

На правах рукописи

**Котов
Евгений Владимирович**



**НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ БЕЗНАПОРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В
ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ**

Специальность 05.23.16 – «Гидравлика и инженерная гидрология»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург
2019

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор
Петриченко Михаил Романович

Официальные оппоненты:

Береславский Эдуарда Наумович
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры «Прикладной математики и информатики» ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации»

Бестужева Александра Станиславовна
кандидат технических наук, доцент, доцент
кафедры «Гидравлики и гидротехнического строительства» ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ)

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова»

Защита состоится «26» декабря 2019 г. в 14-00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.229.17 в ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» по адресу 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29, Гидрокорпус-2, ауд. 411.


С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» и на сайте университета

<http://www.spbstu.ru/science/defences/html>

Автореферат разослан « » _____ 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.229.17,
доктор технических наук, старший научный
сотрудник

Сидоренко Геннадий Иванович



Актуальность темы исследования

Одной из областей исследования, указанных в паспорте специальности 05.23.16 – Гидравлика и инженерная гидрология, п. 6, являются «Подземные потоки жидкостей и газов, фильтрация жидкостей через различные среды, прогноз характеристик движения фильтрационных потоков при решении прикладных инженерных задач».

Исследование процессов фильтрации жидкостей через различные среды, возможность прогнозирования характеристик движения, разработка методик расчетов являются актуальными задачами при проектировании и строительстве различных гидротехнических сооружений: плотин, перемычек (дамб), откосов котлованов и пр. Так, например, для обоснования формы и размеров плотины, дренажных устройств требуется проведение фильтрационных расчетов, которые позволяют достоверно определять потери воды через тело плотины, положение поверхности депрессии и градиенты напора при различных режимах фильтрационных потоков.

В задачах безнапорной фильтрации в различных гидротехнических сооружениях наиболее часто используется модель с линейным законом фильтрации. Для некоторых из них получены аналитические решения в предположении стационарности движения жидкости. Однако для многих инженерных задачах фильтрации важно уметь определять характеристики фильтрационных потоков при неустановившемся режиме движения. Решение таких задач существенно усложняется из-за нелинейности уравнения, описывающего фильтрационное движение, наличия свободной поверхности, сложной геометрии сооружения.

Неустановившийся режим взаимодействия фильтрационного потока с пористой средой влияет на прочность и устойчивость грунтовых гидротехнических сооружений. Так, расположение депрессионной кривой определяет границу области занятой насыщенной средой и ненасыщенной средой, тем самым определяется область среды, пригодной для проведения строительных работ. Выход депрессионной кривой на низовой откос сопровождается образованием промежутка высачивания. Промежуток высачивания необходимо минимизировать для устранения морозного пучения грунта и разрушения откоса.

К прикладным задачам гидравлической теории фильтрации относятся расчеты дренирования грунтовых массивов (управление объемами насыщенного и ненасыщенного грунта, «перехват» депрессионной кривой и уменьшение фильтрационных градиентов на низовом откосе с целью увеличения устойчивости грунтового массива. Ошибки при проектировании грунтовых массивов могут привести, и подчас приводят, к серьезным экологическим проблемам, связанным с разрушением низовых откосов и сооружений в целом.

Поэтому важное значение имеет решение задачи неустановившихся безнапорных фильтрационных потоков в скалярной пористой среде для двухмерного фильтрационного движения, разработка численных методов решения задачи, составление алгоритмов и их программная реализация на ЭВМ, разработка методики расчета перемычек различной формы, позволяющей получать мгновенные и установившиеся формы депрессионных кривых и значения высоты промежутка высачивания для гидротехнических сооружений.

Степень разработанности

Теория фильтрации как наука возникла на основе исследований А. Дарси, установившего линейную зависимость между расходом и потерей напора. Отечественная школа фильтрации жидкостей и газов, основоположниками которой являются Н.Е. Жуковский, Н.Н. Павловский, Л.С. Лейбензон, П.Я. Полубаринова-Кочина, внесла значительный вклад в формирование и развитие теории.

Одно из направлений теории фильтрации неразрывно связано с исследованиями школы Н.Н. Павловского о движении жидкостей в различных гидротехнических сооружениях, выполненных его ближайшими учениками: В.И. Аравиным, С.В. Избашем, С.Н. Нумеровым, А.Н. Патрашевым, М.Д. Чертоусовым, Р.Р. Чугаевым. Аналитические и приближенные методы, разработанные специалистами школы Н.Н. Павловского, позволили решить значительный класс задач фильтрации, в том числе задач безнапорной фильтрации через

грунтовые плотины, фильтрации воды из каналов и котлованов, расчета колодцев, галерей и пр.

В настоящее время задачи безнапорной фильтрации сохраняют свою теоретическую и практическую актуальность, что находит отражение в работах Э.Н. Береславского¹, А.С. Бестужева², К.П. Моргунова³ и др.

В работах последнего времени, начиная с 2009 г., обнаруживается интерес к фильтрации сквозь анизотропные и деформируемые среды, к развитию гидравлических методов расчета нестационарных фильтрационных течений, к микромеханике связанной воды.

При этом задачи фильтрации неустановившегося движения безнапорных фильтрационных потоков в скалярной пористой среде даже для традиционного контента гидравлической теории фильтрации изучены недостаточно, что и определило направление исследований.

Теоретическая значимость работы

Большинство решений классических задач фильтрации, получены как пределы на больших временах, однако такой подход позволяет получить депрессионную кривую (границу раздела сухих и наводненных масс) для установившегося фильтрационного потока, но не дает полной информации о течении на момент его установления. Для исследования неустановившегося процесса фильтрации в перемычках различной формы в работе решены следующие задачи:

Сформулирована предельная задача Буссинеска (нестационарной теории фильтрации) для скалярной пористой среды;

Предельная задача Буссенеска редуцирована на предельную задачу для обыкновенного дифференциального уравнения Крокко. Сформулирована и решена предельная задача Крокко для прямоугольной перемычки.

Практическая значимость работы заключается в решении ряда задач неустановившихся фильтрационных течений в перемычках различной формы: прямоугольной без дренажа, с дренажом при различном его положении относительно верхнего и нижнего бьефов и самой перемычки; трапецидальной, прямоугольной без дренажа при различных значениях угла при основании трапеции ($\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$), прямоугольной трапеции с дренажом при различном его положении относительно нижнего бьефа; трапеции с отрицательным верховым откосом и значении угла, дополняющего до развернутого ($\pi/2$, $\pi/6$); треугольной перемычки с нулевым верховым откосом и различных значениях угла при вершине низового откоса ($\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$); разработки методики расчета перемычек различной формы, позволяющей получать мгновенные и установившиеся формы депрессионной кривой и значения высоты промежутка высачивания.

Методология и методы исследования основаны на использовании следующих подходов:

Аналитическое решение уравнения Крокко в топологии слабых решений (распределений).

¹ Береславский, Э.Н. Задача фильтрации в прямоугольной перемычке с частично непроницаемой вертикальной стенкой / Э.Н. Береславский, Л.М. Дудина // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2019. Т. 6 (64). Вып. 2. – С. 288 – 297.

² Бестужева, А.С., Хажд К.Р.А. Работа берегового дренажа в зоне влияния водохранилища. / А.С.Бестужева, К.Р.А. Хажд // Мелиорация и водное хозяйство. 2018. № 3. С. 29-34.

³ Моргунов, К.П. Исследование изменения характеристик грунта в основании и засыпке судоходных шлюзов в процессе строительства и эксплуатации гидротехнических сооружений / К. П. Моргунов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2016. — № 3 (37). — С. 78–88. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-7-3-78-88.

Для численного решения уравнения Крокко на интервале расчётная область состоит из участков с постоянным шагом $h=1/N$ ($x_j=jh$, $j=0, 1, 2, \dots, N$). При дискретизации уравнения используется разностная схема второго порядка. Исходное уравнение сводится к нелинейной системе уравнений, для решения которой используется итеративный метод Ньютона.

Для проведения численного моделирования процессов фильтрации в областях пористых сред различной формы используется коммерческий программный пакет ANSYS, в частности: сеточный генератор ICEM CFD, солвер ANSYS CFX и постпроцессоры CFD-post и TecPlot

Цель и задачи работы

Из обзора источников следует, что, несмотря на большой объем исследований по данной теме, гидравлические методы расчета неустановившихся безнапорных фильтрационных течений разработаны недостаточно. Неизвестны времена установления стационарных режимов фильтрации, влияния на них свойств насыщенной пористой среды, геометрии сооружения, предельных условий.

Целью работы является решение задачи неустановившихся безнапорных фильтрационных потоков в скалярной пористой среде для двумерного фильтрационного движения.

Задачи исследования:

1. Сформулировать предельную задачу Буссинеска нестационарной теории фильтрации для скалярной пористой среды. Произвести редукцию на типичную предельную задачу Крокко.
2. Получить аналитическое и численное решение предельной задачи Крокко для прямоугольной перемычки для последующей верификации вычислительного алгоритма расчета фильтрационного движения.
3. Разработать, протестировать и применить вычислительный алгоритм для расчета фильтрационного движения в вертикальной плоскости для перемычек различной формы при отсутствии и наличии дренажа.
4. Разработать рекомендации по проектированию гидротехнических сооружений при неустановившихся безнапорных фильтрационных потоках в скалярной пористой среде.

Положения, выносимые на защиту

1. Стационарное положение депрессионной кривой и стационарная величина промежутка высачивания получаются как пределы, на больших временах, мгновенных депрессионных кривых и мгновенных промежутков высачивания. Достаточным критерием сходимости задачи на установление является $t \geq L/k$.

2. В процессе установления фильтрационного потока величина фильтрационного расхода в нижнем бьефе изменяется от $\theta_0 = \frac{1}{2\lambda}$ до $\theta_0 = \frac{1-u_e^2}{2\lambda}$, где $u_e = \frac{h_e}{H}$, $\lambda = \frac{l}{H}$, $\theta = \frac{q}{kH}$; иначе, в процессе установления предельное значение расхода совпадает с расходом по Дюпюи, т.е. достигает (минимального) стационарного значения.

3. Депрессионная кривая в точке выклинивания на низовой откос может и не касаться низовой грани в момент времени, близкий к начальному. Это возможно при существовании петель Герсеванова.

4. В длинных перемычках ($L \geq 7 \dots 9$) промежуток высачивания мал: точка выклинивания успевает упасть в нижний бьеф. И наоборот, в коротких перемычках точка выклинивания не успевает упасть в нижний бьеф за время прохождения через перемычку уединенной волны расхода.

Содержание диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 глав и заключения с выводами и рекомендациями.

Во введении описаны цель, задачи работы и формулировки, необходимые для достижения цели. Показано, что существуют вопросы, лежащие в области гидравлики и гидромеханики, связанные с вычислением неустановившихся безнапорных фильтрационных течений. Проработка этих вопросов лежит в области определения научной специальности 05.23.16 – Гидравлика и инженерная гидрология, что указано в п.6 паспорта специальности.

В первой главе анализируется объект и предмет исследования.

Объектом исследования в работе являются неустановившиеся безнапорные фильтрационные течения в пористой изотропной среде, в которых область движения ограничена сверху свободной поверхностью, на которой давление жидкости постоянно и равно внешнему атмосферному давлению. Такие течения характерны при фильтрации грунтовых вод через гидротехнические сооружения (плотины, водопонижения, дренажи, фундаменты, осушения котлованов). Теория фильтрации для подобных водохозяйственных, транспортных и природоохранных гидротехнических сооружений была разработана Н.Н. Павловским⁴. В работе Г.И. Баренблатта⁵ отмечается, что в точной постановке исследование безнапорного движения представляет значительные математические трудности. Поэтому большое значение имеют работы П.Я. Полубариновой-Кочиной^{6,7}, получившей некоторые точные решения задачи безнапорного фильтрационного течения через прямоугольную перемычку. Таким образом, задачи безнапорной фильтрации сохраняют теоретический интерес, на что обращено внимание в работах И.А. Чарного⁸, К.С. Басниева, И.Н. Кочиной, В.М. Максимова⁹, а их решение имеет практическое значение для прогноза характеристик движения фильтрационных потоков в прикладных инженерных задачах водохозяйственных, транспортных и природоохранных гидротехнических сооружений, определения у последних режимов сопряжения бьефов, разработки конструкций, повышающих эффективность гашения избыточной энергии потока в нижних бьефах.

В теории фильтрации основным соотношением, устанавливающим связь между вектором скорости фильтрации \mathbf{u} и полем давления p , которое вызывает фильтрационное течение, является закон фильтрации (закон Дарси)

$$\mathbf{u} = -k \text{grad} H, H := z + \frac{p}{\rho g},$$

где \mathbf{g} – ускорение свободного падения, ρ – плотность фильтрующейся жидкости, k – коэффициент фильтрации пористой среды.

⁴ Н.Н. Павловский. Собрание сочинений. - М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1955-. - Т.1: Основы гидравлики. Открытые русла и сопряжение бьефов сооружений. - 547 с.; Т.2: Движение грунтовых вод. - 1956. - 771 с.

² Г.И. Баренблатт. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. - М.: Недра, 1984. – 211 с.

³ П.Я. Полубаринова-Кочина. Теория движения грунтовых вод. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы. 1952. – 677 с.

⁴ П.Я. Полубаринова-Кочина. Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод. АН СССР, Ин-т механики. – М.; Л.: Изд-во АН СССР. 1942. – 142, [2] с.

⁵ И.А. Чарный. Подземная гидрогазомеханика. – М. Государственное научно-техническое изд-во нефтяной и горно-топливной литературы. 1963. - 396 с.

⁶ К.С. Басниев, И.Н. Кочина, В.М. Максимов. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов. – М.: Недра, 1993. – 416 с.

Область применения закона фильтрации Дарси принято оценивать по критическому значению числа Рейнольдса $Re_{кр}$. Для фильтрационных потоков число Рейнольдса имеет порядок $k\delta/\nu$, δ - эффективный размер частиц пористой среды (определяется по грансоставу) и не превосходит 1, ν - динамическая вязкость.

Задачи безнапорной фильтрации стационарных одномерных течений несжимаемой жидкости при линейном и нелинейном законах фильтрации хорошо изучены и имеют точное решение.

Задачи безнапорной фильтрации нестационарных одномерных течений несжимаемой жидкости при линейном и нелинейном законах фильтрации изучены менее полно. Причина в том, что для нестационарного безнапорного течения несжимаемой жидкости в пористом слое, ограниченном снизу горизонтальной непроницаемой поверхностью, строгого математического описания получить сложно из-за неизвестной формы поверхности депрессии.

Предметом исследования в работе является определение депрессионной кривой при неустановившемся фильтрационном потоке через перемычку различной формы и длины.

Основной подход в решении задач нестационарной безнапорной фильтрации, принятый в гидравлической теории, основан на предположении о том, что при малых углах наклона свободной поверхности к горизонту в любом вертикальном сечении пласта давление в фильтрующей жидкости распределено по гидростатическому закону. Одним из следствий этого допущения является уравнение для свободной поверхности, из которого следует нелинейное уравнение Буссинеска для высоты свободной поверхности $h(t,x)$

$$m \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial h}{\partial x} \right),$$

где t - время, x - координата, $h=h(t,x)$ - глубина фильтрационного потока, $h_e \leq h_0 < h \leq H$, рисунок 1, m - коэффициент пористости.

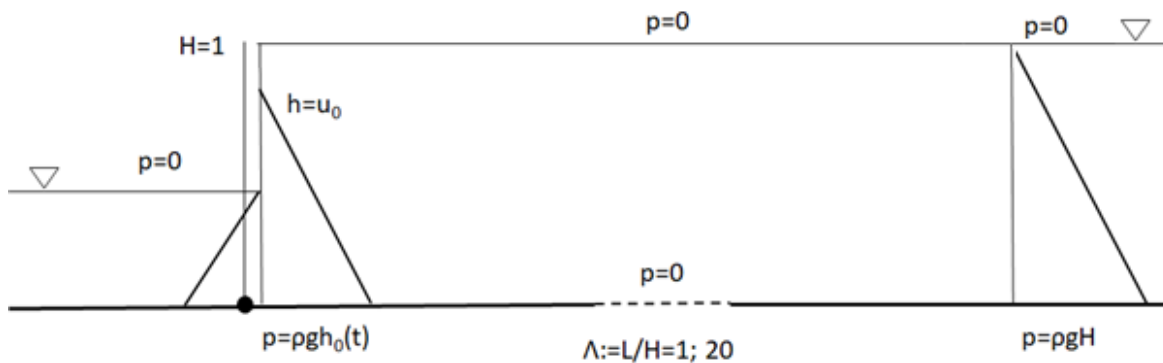


Рис.1. Постановка задачи.

Замена переменных

$$t' := \frac{kt}{mH} > 0, x' = \frac{x}{H}, 0 < x' < \lambda := l/H, \lambda \leq \Lambda := L/H, u := h/H, u_0 < u < 1, u_0 = h_0/H,$$

приводит уравнение Буссинеска к безразмерному виду: $\frac{\partial u}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial x'} \left(u \frac{\partial u}{\partial x'} \right)$. В дальнейшем

штрихи у аргументов опускаются.

Уравнение Буссинеска описывает фильтрационный поток при неустановившемся течении. Результатом решения уравнения Буссинеска является зависимость координат депрессионной кривой от времени и, как следствие, величина промежутка высачивания. В частном случае стационарных течений его решение определяет параболу Дюпюи.

Решение уравнения Буссинеска для нестационарных течений связано со значительными трудностями и требует поиска подходов его сведения к обыкновенному дифференциальному уравнению (ОДУ) низкого порядка. Возможными подходами являются: редукция уравнения Буссинеска в уравнение Блазиуса и редукция уравнения Буссинеска в уравнение Крокко.

Замена переменных $\zeta = \frac{x}{2\sqrt{t}}$; $u(t, x) = u(\zeta)$ в уравнении Буссинеска приводит его к ОДУ:

$$-2\zeta \frac{du}{d\zeta} = \frac{d}{d\zeta} \left(u \frac{du}{d\zeta} \right). \quad (1)$$

Обозначив $d\zeta/u := d\eta$ и выражая $u = d\zeta/d\eta$ уравнение (1) сводится к уравнению Блазиуса:

$$\zeta_{\eta\eta\eta} + \zeta \zeta_{\eta\eta} = 0. \quad (2)$$

Уравнение (1), с помощью понижающей порядок подстановки,

$$\frac{du}{d\zeta} = j(u) \text{ и } d\zeta = \frac{du}{j(u)},$$

преобразуется к виду:

$$2\varphi\varphi'' + u = 0. \quad (3)$$

Решение уравнения Блазиуса (2) ищется на полубесконечном интервале $[0, \infty)$, решение же уравнения Крокко (3) ищется на промежутке $[0, 1]$, являющимся компактом, что упрощает вычисления. Поэтому в дальнейшем исследовании используется уравнение Крокко (3).

Вторая глава содержит постановку начально-краевой задачи Крокко, сформулированной для прямоугольной перемычки разной длины. В главе проводится сопоставление решений уравнения Крокко, полученных как аналитически, так и численно. Полученные решения сопоставляются с решением Полубариновой-Кочинной. Кроме того, задача фильтрации для прямоугольной перемычки решена численно, с помощью метода установления. Для полученных мгновенных депрессионных кривых получены петли Герсеванова и решения для косых откосов.

Для предельной задачи Буссинеска возможно проведение редукции на типичную предельную задачу Крокко:

$$\begin{aligned} 2\varphi\varphi'' + u &= 0, u_e \leq u_0 \leq u \leq 1, \\ \varphi &:= \int_u^1 \zeta dv, \\ \varphi(1) &= \varphi'(u_0) = 0, \\ \zeta &:= \frac{x}{2\sqrt{t}} \end{aligned} \quad (4)$$

Для ОДУ второго порядка (Крокко), получено аналитическое решение в топологии слабых решений. Слабое решение предельной задачи Крокко имеет вид:

$$\phi(u) = 1 / 3\sqrt{1-u^3}.$$

Для верификации решения типичной предельной задачи Крокко проведен численный эксперимент с использованием неявной разностной схемы второго порядка. Показано, что численное решение аппроксимирует слабое решение типичной предельной задачи Крокко кроме правого конца промежутка интегрирования.

Для численного решения уравнения Крокко на интервале расчётная область состоит из участков с постоянным шагом $b=1/N$ ($x_j=jh, j=0, 1, 2, \dots, N$). При дискретизации уравнения

используется разностная схема второго порядка. Исходное уравнение сводится к нелинейной системе уравнений, для решения которой используется итеративный метод Ньютона.

При дискретизации уравнения Крокко используется разностная схема второго порядка:

$$\frac{y_{j-1} - 2y_j + y_{j+1}}{b^2} + \gamma \frac{x_j}{y_j} = 0.$$

Равенство представляет собой дискретный аналог точного равенства

$$y'' = -\gamma \frac{x}{y}.$$

На рисунке 2 приведено сопоставление слабого решения с численным решением задачи Крокко при $b=10^{-6}$ и $\gamma=1$.

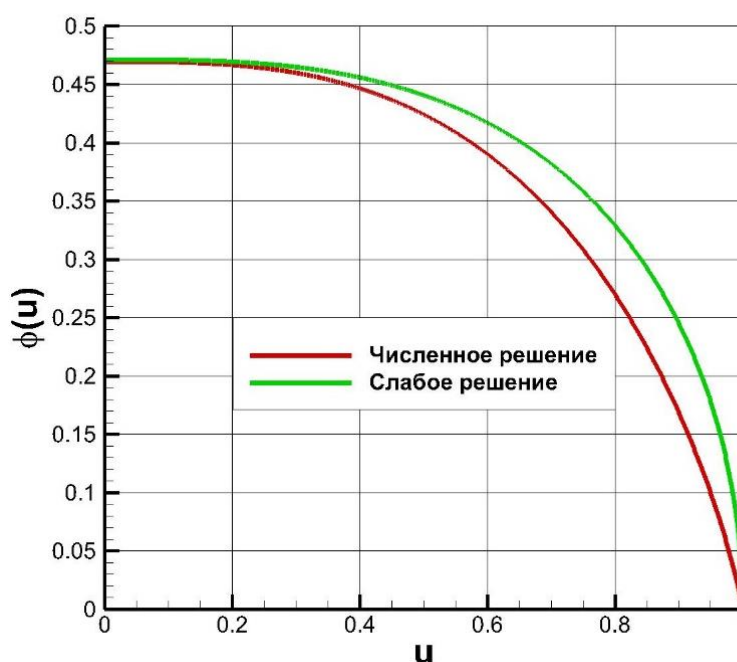


Рис. 2. Сравнение аналитического и численного решения уравнения Крокко.

Слабое решение предельной задачи Крокко обладает всеми свойствами точного решения. Значение постоянной Блазиуса в слабом решении, $\gamma=1/2$, $y(0)=1/3$, $\gamma=1$, $y(0)=0,4714$, и отличается от точного значения меньше, чем на 0,4%. Вычислительный эксперимент показал равномерную на промежутке $0 \leq x \leq 1$ сходимости численной аппроксимации решения к слабому решению при небольшой плотности дискретизации промежутка (порядка $N=10^4$ узлов). На правом конце промежутка интегрирования, $x=1-0$, производная численного решения ограничена снизу, и график численного решения не обладает вертикальной касательной. Ограниченность значений численных производных ожидаема, т.к. используются односторонние разности.

Помимо сопоставления аналитического и численного решения задачи Крокко, выполнено численное моделирование нестационарного фильтрационного потока в прямоугольной перемычке с помощью коммерческого программного пакета ANSYS. На рисунке 1 представлена постановка рассматриваемой задачи.

Задача решена в безразмерной постановке, масштабом длины выбрана высота перемычки H , равная 1. Масштаб времени введен следующим образом - $\tau=kt/mH$. В верхнем

бьефе задано постоянное гидростатическое давление, нижний бьеф – свободная граница, давление экстраполируется изнутри расчетной области. На нижней грани расчетной области задано условие прилипания. Для ряда задач, имеющих практическое применение, на отрезке нижней грани задавалось условие равенства давления нулю, чтобы промоделировать линейный дренаж. На верхней грани расчетной области задано постоянное давление, равное нулю. В начальный момент времени вся расчетная область инициализирована нулевыми скоростями и гидростатическим давлением.

Стационарное решение получено путем установления на больших временах τ . Критериями установления для рассматриваемой задачи является постоянство расхода на выходе нижний бьеф и постоянство депрессионной кривой. На рисунке 3 представлены депрессионные кривые в различные моменты времени τ , до момента установления решения задачи.

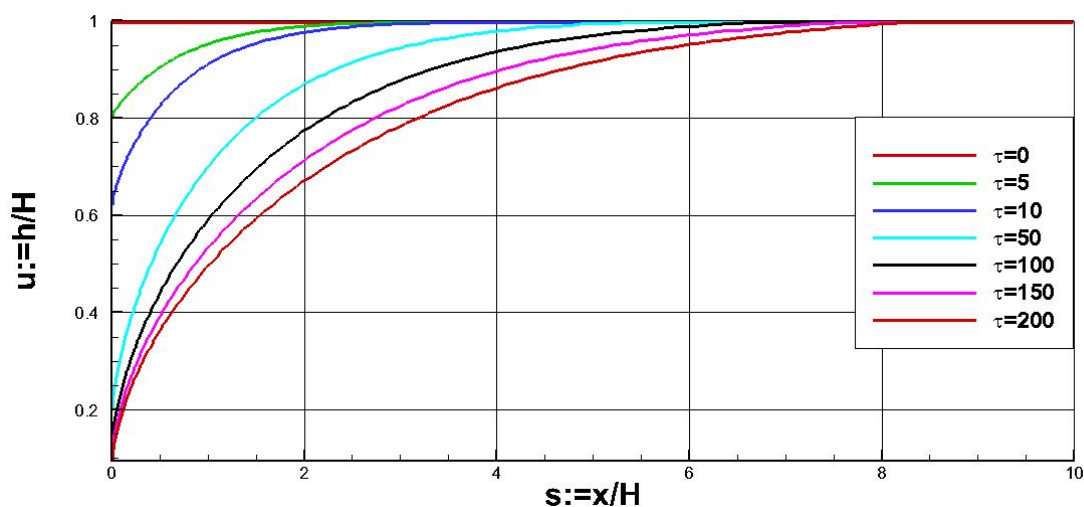


Рис. 3. Депрессионные кривые в разные моменты времени.

На рисунке 4 представлена зависимость расхода в нижнем бьефе от времени. Численным критерием установления задачи является изменение расхода не более чем на 0.5% относительно предыдущего шага по времени. Для наглядности сравнения результатов численного моделирования с результатами экспериментальных исследований Д.Д. Заборовой, расходы в обоих случаях приведены к расходу по Дюпюи, а время приведено ко времени установления фильтрационного течения. Рассогласование расходов в начальный момент времени обусловлено резким ростом расхода в расчете, рост расхода происходит от 0 до некоторого неустановившегося уровня. Наблюдаемый пик расхода обусловлен возможностью моментального «открытия» заслонки в расчете, что сложно достижимо на экспериментальном стенде.

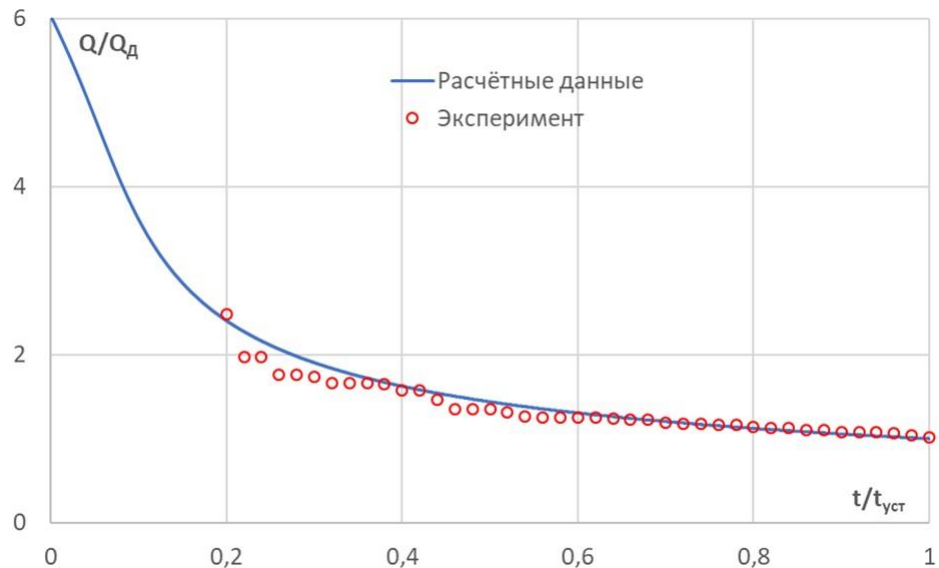


Рис. 4. Сравнение приведенных расходов через нижний бьеф.

До достижения необходимых и достаточных условий сходимости фильтрационного потока в перемычке, можно получить депрессионные кривые в различные моменты времени и продолжить их влево от нижнего бьефа, путем интерполяции ближайших к нижнему бьефу координат депрессионной кривой квадратичной функцией. Такой метод позволяет получить так называемые петли Герсеванова, рисунок 5.

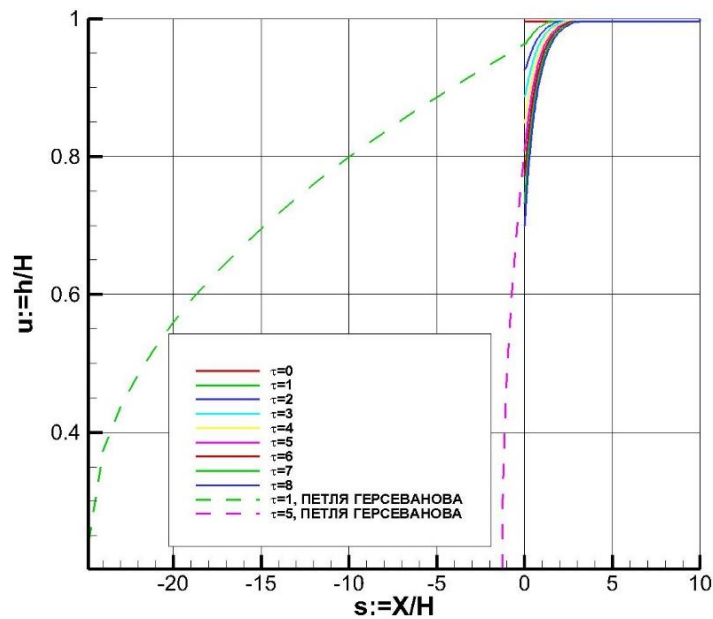


Рис. 5. Петли Герсеванова.

Петля Герсеванова существует только при $u_0 < 4/7$, т.е. в длинных перемычках с относительно небольшими промежутками высачивания (с высотой Δ не больше $4/7 - u_e$, где u_e – отношение глубины промежутка высачивания к высоте перемычки). Если же $l > u_0 > 4/7$, то петля Герсеванова не образуется. В этом случае продолженное левее точки u_0 решение уравнения (1) не имеет нулей, кроме «обязательного нуля $u=1$, рисунок 6.

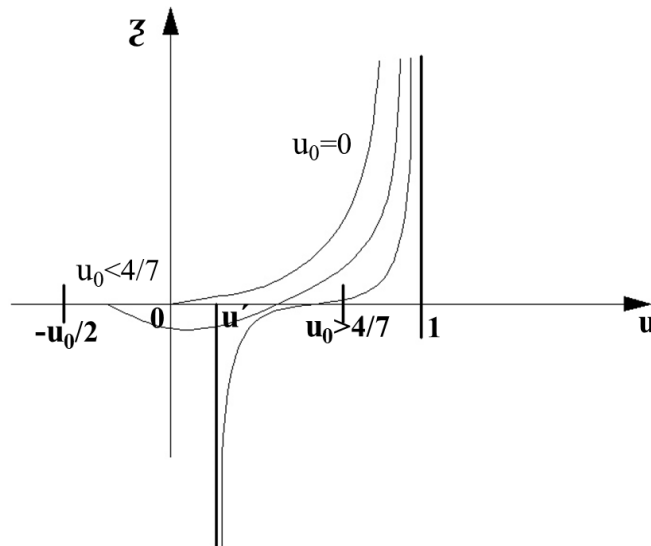


Рис.6. Условие существования петли Герсеванова.

Аналогичным способом получены результаты для перемычек с косым откосом. Однако в этом случае использовалась интерполяция линейной функцией. При продолжении депрессионной кривой с помощью линейной функции она касается нижнего откоса в точке выклинивания, рисунок 7.

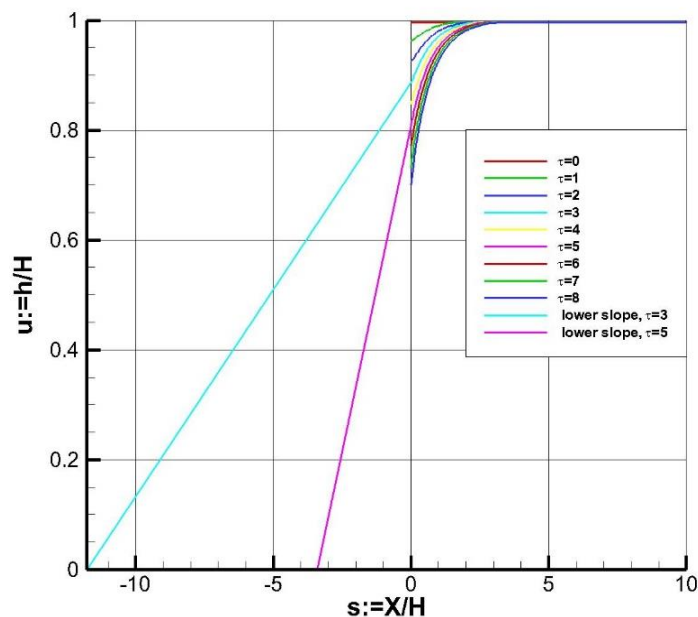


Рис. 7. Линеаризация петель Герсеванова.

В третьей главе представлены результаты решения задач на установление фильтрационного потока в перемычках различной формы (прямоугольные, трапециевидные, треугольные). Для каждой формы изучено влияние расположения линейного дренажа на нижней границе. Во всех рассмотренных задачах использовался безнапорный дренаж, который задавался математически, как отрезок на нижней границе расчетной области, на котором давление равно атмосферному.

На рисунке 8 показаны депрессионные кривые после установления фильтрационного течения в прямоугольной перемычке $L/H=10$. Депрессионная кривая 1 соответствует

установившемся режиму фильтрационного потока в прямоугольной перемычке без дренажа. Кривая 2 соответствует задаче с линейным дренажем длиной $L/H=1$, расположенным вплотную к нижнему бьефу. Депрессионная кривая 3 соответствует задаче с линейным дренажем длиной $L/H=1$, расположенным на один калибр правее нижнего бьефа. Кривая 4 соответствует задаче с линейным дренажем длиной $L/H=1$, расположенным на промежутке $4.5 < L/H < 5.5$. Кривая 5 соответствует задаче с линейным дренажем длиной $L/H=1$, расположенным на промежутке $8 < L/H < 9$.

По полученным депрессионным кривым можно сказать, что для ускорения осушения насыщенных масс в прямоугольной перемычке фиксированной высоты, рационально располагать дренаж на удалении в один калибр правее нижнего бьефа. Такой подход позволит осушить до низового откоса больший объем пористого тела. Можно также сказать, что внедрение линейного дренажа на некотором удалении от нижнего бьефа равносильно уменьшению длины рассматриваемой перемычки на величину этого удаления, однако время полного установления подобной задачи будет несколько больше, поскольку в промежутке от нижнего бьефа до места расположения дренажа образуется холмообразный насыщенный жидкостью участок, осушение которого происходит исключительно за счет сил гравитации.

Расход, проходящий через дренаж, значительно выше расхода через нижний бьеф, для всех рассмотренных задач.

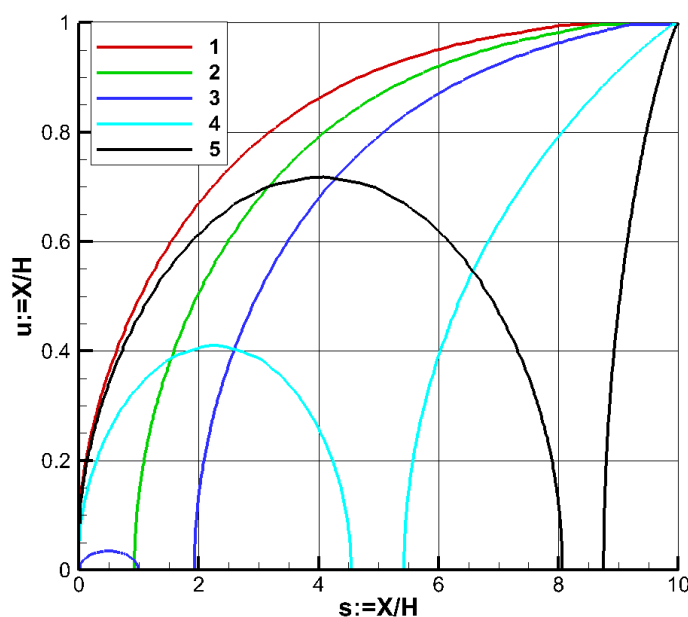


Рис. 8. Депрессионные кривые в прямоугольной перемычке с различным расположением линейного дренажа.

Для трапециевидной формы перемычки изучено влияние на время установления фильтрационного течения в зависимости от угла при нижнем бьефе (угол у верхнего бьефа вертикальный). Выявлено, что время установления фильтрационного течения увеличивается с ростом угла при нижнем бьефе. Для выполнения численного эксперимента проведены три расчета для трапеций с углами при нижнем бьефе равными $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$.

Кроме того, для трапециевидной формы перемычки изучено влияние расположения линейного дренажа. Результаты, полученные для этой формы, качественно схожи с результатами для прямоугольной перемычки со стоком. Мгновенные депрессионные кривые для трапеции с углом при нижнем бьефе $\pi/6$ и линейном дренажем, расположенным вплотную к нижнему бьефу, представлены на рисунке 9.

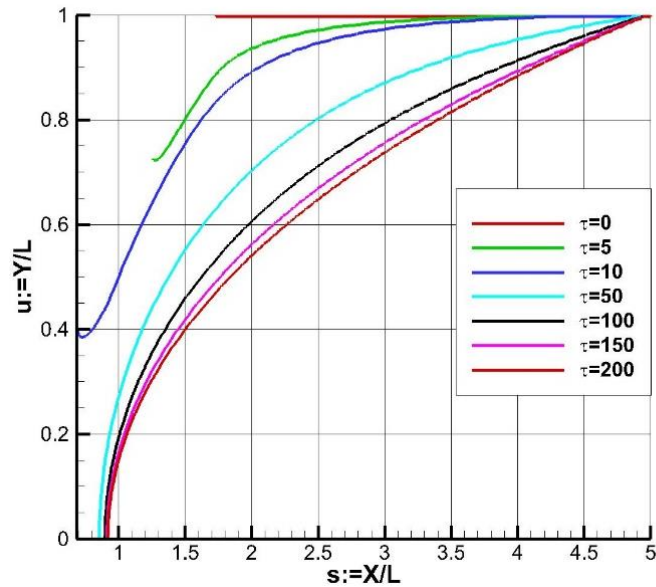


Рис. 9. Мгновенные депрессионные кривые для трапецевидной перемычки со стоком. Для перемычек треугольной формы характерно очень короткое время установления. Депрессионная кривая приходит к установившемуся течению практически сразу. Промежуток высачивания для такой формы перемычки практически равен ее высоте. Такое заключение получено в результате рассмотрения трех треугольных перемычек с различными углами при вершине низового откоса ($\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$).

Заключение

В диссертационной работе решена задача неустановившихся безнапорных фильтрационных потоков в скалярной пористой среде для двумерного фильтрационного движения.

Сформулирована предельная задача Буссинеска нестационарной теории фильтрации для скалярной пористой среды, произведена редукция на типичную предельную задачу Крокко.

Получено аналитическое и численное решение предельной задачи Крокко для прямоугольной перемычки для последующей верификации вычислительного алгоритма расчета фильтрационного движения.

Разработан, протестирован и применён вычислительный алгоритм для расчета фильтрационного движения в вертикальной плоскости для перемычек различной формы при отсутствии и наличии дренажа.

Исследованы фильтрационные течения в перемычках различной формы с помощью аналитических и численных методов решения уравнения Крокко, описывающего рассматриваемые процессы. Проведено численное моделирование фильтрационных потоков в пористых средах с помощью пакета ANSYS. Используемые методы позволяют получить мгновенные значения координат депрессионной кривой и, как следствие, мгновенные значения величины промежутка высачивания.

Значения координат депрессионной кривой и величины промежутка высачивания для стационарного фильтрационного потока получаются путем установления. Критерием установления является постоянство во времени координат депрессионной кривой, величины промежутка высачивания, а также постоянство величины расхода в нижнем бьефе.

В работе рассмотрен ряд задач для перемычек различной формы, решение которых позволило сделать следующие выводы:

- Доказано, что с увеличением длины прямоугольной перемычки высота промежутка высачивания монотонно стремится к нулю. В перемычках длиной не

меньше 2-3 напоров высота промежутка высачивания равна нулю. Доказано, что касание депрессионной кривой низового откоса происходит на петле Герсеванова.

– Показано, что установление стационарного режима в трапецидальной перемычке происходит тем быстрее, чем короче верхнее основание трапеции. Депрессионная кривая получается линеаризацией влево петли Герсеванова. В треугольной перемычке время установления стационарного режима равно нулю.

– наличие дренажа приводит к образованию «жидкого бугра» в низовой части перемычки и к сокращению длины правой ветви депрессионной кривой. Фильтрационный расход из «жидкого бугра» в нижний бьеф монотонно уменьшается до полного осушения бугра. Эти результаты не зависят от продольного профиля перемычки и определяются только расположением распределенного дренажа.

Практическое значение полученных результатов заключается в определении мгновенного значения депрессионной кривой и промежутка высачивания в перемычках различной формы, установлении влияния расположения дренажа на форму депрессионной кривой.

Результатом работы является методика расчета перемычек различной формы, позволяющая получать мгновенные и установившиеся формы депрессионной кривой и значения высоты промежутка высачивания.

Результаты исследования использовались при выполнении хозяйственных договоров кафедры «Гидравлика и прочность» ФГАОУ ВО СПбПУ, в том числе, для определения интенсивности дренажа в технологии быстрой откачки строительных котлованов.

Результаты работы применены при проектировании и строительстве ряда водохозяйственных сооружений, выполненных проектно-строительной компанией «Венчур» г. С.-Петербург, что подтверждается Актом о практическом применении результатов диссертационного исследования.

Список условных обозначений

- h – шаг разбиения расчетной области
- N – число разбиений расчетной области
- t – время
- L – длина перемычки
- k – коэффициент фильтрации пористой среды
- θ – расход через нижний бьеф
- λ – высота промежутка в
- A – отношение длины перемычки к ее высоте
- u – скорость фильтрации
- g – ускорение свободного падения
- ρ – плотность фильтрующейся жидкости
- Re – число Рейнольдса
- δ – эффективный размер частиц аллювия
- ν – коэффициент динамической вязкости жидкости
- x, y, z – координаты
- m – коэффициент пористости
- T – время установления стационарного режима
- γ – параметр в уравнении Крокко
- s – продольная координата, отсчитываемая вдоль фильтрационного потока
- $u_j(x)$ – значение решения уравнения Крокко на итерации k
- $\varphi(u)$ – слабое решение уравнения Крокко
- τ – безразмерное время
- p_0 – атмосферное давление
- p – гидростатическое давление

**Основные научные результаты диссертации опубликованы в следующих
рецензируемых научных изданиях**

Публикации в изданиях, включенных в перечень ВАК РФ:

1. М.Р. Петриченко, Д.Д. Заборова, Е.В. Котов. Метод Крокко в гидравлической теории фильтрации - однородная прямоугольная перемычка // Гидротехническое строительство. 2019. № 6. С. 41-44.
2. М.Р. Петриченко, Е.В. Котов. Численная верификация слабых решений типичной предельной задачи Крокко с помощью неявной разностной схемы второго порядка // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 2. С. 63-72.
3. М.Р. Петриченко, Д.Д. Заборова, Е.В. Котов, Т.А Мусорина. Образование промежутка высачивания в прямоугольной перемычке // Гидротехническое строительство. 2018. № 10. С. 49-52.

Публикации в изданиях, индексируемых SCOPUS:

1. M.R. Petrichenko, V.V. Sergeev, E.V. Kotov, D.V. Nemova, D.S. Tarasova. Numeric Verification of the Weak Solutions to the Typical Crocco Limit Problem Using Implicit Difference Scheme of the Second Order. Springer Nature Switzerland AG 2019 V. Murgul and M. Pasetti (Eds.): EMMFT-2018, AISC 983, pp. 839–848, 2019.
2. M.R. Petrichenko, E.V. Kotov, D.V. Nemova, D.S. Tarasova, V.V. Sergeev. Numerical simulation of ventilated facades under extreme climate conditions // Magazine of Civil Engineering. 2018.77 (1). P. 130-140.
3. M.R. Petrichenko, D.V. Nemova, E.V. Kotov, D.S. Tarasova, V.V. Sergeev. Ventilated facade integrated with the hvac system for cold climate // Magazine of Civil Engineering. 2018. 77(1). P. 47-58.
4. V.V. Sergeev, M.R. Petrichenko, D.V. Nemova, E.V. Kotov, D.S. Tarasova., A.V. Nefedova, A. Borodinecs. The building extension with energy efficiency light-weight building walls // Magazine of Civil Engineering. 2018. 84(8). P. 67-74.