Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт физики, нанотехнологий и телекоммуникаций (ИФНиТ)
Кафедра экспериментальной физики

Гаспарян Р.А.

С Б О Р Н И К
ЗАДАНИЙ ПО КУРСУ ФИЗИКИ

Часть 1

Физические основы механики

Молекулярная физика и термодинамика

Учебное пособие

Санкт-Петербург
2016

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий сборник заданий предназначен для студентов, обучающихся по техническим направлениям подготовки бакалавров всех форм обучения.

Сборник содержит 600 индивидуальных заданий разной степени сложности, а также краткие теоретические сведения по этим темам.

Индивидуальные задания построены по принципу единства постановки задачи при разных исходных данных. Приведенные 20 задач с решениями позволяют разобрать на занятиях типовые задачи и рассмотреть общие подходы к их решению. Это должно помочь студенту в процессе самостоятельной работы выполнить вариант задания со своими исходными данными.

Самостоятельное решение задач является необходимым условием успешного усвоения курса физики по механике, молекулярной физике и термодинамике. Оно помогает уяснить физический смысл явлений, закрепить в памяти формулы, что прививает навыки практического применения теоретических знаний для подготовки, как к контрольным работам, так и к экзаменам. Выше сказанное окажется полезным также для начинающих преподавателей.

”Задача, которую вы решаете, может быть скромной,

но если она бросает вызов вашей любознательности

и заставляет вас быть изобретательными если вы

решаете ее собственными силами, то вы сможете

испытать ведущее к открытию напряжение ума и

насладиться радостью победы”.

Д. Пойя. Как решать задачу. М. ,1961.

Автор выражает благодарность профессору Шерману Владимиру Ефимовичу за ряд полезных замечаний и в помощи оформления необходимых рисунков.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Кинетика.

Основные соотношения

Положение материальной точки в пространстве задается радиус-вектором $\vec{r}$ в прямоугольной системе координат:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные векторы направления (орты); $x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t)$ - координаты точки, как функции времени *t*.

Средняя скорость перемещения:

$$\vec{v}_{cp} = \Delta\vec{r} / \Delta t,$$

где $\Delta\vec{r}$ - перемещение материальной точки за интервал времени Δt.

Средняя путевая скорость:

$$\langle v \rangle = \Delta s / \Delta t,$$

где Δs - путь, пройденный точкой за интервал времени Δt.

Мгновенная скорость:

$$\vec{v} = \mathrm{d}\vec{r} / \mathrm{d}t = \vec{i} v_x + \vec{j} v_y + \vec{k} v_z,$$

где $v_x = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t, v_y = \mathrm{d}y/\mathrm{d}t, v_z = \mathrm{d}z/\mathrm{d}t$ - проекции вектора скорости $\vec{v}$ на оси координат.Абсолютное значение (модуль) скорости:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Ускорение материальной точки:

$$\vec{a} = \mathrm{d}\vec{v} / \mathrm{d}t = \vec{i} a_x + \vec{j} a_y + \vec{k} a_z,$$

где $a_x = \mathrm{d}v_x / \mathrm{d}t, a_y = \mathrm{d}v_y / \mathrm{d}t, a_z = \mathrm{d}v_z / \mathrm{d}t$ - проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на оси координат.Абсолютное значение (модуль) ускорения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

При криволинейном движении ускорение можно представить как сумму нормальной (центростремительной) $\vec{a}_n$ и касательной (тангенциальной) $\vec{a}_\tau$ составляющих:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

Абсолютные значения этих ускорений:

$$a_n = v^2 / R; \; a_\tau = dv / dt; \; a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

где R - радиус кривизны в данной точке траектории.

Кинематическое уравнение равнопеременного движения ($a = \mathrm{const}$) вдоль оси x:

$$x = x_0 + v_0 t + at^2/2,$$

где x_0, v_0 - начальные координата и скорость.

Скорость точки при равнопеременном движении:

$$v = v_0 + at.$$

При равномерном движении $v = v_0, a = 0$. Тогда

$$x = x_0 + vt.$$

Средняя угловая скорость тела при заданной оси вращения:

$$\langle \omega \rangle = \Delta\varphi / \Delta t,$$

где $\Delta\varphi$ - изменение угла поворота тела за интервал времени Δt.

Мгновенная угловая скорость:

$$\vec{\omega} = \mathrm{d}\vec{\varphi}/\mathrm{d}t,$$

где $\vec{\varphi}$ - угловое перемещение за интервал времени Δt, $\varphi = f(t)$.

Угловое ускорение:

$$\vec{\varepsilon} = \mathrm{d}\vec{\omega}/\mathrm{d}t.$$

Кинематическое уравнение равнопеременного вращения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon t^2/2,$$

где φ_0, ω_0 - начальные угловые перемещения и угловая скорость.

Угловая скорость при равнопеременном вращении:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

При равномерном вращении $\varepsilon = 0, \omega = \omega_0$. Тогда $\varphi = \varphi_0 + \omega t$. Частота вращения:

$n = N/t; n = 1/T$,

где N - число оборотов, совершенных телом за время t; T- период вращения.

Связь между линейными и угловыми величинами при вращательном движении твердого тела: длина пути S, пройденного точкой тела по дуге окружности радиуса R при повороте тела на угол φ:

$$S = \varphi R;$$

линейная скорость точки тела определяется формулами:

$$v = \omega R,\ \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R};$$

касательное (тангенциальное) ускорение точки:

$$a_\tau = \varepsilon R,\ \vec{a}_\tau = \vec{\varepsilon} \times \vec{R};$$

нормальное (центростремительное) ускорение:

$$a_n = \omega^2 R; \qquad \vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}$$

Задача 1.1

Тело брошено с поверхности Земли под углом $\alpha = (\pi/3)$ радиан с начальной скоростью $v_o = 15$ (м/с). 1. Определить время движения телаt_k. 2. Найти максимальную высоту h полета. 3. Определить среднюю скорость перемещения в интервале времени от начала движения до подъема тела на максимальную высоту. 4. Получить уравнение траектории тела. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

Движение тела происходит под действием силы притяжения Земли. Ускорение свободного падения примем значение g = 9.81 м/с^2. Так как мы не учитываем сопротивление воздуха, то время подъема тела будет равно времени падения. Необходимо отметить, что для подъема тела на высоту h будет выполняться условие:

$$v_y(t_k/2)=0 \tag{1}$$

Запишем скорость движения в проекциях на оси x и y:

$$\begin{cases} v_x = v_o cos(\pi/3) \\ v_y = v_o sin(\pi/3) - gt \end{cases} \tag{2}$$

Второе уравнение системы (2) и условие (1) позволяют определить время движения тела:

$$t_k = \frac{2v_o sin(\pi/3)}{g} = 2.65 \text{ с.}$$

Для определения высоты h полета обратимся к координатному движению тела по осямx и y:

$$\begin{cases} x(t) = \int_0^t v_x dt = v_0(cos\alpha)t \\ y(t) = \int_0^t (v_0 sin\alpha - gt)dt = v_0(sin\alpha)t - gt^2/2 \end{cases} \tag{3}$$

Из второго уравнения системы (3) находим высоту полета h:

$$h = y(t_k/2) = v_0(sin\alpha)\frac{t_k}{2} - \frac{gt_k^2}{8} = 8.60 \text{ м.} \tag{4}$$

Для определения средней скорости, в интервале времени от начала движения до подъема на высоту h, необходимо из первого уравнения системы (3) найти $x(t_k/2)$:

$$x(t_k/2) = v_o(cos\alpha)(t_k/2) = 9.94 \text{ м.} \tag{5}$$

Формулы (4) и (5) позволяют определить $|\Delta\vec{r}|$ в заданном интервале времени:

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{h^2 + [x(t_k/2)]^2} = 13.1\text{м.}$$

и найти значение модуля средней скорости перемещения:

$$|\vec{v}_{\text{ср.}}| = [|\Delta\vec{r}|/(t_k/2)] = 9.92(\text{м/с}). \tag{6}$$

Из системы (3) можно получить уравнение траектории $y = y(x)$. Для этого из первого уравнения найдем время *t:*

$$t = \frac{x}{v_0(cos\alpha)} = \frac{x}{7.5}$$

и подставив во второе уравнение системы (3) получим уравнение траектории тела:

$$y = [tg(\pi/3)]x - 0.087\, x^2$$

Задача 1.2

Тело брошено в момент времени $t = 0$ с. Высоты $h_o = 7.5$ м с начальной скоростью $v_o = 10$ м/с, направленной под углом к горизонту $\alpha_o = (\pi/4)$ рад. Не учитывая сопротивление воздуха определить: 1. $H -$ Максимальную высоту подъема тела. 2.$\vec{v}_k -$ скорость тела в конце полета. 3.a_n и a_τ - нормальное и тангенциальное ускорения в момент времени $t^* = 1.0$ с.

Решение

Движение тела протекает под действием притяжения Земли. Ускорение свободного падения тела примем g = 9.81 м/с^2.

Запишем зависимость скорости $\vec{v}(t)$ в проекциях на оси x и y:

$$\begin{cases} v_x(t) = v_o cos(\pi/4) \\ v_y(t) = v_o sin(\pi/4) - gt \end{cases} \quad (1)$$

Для определения высоты полета h обратимся к координатному движению тела по осям x и y. Интегрируя систему (1) по времени получим:

$$\begin{cases} x(t) = \int_0^t v_x(t)dt = v_o[cos(\pi/4)]t \\ y(t) = \int_0^t v_y(t)dt = h_o + v_o[sin(\pi/4)]t - g\,t^2/2 \end{cases} \quad (2)$$

При времени t_1, когда тело достигает максимальной высоты H выполняется условие:

$$v_y(t_1) = v_o sin(\pi/4) - gt_1 = 0,$$

позволяющее определить время максимального подъема тела:

$$t_1 = \frac{v_o sin(\pi/4)}{g} = 0.72\text{с}. \quad (3)$$

Тогда из второго уравнения системы (2) можно определить максимальную высоту подъема тела

$$y(t_1) = H = h_o + v_o[sin(\pi/4)]t_1 - gt_1{}^2/2 = 10.05 \text{ м}. \quad (4)$$

Будем рассматривать движение с максимальной высоты подъема тела, когда выполняется условие: $v_y(t_1) = 0$. Время падения t_k на Землю, отсчитываемое от начала движения тела будет состоять из двух частей $t_k = t_1 + t_2$, где t_2 время падения на Землю отсчитываемое с максимальной высоты H. Из второго уравнения системы (2) можно определить t_2:

$$y(t_2) = H - gt_2{}^2/2 = 0;\ \ t_2 = \sqrt{2H/g} = 1.43\text{с}.$$

Отсюда находим:

$$t_k = t_1 + t_2 = 2.15\text{с}. \quad (5)$$

Для определения скорости тела в конце полета запишем формулу для модуля скорости $|\vec{v}_k(t_k)|$:

$$|\vec{v}_k(t_k)| = \sqrt{v_x{}^2(t_k) + v_y{}^2(t_k)} = \sqrt{[v_o cos(\pi/4)]^2 + [v_o sin(\pi/4) - gt_k]^2}.$$

Подставляя в эту формулу значения физических величин получим:

$$|\vec{v}_k(t_k)| = 15.7(\text{м/с})(6)$$

Угол наклона относительно поверхности Земли в момент падения тела определится следующей формулой

$$tg\alpha = v_x(t_k)/|\vec{v}_k(t_k)| = v_o cos(\pi/4)/|\vec{v}_k(t_k)|.$$

Подстановка значений физических величин и производя расчет находим:

$$tg\alpha = 0.45$$

Для нахождения нормального и тангенциального ускорений будем отсчитывать время с максимальной высоты подъема. Учитывая, что горизонтальная составляющая скорости $v_x(t_1)$ является постоянной величиной, то горизонтальная составляющая ускорения равна: $a_\tau(t_1)$ = 0. Полное ускорение направлено вертикально вниз и равно ускорению свободного падения g.

Время отсчитываемое от высоты подъема H равно:

$$t_3 = t^* - t_1 = 1.0 - 0.72 = 0.28\text{с}.$$

Для модуля ускорения имеем:

$$|\vec{a}(t_3)| = g = \sqrt{a_\tau{}^2(t_3) + a_n^2(t_3)}. \tag{8}$$

Для понимания дальнейших выкладок смотри рис.1

$$sin\varphi = \frac{v_y(t_3)}{|\vec{v}(t_3)|} = \frac{a_\tau(t_3)}{|\vec{a}(t_3)|} = \frac{a_\tau(t_3)}{g}$$

$$a_n(t_3) = g\frac{v_x(t_3)}{\sqrt{v_x{}^2(t_3) + (gt_3)^2}} = 9.81\frac{7.07}{\sqrt{50 + 7.5}} = 9.15\,\text{м/с}^2.$$

$$a_\tau(t_3) = g\frac{v_y(t_3)}{\sqrt{v_x{}^2(t_3) + (gt_3)^2}} = 9.81\frac{4.32}{7.58} = 5.6\,\text{м/с}^2.$$

Определим уравнение траектории движения тела. Из первого уравнения системы (2) найдем время:

$$t = x/v_o[cos(\pi/4)].$$

Подставляя ее во второе уравнение системы (2) получим уравнение траектории движения тела:

$$y(x) = h_0 + [tg(\pi/4)]x - \frac{g}{2[v_o cos(\pi/4)]^2}x^2 = 7.5 + x - 0.1x^2$$

Задача 1.3

Материальная точка движется по плоскости согласно уравнению: $\vec{r}(t) = \vec{\imath}(-3.6 + +0.7t^2) + \vec{\jmath}2.8t$. Для момента времени $t_1 = 2.1\ c$ определить: 1.Скорость точки и ее модуль; 2.Ускорение точки; 3. Написать уравнение траектории точки. Трение не учитывать.

Решение

Для нахождения скорости можно воспользоваться ее определением. Согласно векторному способу движения имеем

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\imath}\,1.4t + \vec{\jmath}2.8. \tag{1}$$

Таким образом выражение для скорости как функции от времени получено дифференцированием по времени кинематического уравнения движения. Аналогично определяется ускорение от времени:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = 1.4\vec{\imath} \tag{2}$$

Согласно (2) ускорение точки постоянная величина и направлена по оси x. Скорость точки $\vec{v}(t_1)$, согласно формулы (1), равна:

$$\vec{v}(t_1) = 2.9\vec{\imath} + 2.8\vec{\jmath}$$

Модуль скорости равен:

$$|\vec{v}(t_1)| = \sqrt{2.9^2 + 2.8^2} = 4 \text{ (м/с)}.$$

Для определения уравнения траектории точки запишем $\vec{r}(t)$ в проекциях на оси x и y:

$$\begin{cases} x(t) = -3.6 + 0.7t^2 \\ \quad y(t) = 2.8t \end{cases} \tag{3}$$

Из первого уравнения системы (3) находим y= $\sqrt{(x + 3.6)/0.7}$, тогда уравнение траектории движения точки $y(x)$ равна:

$$y(x) = 10.6\sqrt{x + 3.6}$$

Задача 1.4

Колесо радиуса R = 0.28 м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса от времени дается уравнением: $\varphi = (3.0 + 2.7t + 2.4t^3)$. Для точек, лежащих на ободе колеса, в момент времени $t = t_1 = 2.5$ с. найти: 1.Угловую и линейную скорости; 2. Тангенциальное, нормальное и полное ускорения; 3. Число оборотов за это время.

Решение

Вначале определим зависимость от времени угловой скорости $\omega(t)$:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = 2.7 + 7.2t^2 \qquad (1)$$

Выражение (1) позволяет определить линейную скорость $v(t)$:

$$v(t) = \omega(t)R = 0.76 + 2.4t^2 \qquad (2)$$

Формулы (1) и (2) позволяют определить угловую и линейную скорости в момент времени $t_1 = 2.5c.$:

$$\omega(t_1) = 2.7 + 7.2{t_1}^2 = 47.7 \text{ рад/с}$$

$$v(t_1) = 0.76 + 2.0{t_1}^2 = 15.8 \text{ м/с}$$

Для определения зависимости тангенциального ускорения a_τ обратимся к зависимости от времени углового ускорения $\varepsilon(t)$:

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = 14.4t \qquad (3)$$

Выражение (3) позволяет записать временную зависимость тангенциального ускорения:
$a_\tau(t) = \varepsilon(t)R$ (4)

Формулы (1) и(2) позволяют определить угловую и линейную скорости в момент времени:

$$\omega(t_1) = 2.7 + 7.2 = 47.7 \text{ (рад/с).}$$

$$v(t_1) = 0.76 + 2.0{t_1}^2 = 13.3 \text{(м/с).}$$

Найдем тангенциальное ускорение $a_\tau(t_1)$, используя формулы (3) и (4), а также значение радиуса колеса:

$$a_\tau(t_1) = 4.0t_1 = 10 \text{ (м/с}^2\text{).}$$

Найдем нормальное ускорение $a_n(t_1)$, используя формулу (1) и определение $a_n(t)$:

$$a_n(t) = \omega^2(t)\mathrm{R}$$

$$a_n(t_1) = \omega^2(t_1)R = 637.1 \text{(м/с}^2\text{).}$$

Полное ускорение $a(t_1)$, согласно определению $a(t_1) = \sqrt{{a_n}^2(t_1) + {a_\tau}^2}$, равно:

$$a(t_1) = 637.2 \text{ (м/с}^2\text{).}$$

Для определения числа оборотов N за время t_1следует определить угол оборота

$$\varphi(t_1) = 2.7t_1 + 2.4{t_1}^3 = 44.25 \text{ рад.}$$

Учитывая, что один оборот равен 2π радиан получим:

N = 7

Задача 1.5

Колесо радиуса R = 0.56 м вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободе колеса от времени дается уравнением

$$v = 4t - t^2$$

Найти угол, составляемый вектором полного ускорения с радиусом R колеса в момент времени $t = t_1 = 0.6$ с после начала движения.

Решение

Запишем зависимости от времени нормального a_n и тангенциального a_τ ускорений

$$\begin{cases} a_n = \frac{v^2(t)}{R} \\ a_\tau = \frac{dv(t)}{dt} \end{cases} \qquad (1)$$

Заметим, что угол между вектором полного ускорения и радиусом колеса определяется так

$$tg\alpha = \frac{a_\tau}{a_n} \qquad (2)$$

Из системы (1) находим в момент времени $t_1 = 0.6$ с. значения $a_n(t_1)$ и $a_\tau(t_1)$

$$\begin{cases} a_n(t_1) = \frac{v^2(t_1)}{R} = [(4t_1 - t_1^2)^2/R] = 8.3\ (\text{м/с}^2). \\ a_\tau = 4 - 2t_1 = 2.8\ (\text{м/с}^2). \end{cases} \quad (3)$$

Используя величины системы (3) из определения (2) получим

$$tg\alpha = 0.34.$$

Задание 1 «Кинематика»

1. Тело брошено с поверхности Земли с начальной скоростью v_o под углом α. 1. Определить среднюю скорость тела в интервале времени от начала движения до максимального подъема тела, используя данные таблицы. 2. Найти время движения тела. Сопротивлением воздуха пренебречь.

2. Используя соотношения, определяющие движения тела с начальной скоростью v_0, направленной под углом к горизонту α, найти значения физических величин, указанных в таблице 1 в заданный момент времени t^*; h_0 - высота тела в начальный момент времени (при t= 0); $v_к$ - скорость в конце движения; S и H - дальность полета и максимальная высота подъема тела; a_n и a_τ - нормальное и касательное ускорения соответственно.

3. Материальная точка движется по плоскости согласно уравнению: $\vec{r}(t) = \vec{i}(A + Bt^2) + \vec{j}Ct$ - для четных номеров вариантов; $\vec{r}(t) = A(\vec{i}\cos\omega t + \vec{j}\sin\omega t)$ - для нечетных. Для момента времени t^* определить: а) модуль перемещения точки; б) скорость точки; в) ускорение точки. Начертить траекторию точки.

4. Колесо радиусом R вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти к моменту времени t^* после начала движения: а) линейную и угловую скорости; б) касательное, нормальное и полное ускорения; в) число оборотов, сделанных колесом за это время.

5. Колесо радиусом R вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободе колеса, от времени дается уравнением $v = At + Bt^2$. Найти угол, составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса в момент времени t^* после начала движения.

Таблица 1

№ вар.	v_0, м/с	α, град	h_0, м	t^*, с	Искомые величины в задаче 2.	*A*	*B*	*C*	ω, рад/с	*R*, м
1	5	0	10	1	x, y, a_n	0.2	1	0.1	π	0.1
2	3	30	10	1	x, y, a_τ	0.3	2	-0.1		0.2
3	5	30	5	2	v_x, v_y, a_n	0.4	3	-0.2	π/2	0.3
4	5	45	7	2	v_x, v_y, a_τ	1	4	-1		0.4
5	8	45	0	1	x, y, H	2	1	-2	π/2	0.2
6	10	30	0	1.5	x, y, S	3	2	-0.3		0.15
7	10	60	0	2	x, y, v_k	0.5	3	2	π/3	0.1
8	6	60	5	2	y, v_y, H	0.4	-2	3		0.25
9	10	30	8	3	x, v_x, a_n	0.2	-1	1	π/4	0.35
10	15	30	0	2	v_x, v_y, H	0.1	4	0.5		0.3
11	15	45	10	3	y, v_x, S	0.3	5	0.4	π/3	0.4
12	20	45	0	3	v_x, v_y, S	0.4	6	0.6		0.25
13	15	60	0	2	v_x, v_y, a_τ	1	3	-0.2	π/6	0.10
14	20	30	0	2	v_x, v_y, a_n	2	1	-0.4		0.13
15	20	60	0	1	x, v_x, v_k	3	4	-0.3	π/3	0.14
16	30	0	20	0.5	y, v_y, v_k	0.2	5	-0.1		0.15
17	10	0	25	1	x, a_n, a_τ	0.4	3	0.5	π/6	0.23
18	10	0	40	2	x, y, H	0.6	1	0.1		0.18
19	50	30	0	3	v_x, y, H	0.8	2	-0.01	π/2	0.15
20	50	45	0	2.5	x, H, S	4	3	-0.02		0.13
21	40	0	10	1	x, y, v_k	9	4	0.4	π/6	0.24
22	40	30	10	3	v_x, y, v_k	3	5	0.8		0.36
23	40	45	5	2	v_x, y, H	1	6	0.7	π	0.28
24	60	60	20	4	x, y, H	2	1	0.3		0.21
25	60	45	15	4	v_x, H, S	5	7	0.01	π/4	0.16
26	45	30	0	2	v_x, H, a_n	6	3	0.05		0.31
27	80	60	0	1	v_x, H, a_τ	7	4	0.9	π/6	0.23
28	18	45	40	3	y, H, S	3	-2	-0.01		0.14
29	35	60	30	2	x, H, a_n	4	-1	-0.05	π/2	0.15
30	42	60	15	3	y, H, a_τ	2	3	0.02	π/2	0.15
30	42	60	15	3	y, H, a_τ	2	3	0.02		0.38

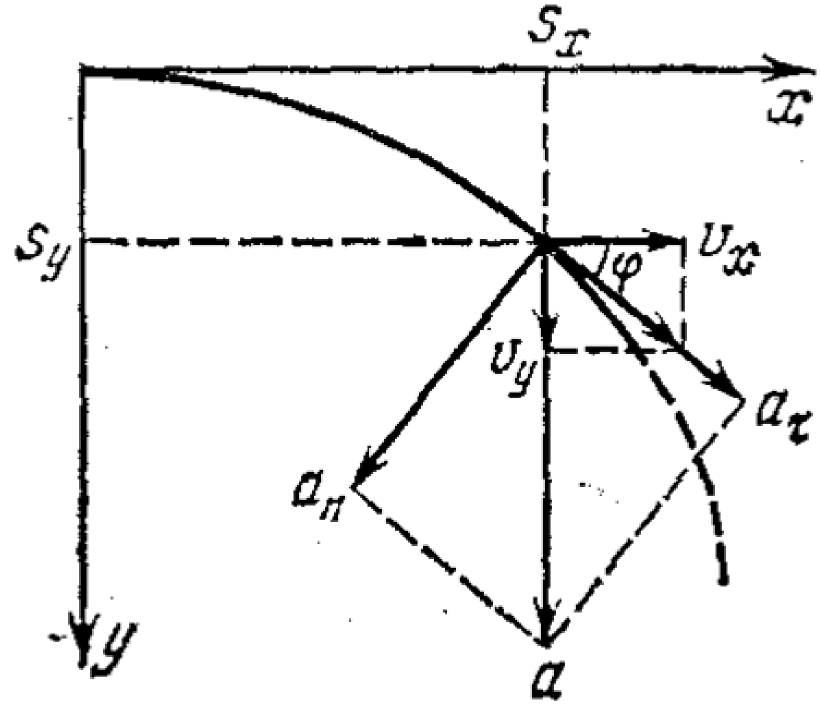


Рис.1.

2. Динамика материальной точки и тела, движущегося поступательно.

Основные соотношения

Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона):

$$\mathrm{d}\vec{p}/\mathrm{d}t = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \text{ или } m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i ,$$

где $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ - геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; m - масса; $\vec{a}$ - ускорение; $\vec{p} = m\vec{v}$ - импульс; i- число сил, действующих на точку.

В координатной (скалярной форме) уравнение можно записать так:

$$ma_x = \sum F_{xi}, ma_y = \sum F_{yi}, ma_z = \sum F_{zi},$$

где под знаком суммы стоят проекции сил $\vec{F}_i$ на соответствующие оси координат.

Работа, совершаемая постоянной силой

$$\Delta A = \vec{F}\Delta\vec{r} \text{ или } \Delta A = F\Delta r \cos\alpha,$$

где α - угол между направлениями векторов силы $\vec{F}$ и перемещения $\Delta\vec{r}$.

Работа, совершаемая переменной силой, равна

$$A = \int_L F(r)\cos\alpha\,\mathrm{d}r,$$

где интегрирование ведется вдоль траектории, обозначенной L.

Средняя мощность за интервал времени Δt

$$\langle N \rangle = \Delta A/\Delta t.$$

Мгновенная мощность

$$N = \mathrm{d}A/\mathrm{d}t \text{ или } N = Fv\cos\alpha,$$

где $\mathrm{d}A$ - работа, совершаемая за промежуток времени $\mathrm{d}t$.

Кинетическая энергия поступательно движущегося тела:

$$T = mv^2/2 \text{ или } T = p^2/2m.$$

Потенциальная энергия тела и сила, действующая на тело в данной точке стационарного потенциального поля, связаны соотношением:

$$\vec{F} = -\mathrm{grad}\Pi, \text{ или } \vec{F} = -[(\partial\Pi/\partial x)\vec{i} + (\partial\Pi/\partial y)\vec{j} + (\partial\Pi/\partial z)\vec{k}],$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - орты прямоугольной системы координат.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела (сжатой или растянутой пружины)

$$\Pi = kx^2/2.$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести

$$П = mgh,$$

где h - высота тела над уровнем, принятым за нулевой.

Эта формула справедлива при $h << R$, где R - радиус Земли.

Закон сохранения энергии в механике выполняется в замкнутой системе, в которой действуют только консервативные силы:

$$T + П = \text{const}.$$

Закон сохранения импульса:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \text{const} \text{ или } \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

где i - число материальных точек (тел), входящих в данную замкнутую систему.

Кинетическая энергия поступательно движущегося тела:

$$T = mv^2/2 \text{ или } T = p^2/2m.$$

Потенциальная энергия тела и сила, действующая на тело в данной точке стационарного потенциального поля, связаны соотношением:

$$\vec{F} = -\text{grad}\,П, \text{ или } \vec{F} = -[(\partial П/\partial x)\vec{i} + (\partial П/\partial y)\vec{j} + (\partial П/\partial z)\vec{k}],$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - орты прямоугольной системы координат.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела (сжатой или растянутой пружины)

$$П = kx^2/2.$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести

$$П = mgh,$$

где h - высота тела над уровнем, принятым за нулевой.

Эта формула справедлива при $h << R$, где R - радиус Земли.

Закон сохранения энергии в механике выполняется в замкнутой системе, в которой действуют только консервативные силы:

$$T + П = \text{const}.$$

Закон сохранения импульса:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \text{const} \text{ или } \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

где i - число материальных точек (тел), входящих в данную замкнутую систему.

Скорость абсолютно неупругих шаров после удара:

$$U = (m_1 v_1 + m_2 v_2)/(m_1 + m_2)$$

и абсолютно упругих:

$$U_1 = [v_1(m_1 - m_2) + 2m_2v_2]/(m_1 + m_2),$$

$$U_2 = [v_2(m_2 - m_1) + 2m_1v_1]/(m_1 + m_2),$$

где m_1, m_2 - массы, v_1, v_2 - скорости шаров до удара.

Задача 2.1

Тело массой 1.5 кг движется прямолинейно так, что зависимость пройденного телом пути от времени дается уравнением: $S = 3.8 + 2.2t + 1.6t^2 + 1.2t^3$. Для момента времени $t_1 = 2.8$ с. найти: 1. Силу F, действующую на тело; 2. Импульс тела; 3.Кинетическую энергию тела. Трением пренебречь.

Решение

При прямолинейном движении выражение для импульса тела примет вид:

$$p(t) = mv(t), \quad (1)$$

при этом зависимость скорости от времени определяется из зависимости $S(t)$

$$v(t) = dS(t)/dt = 2.2 + 3.2t + 3.6t^2. \quad (2)$$

Ускорение тела$a(t) = dv(t)/dt$ и согласно уравнению (2), примет вид:

$$a(t) = 3.2 + 7.2t \quad (3)$$

Второй закон Ньютона имеет вид;$m\vec{a} = \sum_i \vec{F_i}$. В нашем случае, пренебрегая силой трения, формула (3) позволяет определить силу, действующую на тело в момент времени $t_1 = 2.8$с.:

$$F(t_1) = ma(t_1) = 4.8 + 10.8t_1 = 35.0 \text{ Н} \quad (4)$$

Уравнения (1) и (2) позволяют найти импульс $p(t_1)$ и кинетическую энергию $E_k(t_1)$ в момент времени $t_1 = 2.8$ с.:

$$p(t_1) = mv(t_1) = 3.3 + 4.8t_1 + 5.4{t_1}^2 = 59.1 \text{ кг м/с}. \quad (5)$$

$$E_k = p^2(t_1)/2m = 59.1^2/3 = 1.16 \text{ кДж}. \quad (6)$$

Задача 2.2

Тело массой m = 1.8 кг брошено под углом $\alpha = (\pi/6)$ радиан к горизонту с начальной скоростью $v_o = 22$ м/с. Определить кинетическую, потенциальную и полную энергии в момент времени $t_1 = 0.8$ с. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

Запишем скорость $\vec{v}(t)$ в проекциях на оси x и y

$$\begin{cases} v_x(t) = v_o cos(\pi/6) \\ v_y(t) = v_o sin(\pi/6) - gt \end{cases} \quad (1)$$

Кинетическая энергия $E_k(t)$ определяется формулой:

$$E_k(t) = \frac{mv^2(t)}{2} \quad (2)$$

Зависимость квадрата модуля скорости от времени:

$$v^2(t) = {v_x}^2(t) + {v_y}^2(t).$$

Тогда, используя систему (1), можно из определения (2) найти кинетическую энергию в момент времени $t_1 = 0.8$ с.:

$$E_k(t) = \frac{m[{v_x}^2(t_1) + {v_y}^2(t_1)]}{2} = \frac{m\{{v_o}^2 cos^2(\pi/6) + [v_o sin(\pi/8) - gt]^2\}}{2} = 335.6 \text{ Дж}. \quad (3)$$

Потенциальная энергия в поле тяжести, в момент времени t_1, определяется формулой:

$$E_p = mgh(t_1) \quad (4)$$

Для нахождения высоты полета $h(t_1)$ обратимся к координатной зависимости $y(t_1)$

$$h(t_1) = y(t_1) = \int_0^{t_1} v_y dt = v_o[sin(\pi/6)]t_1 - g{t_1}^2/2 \quad (5)$$

Подставляя выражение (5) в формулу (4), найдем потенциальную энергию в момент времени $t_1 = 0.8$ с.:

$$E_p(t_1) = mg\{v_o[sin(\pi/6)]t_1 - g{t_1}^2/2\} = 100 \text{ Дж.} \quad (6)$$

Полная энергия $E(t_1)$ в момент времени $t_1 = 0.8$ с., согласно формулам (3) и (6), равна:

$$E(t_1) = E_k(t_1) + E_p(t_1) = 435.6 \text{ Дж.} \quad (7)$$

Задача 2.3

Невесомый блок укреплен в вершине двух наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы $\alpha = \pi/3$ радиан и $\beta = 0.5\alpha$. (в рис. 2д мы заменили угол 30 град. на 60град.). Тела, соединенные невесомой и нерастяжимой нитью перекинутой через блок, массами m и $3m$, двигаясь в проекциях на наклонные плоскости с ускорением a, затрачивают время $t = 1.2$ с. Массой блока и трением пренебречь. Найти: 1. a — Ускорение тел; 2. S — Путь, пройденный телами; 3. T — Силу натяжения нити.

Решение

Применим второй закон Ньютона в проекциях на направления движения тел:

$$T - mgsin(\pi/3) = ma \quad (1)$$

$$3mgsin(\pi/6) - T = 3ma \quad (2)$$

При записи уравнений (1) и (2), считая нить нерастяжимой, мы приняли, силы натяжения равны($T_1 = T_2 = T$). Сложив уравнения (1) и (2) найдем ускорение:

$$a = [3sin(\pi/6) - sin(\pi/3)/4]g = 1.55 \text{ (м}/c^2) \quad (3)$$

Путь, пройденный телами, найдем, используя формулу:

$$S = at^2/2 = 2.2 \text{ м} \quad (4)$$

Силу натяжения нити определим из уравнения (1):

$$T = m[gsin(\pi/3) + a] = 15.1 \text{ Н} \quad (5)$$

Задача 2.4

Тело массой $m = 2.6$ кг скользит вверх по наклонной плоскости, с углом $\alpha = \pi/4$ радиан наклона плоскости к горизонту с длиной наклонной плоскости $l_k = 6.0$ м, при этом ускорение движения $a = 1.7$ м/с^2. Коэффициент трения об плоскость $k = 0.15$. Определить: 1. Скорость, работу, мощность и кинетическую энергию тела в конце пути. 2. Дополнительную силу, действующую на тело. 3. Изменение ΔU — внутренней энергии.

Решение

Ускорение направлено вдоль наклонной плоскости и является постоянной величиной. Тогда можно записать формулу, определяющее время t_k проходимое телом по наклонной плоскости расстояние l:

$$l = (a{t_k}^2)/2 \quad (1)$$

Отсюда находим

$$t_k = \sqrt{2l/a} = 2.66 \text{ с.} \quad (2)$$

Скорость v_k в конце пути равна (мы полагали, что $v_o = 0$)

$$v_k = \int_0^{t_k} adt = at_k = 4.52(\text{м/с}). \quad (3)$$

Формула (3) позволяет определить значение кинетической энергии в конце пути:

$$E_k = m{v_k}^2/2 = 26.6 \text{ Дж}. \quad (4)$$

Учитывая, что сила трения $F_{\text{тр}} = kmgcos(\pi/4)$ и проекция силы тяжести $mgsin(\pi/4)$ направлены вдоль наклонной плоскости противоположно ускорению, то дополнительную силу F следует направить нам по ускорению. Второй закон Ньютона будет иметь вид:

$$ma = F - mg[kcos(\pi/4) + sin(\pi/4)]. \quad (5)$$

Тогда работа силы в конце пути, согласно формуле (5), будет равна:

$$A = \int_0^{l_k} madl = mal_k = 26.5 \text{ Дж}. \quad (6)$$

Исходя из выражения (3),значение мощности N в конце пути равно:

$$N = mav_k = 20(\text{Дж/с}). \quad (7)$$

Дополнительная сила, действующая на тело, вытекает из формулы (5)

$$F = m\{a + g[kcos(\pi/4) + sin(\pi/4)]\} = 25.2 \text{ Н} \quad (8)$$

Задача 2.5

Шар массой $m_1 = 1.6$ кг налетает на покоящий шар массой $m_2 = 1.2$ кг со скоростью $v_1 = 3.8$ м/с. Считая удар центральным неупругим определить: 1. Скорость, импульс и кинетическую шаров после удара.

Решение

Считая удар шаров центральным абсолютно неупругим, для значения скорости шаров после удара, исходя из закона сохранения импульса [1], получим:

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 2.17 \text{ (м/с)}. \quad (1)$$

Зная скорость шаров после удара, полученные в формуле (1), определим значения импульса p и кинетическую энергию E_{k2} шаров после удара:

$$p = (m_1 + m_2)v = 6.1 \text{ (кг м/с)}. \quad (2)$$

$$E_{k2} = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = 6.6 \text{ Дж}. \quad (3)$$

Для нахождения изменения внутренней энергии ΔU заметим, что налетающий шар, обладая кинетической энергией $E_{k1} = (m_1{v_1}^2/2)$, уходит, согласно формулы (3), на кинетическую энергию E_{k2} и на изменение внутренней энергии ΔU

$$\Delta U = E_{k1} - E_{k2} = (11.55 - 6.6)\text{Дж} = 4.95 \text{ Дж}. \quad (4)$$

Задание 2 «Динамика. Работа, мощность, энергия, импульс»

1. Тело массой m движется прямолинейно так, что зависимость пройденного телом пути от времени дается уравнением $S = A\sin\omega t$ - для четных номеров вариантов ($\omega = \pi/9$), $S = A + Bt + Ct^3$ - для нечетных номеров. Для момента времени $t = t^*$ найти: а) силу, действующую на тело; б) импульс тела; в) кинетическую энергию тела. Значения величин A, B, C, t^* взять из таблицы 1 (задание 1).

2. Определить кинетическую и потенциальную энергии тела массой m в условиях задачи №2 (задание 1) в момент времени $t = t^*$.

3. Найти значения физических величин, указанных в таблице 2, используя схемы рисунка 2; a- ускорение тел; T - сила натяжения нити; S - путь, пройденный телами; t - время движения тел; F - сила, растягивающая пружину. Массой блоков и трением пренебречь.

4. Тело массой m скользит вниз по наклонной плоскости – для четных номеров вариантов, вверх – для нечетных. Используя данные таблицы 2, определить величины, указанные в этой таблице; α - угол наклона плоскости к горизонту; k - коэффициент трения; l - длина наклонной плоскости; v- скорость в конце пути; a- ускорение движения; A, N - работа и мощность в конце пути; F - дополнительная сила, действующая на тело; E_k - кинетическая энергия тела в конце пути.

5. Шар массой m налетает на покоящийся шар массой m со скоростью v: для четных номеров вариантов – удар упругий, для нечетных – неупругий центральный. При упругом ударе первоначально движущийся шар меняет свое направление на угол α (из таблицы 2). Определить величины, указанные в таблице 2: β- угол между вектором скорости второго шара и первоначальным направлением движения первого шара; u_1 и u_2 - скорости шаров после удара; p_1 и p_2 - импульсы шаров после удара; Δp_1 и Δp_2 - изменения импульсов;T_1, T_2- энергии шаров после удара; ΔT_1 и ΔT_2 - изменение энергии; ΔU- изменение внутренней энергии шаров.

Таблица 2

№ вар.	m, кг	Вариант рисунка	S, м	t, с	Искомые величины в задаче 3	α, град	k	l, м	a, м/с^2	Искомые величины в задаче 4	v, м/с	Искомые величины в задаче 5
1	0,5	а			a, T	30	0,1	2	0,1	F, v	2	U_1, Δp_2
2	1	б			$\mathbf{F}$	30	0,1	3	0,2	F, A	3	β, Δv
3	1,2	в	2		t, a	45	0,01	2	0,3	F, N	4	Δp_1, p_2
4	2	г		3	S, a	45	0,01	3	0,4	F, E_k	5	U_1, ΔT_2
5	2,5	д			a, T	60	0,15	4	0	F, A	2	U_1, Δv
6	3	е			a	60	0,15	5	0,6	F, N	3	Δp_1, Δp_2
7	3,5	ж			$\mathbf{F}$	40	0,02	4	0,7	F, E_k	4	U_1, T_1
8	4	з	3		t, T	40	0,02	5	0,8	F, v	5	ΔT_1, ΔT_2
9	1	б	4		F, t	35	0,05	2	0	F, N	10	β, Δv
10	1,5	в			a, T	35	0,05	3	1	F, A	11	p_1, p_2
11	2	а	1,5		t, T	50	0,03	2	1,1	F, v	15	Δp_1, T_1
12	1,8	г			a, T	50	0,03	3	1,2	F, E_k	14	T_1, T_2
13	2,5	е			T_1, T_2	65	0,04	6	1,3	F, A	13	Δp_1, T_2
14	3	д	1,5		t, a	65	0,04	5	1,4	F, N	8	β, T_1
15	4	з			a, T	25	0,1	6	1,5	F, v	7	Δp_1, Δp_2
16	5	ж			a, F	25	0,1	5	1,2	F, E_k	6	β, T_2
17	1,5	а		5	S, T	30	0,05	1	1,3	F, A	5	ΔT_1, ΔT_2
18	4,5	б	3,5		t, F	30	0,05	8	1,4	F, N	4	β, p_1
19	8	г	2		t, a	45	0,07	7	1,5	F, E_k	10	p_1, T_2
20	10	ж	1,7		S, F	45	0,07	10	1,6	F, v	12	β, p_2
21	11	з		3,5	S, T	60	0,08	8	1,7	F, A	14	p_1, Δv
22	12	а		2	S, a	60	0,08	7	1,8	F, N	15	U_2, T_1
23	16	б		1,6	S, F	65	0,2	4	1	F, E_k	13	β, Δp_1
24	2	в		1,8	S, T	65	0,2	5	1,5	F, v	7	U_1, T_2
25	2,7	д		2	S, a	40	0,16	6	1,6	F, A	6	Δp_1, ΔT_1
26	18	г		1,5	S, T	40	0,16	7	0,8	F, N	5	T_1, Δv
27	20	а	3		t, a	25	0,17	5	0,7	F, E_k	4	Δp_2, ΔT_2
28	0,7	в		2,7	S, a	45	0,17	10	0	F, v	10	Δp_1, Δp_2
29	1,7	г	3,5		t,T	45	0,12	15	0	F, A	12	T_2, Δv
30	13	ж		4	t, F	25	0,12	12	0	F, N	4	U_1, U_2

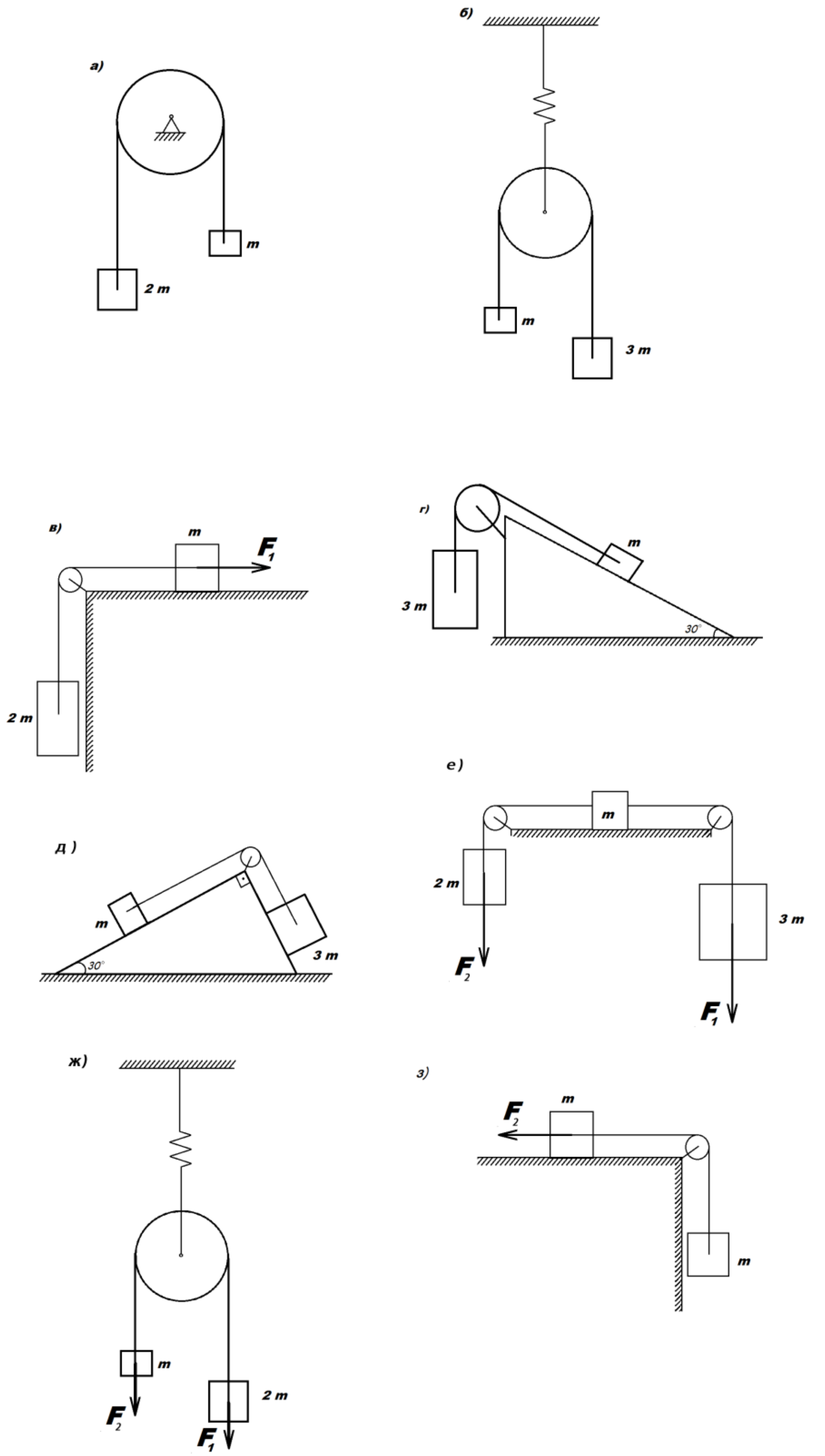


Рис.2. Система тел, соединенных невесомыми нерастяжимыми нитями, движущихся без трения. F_1=10 Н; F_2=20 Н.

3. Динамика вращательного движения

Основные соотношения

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$M\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}(I\omega),$$

где M - момент силы, действующий на тело в течение времени $\mathrm{d}t$; I - момент инерции тела; ω- угловая скорость; $I\omega$- момент импульса.

Если момент силы и момент инерции постоянны, то уравнение записывается в виде:

$$M\Delta t = I\Delta\omega.$$

В случае постоянного момента инерции

$$M = I\varepsilon,$$

где ε - угловое ускорение.

Момент силы $\vec{F}$, действующей на тело относительно оси вращения

$$M = F_{\perp} l,$$

где $F_{\perp}$ - проекция силы $\vec{F}$ на плоскость, перпендикулярную оси вращения; l- плечо силы $\vec{F}$ (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы).

Момент инерции материальной точки

$$I = mr^2,$$

где m - масса точки, r - ее расстояние от оси вращения.

Момент инерции твердого тела

$$I = \int r^2\,\mathrm{d}m \text{ или } I = \int \rho r^2\,\mathrm{d}V,$$

где ρ, V - плотность и объем тела; m- его масса.

Моменты инерции некоторых однородных тел относительно центральных осей:

Тонкий стержень массой m и длиной l, ось перпендикулярна стержню:

$$I = ml^2/12,$$

если перпендикулярная ось проходит через конец стержня:

$$I = ml^2/3.$$

Тонкое кольцо (труба) массой m и радиусом R, обруч, маховик, масса которого сосредоточена в ободе, ось перпендикулярна плоскости основания:

$$I = mR^2.$$

Круглый однородный диск (цилиндр) массой m и радиусом R, ось перпендикулярна плоскости основания:

$$I = mR^2/2.$$

Шар массой m и радиусом R:

$$I = 2mR^2/5.$$

Прямоугольный параллелепипед массой m и размерами a, b, c вдоль осей x, y, z соответственно, оси перпендикулярны граням:

$$I_x = m(b^2 + c^2)/12;\ I_y = m(a^2 + c^2)/12;\ I_z = m(a^2 + b^2)/12.$$

Прямой круговой конус массой m и радиусом основания R, ось перпендикулярна плоскости основания:

$$I = 3mR^2/10.$$

Теорема Штейнера. Момент инерции тела относительно произвольной оси равен:

$$I = I_0 + ma^2,$$

где I_0 - момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через его центр масс параллельно заданной оси; a- расстояние между осями; m- масса тела.

Закон сохранения момента импульса:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i \omega_i = \mathrm{const},$$

где n - число тел, входящих в данную замкнутую систему.

Работа постоянного момента силы M, действующего на вращающееся тело:

$$A = M\varphi,$$

где φ - угол поворота тела.

Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела:

$$N = M\omega.$$

Кинетическая энергия вращающегося тела:

$$T = I\omega^2/2.$$

Задача 3.1

Автомобиль массой $m = 1.5 \times 10^3$ кг движется по выпуклому мосту, имеющему форму дуги окружности радиуса $R = 24$ мсо скорость $v = 17$ (м/с). Положение автомобиля на мосту задано центральным углом $\alpha = (\pi/6)$радиан (α - угол между вертикальным радиусом кривизны и соответствующий радиусу местоположения автомобиля). Определить силу давления на мост и силу трения, если коэффициент трения $\mu = 0.18$.

Решение

Применим второй закон Ньютона в проекции радиуса местоположения автомобиля. Учитывая, что вдоль радиуса моста на автомобиль действуют реакция со стороны моста сила N и проекция силы тяжести $mgcos\alpha$. Учитывая, что приведенные выше силы приводят к центростремительному ускорению $a_n = v^2/R$ второй закон Ньютона примет вид:

$$m(v^2/R) = mgcos\alpha - N \quad (1)$$

По третьему закону Ньютона давление на мост P по величине равно реакции N. Тогда из уравнения (1) находим силу давления на мост:

$$P = N = m[gcos\alpha - (v^2/R)] = 1.5 \cdot 10^3[9.81cos(\pi/6) - (17^2/24)] = 9.75 \text{ кН} \quad (2)$$

Сила трения определятся формулой $F_{\text{тр}} = \mu N$ и равна: $F_{\text{тр}} = 1.75$ кН.

Задача 3.2

Вычислить моменты инерции тел (см. рис.3 Б) относительно оси 4.

Решение

Для определения момента инерции шара относительно оси 4 необходимо применить теорему Штейнера

$$I_{\text{ш.,4}} = I_{\text{ш.,5}} + m_1(r + r_1)^2. \quad (1)$$

Момент инерции однородного шара относительно оси, проходящей через его центр, $I_{\text{ш.,5}}$ определяется формулой:

$$I_{\text{ш.,5}} = \frac{2}{5}m_1{r_1}^2. \quad (2)$$

Подставляя формулу (2) в теорему Штейнера (1) сможем найти значение момента инерции шара относительно оси 4:

$$I_{\text{ш.,4}} = (2/5)m_1{r_1}^2 + m_1(r + r_1)^2 = 0.02 \text{ кг м}^2. \quad (3)$$

Перейдем к определению стержня относительно оси 4. Опять необходимо обратиться к теореме Штейнера:

$$I_{\text{ст.,4}} = I_{\text{ст.,3}} + m_{\text{ст.}}r^2. \quad (4)$$

Момент инерции стержня относительно оси 3, проходящей перпендикулярно стержню, определяется формулой:

$$I_{ст.,3} = m_{ст.}(4r)^2/12. \tag{5}$$

Формулы (4) и (5) позволяют определить момент инерции стержня относительно оси 4:

$$I_{ст.,4} = m_{ст.}[(16r^2/12) + r^2] = 0.041 \text{ кг м}^2. \tag{6}$$

Запишем теорему Штейнера для определения момента инерции цилиндра относительно оси 4:

$$\mathrm{I}_{цил.,4} = I_{цил.,1} + m_{цил.}(r + r_2)^2. \tag{7}$$

Момент инерции цилиндра относительно оси 1, проходящей перпендикулярно плоскости основания определяется формулой:

$$I_{цил.,1} = m_{цил.}r_2^2/2. \tag{8}$$

Для нахождения величины момента инерции цилиндра, относительно оси 4, подставим формулу (8) в теорему Штейнера (7) и получим:

$$I_{цил.,4} = (m_{цил.}r_2^2/2) + m_{цил.}(r + r_2)^2 = 0.056 \text{ (кг м}^2) \tag{9}$$

Задача 3.3

Решить задачу №3 (Задание 2) с учетом массы блока $m_{бл} = 1.2$ кг; радиус блока принять равным 0.8м, считая блок сплошным однородным диском. Найти: 1. $a -$ Ускорение тел; 2.$S -$ Путь, пройденный телами; 3.$T_1, T_2 -$ Силы натяжения нитей (см. задачу 2.3) считая, что масса $m = 1.0$ кг. и тела затрачивают время на движение $t = 0.8$с. Трением тел об плоскость и блока об ось пренебречь.

Решение

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на направление движения тел:

$$ma = T_1 - mgsin(\pi/6) \tag{1}$$

$$ma = 3mgsin(\pi/3) - T_2 \tag{2}$$

Применим закон вращательного движения к блоку: $I\varepsilon = M$.

$$(m_{бл}R^2/2)\varepsilon = (T_1 - T_2)R. \tag{3}$$

Следует отметить, что угловое ускорение ε связано с тангенциальным ускорением a (так как $a = a_\tau$) соотношением: $a = \varepsilon R.$ Из уравнений (1) и (2) находим:

$$T_1 - T_2 = 4ma - mg[3sin(\pi/3) - sin(\pi/6)].$$

Тогда уравнение (3) примет вид:

$$(m_{бл}/2)a = 4ma - mg[3sin(\pi/3) - sin(\pi/6)]. \tag{4}$$

Уравнение (4) позволяет определить ускорение движения тел:

$$a = mg\{[3sin(\pi/3) - sin(\pi/6)]/(4m - m_{бл}/2)\} = 6.05(\text{м/с}^2). \tag{5}$$

Выражение (5) позволяет определить пройденный телами путь:

$$S = (at^2/2) = 1.94 \text{ м}. \tag{6}$$

Из уравнения (1) находим:

$$T_1 = m[a + g sin(\pi/6)] = 10.95 \text{ Н}. \tag{7}$$

Уравнение (2) приводит к следующему значению:

$$T_2 = 3m[g sin(\pi/3) - a] = 7.34 \text{ Н}. \tag{8}$$

Задача 3.4.

Колесо массой $m = 70$кг и радиуса $R = 0.25$м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = 2.0 + 0.9t^2 + 0.5t^3$. Для момента времени $t_1 = 1.5$с. определить: 1. Вращающий момент. 2. Кинетическую энергию. 3. Мощность. 4. Работу, совершенную с начала вращения до момента времени $t = t_1$.

Решение

Вначале определим угловую скорость:

$$\omega = (d\varphi/dt) = 1.8t + 1.5t^2. \tag{1}$$

Определим также угловое ускорение:

$$\varepsilon = (d\omega/dt) = 1.8 + 3.0t. \tag{2}$$

Момент силыM, также называют вращающим моментом [1], равен:

$$M = I\varepsilon,$$

где $I = mR^2$ - есть момент инерции колеса. Тогда для момента времени $t = t_1$ вращающий момент равен:

$$M = mR^2\varepsilon = mR^2(1.8 + 3.0t_1) = 27.6 \text{ Н·м}. \tag{3}$$

Перейдем к нахождению кинетической энергии колеса для момента времени $t = t_1$:

$$W_k = (I\omega^2/2) = (mR^2/2)(1.8t_1 + 1.5t_1^2)^2 = 81.2 \text{ Дж}. \tag{4}$$

Мощность, при вращении колеса, для момента времени t_1, определяется значением равным:

$$N = M\omega = mR^2(1.8 + 3.0t_1)(1.8t_1 + 1.5t_1^2) = 168.4 \text{ Вт}. \tag{5}$$

Работа, совершенная с начала вращения до момента времени t_1, определяется формулой:

$$A = \int_0^{t_1} M(t)d\varphi(t) = \int_0^{t_1} I\varepsilon(t)\omega(t)dt = mR^2\int_0^{t_1}(1.8 + 3.0t)(1.8t + 1.5t^2)dt =$$
$$mR20t13.24t+8.1t2+4.5t3dt. \tag{6}$$

При получении формулы (6) были использованы формулы (1) и (2). Из уравнения (6) нетрудно определить величину работы, совершенной с начала вращения колеса до момента времени t_1:

$$A = mR^2[(3.24t_1^2/2) + (8.1t_1^3/3) + (4.5t_1^4/4)] = 80.7 \text{ Дж}. \qquad (7)$$

Задача 3.5

Пластилиновый шарик массой $m = 0.1$ кг, летящий со скоростью $v = 12(\text{м/с})$, попадает в стержень (см. рис.4) массой $M = 0.7$ кг. и длиной $l = 1.0$ м. При этом величины a и b равны: $a = 0.2$ м, $b = 0.5$ м. Найти: 1. ω – угловую скорость в начальный момент времени (сразу после удара). 2. v_A – линейная скорость точки. А сразу после удара. 3. E_k – кинетическую энергию стержня в начальный момент времени. 4. h - максимальная высота подъема центра масс стержня. 5. φ – максимальный угол отклонения оси стержня от вертикального положения.

Решение

Будем рассматривать пластилиновый шарик как материальную точку. Тогда, согласно [1], запишем определение момента импульса пластилинового шарика до удара и найдем ее величину:

$$L_O = mvb = 0.6(\text{кг м}^2/\text{с}) \qquad (1)$$

Запишем определение момент импульса стержня сразу после удара:

$$L_{\text{ст}.O} = I_O\omega,$$

где момент инерции стержня, вместе с пластилиновый шариком, относительно оси O, равен:

$$I_O = mb^2 + (Ml^2/12) + [(l/2 - a)]^2 = 0.15 \text{ кг м}^2, \qquad (2)$$

при записи формулы (3) использовали теорему Штейнера. Исходя из закона сохранения момента импульса: $L_O = L_{\text{ст}.O}$, и используя значения величин, приведенных в формулах (1) и (2), получим значение ω:

$$\omega = 4(\text{рад./с}). \qquad (3)$$

Перейдем к определению кинетической энергии стержня в начальный момент времени. Формула для кинетической энергии вращательного движения, относительно оси O, равна:

$$E_k = (I_O\omega^2/2). \qquad (4)$$

Из формулы (4), используя значения величин (2) и (3), находим:

$$E_k = 1.2 \text{ Дж}. \qquad (6)$$

Кинетическая энергия вращения стержня в начальный момент (сразу после удара) уходит на работу по подъему центра масс стержня на максимальную высоту h:

$$E_k = (M + m)gh. \qquad (7)$$

Отсюда находим величину максимального подъема центра масс стержня:

$$h = 0.15\text{м}. \quad (8)$$

Максимальный угол φ отклонения оси стержня от вертикального поведения определяется формулой:

$$cos\varphi = [(l/2 - a - h)/(l/2 - a)] = 0.5. \quad (9)$$

Максимальный угол из (9) равен: $\varphi = (\pi/3)$ радиан.

Задание 3 «Динамика вращательного движения»

1. Автомобиль массой m движется по выпуклому (для четных номеров вариантов) или вогнутому (для нечетных) мосту, имеющему форму дуги окружностью радиуса R со скоростью v. Положение автомобиля на мосту задано центральным углом α (α- угол между вертикальным радиусом кривизны и радиусом, соответствующим местоположению автомобиля). Определить силу давления автомобиля на мост и силу трения, если коэффициент трения равен 0,2. Величины m, v, R, α взять из таблицы 3.

2. Вычислить моменты инерции системы тел относительно осей 1-5, указанных в таблице 3.

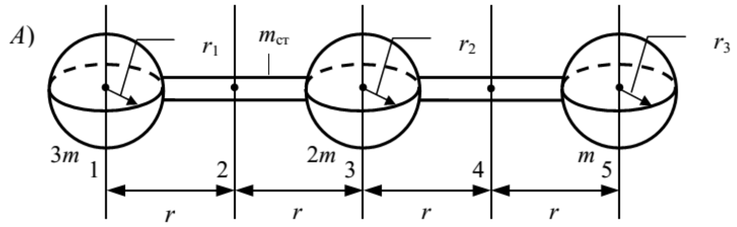
3. Решить задачу №3 (Задание 2) с учетом массы блока $m_{бл}$=1 кг; радиус блока принять равным 0,1 метра, блок считать сплошным однородным диском.

4. По данным задачи №4 (задание 1) для момента времени t^* определить: а) вращающий момент; б) кинетическую энергию колеса; в) мощность; г) работу, совершенную с начала вращения до момента времени $t = t^*$. Массу колеса принять равной 70 кг.

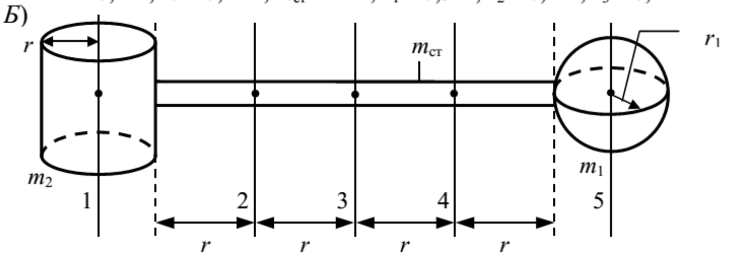
5. Пластилиновый шарик массой $m_ш$, летящий со скоростью $v_ш$, попадает в стержень (для четных номеров вариантов) или диск (для нечетных) и прилипает к нему. Используя рисунок 4 и данные таблицы 3, определить указанные в ней величины. M- масса диска (стержня); ω - угловая скорость в начальный момент времени (сразу после удара); v_A - линейная скорость точки A сразу после удара; $E_к$- энергия стержня (диска) в начальный момент времени; h- максимальная высота подъема центра масс стержня (диска); φ - максимальный угол отклонения оси стержня (диска) от вертикального положения.

Таблица 3

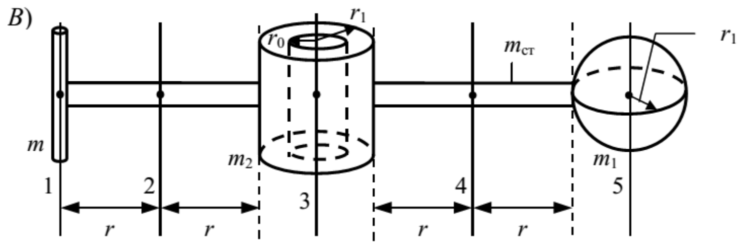
№ вар.	m, т	R, м	v, м/с	α, град	Вариант рисунка	№ оси	l, м	r, м	$m_{ш}$, кг	M, кг	$v_{ш}$, м/с	a, м	b, м	Искомые величины в задаче 5
1	1	100	12	60	А	1		0,5	0,3	0,8	12	0,3	0,2	ω, E_k
2	1,5	100	15	50	Б	2	1,1		0,2	0,3	10	0,2	0,8	ω, φ
3	2	100	13	40	В	3		0,6	0,4	0,9	14	0,4	0,2	ω, h
4	2,5	150	18	30	Г	1	1,2		0,3	0,4	9	0,4	0,8	v_A, E_k
5	3	200	20	25	Д	5		0,7	0,4	1	16	0,5	0,3	v_A, φ
6	2	100	10	35	Б	5	1		0,25	0,5	8	0,3	0,7	v_A, h
7	2,5	300	21	45	В	2		0,8	0,35	1,1	17	0,4	0,3	ω, E_k
8	3	400	25	55	Г	4	0,8		0,5	0,2	6	0,25	0,5	ω, φ
9	3,5	500	9	0	А	3		0,5	0,45	1,2	10	0,25	0,35	ω, h
10	1	180	14	30	Д	1	1,1		0,3	0,6	9	0,4	0,6	v_A, E_k
11	2	200	7	40	В	4		0,6	0,5	1	13	0,3	0,4	v_A, φ
12	2,4	200	16	50	Г	3	1,2		0,4	0,7	10	0,45	0,7	v_A, h
13	2,8	300	17	0	А	5		0,7	0,3	1,4	14	0,35	0,4	ω, E_k
14	1,6	130	12	25	Б	1	1		0,35	0,6	11	0,25	0,6	ω, φ
15	1,7	190	21	30	Д	2		0,8	0,3	1,2	15	0,2	0,5	ω, h
16	1,8	250	10	40	Г	5	0,8		0,2	0,3	12	0,2	0,5	ω, E_k
17	2	210	18	45	А	4		0,4	0,5	0,8	10	0,3	0,25	ω, φ
18	2,3	230	13	0	Б	4	1,4		0,25	0,8	10	0,5	0,8	ω, h
19	2,4	270	19	60	Д	4		0,6	0,3	0,9	17	0,4	0,35	v_A, E_k
20	2,8	500	8	55	В	1	1,6		0,4	0,9	12	0,6	0,9	v_A, φ
21	3,2	450	10	40	А	4		0,7	0,25	1,3	18	0,4	0,5	v_A, h
22	3,4	520	11	30	Б	2	1		0,5	0,4	8	0,25	0,6	v_A, E_k
23	1,2	140	8	0	В	5		0,8	0,25	1,5	19	0,3	0,3	v_A, φ
24	1,3	120	16	60	Г	1	1,2		0,2	0,6	12	0,3	0,7	v_A, h
25	2,6	170	14	50	Д	1		0,5	0,4	0,7	15	0,2	0,4	ω, E_k
26	2,4	320	19	25	В	4	1,1		0,35	0,5	8	0,35	0,6	ω, φ
27	1,4	200	13	45	Б	3		0,6	0,6	0,8	9	0,35	0,5	ω, h
28	2,6	280	17	0	А	2	0,8		0,5	0,3	7	0,25	0,4	ω, E_k
29	1,1	170	21	40	Г	5		0,7	0,4	1,2	20	0,2	0,25	ω, φ
30	3,1	440	15	50	Д	5	1		0,2	0,4	10	0,2	0,5	ω, h



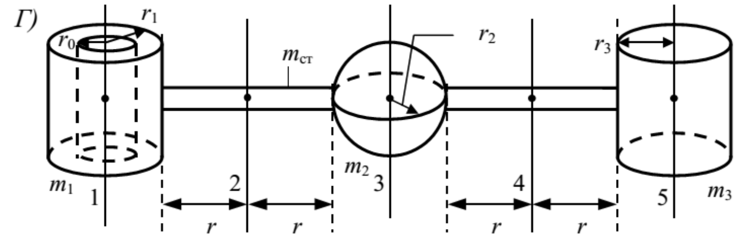
$r = 0{,}4$ м; $m = 0{,}1$ кг; $m_{ст} = 1$ кг; $r_1 = 0{,}3$ м; $r_2 = 0{,}2$ м; $r_3 = 0{,}1$ м



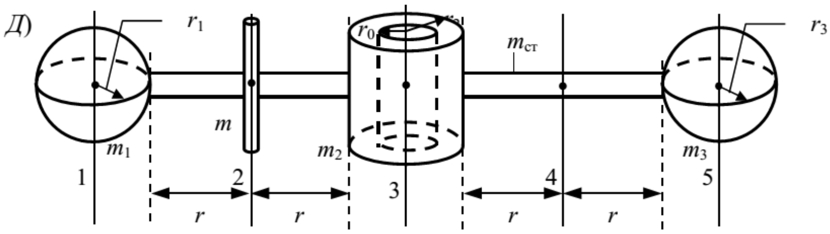
$r_1 = 0{,}1$ м; $m_1 = 0{,}2$ кг; $r_2 = 0{,}2$ м; $m_2 = 0{,}3$ кг; $r = 0{,}21$ м; $m_{ст} = 0{,}4$ кг



$r_1 = 0{,}1$ м; $m_1 = 0{,}2$ кг; $m_2 = 0{,}5$ кг; $r_2 = 0{,}1$ м; $m = m_{ст} = 0{,}25$ кг; $r = 0{,}1$ м; $r_0 = 0{,}05$ м



$r_1 = 0{,}15$ м; $r_0 = 0{,}07$ м; $m_1 = 0{,}2$ кг; $r_2 = 0{,}1$ м; $m_2 = 0{,}25$ кг; $m_3 = 0{,}3$ кг; $r_3 = 0{,}08$ м; $m_{ст} = 0{,}7$ кг; $r = 0{,}12$ м



$m_1 = 0{,}1$ кг; $m_2 = 0{,}2$ кг; $m_3 = 0{,}3$ кг; $m = m_{ст} = 0{,}5$ кг; $r_1 = 0{,}1$ м; $r_2 = 0{,}2$ м; $r_0 = 0{,}1$ м; $r_3 = 0{,}3$ м; $r = 0{,}25$ м

Рис.3. Комбинированные системы тел для вычисления моментов инерции

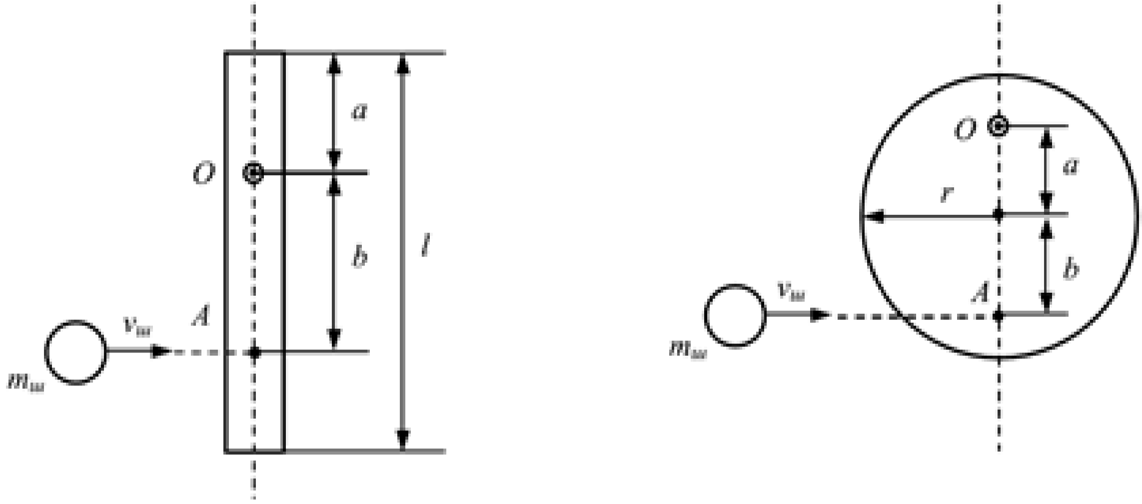


Рис. 4. Вид стержня и диска до взаимодействия с шариком. *O* -точка подвеса; $m_ш$,$v_ш$ -масса и скорость шарика; *l*-длина стержня*;* *r*-радиус диска.

4. Молекулярная физика и термодинамика.

Основные соотношения.

1. Уравнения состояния идеальных газов (Менделеева-Клапейрона):

$$pV = (m/\mu)RT \text{, или } pV = \nu RT,$$

где m - масса газа; μ - его молярная масса; R=8.31 Дж/(моль К) – универсальная газовая постоянная; $\nu = m/\mu$ - количество вещества; T - термодинамическая температура.

2. Закон Дальтона:

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n,$$

где p - давление смеси газов; p_i - парциальное давление i - го компонента смеси; n - число компонентов смеси.

3. Молярная масса смеси газов:

$$\mu = (m_1 + m_2 + \ldots + m_n)/(\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n),$$

где m_i - масса i - го компонента смеси; ν_i - количество вещества i - го компонента смеси.

Количество вещества:

$$\nu = N/N_A,$$

где N - число структурных элементов системы (молекул, атомов, ионов и т.п.); N_A =6,02·10^{23} 1/моль – число Авогадро.

Концентрация частиц (молекул, атомов и т.п.) однородной системы:

$$n = N/V = N_A \rho/\mu,$$

где V - объем системы; ρ- плотность вещества.

Основное уравнение кинетической теории газов:

$$p = (2/3)n\langle\varepsilon_n\rangle,$$

где $\langle\varepsilon_n\rangle = 3kT/2$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Полная энергия молекулы:

$$\langle\varepsilon\rangle = (i/2)kT,$$

где i - число степеней свободы молекулы (i=3 – для одноатомных молекул, i=5 – для двухатомных молекул, i=6 – для многоатомных молекул).

Зависимость давления от концентрации молекул и температуры:

$$p = nkT.$$

Скорость молекул:

средняя квадратичная

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{3kT/m_1} = \sqrt{3RT/\mu};$$

средняя арифметическая

$$\langle v \rangle = \sqrt{8kT/(\pi m_1)} = \sqrt{8RT/(\pi\mu)};$$

наиболее вероятная

$$v_в = \sqrt{2kT/m_1} = \sqrt{2RT/\mu}.$$

Распределение Больцмана (распределение частиц в силовом потенциальном поле):

$$n = n_0 \exp(-U/kT),$$

где n - концентрация частиц с потенциальной энергией U, n_0 - концентрация частиц в точке поля, где U= 0.

Барометрическая формула (распределение давления в однородном поле силы тяжести):

$$p = p_0 \exp(-mgh/kT) = p_0 \exp(-\mu gh/RT),$$

где p - давление в точках с координатой h (высотой) по отношению к уровню, принятому за нулевой; p_0 - давление в точках на нулевом уровне (при h=0); g - ускорение свободного падения.

Распределение Максвелла (распределение по скоростям):

а) число молекул, скорость которых заключена в пределах от v до $v + \mathrm{d}v$,

$$\mathrm{d}N(v) = 4\pi N(m/2\pi kT)^{3/2} \exp(-mv^2/2kT) v^2 \,\mathrm{d}v,$$

N - общее число молекул, m - масса одной молекулы;

б) число молекул, относительные скорости которых заключены в пределах от u до $u + du$:

$$\mathrm{d}N(u) = (4/\sqrt{\pi}) N \exp(-u^2) u^2 \,\mathrm{d}u,$$

где $u = v/v_B$ - отношение скорости v к наиболее вероятной скоростиv_B

Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени:

$$\langle Z \rangle = \sqrt{2\pi} d^2 n \langle v \rangle,$$

где d - эффективный диаметр молекулы; n - концентрация молекул; $\langle v \rangle$ - средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа:

$$\langle l \rangle = 1/(\sqrt{2}\pi d^2 n).$$

Связь между молярной C_m и удельной C теплоемкостями газа:

$$C_m = C\mu,$$

где μ - молярная масса газа.

Молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно равны:

$$C_V = iR/2,\ C_p = (i+2)R/2,\ C_p = C_V + R,$$

где i - число степеней свободы молекулы; R - универсальная газовая постоянная.

Показатель адиабаты:

$$\gamma = C_p / C_V \text{ или } \gamma = (i+2)/i.$$

Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = N\langle \varepsilon \rangle \text{ или } U = \nu C_V T,$$

где N- число молекул газа; $\langle \varepsilon \rangle$ - средняя кинетическая энергия молекул газа; ν- количество вещества.

Работа газа при изотермическом процессе:

$$A = (m/\mu)RT\ln(V_2/V_1),$$

при изобарическом процессе:

$$A = p(V_2 - V_1),$$

при адиабатическом процессе:

$$A = (m/\mu)C_V(T_1 - T_2), \text{ или } A = (m/\mu)[RT_1/(\gamma-1)][1-(V_1/V_2)^{\gamma-1}],$$

где V_1, V_2 - начальный и конечный объемы газа; T_1, T_2 - начальная и конечная температуры газа.

Связь между начальным и конечным значениями параметров состояний газа при адиабатическом процессе:

$$p_2/p_1 = (V_1/V_2)^{\gamma};\ T_2/T_1 = (V_1/V_2)^{\gamma-1};\ \ T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

Первое начало термодинамики [1,2]:

$$\delta Q = \Delta U + \delta A,\ \ \Delta Q = \Delta U + \Delta A$$

В данной работе первое начало термодинамики записывается в виде:

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q - количество теплоты, сообщенное газу; ΔU- изменение его внутренней энергии';
A - работа, совершенная газом против внешних сил.

При изобарическом процессе:

$$Q = \Delta U + A = (m/\mu)C_V\Delta T + (m/\mu)R\Delta T = (m/\mu)C_p\Delta T\,.$$

При изохорическом процессе (A = 0):

$$Q = \Delta U = (m/\mu)C_V\Delta T\,.$$

При изотермическом процессе (ΔU = 0):

$$Q = A = (m/\mu)RT\ln(V_2/V_1).$$

При адиабатическом процессе (Q = 0)

$$A = -\Delta U = -(m/\mu)C_V\Delta T\,.$$

Термический коэффициент полезного действия (К.П.Д.) цикла в общем случае:

$$\eta = (Q_1 - Q_2)/Q_1,$$

где Q_1 - количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя; Q_2 - количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю.

К.П.Д. цикла Карно:

$$\eta = (Q_1 - Q_2)/Q_1, \text{ или } \eta = (T_1 - T_2)/T_1,$$

где T_1, T_2 - температуры нагревателя и охладителя.

Изменение энтропии:

$$\Delta S = \int_A^B \mathrm{d}Q/T\,,$$

где A, B - пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состояниям системы.

Задача 4.1

К заданному газу гелия массой $m_1 = 0.5$ кг при давлении $P_1 = 0.12$ МПа и температуре $T = 310$ К добавили кислорода $m_2 = 0.8$ кг, взятого при той же температуре, что заданный газ. Считая объем неизменным, определить молярную массу и давление смеси.

Решение

Молярная масса смеси определяется формулой:

$$\mu = [(m_1 + m_2)/(\nu_1 + \nu_2)], \quad (1)$$

где $\nu_i -$ количество молей i – го компонента смеси.

Исходя из значений молярных масс гелия $\mu_1 = 4(\text{кг}/\text{кмоль})$ и кислорода $\mu_2 = 32$ $(\text{кг}/\text{кмоль})$, определим значения количества ν_1 и ν_2:

$$\nu_1 = m_1/\mu_1 = 0.125\text{кмоль}; \quad \nu_2 = m_2/\mu_2 = 0.025 \text{ кмоль}. \qquad (2)$$

Подставляя выражения (2) в формулу (1) найдем значение молярной смеси:

$$\mu = 8.7(\text{кг}/\text{кмоль}). \qquad (3)$$

Запишем уравнение состояния идеального газа (Менделеева – Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{\mu}RT = \nu RT. \qquad (4)$$

Из уравнения (4), зная давление гелия $P_1 = 0.12$ МПа, можно определить давление кислорода P_2 при неизменном объеме газов:

$$P_2 = P_1(\nu_2/\nu_1) = 0.12(0.025/0.125) = 0.024 \text{ МПа}. \qquad (5)$$

Используя закон Дальтона $P = P_1 + P_2$, определим значение давления P смеси:

$$P = 0.144 \text{ Мпа}. \qquad (6)$$

Задача 4.2

Для кислорода массой $m = 0.5$ кг при давлении $P = 0.25$ МПа и объеме $V = 0.2\text{м}^3$определить следующие величины: 1. N, n – общее число и концентрацию молекул в системе; 2. $m_1, < \varepsilon >, < p >$ - массу, среднюю энергию и средний импульс одной молекулы; 3. $v_{\text{кв}}, < v >, v_{\text{в}}$ – среднюю квадратичную, среднюю арифметическую и наиболее вероятную скорости молекулы; 4. C_P, C_V – теплоемкости при постоянном давлении и объеме; 5. $< l >, < Z >$ - среднюю длину свободного пробега и среднее число столкновений в единицу времени одной молекулы; 6. U – внутреннюю энергию, ρ – плотность газа.

Решение

Учитывая, что молярная масса молекулы кислорода $\mu = 32(\text{кг}/\text{кмоль})$ можно определить количества вещества:

$$\nu = m/\mu = 15.6 \text{ моль} \qquad (1)$$

Из уравнения состояния идеального газа $PV = (m/\mu)RT = \nu RT$, можно определить температуру газа:

$$T = (PV/\nu R) = 385 \text{ К} \qquad (2)$$

Число молекул в системе найдем, используя формулу

$$N = \nu N_A = 15.6 \cdot 6.02 \cdot 10^{23} = 9.4 \cdot 10^{24}. \qquad (3)$$

Число молекул в единице объема

$$n = N/V = (9.4/2) \cdot 10^{25}(\text{м}^{-3}) = 4.7 \cdot 10^{25} \ (1/\text{м}^3). \qquad (4)$$

Масса одной молекулы равна

$$m_1 = m/N = (0.5/9.4) \cdot 10^{-24}\text{кг} = 5.3 \cdot 10^{-26} \text{ кг}. \qquad (6)$$

Найдем среднеквадратичную, среднюю арифметическую и наиболее вероятную скорости молекулы:

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{3RT/\mu} = \sqrt{3 \cdot 8.31 \cdot 385/0.0032} \ (\text{м}/\text{с}). = 5.5 \ (\text{км}/\text{с}) \qquad (7)$$

$$< v >= \sqrt{8RT/\mu} = \sqrt{8 \cdot 8.31 \cdot 385/0.0032} \ (\text{м}/\text{с}). =8.95 \ (\text{км}/\text{с}) \qquad (8)$$

$$v_{\text{в}} = \sqrt{2RT/\mu} = \sqrt{2 \cdot 8.31 \cdot 385/0.0032} \ (\text{м}/\text{с}) = 4.5 \ (\text{км}/\text{с}). \qquad (9)$$

Вычислим молярные теплоемкости при постоянном давление и объеме $(i = 5)$:

$$C_P = [(i+2)/2]R = 3.5 \cdot 8.31(\text{Дж/моль К}) = 29(\text{Дж/моль К}) \qquad (10)$$

$$C_V = (i/2)R = 2.5 \cdot 8.31(\text{Дж/мольК}) = 21(\text{Дж/моль К}) \qquad (11)$$

Учитывая, что эффективный диаметр молекулы кислорода $d = 0.30$ нм, можем найти среднюю длину свободного пробега и среднее число столкновений в единицу времени одной молекулы:

$$< l >= 1/\left(\sqrt{2\pi}d^2n\right) = 1/(\sqrt{6.28}\,9 \cdot 10^{-20} \cdot 4.7 \cdot 10^{25})\text{м} = 94 \text{ нм}. \qquad (12)$$

$$< Z > = \sqrt{2}\pi d^2 n < v > = < v > / < l > = (8.95/94) \cdot 10^{12}\text{с}^{-1} = 95 \cdot 10^9(\text{с}^{-1}). \quad (13)$$

Плотность газа и внутренняя энергия системы будут равны:

$$\rho = m/V = (0.5/0.2)(\text{кг/м}^3) = 2.5 \ (\text{кг/м}^3) \quad (14)$$

$$U = \nu C_V T = (15.6 \cdot 2.5 \cdot 8.31 \cdot 385)\text{Дж} = 125 \ (\text{кДж}) \quad (15)$$

Задача 4.3

Молекулярный газ кислорода массой $m = 0.036$ кг. находится при давлении $P_1 = 0.20$ МПа и температуре $T_1 = 340$ К. Найти работу A и изменение внутренней энергии ΔU газа и количество теплоты Q, сообщенное газу при переходе в состояние, определяемое процессами; при изохорическом процессе температура возрастает 1.6 раза; при изотермическом - объем возрастает 2.8 раза, при изобарическом – температура возрастает 1.5 раза и при адиабатическом – объем возрастает 3 раза.

Решение

Запишем первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A. \quad (1)$$

При изохорическом процессе $(A = 0)$. Тогда, используя формулу внутренней энергии газа, получим:

$$Q = \Delta U = (m/\mu)C_V(T_2 - T_1), \quad (2)$$

где молярная теплоемкость при постоянном объеме кислорода (отметим, что число степеней свободы $i = 5$) равна

$$C_V = (i/2)R = 20.8 \ (\text{Дж/моль К}), \quad (3)$$

а конечная температура T_2 связана с начальной температурой T_1, согласно условиям задачи, равна:

$$T_2 = 1.6T_1. \quad (4)$$

Подставляя выражения (3) и (4), а также значение молярной массы кислорода $\mu = 32(\text{кг/кмоль})$ в формулу (2) получим:

$$Q = \Delta U = (m/\mu)(i/2)R(0.6)T_1 = 4.8 \ \text{кДж}$$

При изотермическом процессе $(T_1 = T_2 = T, \ \Delta U = 0 \ )$. Запишем формулу работы при изотермическом расширении:

$$A = (m/\mu)RTln(V_2/V_1), \quad (5)$$

где, согласно условию задачи, $V_2/V_1 = 2.8$. Из первого начала термодинамики (1) следует, что все количество теплоты, сообщенное газу, расходуется на совершение работы против внешних сил:

$$Q = A = (m/\mu)RTln(V_2/V_1) = 3.3 \ \text{кДж}.$$

Перейдем к изобарическому процессу $(p_1 = p_2 = p = const)$. При изобарическом расширении работа, совершенная газом будет равна:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1). \quad (6)$$

Если использовать уравнение Клапейрона-Менделеева:

$$pV = (m/\mu)RT \ ,$$

то для двух наших состояний газа получим:

$$pV_1 = (m/\mu)RT_1 \ ; \quad pV_2 = (m/\mu)RT_2,$$

откуда

$$V_2 - V_1 = (mR/\mu p)(T_2 - T_1).$$

Тогда формула (6) изобарического процесса примет вид:

$$A = (mR/\mu)(T_2 - T_1). \quad (7)$$

По условию задачи $T_2 = 1.5T_1$ из (7) находим работу, совершенную газом:

$$A = 0.5(m/\mu)RT_1 = 1.64 \ \text{кДж}.$$

Изменение внутренней энергии газа определяется формулой (2). Тогда в нашем случае находим:

$$\Delta U = 0.5(m/\mu)(i/2)RT_1 = 4.1 \text{ кДж}.$$

Из первого начала термодинамики (1) получим величину количества теплоты, сообщенную газу:

$$Q = 5.74 \text{ кДж}.$$

Рассмотрим адиабатический процесс $(Q = 0)$. Из первого начала термодинамики (1) следует:

$$A = -\Delta U, \tag{8}$$

т.е. внешняя работа совершается за счет изменения внутренней энергии газа. Формула (2) для изменения внутренней энергии газа приводит выражение (8) к виду:

$$A = -\Delta U = -(m/\mu)C_V(T_2 - T_1) \tag{9}$$

Запишем уравнение адиабатического процесса, называемое также уравнением Пуассона [1]

$$pV^{\gamma} = const, \tag{10}$$

где

$$\gamma = C_P/C_V = (C_V + R)/C_V = (i+2)/i \tag{11}$$

называют показателем адиабатического процесса (или коэффициентом Пуассона). Для молекулы кислорода $\gamma = 1.4$.

Для перехода к переменным T, V исключим из (10) с помощью уравнения Клапейрона - Менделеева $pV = (m/\mu)RT$ давление

$$TV^{\gamma-1} = const. \tag{12}$$

Из (12) следует $T_2/T_1 = (V_1/V_2)^{\gamma-1}$, а (11) позволяет определить молярную теплоемкость при постоянном объеме $C_V = R/(\gamma - 1)$. Подставляя их в формулу (9) нетрудно получить:

$$A = -\Delta U = [RT_1/(\gamma - 1)](m/\mu)[1 - (V_1/V_2)^{\gamma-1}]. \tag{13}$$

Подставляя в формулу (13) числовые значения физических величин найдем работу газа при адиабатическом расширении:

$$A = 83 \text{ кДж}.$$

Задача 4.4

Идеальный двухатомный газ имеет начальное состояние: $P_1 = 0.25$ МПа; $V_1 = 0.4$ м^{3}и $T_1 = 240$ К. совершает цикл, состоящих из двух изохор и двух изобар, при этом давление и объем увеличиваются в n = 1.3 раз. Во сколько раз работа, совершаемая при таком цикле, меньше работы, совершаемой в цикле Карно, изотермы которого соответствуют наибольшей и наименьшей температурам рассматриваемого цикла, если при изотермическом расширении объем увеличивается в $n = 3$ раза. Найти К.П.Д. обоих циклов.

Решение

Уравнение Менделеева-Клапейрона для идеальных газов:

$$PV = (m/\mu)RT = \nu RT, \tag{1}$$

позволяет определить число молей заданного газа:

$$\nu = (P_1V_1/RT_1) = 25 \text{ молей} \tag{2}$$

По условию задачи при изохорическом переходе из состояния 1 в состояние 2 давление будет равно: $P_2 = 1.3P_1 = 0.325$ МПа. Исходя из уравнения (1) и учитывая, что при изохорическом процессе объем остается постоянным, нетрудно получить соотношение: $T_2/T_1 = P_2/P_1$, которое позволяет определить температуру в состоянии 2: $T_2 = 1.3T_1 = 312$ К. Таким образом, в плоскости (P, V) для состояния 1 имеем следующие параметры: (P_1 =250 кПа, $V_1 = 0.4$м^3, $T_1 = 240$ К.). Состояние 2 имеет следующие параметры: ($P_2 = = 325$ кПа, $V_2 = 0.4$ м^3, $T_2 = 312$К). Смотри рисунок $5_{\text{А}}$.

Определим теплоту, полученную газом при изохорическом переходе из состояния 1 в состояние 2. Из первого начала термодинамики $(\delta Q = dU + \delta A)$при изохорическом расширении, теплота идет на увеличение его внутренней энергии. Формула для количества теплоты $Q_{1\to 2}$ имеет вид:

$$Q_{1-2} = (m/\mu)c_V(T_2 - T_1) = \nu(i/2)R(T_2 - T_1), \qquad (3)$$

где число степеней свободы для одноатомного газа $i = 5$. Из формулы (3) находим:

$$Q_{1\to 2} = 37.4 \text{ кДж}. \qquad (4)$$

Запишем формулу работы за цикл для заданного газа:

$$A = \int_{V_2}^{V_3} PdV = P_2(V_3 - V_2) - P_1(V_3 - V_2).$$

По условию задачи объем в точке 3 равен: $V_3 = 1.3V_2 = 0.52$ м^3. Тогда формула для работы за цикл, после подстановки числовых значений величин получим:

$$A = 9 \text{ кДж}. \qquad (5)$$

При нахождении количества теплоты $Q_{2\to 3}$, сообщенной газу при изобарическом расширении из состояния 2 в состояние 3 будем исходить из первого начала термодинамики ($\delta Q = dU + \delta A$) и запишем в виде

$$Q_{2-3} = (m/\mu)c_P(T_3 - T_2). \qquad (6)$$

Для определения количества теплоты, сообщенной газу при изобарическом расширении, как следует из формулы (6) необходимо знать величину температуры в состоянии 3. Используя уравнения Менделеева-Клапейрона для состояний 2 и 3 ($P_2V_2 = \nu RT_2$; $P_3V_3 = \nu RT3$нетрудно записать выражение:

$$V_3 - V_2 = \nu(R/P_2)(T_3 - T_2) = (1.3V_1 - V_1),$$

которое позволяет определить температуру газа в состоянии 3:

$$T_3 = T_2 + [(P_2/\nu R)(0.52 - 0.4)] = 500\text{К}. \qquad (7)$$

Тогда формула (6) позволяет определить количество теплоты, сообщенное газу при изобарическом расширении:

$$Q_{2\to 3} = \nu R[(i+2)/2](T_3 - T_2) = 136.7 \text{ кДж}. \qquad (8)$$

Из формул (4) и (8) следует, что тепло полученное газом от нагревателя для рассмотренного цикла равно:

$$Q_1 = Q_{1\to 2} + Q_{2\to 3} = 174 \text{ кДж}.$$

Коэффициент полезного действия (К.П.Д.) определяется формулой:

$$\eta = A/Q_1.$$

Подстановка значений величин работы, совершенной за цикл и величину теплоты, полученной газом от нагревателя, получим:

$$\eta = 0.052.$$

Рассмотрим цикл Карно, состоящий из двух изотерм ($\boldsymbol{T_1 = 500}$К; $\boldsymbol{T_2 = 240}$ К) и двух адиабат, построенный в плоскости$(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{V})$. Изотерма при расширении переходит из состояния 1 в состояние 2. В плоскости (P, V) точка 1 имеет следующие параметры: $T_1 = 500$ К; $P_1 = 325$ кПа; $V_1 = 0.4$м^3. В точке 2, согласно условию задачи,$V_2 = 3V_1 = 1.2$ м^3. Так как для изотермического процесса температура $T = const$. Следовательно, изотермический процесс описывается законом Бойля-Мариотта: $PV = const.$, что позволяет записать для точки 2 величину давление:

$$P_2 = P_1(V_1/V_2) = 108 \text{ (кПа)}.$$

Итак, для точки 2 имеем следующие параметры: $T = T_1 = 500$ К; $P_2 = 108$ кПа; $V_2 = 1.2$ м^3.

Так как при изотермическом процессе внутренняя энергия $U = 0$, то, согласно первого начала термодинамики, количество теплоты, полученное от нагревателя, определяется формулой работы при изотермическом расширении из состояния 1 в состояние 2:

$$A_{1-2} = \nu RT_1 ln(V_2/V_1) = Q_1.$$

Подставляя в эту формулу числовые значения физических величин и производя расчет, получим:

$$A_{1-2} = Q_1 = 114 \text{ кДж}. \qquad (9)$$

Перейдем к рассмотрению адиабатического расширения при переходе из состояния 2 в состояние 3.Будем полагать, что объем при адиабатическом расширении объем увеличивается в n= 1.25 раз. Тогда величина объема в точке 3 будет равна:

$$V_3 = 1.25V_2 = 1.5 \text{ м}^3.$$

Применив уравнение Пуассона: $PV^{\gamma} = const$ к адиабатическому расширению из состояния 2 в состояние 3 для давления в точке 3 получим следующую формулу:

$$P_3 = P_2(V_2/V_3)^{\gamma}. \quad (10)$$

Подставляя численные значения физических величин для объемов и давления и производя расчет, получим для величины давления в точке 3 следующее значение:

$$P_3 = 79 \text{ кПа}.$$

Таким образом, для точки 3 имеем следующие параметры: $P_3 = 79$ кПа; $V_3 = 1.5$ м^3; $T = T_2 = 240$ К. Исходя из уравнения Пуассона $PV^{\gamma} = const.$ и переходя к переменным P, T и T, V, исключив из уравнения (1) Клапейрона-Менделеева соответственно давление или объем, придем к следующим соотношениям [2]:

$$T^{\gamma}P^{1-\gamma} = const., \quad TV^{\gamma-1} = const. \quad (11)$$

Применив второе соотношение (11) для адиабат 2-3 и 4-1, получим:

$$T_1V_2^{\gamma-1} = T_2V_3^{\gamma-1}; T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_4^{\gamma-1},$$

откуда находим:

$$V_2/V_1 = V_3/V_4.$$

Отсюда найдем значение объема в точке 4:

$$V_4 = V_3(V_1/V_2) = 1.5(0.4/1.2)\text{м}^3 = 0.5 \text{ м}^3. \quad (12)$$

Так как переход $3 - 4$ является изотермическим, используя закон Бойля-Мариотта, получим:

$$P_4V_4 = P_3V_3,$$

найдем величину давления в точке 4:

$$P_4 = P_3(V_3/V_4) = 79(1.5/0.5) = 237 \text{ кПа}.$$

Таким образом, для точки 4 имеем следующие параметры: P_4= 237 кПа; $V_4 = 0.5$ м^3; $T = T_2 = 240$ К. Полученные параметры для точек 1 – 4 позволяют построить в плоскости (P,V) цикл Карно (см. рис. 5б).

При адиабатическом расширении 2 – 3, так как теплообмен с окружающей средой отсутствует, работа совершается за счет изменения внутренней энергии и определяется формулой:

$$A_{2-3} = -\nu C_V(T_2 - T_1). \quad (13)$$

Определим формулу работы при изотермическом сжатии 3 – 4, которая, согласно первому началу термодинамики, равна количеству теплоты Q_2, отданное газом холодильнику:

$$A_{3-4} = \nu RT_2 ln(V_4/V_3) = \nu RT_2 ln(V_1/V_2) = -Q_2.$$

Подставив сюда численные значения физических величин, после расчета, найдем значение работы при изотермическом сжатии 3 – 4, а также количество теплоты Q_2, отданное газом холодильнику:

$$A_{3-4} = -Q_2 = -54.8 \text{ кДж}. \quad (14)$$

Работа при адиабатическом сжатии определится формулой:

$$A_{4-1} = -\nu RC_v(T_1 - T_2) = -A_{2-3}. \quad (15)$$

При записи формулы (15) исходили из (13).

Работа, совершаемая в результате кругового цикла определяется формулой:

$$A = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1} = Q_1 + A_{2-3} - Q_2 - A_{2-3} = Q_1 - Q_2 \quad (16)$$

Подставляя в формулу (16) значения величин, определяемые формулами (9) и (14) получим:

$$A = Q_1 - Q_2 = 59.2 \text{ кДж}. \quad (17)$$

Перейдем к определению коэффициента полезного действия для нашего цикла Карно:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\nu R T_1 ln(V_2/V_1) - \nu R T_2 ln(V_3/V_4)}{\nu R T_1 ln(V_2/V_1)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \tag{18}$$

Подставляя в формулу (18)соответствующие значения велин получим:

$$\eta = (59.2/114) = 0.52; \;\; \eta = (500 - 240)/500 = 0.52.$$

Таким образом К. П. Д. цикла Карно больше К. П. Д. заданного цикла. Заметим, что работа заданного цикла, согласно выражению (5), равна 9 кДж, а соответствующая величина для цикла Карно в соответствии с выражением (17) равна 59.2 кДж. Тогда находим, что работа цикла Карно больше работы заданного цикла в 6.6 раз.

Задача 4.5

По данным предыдущей задачи вычислить изменение энтропии за первую половину обоих циклов.

Решение

Изменение энтропии при равновесном переходе газа из состояния i в состояние j равно::

$$\Delta \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{i \to j}} = \int_i^j \frac{\delta Q}{T} = \int_i^j \frac{\mathrm{d}U + \delta A}{T}. \tag{1}$$

Формула (1) позволяет определить изменение энтропии изохорического процесса при переходе из состояния 1 в состояние 2 а:

$$\Delta \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{1-2}} = \int_1^2 \frac{\boldsymbol{dU}}{\boldsymbol{T}} = (\boldsymbol{m}/\boldsymbol{\mu})\, \boldsymbol{c_V} \int_{T_1}^{T_2} \frac{\boldsymbol{dT}}{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{i}/\boldsymbol{2})\boldsymbol{Rln}(\boldsymbol{T_2}/\boldsymbol{T_1}).$$

Подставляя числовые значения физических величин и производя расчет, получим:

$$\Delta \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{1-2}} = 136.3 \text{ (Дж/К)} \tag{2}$$

В случае изобарического расширения, учитывая, что $\boldsymbol{\delta Q} = \boldsymbol{\delta A} = \boldsymbol{p}\mathbf{d}\boldsymbol{V}$, для изменения энтропии получим:

$$\Delta \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{2\to 3}} = \int \frac{\boldsymbol{\nu R T}(\mathbf{d}\boldsymbol{V}/\boldsymbol{V})}{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{\nu R} \int_{V_2}^{V_3} \frac{\mathbf{d}\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{\nu R ln}(\boldsymbol{V_3}/\boldsymbol{V_2}).$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$\Delta \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{2-3}} = \mathbf{54.5} \text{ (Дж/К)}$$

(3)

Изменение энтропии за первую половину цикла, состоящего из двух изохор и двух изобар, при переходе из изохорического состояния $(\mathbf{1} \to \mathbf{2})$ в изобарическое $(\mathbf{2} \to \mathbf{3})$ имеем:

$$\Delta \boldsymbol{S} = \Delta \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{1\to 2}} + \Delta \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{2\to 3}} = \mathbf{190.8} \text{ (Дж/К)}$$

(4)

Перейдем к определению изменения энтропии за первую половину цикла Карно, состоящий из перехода изотермического состояния 1 в состояние 2:

$$\Delta \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{1\to 2}} = \int \frac{\boldsymbol{\delta A}}{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{\nu R} \int_{V_1}^{V_2} \frac{\mathbf{d}\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{V}}.$$

(5)

При получении формулы (5) положили, что $\mathbf{d}\boldsymbol{U} = (\boldsymbol{m}/\boldsymbol{\mu})\boldsymbol{c_V}\mathbf{d}\boldsymbol{T} = \mathbf{0}$, так как $\boldsymbol{T} = \boldsymbol{const}$. Используя значения величин, приведенных в предыдущей задаче, для цикла Карно, получим:

$$\Delta \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{1\to 2}} = \boldsymbol{\nu R ln}(V_2/V_1) = \mathbf{228} \text{ (Дж/К)}.$$

Учитывая, что для цикла Карно при адиабатическом расширении изменение энтропии $\Delta \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{2}\to\boldsymbol{3}} = \boldsymbol{0}$, так как $\boldsymbol{\delta Q} = \boldsymbol{0}$. Следовательно, изменение энтропии за первую половину цикла Карно (см. рис.5б) равно:

$$\Delta \boldsymbol{S} = 228 \text{ К}. \qquad (7)$$

Задание №4 «Молекулярная физика и термодинамика»

1. К массе 0,5 кг имеющегося газа при заданных давлении *p*, объеме *V* или температуре *T* добавили 0,2 кг кислорода, взятого при той же температуре, что и заданный газ. Считая объем неизменным, определить давление смеси и ее молярную массу.

2. При заданных значениях давления, объема и температуры, а также массы газа 0,5 кг, определить физические величины, указанные в таблице 4: N, n - общее число и концентрация молекул в системе; $m_1, \langle \varepsilon \rangle, \langle p \rangle$ - масса, средняя энергия и средний импульс одной молекулы; $\langle v_{кв} \rangle, \langle v \rangle, v_в$ - средняя квадратичная, средняя арифметическая и наиболее вероятная скорости молекулы; C_p, C_V - теплоемкости при постоянном давлении и объеме; $\langle l \rangle, \langle Z \rangle$ - средняя длина свободного пробега и среднее число столкновений в единицу времени одной молекулы; *U* - внутренняя энергия системы, *C*- удельная теплоемкость, ρ- плотность газа.

3. Определить величину работы *A*, изменение внутренней энергии системы Δ*U*, количество теплоты *Q*, сообщаемое системе при переходе ее из заданного состояния (*p*, *V*, *T*) в состояние, определяемое указанным процессом (табл.4); при изохорическом процессе температура возрастает в 1,5 раза; при изотермическом объем возрастает в 2 раза, при изобарическом – температура возрастает 2 раза, при адиабатическом – объем возрастает в 3 раза.

4. Газ с заданным начальным состоянием (*p*, *V*, *T*) совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар, при этом давление и объем увеличиваются в *n* раз (значение *n* принимается из таблицы 4). Во сколько раз работа, совершаемая при таком цикле, меньше работы, совершаемой в цикле Карно, изотермы которого соответствуют наибольшей и наименьшей температурам рассматриваемого цикла, если при изотермическом расширении объем увеличился в *n* раз. Найти к.п.д. обоих циклов.

5. По данным предыдущей задачи вычислить изменение энтропии за первую половину обоих циклов.

Таблица 4

№ вар.	p, МПа	V, м^3	T, К	Газ	Искомые величины в задаче 2	Процесс в задаче №3	n
1	0,1	0,3		He	N, C	Изохорический	1,5
2		1	300	H_2	n, ρ	Изотермический	1,7
3	0,2		350	N_2	m_1, C	Изотермический	1,9
4	0,5	2		CO	$\langle\varepsilon\rangle$, ρ	Изобарический	2,17
5		0,2	500	CO_2	$\langle v_{кв}\rangle$, C	Изотермический	2,5
6	0,15	0,1		SO_2	$\langle v\rangle$, C	Изохорический	2,7
7	0,3		400	Ne	$v_в$, ρ	Изобарический	3
8	0,45	0,2		Ar	C_p, $\langle\varepsilon_{вр}\rangle$	Изобарический	1,8
9	0,1	0,13		Cl_2	C_v, $\langle\varepsilon_{вр}\rangle$	Изохорический	1,4
10		0,05	450	N_2O	U	Адиабатический	1,5
11	0,25		500	CO	$\langle\varepsilon\rangle$, C	Изотермический	2,1
12	0,18	0,03		Ne	$\langle Z\rangle$	Адиабатический	2,6
13		0,025	600	Ar	$\langle p\rangle$	Изотермический	2,2
14	0,3	0,02		CO_2	$v_в$, C	Изохорический	2,05
15		0,5	350	He	$\langle l\rangle$	Адиабатический	2,3
16		0,04	500	N_2	n, C	Изохорический	1,6
17	0,4	0,16		H_2	N, ρ	Изохорический	1,8
18		0,01	300	Cl_2	U	Изотермический	2,5
19	0,2		350	SO_2	$\langle\varepsilon\rangle$, C	Адиабатический	2,9
20	0,17	0,015		N_2O	$\langle p\rangle$, ρ	Изохорический	2,1
21		0,12	400	NO	U	Изотермический	1,75
22	0,1	0,18		C_2H_2	C_p, $\langle\varepsilon_{вр}\rangle$	Адиабатический	1,45
23	0,16		300	H_2	$\langle Z\rangle$	Изобарический	2,25
24	0,5	0,15		Ar	$\langle l\rangle$	Изохорический	2,45
25	0,15	0,4		Ne	m_1, ρ	Изохорический	2,15
26		1	150	He	N, ρ	Изотермический	1,85
27	0,4	0,8		N_2	$\langle l\rangle$	Адиабатический	2,35
28		0,25	550	CO	$v_в$, C	Изохорический	2,65
29	0,01	0,07		C_2H_2	$\langle\varepsilon\rangle$, ρ	Изобарический	2,85
30		0,5	320	Cl_2	$v_{кв}$, C	Адиабатический	1,95

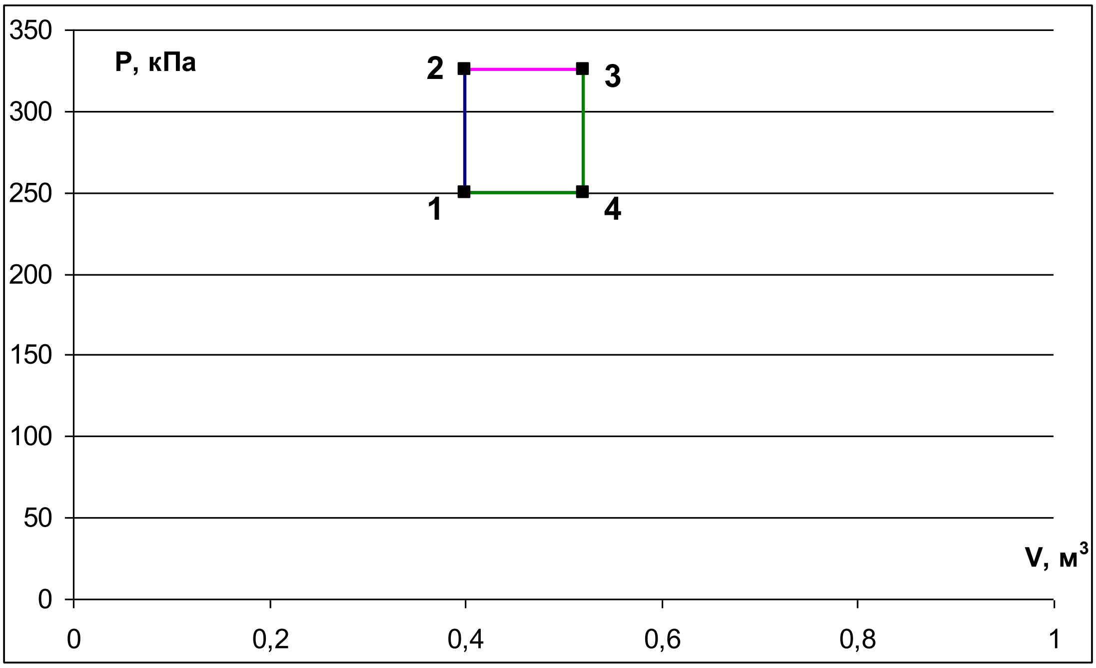


Рис. 5а. К задаче 4.4.

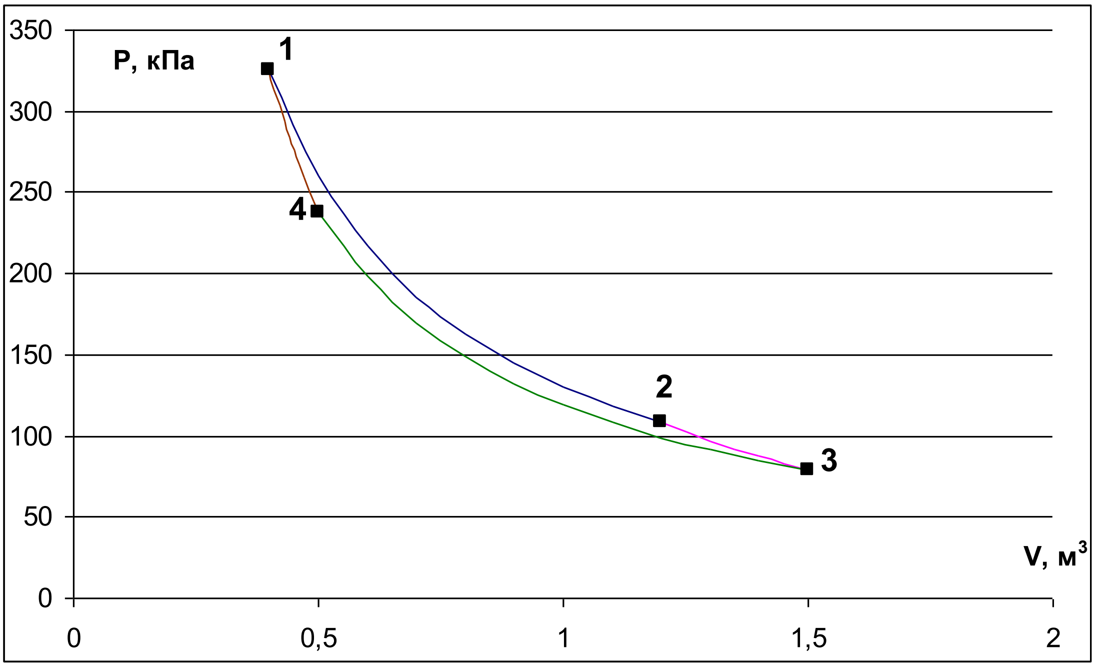


Рис. 5б. Цикл Карно. К задаче 4.4.

Литература

1. И.В. Савельев. Курс физики. Т.1. Механика. Молекулярная физика. – СПб. Издательство «Лань», 2008.

2. Т.И. Трофимова. Курс физики. М., Академия, 2007.

3. Рогачев Н.М. Курс физики: Учебное пособие. – СПб. Издательство «Лань», 2010.

4. Чертов А.Г., Воробьев А.А., Задачник по физике. М.: <<Физматлит>>, 2008г., 640 с.

5. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. 431с.