H. Cao, K. Aziz // Proceedings of the 2002 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, TX. - September, 2002.

78. *Cao, H.* Development of Techniques for General Purpose Simulators: PhD dissertation / Hui Cao. - Stanford University, 2002. - 184 p.
79. *Thomas, G.W.* Reservoir simulation using an adaptive implicit method / G.W. Thomas, D.H. Thurnau // SPE Journal. - 1981. - V. 23. - P.759-768.
80. *Thomas, G.W.* The mathematical basis of the adaptive implicit method / G.W. Thomas, D.H. Thurnau // Proceedings of the 6th SPE Symposium on Reservoir Simulation, New Orleans, LA. - January, 1982. - P.69-73.
81. *Grabenstetter, J.* Stability-based switching criterion for adaptive-implicit compositional reservoir simulation / J. Grabenstetter, Y.-K. Li, D.A. Collins, L.X. Nghiem // Proceedings of the 11th SPE Symposium on Reservoir Simulation, Anaheim, CA. - February, 1991. - P.243-258.
82. *Collins, D.A.* An efficient approach to adaptive-implicit compositional simulation with an equation of state / D.A. Collins, L.X. Nghiem, Y.-K. Li, J.E. Grabenstetter // SPE Reservoir Engineering. - 1992. - V. 7. - P.259-264.
83. *Alexander, R.* Design and implementation of DIRK integrators for stiff systems / R. Alexander // Applied Numerical Mathematics. - 2003. - V. 46. - P.1-17.
84. *Brown, P.N.* VODE, A Variable-Coefficient ODE solver / P.N. Brown, G.D. Byrne, A.S. Hindmarsh // SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing. - 1989. - V. 10. - P.1038-1051.
85. *Brusilovsky, A.I.* A new approach to modeling of multicomponent two-phase EOR processes with interphase mass exchange / A.I. Brusilovsky, A.F. Zazovsky // Proceedings of the 66th Annual Technical Conference and Exhibition SPE, Dallas, TX. - October, 1991. - P.461-474.
86. *Bedrikovetsky, P.G.* Riemann problem for two-phase four and more-component displacement (ideal mixtures) / P.G. Bedrikovetsky, M.L. Chumak // Proceedings of the 3rd European Conference on the Mathematics in Oil Recovery, Delft, Holland. - June, 1992. - P.139-148.
87. *Entov, V.M.* Nonlinear waves in physicochemical hydrodynamics of enhanced oil recovery. Multicomponent flows / V.M. Entov // Proceedings of the International

- Conference “Porous Media, Physics, Models, Simulations”, Moscow, Russia. - November, 1997. - P.33-56.
88. *Voskov, D.V.* Compositional space parameterization: Theory and application for immiscible displacements / D.V. Voskov, H.A. Tchelepi // SPE Journal. - 2009. - V. 14. - P.431-440.
 89. *Batycky, R.P.* A three-dimensional two-phase field scale streamline simulator: PhD dissertation / Roderick Panko Batycky. - Stanford University, 1997. - 163 p.
 90. *Glimm, J.* Front Tracking for Petroleum Simulation / J. Glimm, B. Lindquist, O.A. McBryan, B. Plohr, S. Yaniv // Paper SPE 12238 presented at the 1983 Reservoir Simulation Symposium, San Francisco, CA. - November, 1983. - P.41-49.
 91. *King, M.J.* Rapid Evaluation of the Impact of Heterogeneity on Miscible Gas Injection / M.J. King, M.J. Blunt, M.M. Mansfield et al. // Paper SPE 26079 presented at the SPE Western Regional Meeting, Anchorage, Alaska. - May, 1993. - P.495-504.
 92. *Higgins, R.V.* A Computer Method to Calculate Two Phase Flow in Any Irregularly Bounded Porous Medium / R.V. Higgins, A.J. Leighton // Journal of Petroleum Technology. - 1962. - V. 14. - P.679-683.
 93. *Higgins, R.V.* Computer Prediction of Water Drive of Oil and Gas Mixtures Through Irregularly Bounded Porous Media Three-Phase Flow / R.V. Higgins, A.J. Leighton // Journal of Petroleum Technology. - 1962. - V. 14. - P. 1048-1054.
 94. *Thiele, M.R.* Simulating Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes and Streamlines / M.R. Thiele, R.P. Batycky, M.J. Blunt, F.M. Orr // SPE Reservoir Engineering. - 1996. - V. 10. - P.5-12.
 95. *Thiele, M.R.* Modeling Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes – I. Miscible and Immiscible Displacements / M.R. Thiele, M.J. Blunt, F.M. Orr // In Situ. - 1995. - V. 19. - P.299-339.

96. *Thiele, M.R.* Modeling Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes – II. Compositional Displacements / M.R. Thiele, M.J. Blunt, F.M. Orr // *In Situ*. - 1995. - V. 19. - P.367-391.
97. *Lake, L.W.* Simulation and Performance Prediction of a Large-Scale Surfactant/Polymer Project / L.W. Lake, J.R. Johnston, G.L. Stegemeier // *SPE Journal*. - 1981. - V. 21. - P.731-739.
98. *Renard, G.* A 2D Reservoir Streamtube EOR Model with Periodical Automatic Regeneration of Streamlines / G. Renard // *In Situ*. - 1990. - V. 14. - P.175-200.
99. *Emanuel, A.S.* Reservoir Performance Prediction Methods Based on Fractal Geostatistics / A.S. Emanuel, G.K. Alameda, R.A. Behrens, T.A. Hewett // *SPE Reservoir Engineering*. - 1989. - V. 4. - P.311-318.
100. *Mathews, J.L.* Fractal Methods Improve Mitsue Miscible Predictions / J.L. Mathews, A.S. Emanuel, K.A. Edwards // *Journal of Petroleum Technology*. - 1989. - V. 41. - P.1136-1142.
101. *Martin, J.C.* Numerical Solution of Multiphase, Two-Dimensional Incompressible Flow Using Streamtube Relationships / J.C. Martin, R.E. Wegner // *SPE Journal*. - 1979. - V. 19. - P.313-323.
102. *Datta-Gupta, A.* A Semianalytic Approach to Tracer Flow Modeling in Heterogeneous Permeable Media / A. Datta-Gupta, M.J. King // *Advances in Water Resources*. - 1995. - V. 18. - P.9-24.
103. *Blunt, M.J.* A Generalized Streamline Method to Predict Reservoir Flow / M.J. Blunt, K. Lui, M.R. Thiele // *Petroleum Geoscience*. - 1996. - V. 2. - P.259-269.
104. *Beraldo, V.T.* Compressible streamline-based simulation with changes in oil composition / V.T. Beraldo, M.J. Blunt, D.J. Schiozer // *SPE Reservoir Evaluation and Engineering*. - 2009. - V. 12. - P.963-973.
105. *Mallison, B.T.* Streamline-Based Simulation of Two-phase, Multicomponent Flow in Porous Media: PhD dissertation / Bradley Thomas Mallison. - Stanford University, 2004. - 104 p.

106. *Thiele, M.R.* Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes: PhD dissertation / Marco Roberto Thiele - Stanford University, 1994. - 203 p.
107. *Usman, P.* Development of Streamline-Based Simulators for Evaluation of Heavy Oil Recovery: PhD dissertation / Pasarai Usman. - Waseda University, Tokyo, 2007. - 161 p.
108. *Zhu, Z.* Efficient simulation of thermal enhances oil recovery processes: PhD dissertation / Zhouyuan Zhu. - Stanford University, 2011. - 215 p.
109. *Cheng, H.* A rigorous compressible streamline formulation for two- and three-phase black-oil simulation / H. Cheng, I. Osako, A. Datta-Gupta, M. King // SPE Reservoir Evaluation and Engineering. - 2006. - V. 11. - P.407-417.
110. *Osako, I.* A Rigorous Compressible Streamline Formulation for Black Oil and Compositional Simulation: PhD dissertation / Ichiro Osako. - Texas A&M University, 2006. - 80 p.
111. *Wilson, G.M.* A Modified Redlich-Kwong EOS, Application to General Physical Data Calculations / G.M. Wilson // Paper 15C presented at the AIChE National Meeting, Cleveland, Ohio. - 1968.
112. *Peaceman, D.W.* Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation / D.W. Peaceman // SPE Journal. - 1978. - V. 18. - P.183-194.
113. *Walas, S.* Phase Equilibria in Chemical Engineering / S. Walas. - Boston, MA: Butterworth-Heinemann, 1984, - 688 p.
114. *Шевченко, А.В.* Разработка и реализация численных методов моделирования многокомпонентной неизотермической фильтрации: диссертация кандидата физико-математических наук: 05.13.18 / Шевченко Александр Валерьевич. - МФТИ, М., 2015. - 96 с.
115. *Vinsome, P.K.W.* A simple method for predicting cap and base rock heat losses in thermal reservoir simulators / P.K.W. Vinsome, J. Westerveld // Journal of Canadian Petroleum Technology. - 1980. - V. 19. - P.87-90.

116. *Каневская, Р.Д.* Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов / Р.Д. Каневская. - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002, - 140 с.
117. *Pollock, D.W.* Semianalytical computation of path lines for finite-difference models / D.W. Pollock // *Ground Water*. - 1988. - V. 26. - P.743-750.
118. *Bordbar, A.* A Pseudo-TOF Based Streamline Tracing For Streamline Simulation Method In Heterogeneous Hydrocarbon Reservoirs / A. Bordbar, S. Faroughi, S.A. Faroughi // *American Journal of Engineering Research*. - 2018. - V. 7. - P.23-31.
119. *Shiralkar, G.S.* A General Formulation for Simulating Physical Dispersion and a New Nine-Point Scheme / G.S. Shiralkar, R.E. Stephenson // *SPE Reservoir Engineering*. - 1991. - V. 6. - P.115-120.
120. *Сиковский, Д.Ф.* Методы вычислительной теплопередачи: Учебное пособие / Д.Ф. Сиковский. - Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2011, - 121 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

СПИСОК ПРИНЯТЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

Обозначение	Единицы измерения	Описание
A_x	c^{-1}	Градиент скорости фильтрации вдоль оси ОХ
A_y	c^{-1}	Градиент скорости фильтрации вдоль оси ОУ
$c_{f,j}$	$атм^{-1}$	Сжимаемость фазы j
c_{ij}	моль/моль	Мольная доля компонента i в фазе j
$c_{l,m}, b_{l,m}, g_{l,m},$ $f_{l,m}, a_{l,m}, \varphi_{l,m}$	-	Коэффициенты в разностном уравнении при аппроксимации уравнения для давления и температуры
d_{hl}	м	Характерная длина диффузии для теплового потока
e	Дж/м ³	Плотность внутренней энергии
$\tilde{e}$	Дж/м ³	Плотность внутренней энергии после учета теплопроводности
f_{geo}	д.ед.	Коэффициент, характеризующий расположение сеточного блока, содержащего скважину, относительно расчетной области
h_{ij}	Дж/моль	Молярная энтальпия компонента i в фазе j
i	-	Номер компонента (1 – вода, 2 – легкие фракции нефти, 3 – тяжелые фракции нефти)
I	м·°К	Вспомогательная переменная для расчета потока тепла в модели теплотерь

Обозначение	Единицы измерения	Описание
j	-	Номер фазы (water – водная фаза, oil – нефтяная фаза, gas – газовая фаза)
k	-	Номер итерации
K_i	-	Константа фазового равновесия для компонента i
k_{res}	мД	Абсолютная проницаемость коллектора
K_{rg}	д.ед.	ОФП газовой фазы
$K_{rg,max}$	д.ед.	ОФП газа при максимальной газонасыщенности
k_{rj}	-	Относительная фазовая проницаемость фазы j
K_{ro}	д.ед.	ОФП нефтяной фазы
$K_{ro,max}$	д.ед.	ОФП нефти при максимальной нефтенасыщенности
K_{rw}	д.ед.	ОФП водной фазы
$K_{rw,max}$	д.ед.	ОФП воды при максимальной водонасыщенности
k_{sm}	атм ⁻¹	Коэффициент, определяющий ширину интервала сглаживания кусочно-линейного закона фильтрации
k_x	мД	Компонента тензора абсолютной проницаемости вдоль оси ОХ
k_y	мД	Компонента тензора абсолютной проницаемости вдоль оси ОУ
l	-	Номер ячейки разностной сетки в направлении ОХ
L_j	моль/моль	Мольная доля фазы j в поровом пространстве

Обозначение	Единицы измерения	Описание
m	-	Номер ячейки разностной сетки в направлении ОУ
$M_{r,i}$	кг/моль	Молекулярная масса компонента i
n	-	Номер временного шага
N_c	-	Количество компонент
N_f	моль/м ³	Количество молей всех компонентов в единице объема пористой среды
n_{GS}	-	Количество итераций полинейного метода Гаусса-Зейделя
N_i	моль/м ³	Мольная концентрация компонента i
n_i	моль/моль	Мольная доля компонента i в поровом пространстве
N_{ij}	моль/м ³	Мольная концентрация компонента i в фазе j
N_j	моль/м ³	Мольная концентрация фазы j
N_p	-	Количество фаз
n_{rg}	-	Показатель степени для ОФП газа в корреляции Кори
n_{ro}	-	Показатель степени для ОФП нефти в корреляции Кори
n_{rw}	-	Показатель степени для ОФП воды в корреляции Кори
N_X	-	Количество расчетных ячеек в направлении ОХ
N_Y	-	Количество расчетных ячеек в направлении ОУ
p	атм	Давление
$p_{crit,i}$	атм	Критическое давление компонента i
p_e	атм	Давление на эквивалентном радиусе

Обозначение	Единицы измерения	Описание
p_{hl}, q_{hl}	$\text{м}^{-1}, \text{м}^{-2}$	Коэффициенты в распределении температуры выше кровли (ниже подошвы пласта)
p_w	атм	Забойное давление
q_e	$\text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$	Объемная плотность источников тепла (энергии)
Q_{heater}	Вт	Мощность скважинного нагревателя
q_{heater}	$\text{Вт}/\text{м}^3$	Мощность скважинного нагревателя на единицу объема
Q_{hl}	$\text{Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$	Скорость теплопотерь на единицу площади
q_{hl}	$\text{Вт}/\text{м}^3$	Мощность теплопотерь через кровлю и подошву пласта на единицу объема
q_i	$\text{моль}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$	Мольный расход компонента i на единицу объема
Q_j	моль/с	Мольный расход фазы j
r_e	м	Эквивалентный радиус
r_w	м	Радиус скважины
S_{gc}	д.ед.	Критическая газонасыщенность
S_j	-	Насыщенность фазы j
S_{or}	д.ед.	Остаточная нефтенасыщенность
S_{wc}	д.ед.	Критическая водонасыщенность
S_Σ	-	Суммарная насыщенность фаз
t	с	Время
T	$^{\circ}\text{K}$	Температура смеси
$\tilde{T}$	$^{\circ}\text{K}$	Вспомогательная температура для учета теплопроводности
T_0	$^{\circ}\text{K}$	Начальная температура в кровле (подошве) пласта

Обозначение	Единицы измерения	Описание
$T_{crit,i}$	°К	Критическая температура компонента i
$TEX_{l+1/2,m}$	Дж/(Па·с)	Межблочная проводимость для потока энергии между блоками с индексами m и $m+1$ в направлении оси ОХ
$TEY_{l,m+1/2}$	Дж/(Па·с)	Межблочная проводимость для потока энергии между блоками с индексами m и $m+1$ в направлении оси ОУ
T_{global}	с	Время расчета на глобальной (двумерной) сетке
T_{stream}	с	Время расчета на линиях тока
$TX_{i,l+1/2,m}$	моль/(Па·с)	Межблочная проводимость для потока массы компонента i между блоками с индексами l и $l+1$ в направлении оси ОХ
$TY_{i,l,m+1/2}$	моль/(Па·с)	Межблочная проводимость для потока энергии между блоками с индексами m и $m+1$ в направлении оси ОУ
u	-	Неизвестная величина, подлежащая определению
$\vec{U}$	-	Вектор неизвестных величин (давление, плотность внутренней энергии, мольные концентрации компонентов)
v	м/с	Скорость фильтрации
V_j	м ³	Объем порового пространства, занятый фазой j
$V_{l,m}$	м ³	Объем сеточного блока с индексами l, m
V_p	м ³	Объем порового пространства, занятого фазами
v_x	м/с	Компонента скорости фильтрации вдоль оси ОХ

Обозначение	Единицы измерения	Описание
v_y	м/с	Компонента скорости фильтрации вдоль оси ОУ
$\vec{W}$	-	Вектор неизвестных величин (плотность внутренней энергии, молярные концентрации компонентов)
WI_j	моль/(Па·с)	Индекс продуктивности скважины для фазы j
X_0	м	Размер расчетной области в направлении ОХ
$x_{l+1/2}$	м	x компонента координаты узла расчетной сетки с индексом l
$x_{l+1/2}$	м	x компонента координаты границы сеточного блока между узлами с индексами l и l+1
(x, y, z)	-	Декартова система координат
(x_l, y_m)	м	Координаты узла расчетной сетки с индексами l и m
Y_0	м	Размер расчетной области в направлении ОУ
$y_{m+1/2}$	м	y компонента координаты узла расчетной сетки с индексом m
$y_{m+1/2}$	м	y компонента координаты границы сеточного блока между узлами с индексами m и m+1
α_j	-	Множитель на нелинейность фильтрации фазы j
β	-	Номер линии тока
γ	атм/м	Предельный градиент давления
δ	Па	Невязка в определении давления
Δt_e	с	Время, необходимое частице для пролета сквозь ячейку разностной сетки

Обозначение	Единицы измерения	Описание
Δt_{global}	с	Продолжительность расчета на глобальной сетке
Δt_x	с	Время, необходимое частице для пролета вдоль оси ОХ до соседней грани расчетной ячейки
Δt_y	с	Время, необходимое частице для пролета вдоль оси ОУ до соседней грани расчетной ячейки
Δx_l	м	Размер сеточного блока с индексом l вдоль оси ОХ
$\Delta x_{l+1/2}$	м	Расстояние между узлами расчетной сетки с индексами l+1 и l
Δy_m	м	Размер сеточного блока с индексом m вдоль оси ОУ
$\Delta y_{m+1/2}$	м	Расстояние между узлами расчетной сетки с индексами m+1 и m
Δz	м	Толщина пласта
ε	-	Относительная точность
θ	°K	Разность между текущей и начальной температурой кровли (подошвы) пласта
θ_{well}	-	Коэффициент, характеризующий положение ячейки со скважиной в расчетной области
κ	м ² /с	Коэффициент температуропроводности смеси
$\bar{\lambda}$	Вт/(м·°K)	Осредненный коэффициент теплопроводности смеси
λ_{bound}	Вт/(м·°K)	Теплопроводность кровли (подошвы) пласта
λ_{skel}	Вт/(м·°K)	Теплопроводность скелета

Обозначение	Единицы измерения	Описание
λX_{ij}	моль/(м·Па·с)	Подвижность фазы j, соответствующая компоненту i, в направлении ОХ
λY_{ij}	моль/(м·Па·с)	Подвижность фазы j, соответствующая компоненту i, в направлении ОУ
μ	сПз	Вязкость флюида
μ_j	сПз	Вязкость фазы j
ρ_j	моль/м ³	Молярная плотность фазы j (произведение массовой плотности на молекулярную массу фазы j)
τ	с	Шаг по времени
τ_{fict}	с	Фиктивное время
τ_{sh}	Па	Касательное напряжение сдвига
τ_{TOF}	с	Время пролета
φ	д.ед.	Пористость
ψ_1	Дж/(м ³ ·с)	Аппроксимация пространственной и источниковой части уравнения баланса энергии
$\psi_{2,i}$	моль/(м ³ ·с)	Аппроксимация пространственной и источниковой части уравнения баланса массы компонента i
ω_i	-	Ацентрический фактор компонента i
$\omega_{l+1/2,m}$	д.ед.	Доля, которую составляет поток по трубке тока через грань $x_{l+1/2}$
Φ_e	атм	Эффективный потенциал

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ СВОЙСТВ КОМПОНЕНТОВ

В представленной таблице приведены используемые при решении уравнений фильтрации соотношения для плотности, вязкости, теплоемкости и молярной энтальпии компонентов во всех фазах, в которых они могут присутствовать в рамках используемой математической модели. Также в таблице указано, какие из коэффициентов могут быть заданы пользователем.

Параметр	Коэффициент	Значение
Массовая плотность воды в жидкой фазе $\rho_{i,water} = \frac{\sum_{k=0}^5 A_k T_c^k}{1 + A_6 T_c} e^{\alpha(p-A_7)}.$ Здесь T_c – температура в градусах Цельсия.	A_0	999.83952 кг/м ³
	A_1	16.955176 кг/(м ³ ·°C)
	A_2	-7.987·10 ⁻³ кг/(м ³ ·°C ²)
	A_3	-46.170461·10 ⁻⁶ кг/(м ³ ·°C ³)
	A_4	105.56302·10 ⁻⁹ кг/(м ³ ·°C ⁴)
	A_5	280.54353·10 ⁻¹² кг/(м ³ ·°C ⁵)
	A_6	16.87985·10 ⁻³ °C ⁻¹
	A_7	-10.2 МПа
	α	5·10 ⁻⁴ МПа ⁻¹
Массовая плотность нефти (легкая и тяжелая фракции) в жидкой фазе $\rho_{i,oil} = \rho_{ref} \left(1 - c_{p,o} (p - p_{ref,o})\right)^{-1} \times$ $\times \left(1 + c_{T,1} (T - T_{ref,o}) + c_{T,2} (T - T_{ref,o})^2\right)^{-1},$ где ρ_{ref} , p_{ref} , T_{ref} – опорные значения плотности, давления и температуры соответственно.	$c_{f,i}$	Задается пользователем
	$c_{T,1}$	Задается пользователем
	$c_{T,2}$	Задается пользователем
	ρ_{ref}	Задается пользователем
	p_{ref}	Задается пользователем
	T_{ref}	Задается пользователем

Параметр	Коэффициент	Значение
Массовая плотность водяного пара на линии насыщения $\rho_{i,gas} = \frac{T_s}{T} \exp(C_0 + C_1 T_s + C_2 T_s^2 + C_3 T_s^3 + C_4 T_s^4 + C_5 T_s^5).$ Здесь T_s – температура насыщенных паров.	C_0	-93,7072
	C_1	$0,833941 \text{ K}^{-1}$
	C_2	$-0,0032208 \text{ K}^{-2}$
	C_3	$6,57652 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-3}$
	C_4	$-693747 \cdot 10^{-9} \text{ K}^{-4}$
	C_5	$2,97203 \cdot 10^{-12} \text{ K}^{-5}$
Массовая плотность нефти (легкая и тяжелая фракции) в газовой фазе $\rho_{i,gas} = \frac{M_{r,i} p}{ZRT},$ $Z = 1 - 0.367487 \left(\frac{p}{p_{crit}} \cdot \frac{T_{crit}}{T} \right) + 0.0418842 \left(\frac{p}{p_{crit}} \cdot \frac{T_{crit}}{T} \right)^2.$	p_{crit}	Задается пользователем
	T_{crit}	Задается пользователем
Вязкость нефти (легкая и тяжелая фракции) в жидкой фазе $\mu_{i,oil}(p, T) = \frac{1}{A_i + B_i T_c + C_i T_c^2} \frac{\mu_i(p)}{\mu_i(p_{ref,i})},$ где $\mu_i(p)$ – таблица зависимости вязкости фракции нефти от давления, $\mu_i(p_{ref,i})$ – значение вязкости нефти при опорном давлении.	A_i	Задается пользователем
	B_i	Задается пользователем
	C_i	Задается пользователем
	$\mu_i(p)$	Задается пользователем
	$p_{ref,i}$	Задается пользователем
Вязкость воды в жидкой фазе $\mu_{i,water}(p, T) = \frac{1}{A_i + B_i T_c + C_i T_c^2} \frac{\mu_i(p)}{\mu_i(p_{ref,i})},$ где $\mu_i(p)$ – таблица зависимости вязкости воды от давления, $\mu_i(p_{ref,i})$ – значение вязкости воды при опорном давлении.	A_i	0.1323 сПз^{-1}
	B_i	$0.03333 \text{ сПз}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
	C_i	$7.643 \cdot 10^{-6} \text{ сПз}^{-1} \cdot \text{K}^{-2}$
	$\mu_i(p)$	Задается пользователем
	$p_{ref,i}$	Задается пользователем

Параметр	Коэффициент	Значение	
Вязкость водяного пара $\mu_{i,gas} = A_i + B_i T_c + C_i p^{D_i}.$	A_i	$4,9402 \cdot 10^{-3}$ сПз	
	B_i	$5,0956 \cdot 10^{-5}$ сПз /°C	
	C_i	$2,9223 \cdot 10^{-6}$ сПз/МПа	
	D_i	2,5077	
Вязкость газа, образовавшегося из легкой/тяжелой фракции нефти $\mu_{i,gas} = A_i T^{B_i} \frac{\mu_i(p)}{\mu_i(p_{ref,i})}.$	A_i	Задается пользователем	
	B_i	Задается пользователем	
	$\mu_i(p)$	Задается пользователем	
	$p_{ref,i}$	Задается пользователем	
Молярная теплоемкость жидкой фазы (i = вода, легкие и тяжелые фракции нефти) $C_{p,i} = C_{p,1,i} + C_{p,2,i}(T - T_{ref,i}) + C_{p,3,i}(T - T_{ref,i})^2.$ Молярная энтальпия жидкой фазы $H_i = C_{p,1,i}(T - T_{ref,i}) + \frac{1}{2} C_{p,2,i}(T - T_{ref,i})^2 + \frac{1}{3} C_{p,3,i}(T - T_{ref,i})^3.$	$C_{p,1,i}$	Задается пользователем	
	$C_{p,2,i}$	Задается пользователем	
	$C_{p,3,i}$	Задается пользователем	
	$T_{ref,i}$	Задается пользователем	
Молярная теплоемкость газовой фазы (i = водяной пар, легкие и тяжелые фракции нефти в газообразном состоянии) $C_{p,i} = C_{p,1,i} + C_{p,2,i}(T - T_{ref,i}) + C_{p,3,i}(T - T_{ref,i})^2.$ Молярная энтальпия газовой фазы $H_i = H_i^{vaps} + C_{p,1,i}(T - T_{ref,i}) + \frac{1}{2} C_{p,2,i}(T - T_{ref,i})^2 + \frac{1}{3} C_{p,3,i}(T - T_{ref,i})^3,$ где H_i^{vaps} – молярная теплота парообразования при опорной температуре $T_{ref,i}$ при вычислении теплоемкости газовых фаз.	$C_{p,1,i}$	Задается пользователем	
	$C_{p,2,i}$	Задается пользователем	
	$C_{p,3,i}$	Задается пользователем	
	$T_{ref,i}$	Задается пользователем	
		H_i^{vaps}	Задается пользователем

ПРИЛОЖЕНИЕ В

АППРОКСИМАЦИЯ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ДАВЛЕНИЯ

Рассмотрим детально дискретизацию уравнения (2.4) на неравномерной прямоугольной сетке. Конечно-разностная аппроксимация слагаемого, ответственного за конвективный поток энергии, имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} h_{ij} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \right]_{l,m} = \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \lambda X_{ij} h_{ij} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \right]_{l,m} = \\
 & = \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m} \frac{1}{\Delta x_l} \left(\left[\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \lambda X_{ij} h_{ij} \frac{\partial p}{\partial x} \right]_{l+1/2,m} - \left[\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \lambda X_{ij} h_{ij} \frac{\partial p}{\partial x} \right]_{l-1/2,m} \right) = \\
 & = \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m} \frac{1}{\Delta x_l} \left[\left(\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \lambda X_{ij} h_{ij} \right)_{l+1/2,m} \frac{p_{l+1,m} - p_{l,m}}{\Delta x_{l+1/2}} - \left(\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \lambda X_{ij} h_{ij} \right)_{l-1/2,m} \frac{p_{l,m} - p_{l-1,m}}{\Delta x_{l-1/2}} \right],
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

где Δx_l – размер сеточного блока, $\Delta x_{l+1/2}$ – расстояние между ячейками сетки с индексами $l+1$ и l , а подвижность фазы λX_{ij} в направлении оси OX определяется как:

$$\lambda X_{ij} = \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} \tag{B.2}$$

Умножив на объем ячейки $V_{l,m} = \Delta x_l \Delta y_m \Delta z$ и введя коэффициенты межблочной проводимости для потока энергии $TEX_{l\pm 1/2,m} = \left(\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \lambda X_{ij} h_{ij} \right)_{l\pm 1/2,m} \frac{\Delta y_m \Delta z}{\Delta x_{l\pm 1/2}}$ в направлении оси OX , уравнение (B.1) примет вид:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{i=1}^{N_c} \sum_{j=1}^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} h_{ij} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \right]_{l,m} = \\
 & = \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m} \left[TEX_{l+1/2,m} (p_{l+1,m} - p_{l,m}) - TEX_{l-1/2,m} (p_{l,m} - p_{l-1,m}) \right].
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

Аналогичным образом аппроксимируется поток энергии в направлении оси OY , а также потоки массы компонентов. В частности

$$\left[\sum_{i=1}^{N_c} \left\{ \frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_j^{N_p} \alpha_j \frac{k_{res} k_{rj} \rho_j}{\mu_j} c_{ij} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \right\} \right]_{l,m} =$$

$$= \sum_{i=1}^{N_c} \left\{ \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m} TX_{i,l+1/2,m} \right\} (p_{l+1,m} - p_{l,m}) - \sum_{i=1}^{N_c} \left\{ \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m} TX_{i,l-1/2,m} \right\} (p_{l,m} - p_{l-1,m}), \quad (B.4)$$

где коэффициенты межблочной проводимости для потока массы компонента выражаются по формуле:

$$TX_{i,l\pm 1/2,m} = \left(\sum_{j=1}^{N_p} \lambda X_{ij} \right)_{l\pm 1/2,m} \frac{\Delta y_m \Delta z}{\Delta x_{l\pm 1/2}} \quad (B.5)$$

Стоит отметить, что подвижности определены в ячейках конечно-разностной сетки, в то время как коэффициенты межблочной проводимости определяются на границе этих ячеек. Для корректного расчета межблочных проводимостей применялась аппроксимация вверх по потоку [7].

Численное решение уравнения для давления (6) осуществлялось полностью неявным методом, поэтому при написании соотношений (B.1)–(B.5) давление соответствовало $n+1$ временному слою. В результате аппроксимация уравнения для давления примет вид (2.5), причем коэффициенты выражаются следующим образом:

$$c_{l,m} = \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m}^n TEX_{l+1/2,m} + \sum_{i=1}^{N_c} \left[\left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m}^n TX_{i,l+1/2,m} \right], \quad (B.6)$$

$$b_{l,m} = \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m}^n TEX_{l-1/2,m} + \sum_{i=1}^{N_c} \left[\left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m}^n TX_{i,l-1/2,m} \right], \quad (B.7)$$

$$f_{l,m} = \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m}^n TEY_{l,m+1/2} + \sum_{i=1}^{N_c} \left[\left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m}^n TY_{i,l,m+1/2} \right], \quad (B.8)$$

$$g_{l,m} = \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial e} \right)_{l,m}^n TEY_{l,m-1/2} + \sum_{i=1}^{N_c} \left[\left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m}^n TY_{i,l,m-1/2} \right], \quad (B.9)$$

$$\varphi_{l,m} = \frac{V_{l,m}}{\tau} \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial p} \right)_{l,m}^n, \quad (\text{B.10})$$

$$a_{l,m} = -(c_{l,m} + b_{l,m} + f_{l,m} + g_{l,m}) + \varphi_{l,m}, \quad (\text{B.11})$$

$$d_{l,m} = \varphi_{l,m} p_{l,m}^n - \left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial p} \right)_{l,m}^n V_{l,m} Q_{e,l,m}^{n+1} - \sum_{i=1}^{N_c} \left[\left(\frac{\partial S_{\Sigma}}{\partial N_i} \right)_{l,m}^n V_{l,m} Q_{i,l,m}^{n+1} \right]. \quad (\text{B.12})$$

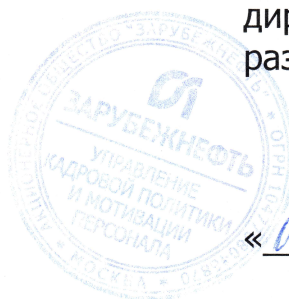
В случае одномерной фильтрации вдоль линий тока дискретизация уравнения (2.4) примет вид (индекс m опущен):

$$R_l = c_l p_{l+1}^{n+1} + a_l p_l^{n+1} + b_{l,m} p_{l-1}^{n+1} - d_l^n = 0, \quad (\text{B.13})$$

в котором коэффициенты определяются аналогично уравнениям (B.6–B.12). Численное решение полученной системы с трехдиагональной матрицей выполняется методом Томаса.

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

«УТВЕРЖДАЮ»

Заместитель Генерального
директора по геологии и
разработке АО «Зарубежнефть»

Афанасьев И.С.

«03» апреля 2019 г

АКТ

о реализации результатов диссертационной работы
Невмержицкого Я.В.

Результаты диссертационного исследования на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук Невмержицкого Яна Васильевича на тему «Метод линий тока для моделирования фильтрации вязкопластичных нефтей» были использованы при разработке программного обеспечения «ТеплоМУН», использующегося для оценки эффективности тепловых методов увеличения нефтеотдачи, таких как площадная закачка пара, парогравитационный дренаж, пароциклическая обработка пласта и спуск скважинного нагревателя.

В частности, используются:

- математическая модель многофазной многокомпонентной неизотермической фильтрации вязкопластичных нефтей
- метод IMPES решения системы уравнений фильтрации в предложенной модели
- программа для расчета эффективности тепловых методов увеличения нефтеотдачи при разработке месторождений высоковязких нефтей.

Разработанный программный комплекс применяется также при обучении персонала.

В ходе эксплуатации программное обеспечение «ТеплоМУН» подтвердило свое соответствие предъявляемым требованиям по точности и скорости расчетов.

Руководитель направления
АО «Зарубежнефть»

О.В. Петрашов