

Стабников Андрей Сергеевич

**Разработка алгебраической модели ламинарно-турбулентного
перехода и ее использование совместно с вихреразрешающим
подходом к расчету турбулентных течений**

1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург
2022

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор, **Гарбарук Андрей Викторович**

Официальные оппоненты:

Мулляджанов Рустам Илхамович, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Лаборатории моделирования Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук», г. Новосибирск.

Дубень Алексей Петрович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Лаборатории вычислительной аэродинамики и аэроакустики Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук», г. Москва.

Ведущая организация:

Федеральное Государственное Унитарное Предприятие «Российский федеральный ядерный центр – **Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики**», г. Саров.

Защита состоится «14» декабря 2022 года в «16» часов на заседании диссертационного совета У.1.1.9.02 Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» по адресу: г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, корпус 1, 3й этаж, ауд. 348-8.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» и на сайте <http://www.spbstu.ru/science/>.

Автореферат разослан «___» ноября 2022 года.

Ученый секретарь

диссертационного совета У.1.1.9.02

кандидат физико-математических наук

Колесник Елизавета Владимировна

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

В настоящее время компьютерное моделирование является одним из главных инструментов проектирования во многих отраслях промышленности, в связи с чем на разработку новых и улучшение существующих моделей и вычислительных алгоритмов для расчета различных физических процессов направлены огромные усилия. Область гидро- и газодинамики не является в этом смысле исключением: с появлением все более сложных технических устройств, в которых течения газов и жидкостей играют определяющую роль, возрастают требования к надежности и точности методов их расчета. С учетом того, что в подавляющем большинстве практических приложений течения являются турбулентными, разработка адекватных математических моделей и численных методов расчета таких течений представляют собой одну из центральных проблем вычислительной гидроаэродинамики. Наиболее перспективным классом существующих в настоящее время подходов к решению данной проблемы являются так называемые гибридные вихреразрешающие подходы, базирующиеся на совместном использовании классических RANS и LES моделей турбулентности. В рамках этих методов в части расчетной области (как правило, в присоединенном пограничном слое, формирующемся на обтекаемой поверхности), используются полуэмпирические модели для замыкания уравнений Рейнольдса (Reynolds Averaged Navier-Stokes equations – модели RANS), а в остальной части потока, в том числе в отрывных областях и следе за телом, реализуется подход Large Eddy Simulation (LES). Таким образом, гибридные методы позволяют использовать сильные стороны обоих подходов, а именно, высокую точность и вычислительную эффективность RANS моделей при расчете присоединенных пограничных слоев и способность LES моделей обеспечить недостижимую в рамках RANS точность расчета отрывных областей потока при приемлемых вычислительных затратах.

В настоящее время при решении практических задач наибольшее применение получили глобальные гибридные вихреразрешающие подходы семейства DES (Detached Eddy Simulation), в которых RANS и LES подобласти определяются автоматически в процессе расчета. Точность моделей данного семейства в значительной степени зависит от точности расчета присоединенного пограничного слоя, которая, в свою очередь, определяется базовой полуэмпирической RANS моделью, на основе которой строится гибридная модель. Однако подавляющее большинство RANS моделей не предполагает описания ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое. Это может приводить к снижению точности расчета, поскольку в большинстве течений присоединенный пограничный слой не является турбулентным на всей своей протяженности: турбулентному участку предшествует ламинарный участок той или иной протяженности, что может значительно повлиять на характеристики течения в целом. Более того, в некоторых течениях, например, при наличии отрыва потока от обтекаемой гладкой

поверхности под воздействием неблагоприятного градиента давления, это влияние становится определяющим. Таким образом, границы применимости глобальных гибридных подходов могут быть расширены, а их точность значительно повышена путем использования в них в качестве базовой модели RANS модель, описывающую ламинарно-турбулентный переход (ЛТП). Среди существующих в настоящее время моделей такого типа наиболее точной считается дифференциальная модель Menter, Langtry SST γ - Re_θ (2009)¹, построенная на основе полуэмпирической модели турбулентности с двумя уравнениями k - ω SST, и содержащая два дополнительных уравнения переноса для определения положения ЛТП. Однако, использование этой модели связано с существенным ростом вычислительных затрат, что объясняется медленной сходимостью итерационных алгоритмов, используемых в расчетах, или даже ее отсутствием (этот недостаток характерен и для других дифференциальных моделей ЛТП). В связи с этим, в последнее время большое внимание уделяется разработке алгебраических RANS моделей ЛТП, в рамках которых положение ЛТП определяется алгебраическими соотношениями. Тем не менее, в подавляющем большинстве работ, в которых предпринимаются попытки учета ЛТП в рамках гибридных вихреразрешающих подходов, в качестве базовых RANS моделей используются дифференциальные модели ЛТП. При этом отмеченные выше вычислительные проблемы, возникающие при учете ЛТП в рамках RANS моделей, значительно усугубляются. В результате, надежные и экономичные методы расчета многих сложных течений, в которых ЛТП играет ключевую роль, в частности, течений с массивным отрывом в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса, включающем его критические (соответствующие кризису сопротивления) значения, по существу, отсутствуют.

Таким образом, построение алгебраических RANS моделей ЛТП для гибридных вихреразрешающих подходов и разработка экономичных вычислительных технологий для их численной реализации, являются важными и актуальными задачами современной вычислительной аэродинамики, решению которых и посвящена настоящая работа.

Цели и задачи работы

Основная цель работы состоит в разработке экономичной и надежной вычислительной технологии расчета течений с ЛТП в рамках глобальных гибридных вихреразрешающих подходов.

Конкретными задачами, которые необходимо решить для достижения этой цели, являются:

- проведение аналитического обзора существующих RANS моделей ЛТП и выбор на его основе моделей, представляющихся наиболее перспективными в контексте данной работы;

¹ Langtry R.B., Menter F.R. Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes // AIAA J. 2009. Т. 47, № 12. С. 2894–2906.

- разработка вычислительно эффективной алгебраической модели ЛТП, превышающей по точности известные аналоги;
- всестороннее тестирование разработанной модели в рамках RANS;
- разработка гибридного вихререзающего метода, базирующегося на инкорпорации разработанной модели ЛТП в глобальный гибридный метод SST DDES;
- тестирование предложенного гибридного метода;
- применение разработанного метода к расчету ряда турбулентных течений с массивным отрывом при докритических, критических и закритических числах Рейнольдса.

Научная новизна

1. Предложена новая алгебраическая RANS модель ЛТП, представляющая собой усовершенствованную версию известной модели $k-\omega$ KD, существенно превосходящую ее по точности.

2. На базе глобального гибридного подхода SST DDES предложен новый гибридный вихререзающий метод, предназначенный для расчета течений при наличии ЛТП в присоединенных пограничных слоях, и продемонстрированы его преимущества над оригинальным методом SST DDES.

3. Впервые в рамках вихререзающих подходов проведены систематические численные исследования ряда течений, характеризующихся формированием за обтекаемым телом обширных отрывных зон (сфера, неподвижный и вращающийся круглый цилиндр, тандем цилиндров), в результате которых предложено объяснение резкого изменения боковой силы, действующей на сферу, при числах Рейнольдса близких к критическим, и описан обратный эффект Магнуса.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость работы состоит:

- в разработке новой алгебраической RANS модели ЛТП;
- в разработке нового глобального гибридного вихререзающего метода, обеспечивающего возможность расчета течений с массивным отрывом с учетом ЛТП;
- в изучении и объяснении ряда физических явлений, характерных для обтекания плохообтекаемых тел при числах Рейнольдса, близких к критическим.

Практическая значимость работы состоит:

- в повышении точности расчета ряда важных с практической точки зрения течений в рамках уравнений Рейнольдса и в рамках глобальных гибридных вихререзающих подходов;
- в получении детальных расчетных данных по аэродинамическим характеристикам ряда сложных течений, представляющих большой практический интерес.

Положения, выносимые на защиту

1. Новая алгебраическая RANS модель ЛТП (SST KD модель), превосходящая по точности существующие аналоги.
2. Гибридный вихреразрешающий метод (SST KD DDES), предназначенный для расчета отрывных течений, в которых ЛТП играет ключевую роль.
3. Количественные данные по аэродинамическим характеристикам обтекания сферы, цилиндра, вращающегося цилиндра и тандема цилиндров при докритических, критических и закритических числах Рейнольдса.
4. Объяснение механизмов резкого изменения боковой силы, действующей на сферу, при числах Рейнольдса близких к критическим.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность результатов, полученных в диссертации, обеспечивается:

- использованием математических моделей, основанных на фундаментальных законах сохранения;
- проверкой отсутствия зависимости получаемого решения от вычислительных аспектов решения рассмотренных математических задач;
- детальным анализом полученных результатов, их сравнением с известными из литературы надежными экспериментальными данными и результатами расчетов.

Кроме того, в качестве основного вычислительного инструмента в работе используется академический конечно-объемный CFD код лаборатории «Вычислительная гидроаэроакустика и турбулентность» СПбПУ «Numerical Turbulence Simulation» (NTS код), прошедший тщательную верификацию путем сравнения с известными аналитическими решениями и с результатами численных расчетов, полученными с помощью других известных кодов (ANSYS FLUENT и ANSYS CFX, DLR TAU, NOISEtte, SINF и др.).

Апробация результатов. Основные результаты работы докладывались на следующих российских и международных конференциях и семинарах:

1. Международная конференция Физика.СПб (2016, 2017, 2018, 2019, 2020).
2. Engineering Turbulence Modeling and Measurements (ETMM 2021).

Публикации по теме диссертации и личный вклад автора

По теме работы опубликовано 7 работ, в журналах и изданиях, включенных в Перечень ВАК и/или одну из баз данных и систем цитирования Web Of Science и/или Scopus.

Результаты работы получены при поддержке гранта РФФИ (проект 19-31-90046 «Аспиранты», успешно завершённый в 2022 г.).

Все основные результаты работы получены лично автором. В частности, им разработана модель SST KD для расчета положения ЛТП в рамках RANS, выполнены ее

инкорпорация в гибридный метод SST DDES и имплементация новой гибридной модели в NTS коде, разработан пакет программ для проведения калибровки констант моделей, их тестирования и обработки результатов расчетов, выполнены математические постановки всех рассмотренных задач и проведены все расчеты, результаты которых представлены в диссертации. Их анализ проведен автором совместно с научным руководителем.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Общий объем диссертации 116 стр., в том числе 59 рисунков и 15 таблиц; список литературы включает 138 наименований.

Содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность темы, ее научная и практическая значимость, сформулированы цель и основные задачи исследования.

В **Главе 1** представлен аналитический обзор существующих подходов к моделированию ЛТП. В частности, в **Разделе 1.1** проанализированы основные направления развития моделирования ЛТП в рамках уравнений Рейнольдса. Особое внимание уделено наиболее успешным дифференциальным моделям ЛТП, а также набирающим популярность алгебраическим моделям. На основе этого анализа для дальнейшего усовершенствования и использования в рамках гибридного подхода выбрана алгебраическая модель ЛТП $k-\omega$ KD.

В **Разделе 1.2** проанализирован накопленный опыт применения RANS моделей ЛТП в сочетании с вихререшающими методами. При этом отмечается, что в большинстве работ используется дифференциальная модель ЛТП SST γ - Re_θ или другие дифференциальные модели, что сопряжено со значительными вычислительными проблемами и сделан вывод о перспективности использования для этой цели алгебраических моделей ЛТП.

В **Главе 2** приводится описание предложенной в диссертации модели ЛТП SST KD, которая базируется на алгебраической модели ЛТП $k-\omega$ KD и модели Ментера SST. В частности, в **Разделе 2.1** приведена формулировка предлагаемой модели и ее новые элементы, внесенные автором.

Модель SST KD базируется на модифицированных уравнениях переноса турбулентных характеристик модели SST:

$$\begin{cases} \partial \rho k / \partial t + \partial \rho U_k k / \partial x_k = \partial [(\mu + \sigma_k \mu_t) \partial k / \partial x_k] / \partial x_k + \gamma P_k + (1 - \gamma) P_{sep} - \beta^* \rho \omega k \\ \partial \rho \omega / \partial t + \partial \rho U_k \omega / \partial x_k = \partial [(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \partial \omega / \partial x_k] / \partial x_k + \alpha P_k \omega / k - \beta \rho \omega^2 + \\ \quad + (\partial k / \partial x_k) (\partial \omega / \partial x_k) \rho \sigma_d / \omega \end{cases} \quad (1)$$

Для описания перехода в эти уравнения внесено 2 изменения, аналогичные изменениям, вносимым в модель $k-\omega$ авторами модели ЛТП $k-\omega$ KD.

Во-первых, как и в k - ω KD, генерационное слагаемое в уравнении для кинетической энергии турбулентности P_k умножается на коэффициент перемежаемости $0 \leq \gamma \leq 1$, рассчитываемый по формуле

$$\gamma = \min\left(\max\left(\text{Re}_\Omega/A_\gamma - 1.0, 0.0\right), 1.0\right). \quad (2)$$

Однако формулировка для критерия Re_Ω , определяющего положение и протяженность перехода, отличается от использовавшейся в модели k - ω KD и имеет следующий вид:

$$\text{Re}_\Omega = k/(v\Omega). \quad (3)$$

Во-вторых, в правую часть уравнения для кинетической энергии (1) добавлено дополнительное слагаемое $(1-\gamma)P_{\text{sep}}$, отвечающее за генерацию турбулентности в оторвавшемся от обтекаемой поверхности ламинарном пограничном слое (в ламинарном «отрывном пузыре»). Идея добавления такого слагаемого и его формулировка в модели k - ω KD заимствованы из модели ЛТП SST γ Menter²:

$$P_{\text{sep}} = C_{\text{sep}} F_{\text{sep}} v S^2, \quad (4)$$

$$F_{\text{sep}} = \min\left(\max\left(R_v/(2.2A_v) - 1.0, 0.0\right)1.0\right), \text{ где } R_v = d_w^2 S/v. \quad (5)$$

Здесь d_w - расстояние от рассматриваемой точки потока до ближайшей точки обтекаемой поверхности, v - молекулярная кинематическая вязкость, а величины S и Ω , входящие в (3) - (5), определяются выражениями

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad \Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad (6)$$

и являются инвариантами симметричного тензора скоростей деформаций и антисимметричного тензора завихренности:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{1}{3}\delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k}, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) + \varepsilon_{kji}\Omega_k, \quad (7)$$

где Ω_k - скорость вращения системы координат (при расчете вращающихся течений в неинерциальных системах отсчета).

В модели ЛТП SST KD, по аналогии с k - ω KD, используется разделение кинетической энергии турбулентности на две части, соответствующие мелкомасштабной и крупномасштабной турбулентности:

$$k_s = f_{SS} \cdot k, \quad k_l = k - k_s. \quad (8)$$

Две вязкости, соответствующие этим частям, («мелкомасштабная» и «крупномасштабная») определяются в модели SST KD следующим образом:

$$\mu_s = a_1 \rho k_s / \max(a_1 \omega, S \cdot F_2), \quad \mu_l = a_2 \rho k_l / \max(a_2 \omega, S \cdot F_2), \quad (9)$$

где эмпирическая функция F_2 модели SST рассчитывается по формуле

² Menter F.R. и др. A One-Equation Local Correlation-Based Transition Model // Flow Turbul. Combust. 2015. Т. 95, № 4. С. 583–619.

$$F_2 = \tanh\left(\arg_2^2\right), \quad \arg_2 = \max\left(2\sqrt{k}/(\beta^* \omega d_w), 500\nu/(d_w^2 \omega)\right). \quad (10)$$

При этом, турбулентная вязкость, используемая в уравнениях Рейнольдса, как и в модели ЛТП k - ω КД, является суммой «мелкомасштабной» и «крупномасштабной» (9): $\mu_t = \mu_s + \mu_l$.

Функция f_{SS} , используемая в (8), была адаптирована для использования с моделью SST:

$$f_{ss} = \exp\left(-(\text{Re}_\Omega/C_{SS})^{-4}\right), \quad (11)$$

где величина C_{SS} определяется так же, как и в модели ЛТП k - ω КД:

$$C_{SS} = C_S (1.0 + C_A f_w \Psi), \quad \Psi = \tanh\left(-\Omega(S - \Omega)/\left[C_\Psi (\beta^* \omega)^2\right]\right), \quad f_w = 1 - \tanh(k/(C_W \nu \omega)). \quad (12)$$

Расчет генерационного члена P_k в уравнениях переноса (1), как и в модели SST, производится по формуле

$$P_k = \min\left(-\overline{\rho u'_i u'_j} \partial U_i / \partial x_j, 10 \cdot \rho \beta^* k \omega\right), \quad (13)$$

где напряжения Рейнольдса, следуя идеям модели k - ω КД, вычисляются только по мелкомасштабной турбулентной вязкости с использованием гипотезы Буссинеска

$$\overline{\rho u'_i u'_j} = \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - 2\mu_s S_{ij}. \quad (14)$$

Наконец, константы модели, как и в модели SST, выражаются через соответствующие константы k - ε (нижний индекс “1”) и k - ω (индекс “2”) ветвей:

$$\begin{aligned} \sigma_k &= F_1 \sigma_{k1} + (1 - F_1) \sigma_{k2}, \\ \sigma_\omega &= F_1 \sigma_{\omega1} + (1 - F_1) \sigma_{\omega2}, \\ \beta &= F_1 \beta_1 + (1 - F_1) \beta_2, \\ \sigma_d &= 2(1 - F_1) \sigma_{\omega2}, \end{aligned} \quad (15)$$

с использованием весовой функции F_1 , которая близка к нулю во внутренней части пограничного слоя и к единице во внешней:

$$F_1 = \tanh\left(\arg_1^4\right), \quad \arg_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d_w}, \frac{500\nu}{\omega d_w^2}\right), \frac{2k\omega}{d_w^2 (\nabla k) \cdot (\nabla \omega)}\right]. \quad (16)$$

Значения эмпирических констант k - ε и k - ω моделей, входящих в (15):

$$\begin{aligned} \sigma_{k1} &= 0.85, \quad \sigma_{\omega1} = 0.5, \quad \beta_1 = 0.075, \\ \sigma_{k2} &= 1.0, \quad \sigma_{\omega2} = 0.856, \quad \beta_2 = 0.0828, \end{aligned} \quad (17)$$

а остальные константы модели равны

$$\begin{aligned} \beta^* &= 0.09, \quad \kappa = 0.41, \quad \alpha = \beta/\beta^* - \sigma_\omega \kappa^2 / \sqrt{\beta^*}, \\ C_{sep} &= 2.0, \quad A_\nu = 550.0, \quad a_1 = 0.3, \quad a_2 = 0.45, \\ A_\gamma &= 1.3, \quad C_S = 2.0, \quad C_A = 1.0, \quad C_\Psi = 10.0, \quad C_W = 5.0. \end{aligned} \quad (18)$$

Новые, по сравнению с моделью k - ω КД элементы, включают:

- внесение ограничителя SST в формулы для расчета мелкомасштабной и крупномасштабной вязкостей (9);
- изменение формулировки критерия Re_{Ω} (3);
- изменение функции защиты сдвигом f_{SS} (11);
- комплексную калибровку констант A_{γ} , C_S , C_A , C_{ψ} и C_W (18).

В Разделе 2.2 описывается предложенная в диссертации методика оптимизации констант модели и результаты ее применения. Оптимизация проводилась на задачах об обтекании плоской пластины при наличии продольного градиента давления из серии экспериментов ТЗС³. В ходе оптимизации подбирался набор констант, минимизирующий критерий, характеризующий различие расчетного и экспериментального значений положения точки ЛТП, которые определяются как координаты максимумов градиента коэффициента трения. Этот критерий имеет форму

$$F = \sum_{\text{ТЗС2}}^{\text{ТЗС5}} \left(x_{\frac{\partial C_f}{\partial x_{\max}}}^{\text{exp}} - x_{\frac{\partial C_f}{\partial x_{\max}}}^{\text{calc}} \right)^2 \quad (19)$$

и представляет собой сумму квадратов отклонений расчетной координаты ЛТП от экспериментальной во всех рассматриваемых течениях.

На рис. 1 приведено сравнение результатов расчетов всех использовавшихся для калибровки течений, полученных с помощью модели ЛТП SST KD, с аналогичными результатами, полученными с помощью оригинальной модели ЛТП $k-\omega$ KD, модели SST $\gamma-Re_{\theta}$ ЛТП, и с экспериментальными данными. Видно, что модель ЛТП SST KD существенно превосходит по точности оригинальную модель ЛТП $k-\omega$ KD и вполне конкурентоспособна с наиболее точной на данный момент дифференциальной моделью ЛТП SST $\gamma-Re_{\theta}$.

³ Savill A.M. Evaluating turbulence model predictions of transition: An ERCOFTAC Special Interest Group Project // Appl. Sci. Res. 1993. Т. 51, № 1–2. С. 555–562.

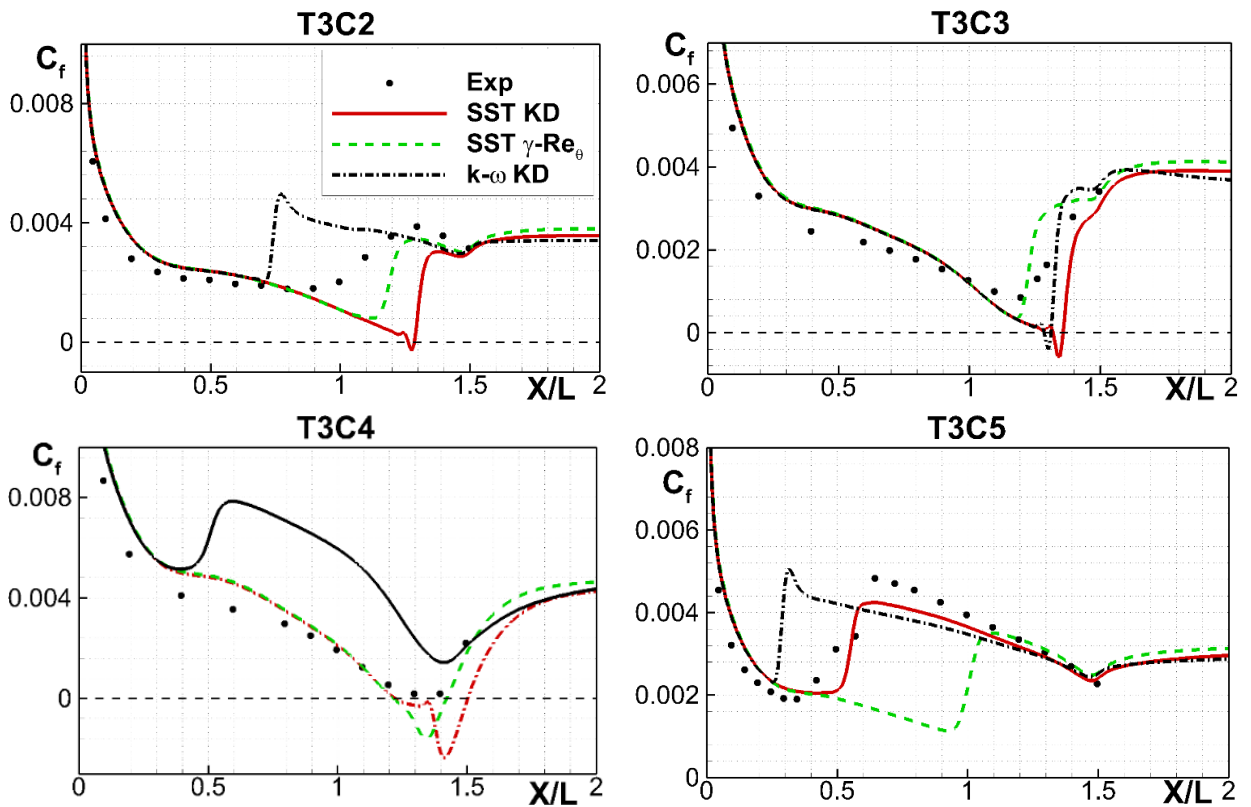


Рис. 1. Сравнение расчетных распределений коэффициента трения вдоль переходного пограничного слоя для режимов ТЗС с продольным градиентом давления, полученных с использованием рассматриваемых моделей ЛТП, с экспериментальными данными³.

В Главе 3 представлены результаты тестирования предложенной модели ЛТП на примере расчета переходных течений трех различных типов.

В Разделе 3.1 рассмотрены задачи о переходном пограничном слое на плоской пластине без градиента давления при различных уровнях турбулентности набегающего потока, соответствующих экспериментам серии ТЗ и Schubauer, Klebanoff (SK)⁴.

Как видно из рис. 2, на котором представлено сравнение результатов расчетов и экспериментальных данных, предложенная модель во всех рассмотренных случаях превосходит по точности модель ЛТП $k-\omega$ KD. Кроме того, при умеренных и высоких уровнях турбулентности набегающего потока (течения ТЗА и ТЗВ) она обеспечивает даже лучшее согласие с экспериментом, чем дифференциальная модель ЛТП SST $\gamma-Re_\theta$. При низких уровнях турбулентности (режимы SK и ТЗА-) точность разработанной модели снижается и положение ламинарно-турбулентного перехода смещается вверх по потоку от экспериментального значения.

⁴ Schubauer G.B., Klebanoff P.S. Contributions on the mechanics of boundary-layer transition: NACA-TR-1289. 1955.

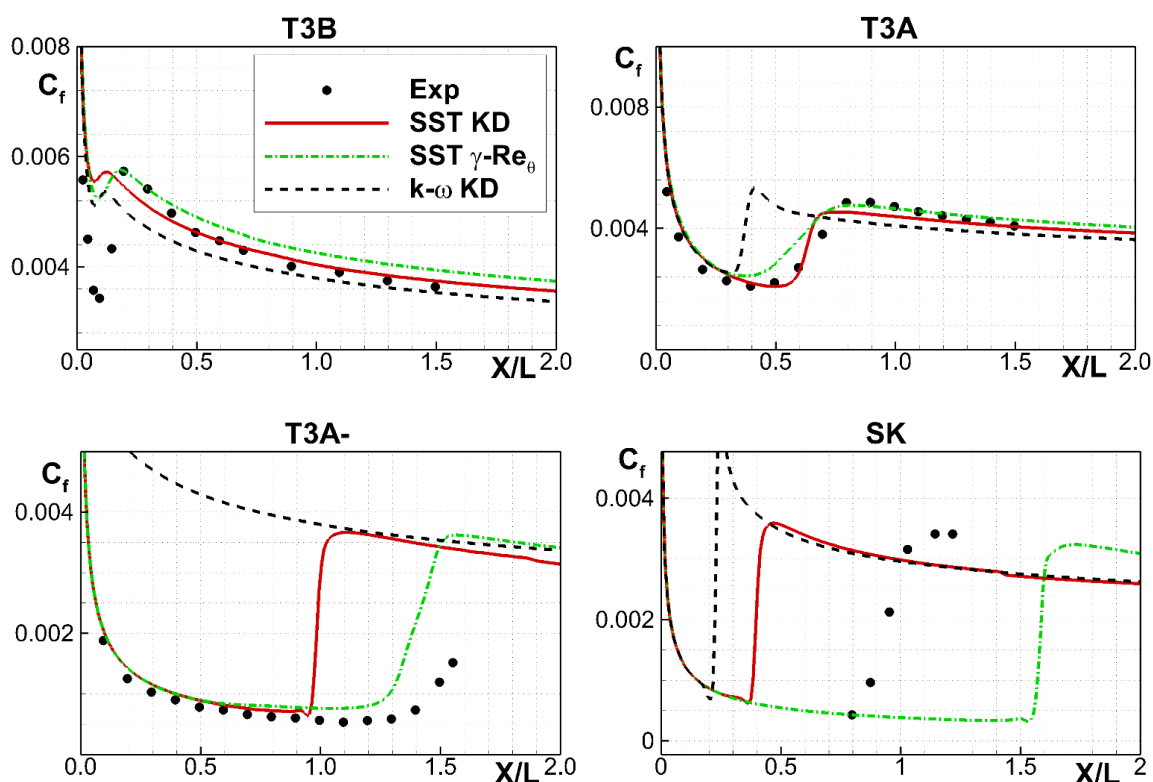


Рис. 2. Сравнение расчетных распределений коэффициента трения вдоль переходного пограничного слоя для режимов без градиента давления, полученных с использованием рассматриваемых моделей ЛТП, с экспериментальными данными^{3,4}.

Раздел 3.2 посвящен задачам обтекания крыловых профилей. В нем рассмотрено четыре таких задачи, результаты решения которых позволяют оценить способность моделей описывать различные сценарии ЛТП, реализующиеся при различных параметрах набегающего потока на профилях разной формы в широком диапазоне значений числа Рейнольдса и углов атаки.

Для первого из рассматриваемых профилей NLF(1)-0414F характерно явление, получившее в зарубежной литературе название «Laminar drag bucket». Его природа напрямую определяется положением ЛТП. Расчет обтекания профилей NLF(1)-0416F и Eppler 387 позволяет оценить возможность модели описывать естественный и пузырьковый сценарии ЛТП, соответственно. Наконец, специфической особенностью обтекания последнего из рассмотренных профилей – S809 является наблюдаемое в экспериментах резкое изменение положения ЛТП на верхней поверхности профиля в окрестности угла атаки 5° .

На рис. 3 приведено сравнение расчетных и экспериментальных полях профиля NLF(1)-0414F, рассчитанных с использованием оригинальной (без учета ЛТП) модели SST, и моделей ЛТП SST KD, $k-\omega$ KD и SST $\gamma-Re_\theta$. Из него следует, что при $Re = 3 \cdot 10^6$ модель ЛТП SST KD предсказывает явление Laminar Drag Bucket и лишь немногим уступает по точности дифференциальной модели ЛТП SST $\gamma-Re_\theta$, в то время как поляра, рассчитанная с использованием модели ЛТП $k-\omega$ KD, практически совпадает с полярой,

полученной с помощью модели SST без учета ЛТП, т.е. для полностью турбулентного режима течения. При повышении числа Рейнольдса до $6 \cdot 10^6$, поляры, полученные с использованием обеих алгебраических моделей ЛТП, оказываются близкими к поляре для полностью турбулентного режима течения и значительно уступают по точности дифференциальной модели ЛТП SST γ - Re_θ . Тем не менее, результаты модели ЛТП SST KD все же ближе к результатам ЛТП SST γ - Re_θ , и, соответственно, к экспериментальным данным, чем результаты модели ЛТП k - ω KD.

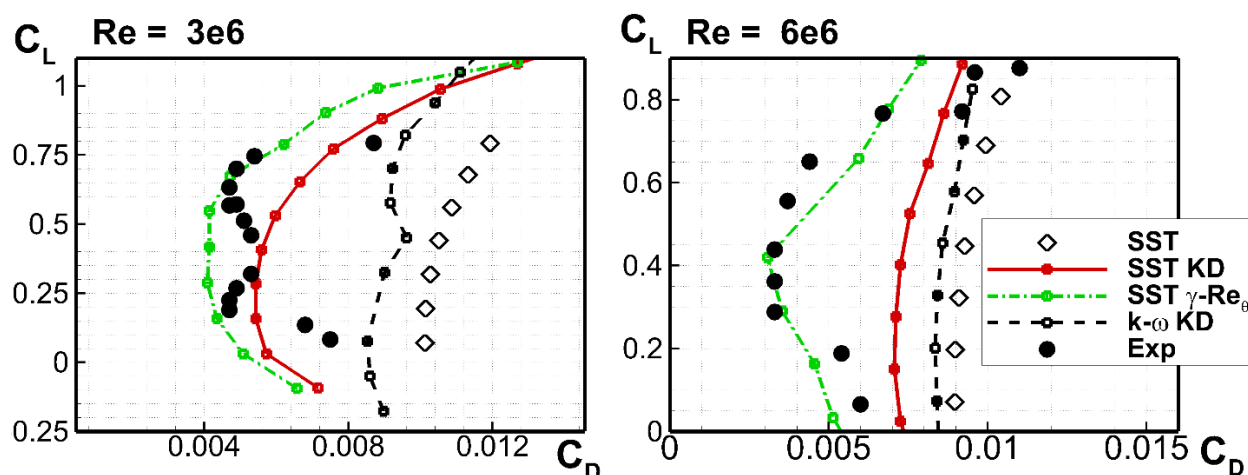


Рис. 3. Сравнение расчетных зависимостей C_L от C_D для профиля NLF(1)-0414F при двух числах Рейнольдса, полученных с использованием рассматриваемых моделей ЛТП и модели SST без учета ЛТП (полностью турбулентный режим течения), с экспериментальными данными⁵.

На рис. 4 приведены результаты расчетов обтекания профиля S809 под различными углами атаки α . На рисунке заполненные символы соответствуют точке присоединения турбулизированного потока при пузырьковом переходе, а пустые символы – точке естественного перехода. Видно, что модель ЛТП SST KD не только точнее предсказывает зависимость положения точки перехода от α , чем модель ЛТП k - ω KD, но практически не уступает в этом отношении дифференциальной модели ЛТП SST γ - Re_θ . Следует, однако, отметить, что последняя предсказывает пузырьковый переход в большем диапазоне углов атаки, чем в эксперименте, однако лучше других моделей предсказывает координату присоединения потока. Модель ЛТП k - ω KD предсказывает переход в присоединенном пограничном слое при всех рассмотренных углах атаки и не предсказывает пузырькового перехода вовсе.

⁵ McGhee R.J. Experimental Results for a Flapped Natural-Laminar-Flow Airfoil with High Lift/Drag Ratio: NASA Technical Memorandum 85788. 1984.

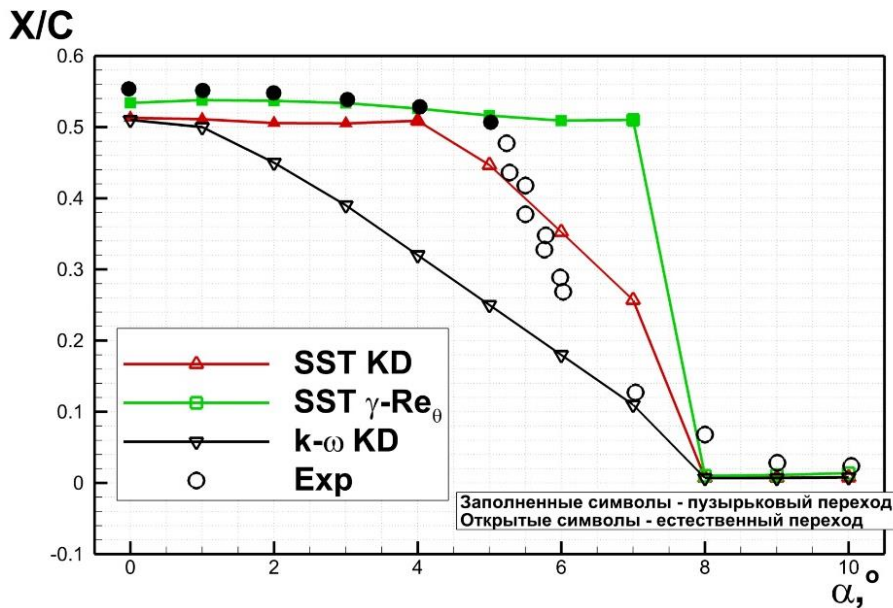


Рис. 4. Сравнение расчетных зависимостей положения и типа ЛТП от угла атаки на верхней кромке профиля S809 при $Re = 2 \cdot 10^6$, полученных при помощи рассматриваемых моделей ЛТП, с экспериментальными данными⁶.

В Разделе 3.3 рассматривается задача обтекания тандема крыловых профилей NASA0012, позволяющая оценить точность предсказания положения ЛТП на крыловом профиле, находящемся в следе другого профиля. Как и для всех течений, рассмотренных выше, модель ЛТП SST KD превосходит по точности модель $k-\omega$ KD, и несколько уступает дифференциальной модели SST $\gamma-Re_\theta$ (см. рис. 5).

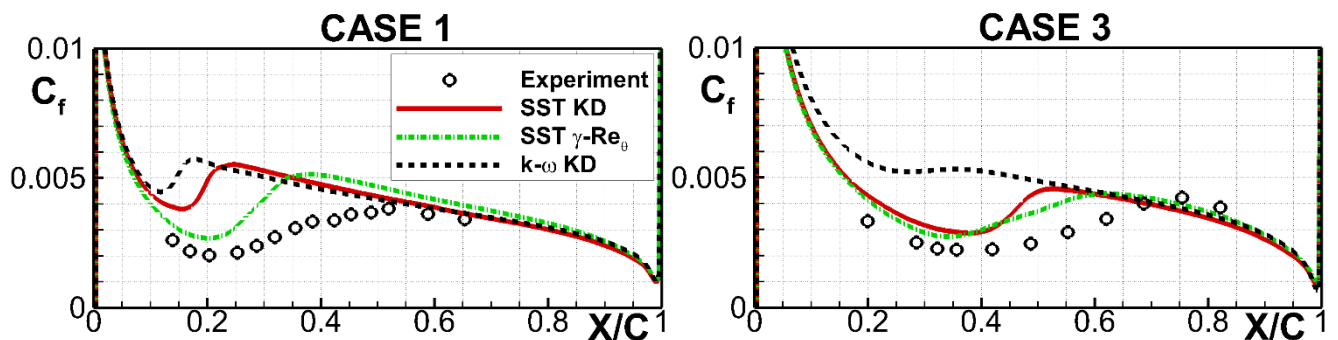


Рис. 5. Сравнение расчетных распределений коэффициента трения на поверхности второго профиля в тандеме, полученных при помощи рассматриваемых моделей ЛТП, с экспериментальными данными⁷.

Глава 3 завершается Разделом 3.4, в котором сформулированы основные выводы, следующие из проведенного тестирования моделей перехода:

- предложенная модель ЛТП SST KD существенно превосходит по точности модель ЛТП $k-\omega$ KD, являющуюся ее прототипом, и для большинства рассмотренных случаев вполне конкурентоспособна в этом отношении с лучшей из существующих в настоящее время дифференциальных моделей ЛТП SST $\gamma-Re_\theta$;

⁶ Somers D.M. Design and Experimental Results for the S809 Airfoil: NREL/STR-440-6918. UC Category: 1213. DE97000206. National Renewable Energy Laboratory, 1997.

⁷ Lee H., Kang S.-H. Flow Characteristics of Transitional Boundary Layers on an Airfoil in Wakes // J. Fluids Eng. 2000. T. 122, № 3. С. 522–532.

– с точки зрения вычислительной эффективности, предложенная модель значительно превосходит модель ЛТП SST γ - Re_θ : при ее использовании одна итерация в среднем занимает на 15% меньше времени, а для достижения сходимости требуется в 2-3 раза меньше итераций.

В **Главе 4** описывается глобальный гибридный RANS-LES метод, учитывающий ЛТП, и базирующийся на инкорпорации модели ЛТП SST KD для RANS в метод SST DDES с линейным подсеточным масштабом Δ_{SLA} , адаптированным к слоям смешения⁸, и приводятся результаты, полученные с использованием этого метода (далее SST KD DDES).

В **Разделе 4.1** представлена формулировка предлагаемого метода, а в **Разделе 4.2** описывается алгоритм его численной реализации. Особое внимание уделено так называемой весовой функции, определяющей области течения, в которых используются противопоточная и центрально-разностная схемы для аппроксимации невязких составляющих векторов потоков в уравнениях переноса.

В **Разделе 4.3** приведены результаты тестирования описанного в Разделе 4.1 метода на примерах решения нескольких классических задач о расчете течений с массивным отрывом, в которых ЛТП играет ключевую роль.

Так, в **Разделе 4.3.1** рассматривается обтекание сферы несжимаемой жидкостью при докритических, критических и закритических числах Рейнольдса.

График зависимости коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса для этого течения, приведенный на рис. 6а, наглядно демонстрирует способность SST KD DDES описать хорошо известное явление кризиса сопротивления, то есть резкого падения коэффициента сопротивления в некотором узком диапазоне числа Рейнольдса, в то время как оригинальный (не учитывающий ЛТП) метод SST DDES не способен описать это явление. Вместе с тем, следует отметить, что в расчетах кризис сопротивления начинается при заметно меньших числах Рейнольдса, чем в экспериментах, и сопровождается более плавным падением коэффициента сопротивления.

Еще одно интересное явление, наблюдаемое при обтекании сферы при околокритических значениях числа Рейнольдса состоит в возникновении сильных колебаний величины и хаотической смене направления боковой силы, действующей на сферу (в спорте это явление, проявляющееся в хаотическом отклонении летящего мяча от заданной траектории, получило название «Knuckleball»). Количественно данное явление иллюстрируют рис. 6б и 6с, на которых представлены, соответственно, сравнение расчетных зависимостей среднеквадратичного отклонения коэффициента боковой силы $\sigma_R = \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2}$ от числа Рейнольдса, полученных при помощи методов SST DDES и SST KD DDES с экспериментальными данными, и изменение во времени боковой силы,

⁸ Mockett C. и др. Two Non-zonal Approaches to Accelerate RANS to LES Transition of Free Shear Layers in DES // Progress in Hybrid RANS-LES Modelling / под ред. Girimaji S. и др. Cham: Springer International Publishing, 2015. Т. 130. С. 187–201.

полученное с использованием метода SST KD DDES при $Re = 2.0 \cdot 10^5$. Из рисунков видно, что в отличие от SST DDES, предлагаемый метод воспроизводит как знакопеременный характер изменения силы во времени, так и наблюдаемый в эксперименте пик σ_R вблизи критического числа Рейнольдса.

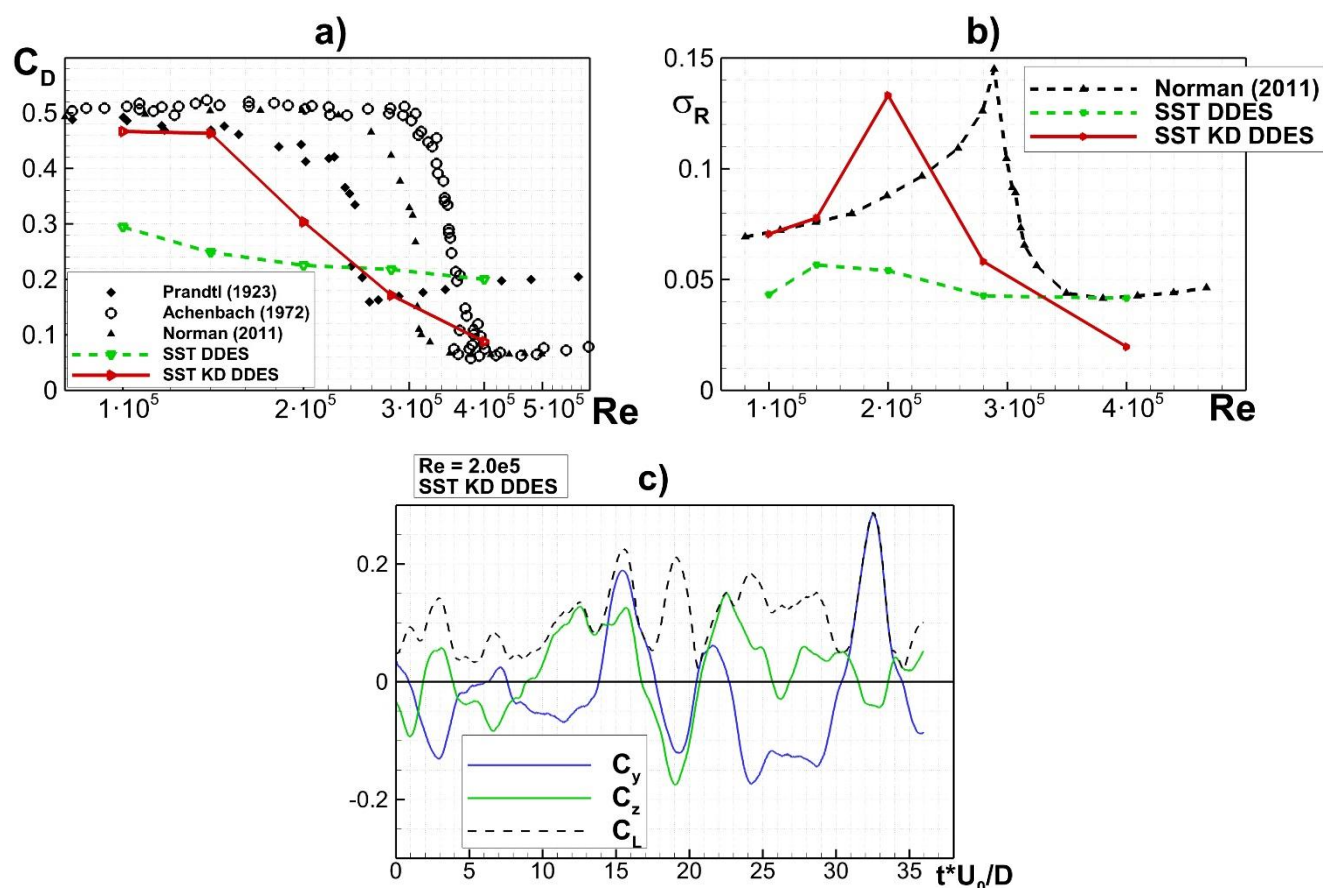


Рис. 6. Сравнение расчетных зависимостей коэффициента сопротивления сферы C_D (a) и среднеквадратичного отклонения коэффициента боковой силы σ_R (b) от числа Рейнольдса, полученных с использованием SST KD DDES и SST DDES, с экспериментальными данными⁹. (c) – зависимости коэффициентов проекций на оси координат и модуля боковой силы от времени для расчета при помощи метода SST KD DDES при $Re = 2.0 \cdot 10^5$.

Детальный анализ эволюции нестационарных результатов расчетов позволяет предложить физический механизм этих явлений. На рис. 7 приведены мгновенные поля коэффициента трения на поверхности сферы. По оси абсцисс отложен продольный угол, измеряемый от точки торможения потока, а по оси ординат – азимутальный угол. На рисунке также схематично изображены зоны, иллюстрирующие различные режимы ЛТП и отрыва пограничного слоя от поверхности при трех режимах обтекания.

⁹ Lekkala M. R. и др. Recent advances in understanding the flow over bluff bodies with different geometries at moderate Reynolds numbers // Ocean Eng. 2022. Т. 261.

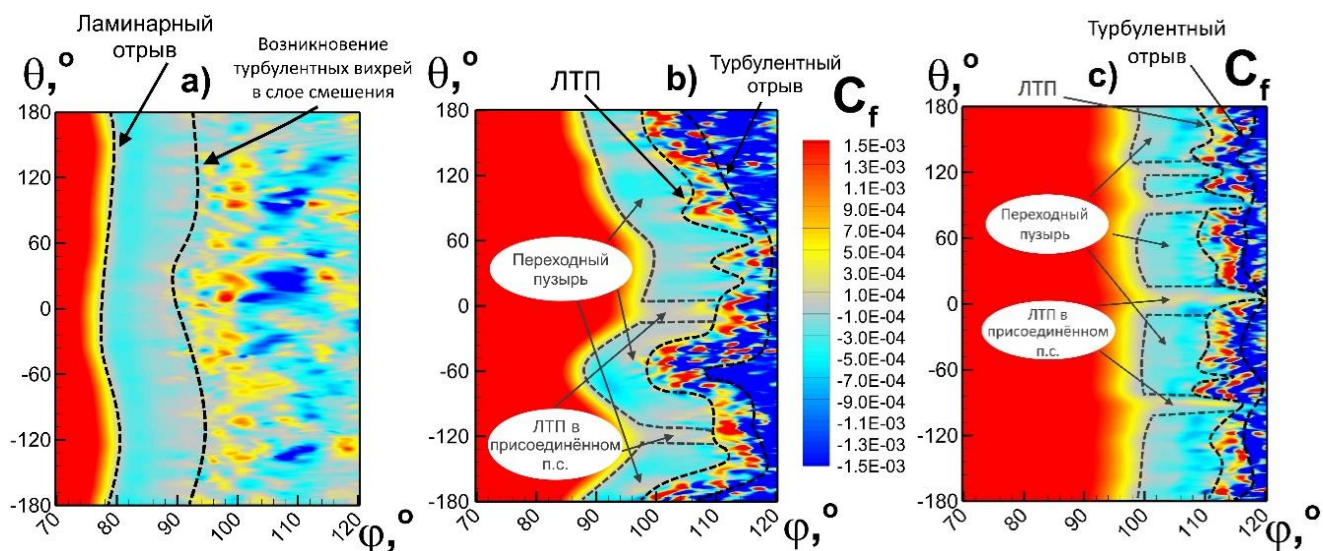


Рис. 7. Распределения коэффициента трения по поверхности сферы, полученные с помощью метода SST KD DDES при $Re = 1.4 \cdot 10^5$ (a), $Re = 2.0 \cdot 10^5$ (b) и $Re = 4.0 \cdot 10^5$ (c).

При докритическом (рис. 7a) и закритическом (рис. 7c) режимах положение отрыва и ЛТП слабо зависят от угла θ . В случае критического режима (рис. 7b) положение отрыва от поверхности сферы значительно отличается для разных углов θ . Так, при некоторых азимутальных углах (например, $\theta = 0^\circ$) наблюдается турбулентный отрыв при $\varphi \approx 120^\circ$. При таких θ давление в области миделевого сечения сферы понижено. При других азимутальных углах (например, $\theta = -60^\circ$) отрыв происходит значительно выше по потоку при $\varphi \approx 100^\circ$, что приводит к повышению давления в миделевом сечении. Разность давлений в окрестности миделя при разных θ приводит к возникновению боковой силы. При этом, тип и положение ЛТП при каждом конкретном азимутальном угле θ изменяются во времени, что, в свою очередь, приводит к изменению модуля и направления боковой силы.

Раздел 4.3.2 посвящен решению задачи о поперечном обтекании круглого цилиндра в диапазоне значений числа Рейнольдса, построенного по диаметру цилиндра и скорости набегающего потока, от $8.0 \cdot 10^4$ до $1.2 \cdot 10^6$.

На рис. 8 приведен график зависимости коэффициента сопротивления цилиндра от числа Рейнольдса. Из него видно, что, как и в случае обтекания сферы, рассмотренном в Разделе 4.3.1, метод SST KD DDES, в отличие от оригинального метода SST DDES, описывает кризис сопротивления. Более того, хотя, как и при расчете обтекания сферы, падение сопротивления в расчете оказывается более плавным, чем в эксперименте, в данном случае предложенный метод обеспечивает приемлемую точность предсказания значения числа Рейнольдса, соответствующего началу кризиса.

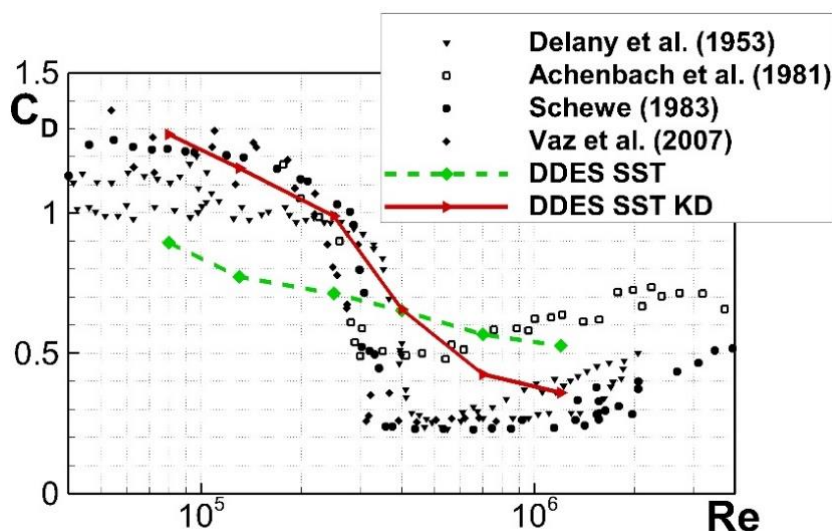


Рис. 8. Сравнение расчетных зависимостей коэффициента сопротивления C_D круглого цилиндра от числа Рейнольдса, полученных с использованием методов SST KD DDES и SST DDES, с экспериментальными данными¹⁰.

Рис. 9 иллюстрирует воспроизведение методом SST KD DDES хорошо известного механизма кризиса сопротивления. При докритическом числе Рейнольдса ($Re = 8.0 \cdot 10^4$) метод предсказывает отрыв ламинарного пограничного слоя при полярном угле около 80° , а при закритическом ($Re = 1.2 \cdot 10^6$) ЛТП происходит в присоединенном пограничном слое, вследствие чего отрыв наблюдается ниже по потоку при значении полярного угла около 115° .

В Разделе 4.3.3 оценивается способность метода SST KD DDES описать так называемый обратный эффект Магнуса при обтекании вращающегося круглого цилиндра. Данное явление связано с различием характера отрыва на двух сторонах цилиндра, вызванным его вращением, и выражается в изменении направления подъемной силы. В экспериментах обратный эффект Магнуса наблюдается в ограниченном диапазоне относительных скоростей вращения цилиндра α ($\alpha = V_w/U_0$, V_w – линейная скорость вращения стенки цилиндра, а U_0 – скорость набегающего потока) и чисел Рейнольдса (см. рис. 10а).

Расчеты были проведены при $Re = 3.65 \cdot 10^5$ и относительных скоростях вращения в интервале от 0.0 до 0.6, то есть при условиях, соответствующих отрицательным значениям подъемной силы. Их результаты свидетельствуют о том, что в отличие от оригинального метода SST DDES, метод SST KD DDES описывает обратный эффект Магнуса (смену знака подъемной силы) в рассматриваемом диапазоне параметра α (см. рис. 10b), однако количественное различие расчетной и экспериментальной кривых $C_L(\alpha)$ остается весьма существенным. В частности, в диапазоне $0.0 < \alpha < 0.4$ расчетная кривая, в отличие от экспериментальной, имеет локальный максимум (в эксперименте, как видно из рис. 10а, такое поведение наблюдается при несколько других числах Рейнольдса), а максимальное по модулю значение отрицательного C_L занижается примерно в 2 раза.

¹⁰ Rodríguez I. и др. On the flow past a circular cylinder from critical to super-critical Reynolds numbers: Wake topology and vortex shedding // Int. J. Heat Fluid Flow. 2015. Т. 55. С. 91–103.

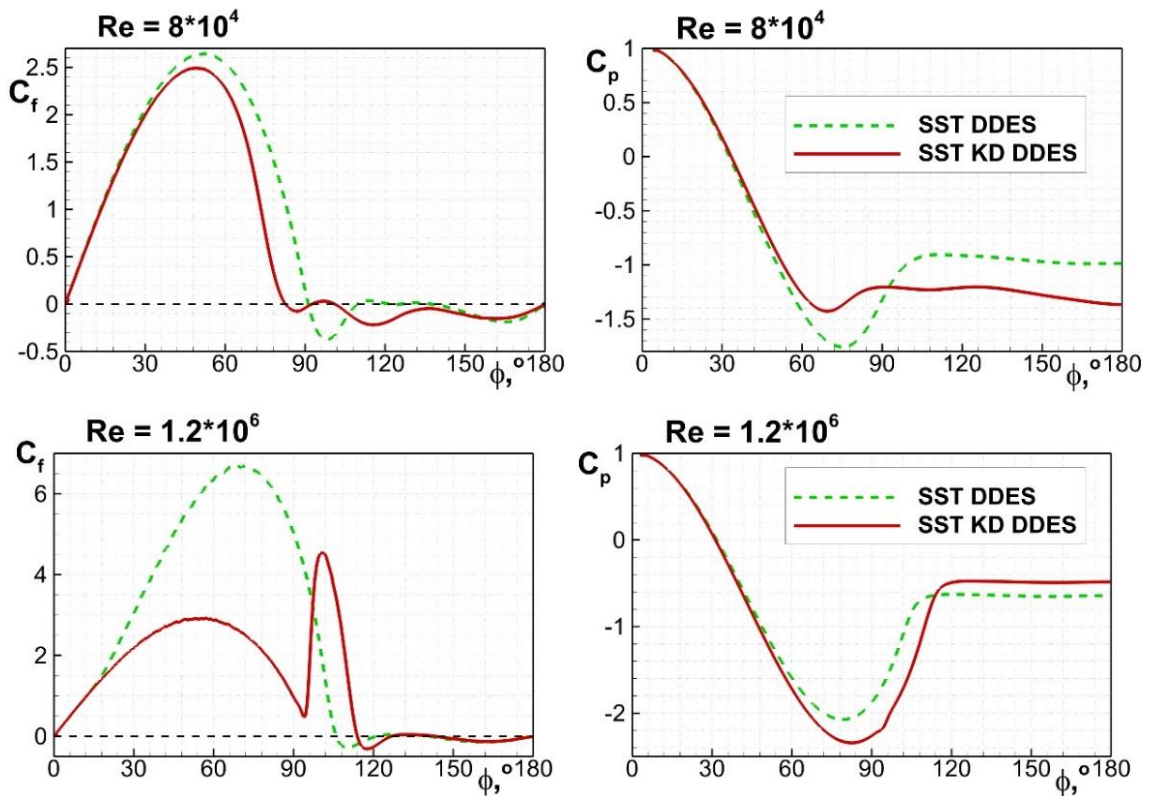


Рис. 9. Сравнение осредненных по времени и трансверсальной координате расчетных зависимостей коэффициентов трения и давления от полярного угла, полученных при помощи методов SST DDES и SST KD DDES при до- и закритических значениях числа Рейнольдса.

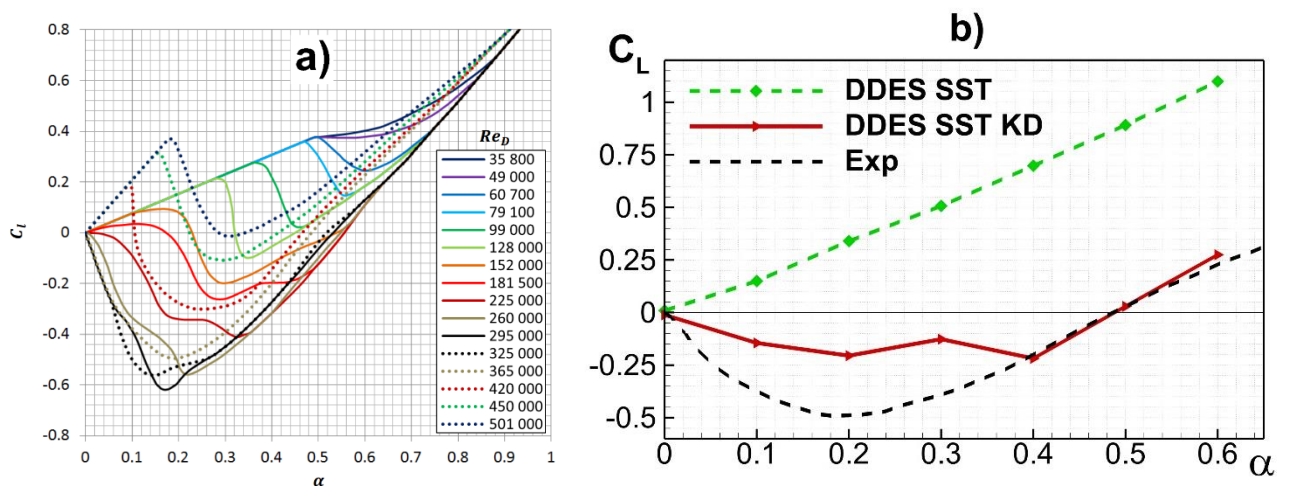


Рис. 10. Зависимости коэффициента подъемной силы от относительной скорости вращения цилиндра α при разных Re ; (а) – экспериментальные данные¹¹; (б) – сравнение результатов расчетов с экспериментом¹¹ при $Re = 3.65 \cdot 10^5$.

¹¹ Swanson W.M. The Magnus Effect: A Summary of Investigations to Date // J. Basic Eng. 1961. Vol. 83, № 3. P. 461–470.

Наконец, в **разделе 4.3.4** рассмотрена задача обтекания тандема круглых цилиндров. Постановка задачи соответствует экспериментальному исследованию¹², в котором авторы, в зависимости от расстояния между цилиндрами S/D и числа Рейнольдса Re , выделяют три режима, схематически изображенных в верхней части рис. 11 (красными точками обозначены положения перехода к турбулентности).

В первом режиме наблюдается докритическое обтекание переднего цилиндра тандема, ЛТП происходит в отсоединенном слое смешения, а в области между цилиндрами формируется глобальная (практически без формирования дорожки Кармана) отрывная зона с низким давлением, что влечет за собой низкое или даже отрицательное сопротивление заднего цилиндра.

Второй режим соответствует закритическому характеру обтекания переднего цилиндра, в следе за ним формируются выраженная дорожка Кармана, а ширина следа значительно уменьшается. При этом коэффициент сопротивления заднего цилиндра становится выше, чем переднего. При дальнейшем повышении числа Рейнольдса (транскритический режим) происходит постепенное расширение следа за первым цилиндром, при этом сопротивление первого цилиндра растет, а второго - падает.

В диссертации рассмотрено обтекание тандема цилиндров при двух относительных расстояниях S/D (2.8 и 4.0) и трех числах Рейнольдса ($1.5 \cdot 10^5$, $1.0 \cdot 10^6$ и $8.0 \cdot 10^6$), соответствующих трем вышеперечисленным режимам обтекания.

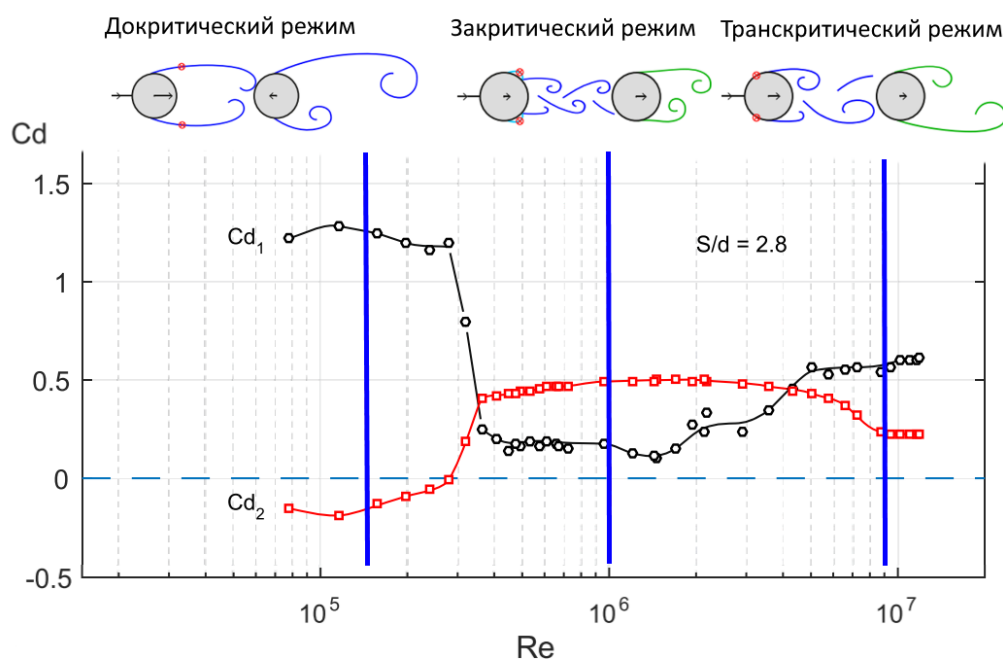


Рис. 11. Схема трех режимов обтекания тандема цилиндров и экспериментальные¹² зависимости коэффициентов сопротивления переднего (1) и заднего (2) цилиндров тандема при $S/D=2.8$. Вертикальными синими линиями обозначены три рассмотренные в диссертации значения числа Рейнольдса.

¹² Schewe G., van Hinsberg N.P., Jacobs M. Investigation of the steady and unsteady forces acting on a pair of circular cylinders in crossflow up to ultra-high Reynolds numbers // Exp. Fluids. 2021. Т. 62, № 8. С. 176.

Результаты расчетов, представленные на рис. 12, свидетельствуют о том, что метод SST KD DDES значительно превосходит SST DDES по точности при докритическом и закритическом режимах. При сверхкритическом режиме использование метода с учётом ЛТП практически не оказывает влияния на результаты, что не удивительно, поскольку при высоких числах Рейнольдса ЛТП происходит на небольшом расстоянии от точки торможения, и практически не сказывается на аэродинамических характеристиках осредненного потока.

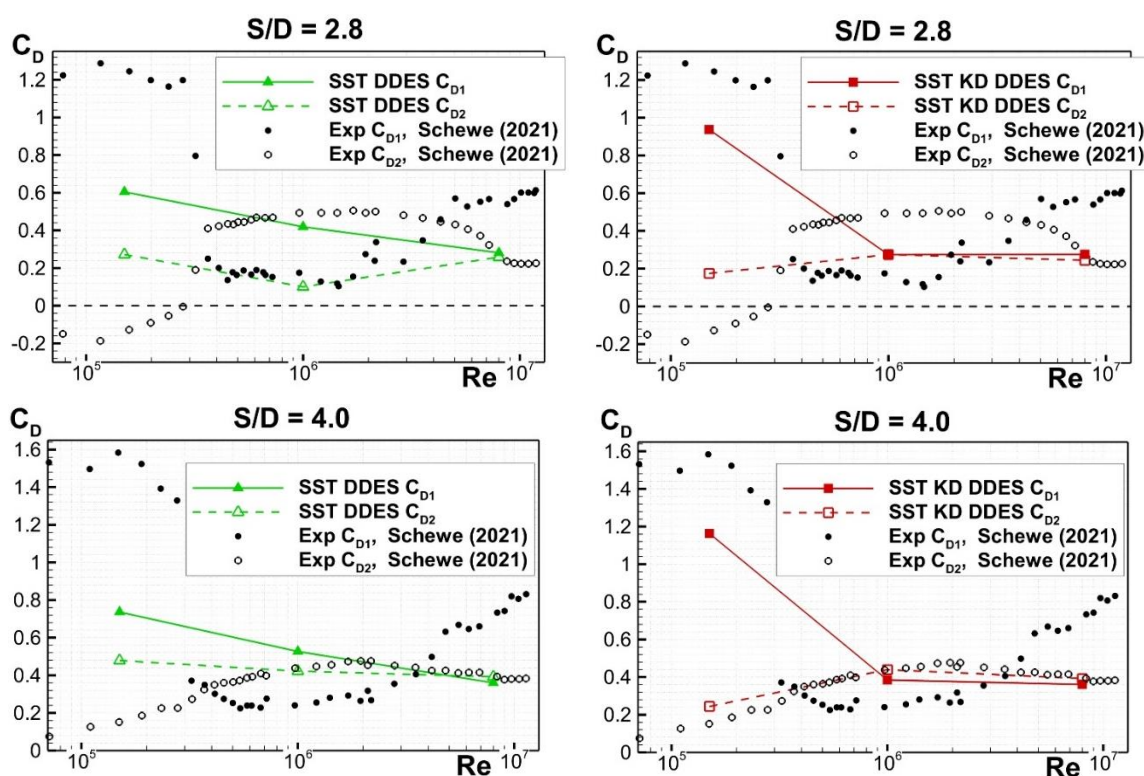


Рис. 12. Сравнение расчетных зависимостей коэффициента сопротивления переднего и заднего цилиндров тандема от числа Рейнольдса, полученные при помощи методов SST DDES и SST KD DDES при $S/D = 2.8$ и $S/D = 4.0$, с экспериментальными данными¹².

В **Заключении** сформулированы основные результаты работы.

1. На основе аналитического обзора литературы показано, что наиболее перспективным вихреразрешающим подходом, учитывающим ламинарно-турбулентный переход, для расчета течений с массивным отрывом является глобальный гибридный (RANS-LES) метод SST DDES в сочетании с алгебраической моделью ЛТП.

2. На базе модели турбулентности SST и алгебраической модели ЛТП $k-\omega$ KD разработана новая модель ЛТП (SST KD).

3. На примерах расчета широкого круга тестовых переходных течений показано, что по точности определения положения ЛТП эта модель существенно превосходит базовую модель ЛТП $k-\omega$ KD и является в этом отношении конкурентоспособной с лучшей из известных дифференциальных моделей ЛТП SST $\gamma-Re_\theta$, с одной стороны, и значительно превосходит последнюю с точки зрения вычислительной эффективности, с другой.

4. Разработан вихреразрешающий гибридный метод SST KD DDES, предназначенный для расчета течений с массивным отрывом, в которых ЛТП играет ключевую роль, в частности, для расчета околокритических режимов обтекания гладких плохобтекаемых тел.

5. На примере решения задач об обтекании сферы, круглого цилиндра, вращающегося круглого цилиндра и тандема круглых цилиндров в широком диапазоне чисел Рейнольдса продемонстрировано радикальное превосходство предложенного метода над оригинальным (не учитывающим ЛТП) методом SST DDES, проявляющееся, прежде всего, при расчетах околокритических (вблизи кризиса сопротивления) режимов течения.

6. На основе анализа результатов расчета мгновенных полей параметров потока при обтекании сферы предложен механизм возникновения знакопеременной боковой силы, действующей на сферу, и интенсивных колебаний ее абсолютной величины.

Публикации по теме диссертации

1. Stabnikov A.S., Garbaruk A.V. Comparative analysis of transition models at different farfield turbulence intensities // J. Phys. Conf. Ser. 2017. Т. 929. С. 012101.
2. Stabnikov A.S., Garbaruk A.V. Analysis of the abilities of algebraic laminar-turbulent transition models // J. Phys. Conf. Ser. 2018. Т. 1135. С. 012104.
3. Matyushenko A.A., Stabnikov A.S., Garbaruk A.V. Comparative analysis of transition models in prediction of flow over NACA-0012 airfoils in tandem // J. Phys. Conf. Ser. 2018. Т. 1038. С. 012130.
4. Matyushenko A.A., Stabnikov A.S., Garbaruk A.V. Criteria of computational grid generation for turbulence models taking into account laminar-turbulent transition // J. Phys. Conf. Ser. 2019. Т. 1400. С. 077047.
5. Matyushenko A.A., Stabnikov A.S., Garbaruk A.V. Testing of a new algebraic laminar-turbulent transition model on a range of airfoils at moderate Reynolds numbers // J. Phys. Conf. Ser. 2020. Т. 1697. С. 012229.
6. Stabnikov A.S., Garbaruk A.V. Prediction of drag crisis on a circular cylinder using a new algebraic transition model coupled with SST DDES // J. Phys. Conf. Ser. 2020. Т. 1697. С. 012224.
7. Стабников А.С., Гарбарук А.В. Алгебраическая модель ламинарно-турбулентного перехода для расчета турбулентных течений на основе метода моделирования отсоединенных вихрей // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2022. Т. 15. № 1. С. 16–29.