

Министерство образования и науки Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт энергетики и транспортных систем

Работа допущена к защите
Заведующий кафедрой
_____ В.Я.Фролов
«___» _____ 2018г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

**Разработка технологии индукционного нагрева стальной трубы
диаметром 20 мм под пластическую деформацию для линии гибки
труб**

Выполнил
студент гр. 43215/1

А.С.Овчарук

Руководитель
доцент, к.т.н.

С.Г. Зверев

Санкт-Петербург
2018

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Название института

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

В.Я. Фролов

« » _____ 2018 г.

ЗАДАНИЕ

по выполнению выпускной квалификационной работы

студенту

Овчаруку Антону Сергеевичу, группа 43215/1

1. Тема работы: Разработка технологии индукционного нагрева стальной трубы диаметром 20 мм
2. Срок сдачи студентом законченной работы:

3. Исходные данные по работе: диаметр заготовки 20 мм, материал – сталь, температура на поверхности закаливаемой детали 1300 °С, температура на глубине закаливаемой детали 1250 °С, относительная магнитная проницаемость стали 16
4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов): выбор рабочей частоты индукционной закалки; тепловой расчет цилиндра под закалку (в том числе рассчитать мощность, передаваемую в деталь, скорость перемещения детали относительно индуктора); электрический расчет индуктора (в том числе эквивалентное сопротивление индуктора, ток и напряжение на индукторе, емкость конденсаторной батареи колебательного контура); электротепловой расчет индуктора с деталью в программе Comsol Multiphysics; сравнение результатов, полученных аналитическим методом, с результатами численного моделирования.
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): чертеж расчетной области, включающей индуктор с деталью, для численного моделирования; распределение температуры в расчетной области; временная зависимость изменения температуры на поверхности детали

6. Консультанты по работе:

7. Дата выдачи задания _____

Руководитель ВКР

(подпись)

инициалы, фамилия

Задание принял к исполнению _____

(дата)

Студент _____

(подпись)

инициалы, фамилия

РЕФЕРАТ

ИНДУКЦИОННЫЙ НАГРЕВ, МОДУЛИРОВАНИЕ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА, ГИБКА ТРУБ, НАГРЕВ ПЕРЕД ИЗГИБОМ, COMSOL MULTIPHYSICS

Цель работы – Разработка технологии индукционного нагрева стальной трубы диаметром 20 мм путем проведения расчетов по аналитическому и численному методу.

Задачи:

- 1) выбрать рабочую частоту индукционного нагрева
- 2) выполнить тепловой расчет цилиндра под нагрев (в том числе рассчитать мощность, передаваемую в деталь, скорость перемещения детали относительно индуктора)
- 3) выполнить электрический расчет индуктора (в том числе эквивалентное сопротивление индуктора, ток и напряжение на индукторе, емкость конденсаторной батареи колебательного контура)
- 4) по рассчитанным данным построить модель индуктор-заготовка в программе Comsol Multiphysics и выполнить электротепловой расчет
- 5) сравнить результаты, полученные аналитическим методом, с результатами численного моделирования

THE ABSTRACT

INDUCTION HEATING, MODULATION OF INDUCTION-HEATING HEATING, PIPE FLEXIBILITY, HEATING BEFORE BEND, COMPLEX MULTIPHYSICS

The aim of the work is to develop the technology of induction heating of a steel pipe with a diameter of 20 mm.

Tasks:

- 1) select the operating frequency of induction heating
- 2) perform thermal calculation of the cylinder for heating (including calculate the power transferred to the part, the speed of movement of parts relative to the inductor)

- 3) perform an electrical calculation of the inductor (including the equivalent resistance of the inductor, the current and voltage on the inductor, the capacitance of the capacitor bank of the oscillatory circuit)
- 4) based on the calculated data, build the inductor-blank model in the Comsol Multiphysics program and perform the electro-thermal calculation
- 5) compare the results obtained by the analytical method with the results of numerical simulation

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1. Актуальность темы.....	7
Глава 2. Каткие теоретические сведения	8
2.1. Принципиальная схема индукционной системы индуктор-деталь	9
2.2. Законы и явления, используемые при индукционном нагреве проводящих материалов	11
2.2.1. Поверхностный эффект в проводящем теле с плоской поверхностью.....	11
2.2.2. Эффект близости	21
2.2.3. Изменение свойств стали в процессе нагрева.....	23
2.2.4. Кольцевой эффект	26
2.2.4. Распределение плотности тока в индуктирующем проводе и нагреваемой детали	28
2.2.5. Влияние магнитопроводов на распределение тока в проводниках	29
Глава 3. Расчет нагрева цилиндра под пластическую деформацию	34
3.1. Исходные данные для расчета	34
3.2. Выбор частоты.....	35
3.3. Тепловой расчет нагрева цилиндра под пластическую деформацию	39
3.4. Электрический расчет индуктора	42
3.4. Результаты расчетов.....	48
Глава 4. Построение модели в программе COMSOL Multiphysics 5.2 .	52
4.1. Создание модели	53
4.2. Исходные данные	53
4.3. Построение геометрии	53
4.4. Выбор материалов	54
4.5. Физика модели.....	54
4.6. Сетка	55

4.7. Настройки вычисления	56
4.8. Результаты.....	56
Заключение	52
Библиографический список.....	61
Приложение	60

Глава 1. Актуальность темы

Индукционный нагрев проводящих материалов широко используется в промышленном производстве и в научных исследованиях. Преимущества индукционного нагрева обусловлены рядом постоянно действующих факторов:

- высоким качеством нагрева из-за быстроты процесса, отсутствием загрязнений, достижимостью любых температур.
- гибкостью и высокой точностью управления вследствие малой инерционности процесса;
- повышения качества продукции, увеличения производительности, сбережением материальных, трудовых и энергетических ресурсов за счет уменьшения потерь материала в процессе нагрева,;
- уменьшением вредных воздействий на окружающую среду и улучшением условий труда обслуживающего персонала.

Глава 2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Установки высоких частот для индукционного нагрева металлов мощностью от нескольких до 10000 кВт и более и частотой от 50 Гц до 1760 кГц (табл. 2.1) применяются при плавке металлов, закалке деталей машин и инструментов, при пайке и наплавке металла, термической обработке разнообразных изделий, при создании и использовании высокочастотной безэлектродной плазмы при индукционном нагреве металлических заготовок перед пластической деформацией.

Таблица 2.1 Частоты, разрешенные при использовании индукционного нагрева, а также созданные источники питания

Частота, Гц	Источники питания	
	Выходное напряжение, В	Мощность, кВт
50	220; 380; 6 000; 10 000	Без ограничений
500	800	800
1 000	800	800; 1 600
2 500	400; 800	50–500
4 000	400; 800	50–350
8 000	400; 800	50–350
10 000	400; 800	50–350
22 000	200–300	0,1–5,0
66 000	400; 8 000	60; 160
220 000	8 000	250; 400; 630; 1 000
440 000	8 000	250; 400; 630; 1 000
1 760 000	8 000	60

Во всех этих случаях используется воздействие высокочастотного электромагнитного поля на проводящие материалы и среды, созданное с помощью индукционной системы индуктор-деталь.

2.1 Принципиальная схема индукционной системы индуктор-деталь

Принципиальная схема индукционной системы индуктор-деталь приведена на рис. 2.1.

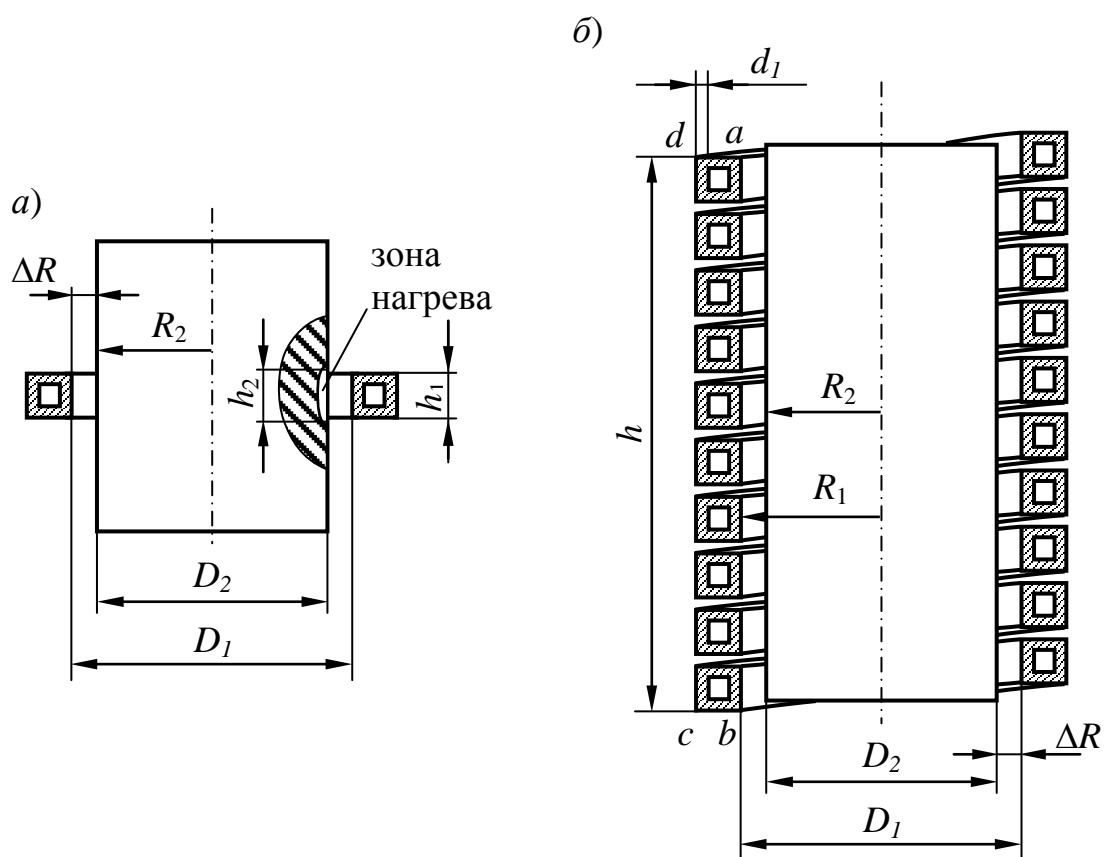


Рисунок 2.1. Индуктор: *a* — для нагрева участка длиной h_2 на цилиндре бесконечной длины ($h_2 \approx h_1$), *б* — отрезок длиной h системы индуктор-деталь бесконечной длины ($h = h_1 = h_2$)

Индуктор может быть одновитковым или многовитковым. Так как ток во всех витках имеет вокруг оси сонаправлен, магнитное поле всех витков суммируется. При этом силовые линии магнитного поля в соответствии с правилом буравчика направлены вдоль оси индуктора и замыкаются во внешнем пространстве (рис. 2.2, *a*).

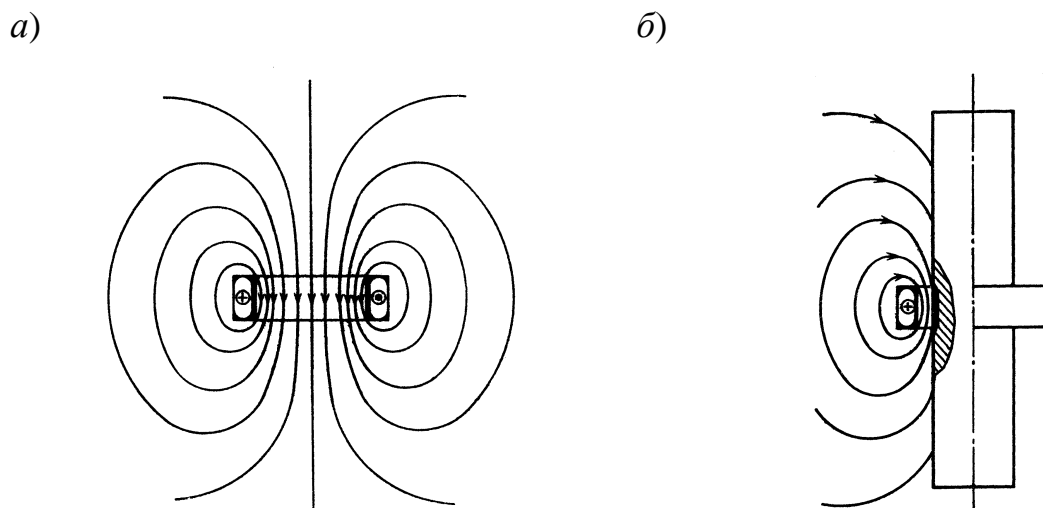


Рисунок 2.2. Магнитное поле индуктора: *a* —пустого цилиндрического индуктора, *б* — индуктора с заготовкой

В проводящей заготовке (рис. 2.2, *б*) по закону электромагнитной индукции возникает встречный ток по отношению к току индуктора и в зависимости от его частоты в большей или меньшей степени вытесняет магнитное поле из объема, занимаемого заготовкой.

2.2 Законы и явления, используемые при индукционном нагреве проводящих материалов

Метод индукционного нагрева основан на использовании (или учете) законов электромагнитной индукции и полного тока, а также следующих явлений:

- поверхностный эффект;
- эффект близости;
- кольцевой или катушечный эффект;
- влияние магнитопроводов и медных экранов на распределение тока в проводнике;
- изменение свойств материалов при изменении температуры и напряженности магнитного поля;
- возникновение электромагнитных сил при взаимодействии высокочастотных электромагнитных полей нескольких проводников.

2.2.1 Поверхностный эффект в проводящем теле с плоской поверхностью

Поверхностный эффект является основой метода индукционного нагрева, в особенности при поверхностной закалке. Он выражается в неравномерном распределении тока по сечению проводника, при котором наибольшая плотность тока наблюдается у поверхности проводника.

При решении задачи о распределении электромагнитного поля внутри проводника исходными уравнениями являются основные уравнения электромагнитного поля, полученные Максвеллом и носящие его имя. В общем случае эти уравнения имеют вид:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (0.1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (0.2)$$

где \vec{H} — напряженность магнитного поля, А/м; \vec{J} — плотность тока проводимости, А/м²; $\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$ — вектор электрического смещения, Кл/м² ($\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — диэлектрическая проницаемость вакуума; ε — относительная диэлектрическая проницаемость); \vec{E} — напряженность электрического поля, В/м; $\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$ — магнитная индукция, Тл ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная проницаемость вакуума; μ — относительная магнитная проницаемость).

Рассмотрим поверхностный эффект на примере падения плоской электромагнитной волны на полуограниченное металлическое тело с плоской поверхностью (рис. 2.3). Будем считать, что размеры поверхности и глубина тела бесконечны, а его физические свойства постоянны во всех точках.

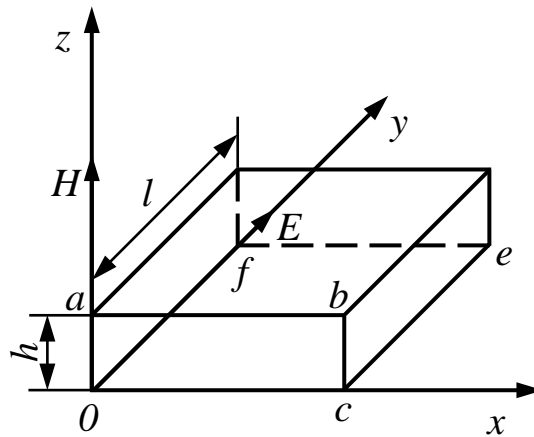


Рис.2.3. Векторы поля плоской электромагнитной волны на поверхности полуограниченного пространства

Запишем допущения для этого случая:

1. Поле принимается квазистационарным. Это означает, что запаздывания электромагнитной волны в воздухе не происходит (но не в металле; в металле запаздывание электромагнитной волны есть).

В иной формулировке: длина электромагнитной волны в воздухе много больше максимального геометрического размера системы.

2. Расчет установившихся электромагнитных процессов проводится для величин, изменяющихся во времени по гармоническому закону. При этом расхождение при расчете интегральных и распределенных параметров не велико.

3. Потери на гистерезис при нагреве ферромагнитных тел много меньше, чем на вихревые потери. Поэтому принимается, что зависимость $\mu(H)$ — однозначная и вещественная величина.

4. Потери на гистерезис и вихревые токи в магнитопроводе не оказывают влияние на электромагнитное поле вне его, и их можно учитывать отдельно при расчете теплового режима магнитопровода.

5. Размеры полуограниченного пространства с плоской поверхностью намного больше глубины проникновения.

6. Магнитная проницаемость материала μ и его удельное сопротивление ρ — будут постоянны во всем исследуемом объеме.

7. Граничные условия: напряженность магнитного поля на границе, разделяющей металл и воздух, одинакова и равна H_{me} .

Принятые допущения позволяют решать одномерную электромагнитную задачу для полуограниченного пространства (рис. 2.3), свойства которого постоянны во всем исследуемом объеме.

Уравнения (1.1) и (1.2) выражают законы полного тока и электромагнитной индукции в дифференциальной форме соответственно. Второе слагаемое в правой части уравнения (1.1) представляет собой плотность тока смещения, почти всегда в проводнике можно пренебречь.

Так как в плоской волне векторы \vec{H} и \vec{E} имеют лишь по одной составляющей (в рассматриваемом случае H_z и E_y — см. рис. 1.3.), то уравнения (1.1) и (1.2) упростятся:

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = J_y = \frac{E_y}{\rho} = \gamma E_y, \quad (0.3)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\mu_0 \mu \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (0.4)$$

где ρ — удельное сопротивление, Ом·м; γ — удельная проводимость, 1/(Ом·м).

В дальнейшем индексы «у» и «z» будут опускаться. Если \vec{E} и \vec{H} — синусоидальные функции времени, то

$$\left. \begin{aligned} \dot{H} &= H_m \cdot e^{j(\omega t + \theta_H)} = H_m \cdot e^{j\theta_H} \cdot e^{j\omega t} = \dot{H}_m \cdot e^{j\omega t}, \\ \dot{E} &= E_m \cdot e^{j(\omega t + \theta_E)} = E_m \cdot e^{j\theta_E} \cdot e^{j\omega t} = \dot{E}_m \cdot e^{j\omega t}, \end{aligned} \right\} \quad (0.5)$$

где H_m и E_m , \dot{H}_m и \dot{E}_m — вещественные и комплексные амплитуды напряженности магнитного и электрического полей соответственно; θ_H и θ_E — соответствующие начальные фазы; ω — круговая частота.

Подставляя выражения (1.5) в уравнения (1.3) и (1.4), получим:

$$-\frac{\partial \dot{H}_m}{\partial x} = j_m = \gamma \dot{E}_m, \quad (0.6)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_m}{\partial x} = -\mu_0 \mu \cdot j\omega \dot{H}_m, \quad (0.7)$$

После подстановки в уравнение (1.7) выражения для \dot{E}_m из уравнения (1.6), получим:

$$\frac{d^2 \dot{H}_m}{dx^2} = j\omega \cdot \mu_0 \mu \gamma \dot{H}_m = j \cdot 2k^2 \dot{H}_m, \quad (0.8)$$

$$k = \frac{1}{\Delta} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu \gamma}{2}},$$

где Δ — глубина проникновения тока, м:

$$\Delta = \sqrt{2/(\omega \mu_0 \mu \gamma)} = \sqrt{2\rho/(\omega \mu_0 \mu)} \approx 503 \cdot \sqrt{\rho/(\mu f)}. \quad (0.9)$$

Решение уравнения (1.8) имеет вид:

$$\dot{H}_m = A \cdot e^{\alpha_1 x} + B \cdot e^{\alpha_2 x}.$$

Коэффициенты α_1 и α_2 находятся из характеристического уравнения, они равны:

$$\alpha_1 = -k \cdot \sqrt{2 \cdot j} = -k \cdot (1 + j),$$

$$\alpha_2 = k \cdot \sqrt{2 \cdot j} = k \cdot (1 + j).$$

Выражение для \dot{H}_m может содержать только слагаемое с отрицательным коэффициентом α_1 , так как иначе \dot{H}_m будет неограниченно увеличиваться с увеличением x , что невозможно.

Таким образом, решение будет иметь вид:

$$\dot{H}_m = A \cdot e^{-k \cdot (1+j) \cdot x}.$$

При $x = 0$ имеем $\dot{H}_m = \dot{H}_{me} = A$, т.е. амплитуда напряженности равна своему значению на поверхности \dot{H}_{me} . Выбрав начало отсчета времени так, что при $x = 0$ значение $\theta_H = 0$, получим $\dot{H}_{me} = H_{me}$. Тогда выражение для \dot{H}_m примет вид:

$$\dot{H}_m = H_{me} \cdot e^{-k \cdot (1+j) \cdot x} = H_{me} \cdot e^{-(1+j) \cdot x/\Delta}. \quad (0.10)$$

Из уравнения (1.6) определим:

$$\dot{E}_m = \rho \dot{J}_m = -\rho \frac{d\dot{H}_m}{dx} = \underbrace{\sqrt{2} \cdot \frac{\rho}{\Delta} H_{me} \cdot e^{j \cdot \pi/4} \cdot e^{-(1+j) \cdot x/\Delta}}_{\dot{E}_{me}}. \quad (0.11)$$

Отсюда можно найти выражение для плотности тока:

$$\dot{J}_m = \frac{\dot{E}_m}{\rho} = \underbrace{\sqrt{2} \cdot \frac{H_{me}}{\Delta} \cdot e^{j \cdot \pi/4} \cdot e^{-(1+j) \cdot x/\Delta}}_{\dot{J}_{me}}. \quad (0.12)$$

Зависимости $\frac{H_m}{H_{me}} = \frac{E_m}{E_{me}} = \frac{J_m}{J_{me}}$ от относительной глубины x/Δ

приведены на рис. 1.4.

На глубине $x = \Delta$: $\frac{J_m}{J_{me}} = \frac{E_m}{E_{me}} = \frac{H_m}{H_{me}} = \frac{1}{e} = 0.368$. Это соотноше-

ние указывает на условность названия глубина проникновения тока. Одна-

ко использование этой величины позволяет упростить многие расчеты, в частности, расчет сопротивлений.

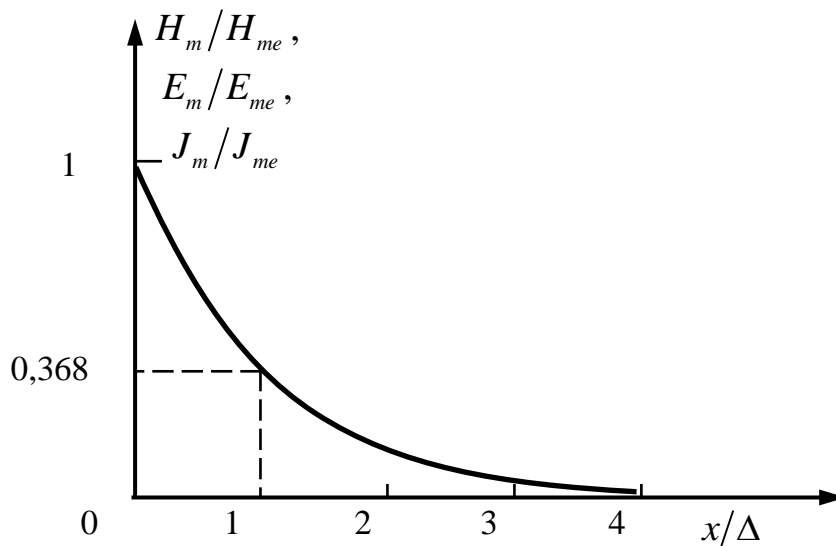


Рис. 2.4. Зависимость напряженностей электрического и магнитного полей, а также плотности тока, от глубины

Понятие глубины проникновения Δ в выражениях (1.9)–(1.12) очень важно. В слое толщиной Δ проходит примерно 85,89% полного тока и выделяется 86,5% мощности. Можно упростить расчеты, введя понятие глубины проникновения. Необходимо заменить экспоненциальное распределение — более простым, прямоугольным, т.е. считать, что весь ток течет только в слое глубиной Δ с равномерной плотностью $J_{me}/\sqrt{2}$, и за пределами этого слоя плотность тока равна нулю. Это означает, что при тепловом расчете индукционного нагрева плоской заготовки (при том, что ее размеры гораздо больше, чем глубина проникновения) энергия выделяется в слое Δ и равномерно распределена в нем.

Кроме того, довольно просто определяется внутреннее электрическое сопротивление параллелепипеда длиной l , шириной h и толщиной Oc (рис. 2.3):

$$\dot{z} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}.$$

Воспользовавшись законом электромагнитной индукции для контура $OcefO$ на рис. 2.3 и полного тока для контура $OabcO$, получим:

$$\dot{U}_m = j\omega\dot{\Phi}_m = l \cdot \dot{E}_{me},$$

$$\dot{I}_m = I_m = h \cdot H_{me}.$$

Подставив выражения для \dot{U}_m и \dot{I}_m , получим:

$$\dot{z} = \frac{l}{h} \cdot \frac{\dot{E}_{me}}{H_{me}}.$$

Подставив выражение для \dot{E}_{me} из (1.11), получим:

$$\dot{z} = \sqrt{2} \cdot \rho \cdot \frac{l}{h \cdot \Delta} \cdot e^{j \cdot \pi/4} = r + j \cdot x_M.$$

Необходимо иметь в виду, что x_M — внутреннее индуктивное сопротивление параллелепипеда, оно определяется магнитным потоком, проходящим внутри *металла* (поэтому использован индекс «м»).

Модуль электрического сопротивления, активное и внутреннее индуктивное сопротивления равны:

$$z = \sqrt{2} \cdot \rho \cdot \frac{l}{h \cdot \Delta}, \quad r = x_M = \rho \cdot \frac{l}{h \cdot \Delta}. \quad (0.13)$$

При этом Δ : электрическое сопротивление полубесконечной среды при тех допущениях, которые мы приняли, равно сопротивлению полосы толщиной Δ .

Важными частными случаями формулы (1.9) для глубины проникновения, широко используемыми на практике, являются:

1) Глубина проникновения в материал индуктора — медь при температуре 20–50 °С. Для меди $\rho = 2 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, $\mu = 1$. Тогда:

$$\Delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 3,14 \cdot f \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1}} = \frac{0,07}{\sqrt{f}}. \quad (0.14)$$

2) Глубина проникновения в сталь при $T > 750$ °С (горячая глубина проникновения).

В этом случае $\rho = 10^{-6}$ Ом·м и $\mu = 1$. Тогда:

$$\Delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3,14 \cdot f \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1}} = \frac{0,5}{\sqrt{f}}. \quad (0.15)$$

2.2.2 Эффект близости

На рис. 2.5 показаны приблизительные картины магнитных полей двух проводников с прямоугольным сечением, для случая сонаправленных (рис. 2.5, *a*,) и разнонаправленных (рис. 2.5, *б*, разность фаз равна 180°) токов.

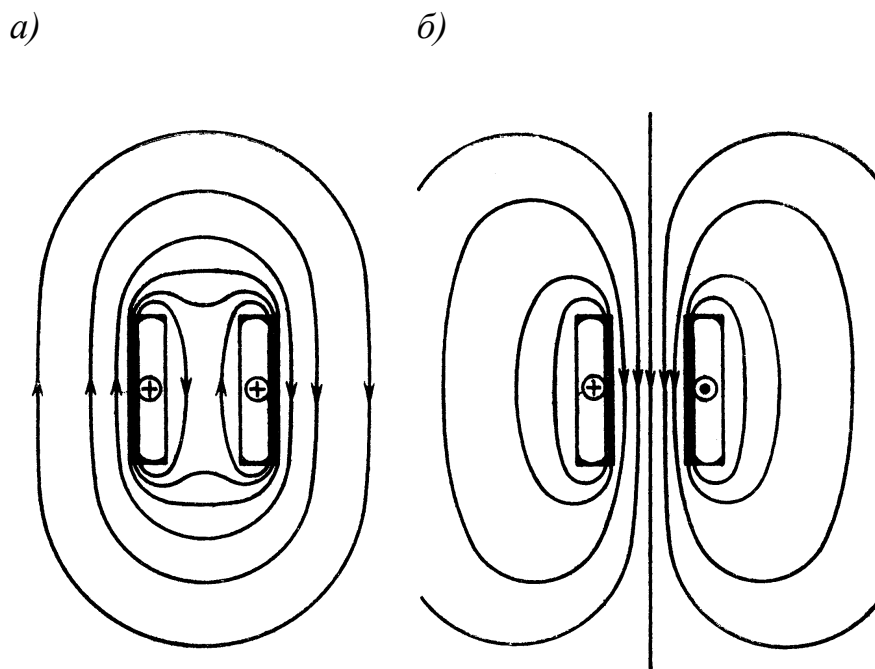


Рис. 2.5. Картина магнитного поля и распределение тока при эффекте близости: *a* — одинаково направленные токи, *б* — встречно направленные токи

Из рис. 2.5 видно, что наибольшая напряженность поля в системе с сонаправленными токами будет у внешних поверхностей проводников, а в системе с противоположно направленными токами — у внутренних поверхностей.

Главная часть электромагнитной энергии, которую поглощает проводник, поступает в него из зоны сильного поля, в связи с чем там будет

расположена и зона с наибольшей плотностью тока, как это показано на рис. 2.5 (здесь глубина зачерненного слоя пропорциональна глубине проникновения). Распределение тока по глубине подчиняется разобранному выше закономерностям поверхностного эффекта. Сам эффект близости представляет собой разновидность поверхностного эффекта и заключается в концентрации тока в определенных зонах поверхности проводников в результате общего взаимодействия электромагнитных полей всех проводников с током.

Используя эффект близости, можно концентрировать нагрев в определенных частях поверхности обрабатываемой детали, изменяя форму индуктора. Например, если индуктор представляет собой кольцо, охватывающее нагреваемую деталь, то в детали индуцируется ток, также по кольцевому пути. Ток концентрируется в полосе, шириной приблизительно равной ширине индуктора.

Чем меньше расстояние между проводниками, тем эффект близости проявляется сильнее, а также чем сильнее проявляется поверхностный эффект, т.е. чем больше отношение толщины проводника к глубине проникновения тока.

2.2.3 Изменение свойств стали в процессе нагрева

При нагреве стали изменяются ее удельное сопротивление и магнитная проницаемость, причем удельное сопротивление возрастает вплоть до точки магнитных превращений, после чего его рост замедляется.

Отметим, что при температуре выше 800°C , удельные сопротивления сталей различных сортов почти одинаковы. В среднем можно принять, что удельное сопротивление в интервале температур $800\text{--}900^{\circ}\text{C}$ приблизительно равно 10^{-6} Ом·м.

Зависимость удельного сопротивления от температуры для стали с содержанием углерода $0,4\text{--}0,5\%$ приведена на рис. 2.6. Из кривой видно, что в промежутке $15\text{--}800^{\circ}\text{C}$ удельное сопротивление увеличивается примерно в 5 раз.

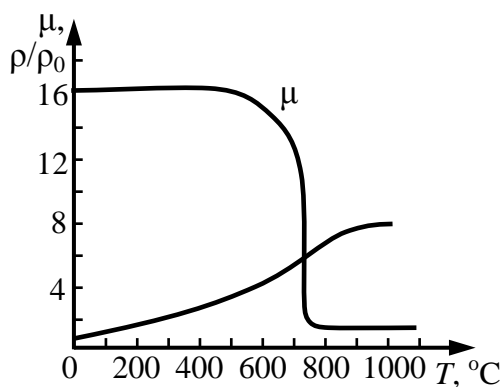


Рис. 2.6. Зависимость относительной магнитной проницаемости и удельного сопротивления от температуры для стали 45

Магнитная проницаемость слабо зависит от температуры примерно до 650–700°C, после чего резко уменьшается и достигает величины, приблизительно равной магнитной проницаемости вакуума. Обычно считается, что она падает скачком. Примерная зависимость относительной магнитной проницаемости от температуры также приведена на рис. 2.6. Исходное значение магнитной проницаемости принято равным 16, что объясняется применением при индукционном нагреве чрезвычайно сильных магнитных полей. Нередко исходное значение относительной магнитной проницаемости составляет 5–6. Поэтому глубина проникновения тока в сталь возрастает при нагреве в 3–4 и более раз.

При нагреве сталь теряет магнитные свойства, прогреваясь от слоя к слою, от поверхности внутрь. Распределение плотности тока, искажается, а металл становится как бы двухслойным. Весьма приближенно можно считать, что распределение плотности тока изобразится линией, состоящей из отрезков двух экспонент.

Первая экспонента соответствует стали, нагретой выше точки магнитных превращений. Вторая экспонента соответствует стали, обладающей магнитными свойствами.

Более подробное рассмотрение выражений (1.21) и (1.26) показывает, что кривая в наружном слое идет более полого из-за частичного отражения электромагнитной энергии, проникающей в металл, от внутренней границы слоя. При таком характере распределения плотности тока выделение энергии в нагреваемом слое, и, следовательно, нагрев его происходят более равномерно.

Излом кривой ярко выражен, если глубина прогретого слоя x_k меньше горячей глубины проникновения тока Δ_k . В этом случае происхо-

дит быстрый нагрев, без сильного перепада температуры в слое, который нагревается и с малыми тепловыми потерями, затраченными на нагрев сердцевины.

На рис. 2.7 представлены распределения плотности тока и температуры при индукционном нагреве под поверхностную закалку.

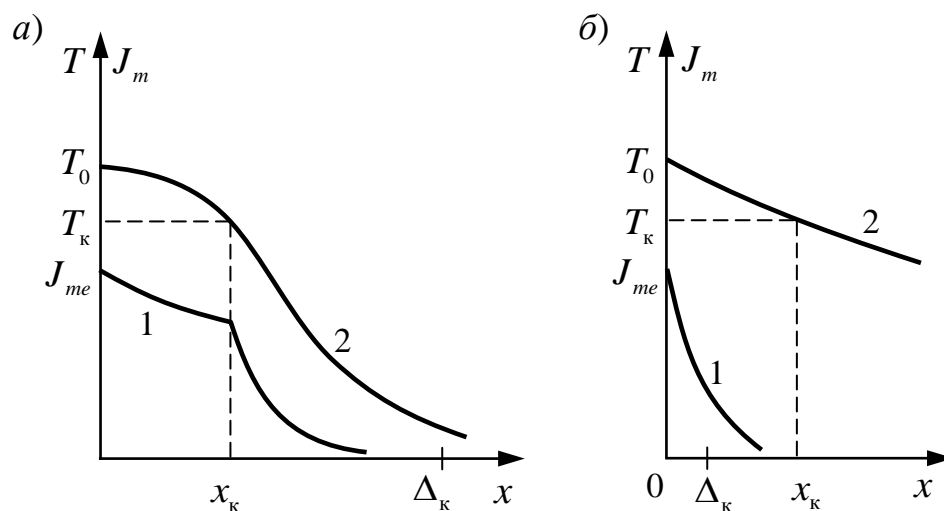


Рис. 2.7. Распределение плотности тока и температуры по сечению детали при индукционном нагреве: *a* — нагрев глубинного типа ($\Delta_k > x_k$);

б — нагрев поверхностного типа ($\Delta_k < x_k$);

1 — $J_m = f(x)$; 2 — $T = f(x)$; T_0 — температура поверхности; T_k — температура магнитных превращений (расчетная температура закалки)

Режим на рис. 2.7, *a* соответствует режиму нагрева при $\Delta_k > x_k$, называемому глубинным. При этом режиме нагрева время мало и роль теплопроводности в значительной мере снижена, хотя она и проявляется в процессе нарастания нагретого слоя.

Режим на рис. 2.7, б соответствует случаю $\Delta_k < x_k$. Здесь время нагрева велико и основную роль играет теплопроводность так же, как и при нагреве внешними источниками тепла, например, в печи или соляной ванне. Такой тип нагрева называют чисто поверхностным. Он характеризуется большими тепловыми потерями, чем глубинный. Время нагрева при том же перепаде температуры в нагреваемом слое резко возрастает и становится приблизительно таким же, как при нагреве с внешними источниками тепла. Этот тип нагрева является невыгодным.

2.2.4 Кольцевой эффект

Известно, что если проводник свернуть в кольцо или спираль и пропустить через него переменный ток, то наибольшая его плотность будет на внутренней спирали проводника. Это явление называется кольцевым эффектом. При этом чем больше радиальная высота проводника по отношению к диаметру кольца и чем ярче выражен поверхностный эффект, тем сильнее выражен кольцевой эффект.

Кольцевой эффект, являющийся также разновидностью поверхностного эффекта, объясняется асимметрией магнитного поля витка или соленоида.

Во внутренней полости (рис.2.8) оно значительно сильнее, чем снаружи, из-за чего бо́льшая часть электромагнитной энергии поступает в проводник изнутри.

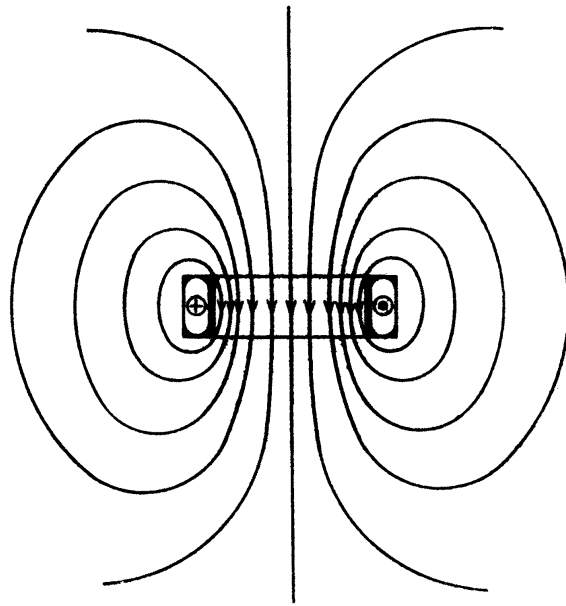


Рис. 2.8. Магнитное поле
пустого индуктора

Кольцевой эффект повышает активное сопротивление проводников, ухудшая использование сечения проводников. При расчете сопротивления цилиндрических и овальных индукторов, с нагреваемой деталью внутри, можно принимать, что ток сконцентрирован лишь на внутренней стороне провода. Усиление магнитного поля внутри индуктора вместе с эффектом близости увеличивает эффективность нагрева деталей, охваченных индуктором. В данном случае кольцевой эффект полезен, несмотря на увеличение активного сопротивления индуктирующего провода. Однако он затрудняет нагрев внутренних поверхностей, так как действует противоположно эффекту близости вследствие уменьшается напряженность магнитного поля у нагреваемой поверхности.

2.2.5 Распределение плотности тока в индуктирующем проводе и нагреваемой детали

На рис. 2.9 приведена картина магнитного поля индуктора, с металлическим цилиндром внутри.

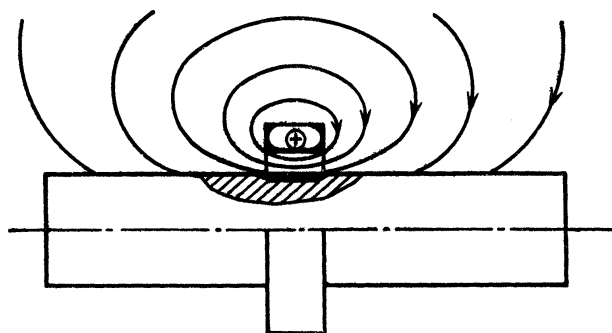


Рис. 2.9. Магнитное поле индуктора, внутри которого помещена нагреваемая деталь

Ток в индукторе вследствие кольцевого эффекта и эффекта близости сосредоточен на его внутренней поверхности в большей ее части с почти равномерной плотностью, которая несколько увеличивается к углам провода. Это объясняется тем, что нити тока, лежащие на углах провода, которые охватывает меньший магнитный поток, чем тот, который находится в средней части, и в этих нитях индуктируется меньшая противо-ЭДС, чем в нитях, расположенных в средней части провода.

Наоборот, в цилиндре ток протекает именно под воздействием ЭДС, наведенной в цилиндре. Эта ЭДС тем больше, чем больше магнитный поток, связанный с рассматриваемой кольцевой нитью тока. Из картины поля

видно, нити тока, расположенные в средней плоскости индуктора, где и наблюдается максимальная поверхностная плотность тока, связаны с наибольшим магнитным потоком. За пределами индуктирующего провода, индуктированный ток быстро спадает.

Таким образом, ток, индуктированный в цилиндре, сосредоточен в полосе шириной, которая не сильно отличается от ширины индуктора. Обычно мы будем считать, что ширина этой полосы, для краткости называемой *активной*, приблизительно равна ширине индуктора.

2.2.6 Влияние магнитопроводов на распределение тока в проводниках

Если проводник, по которому пропускается ток высокой частоты, окружить с трех сторон ферромагнитным материалом (рис. 1.13), имеющим большое электрическое удельное сопротивление (феррит или расслоенное железо), то распределение тока в проводнике резко изменится.

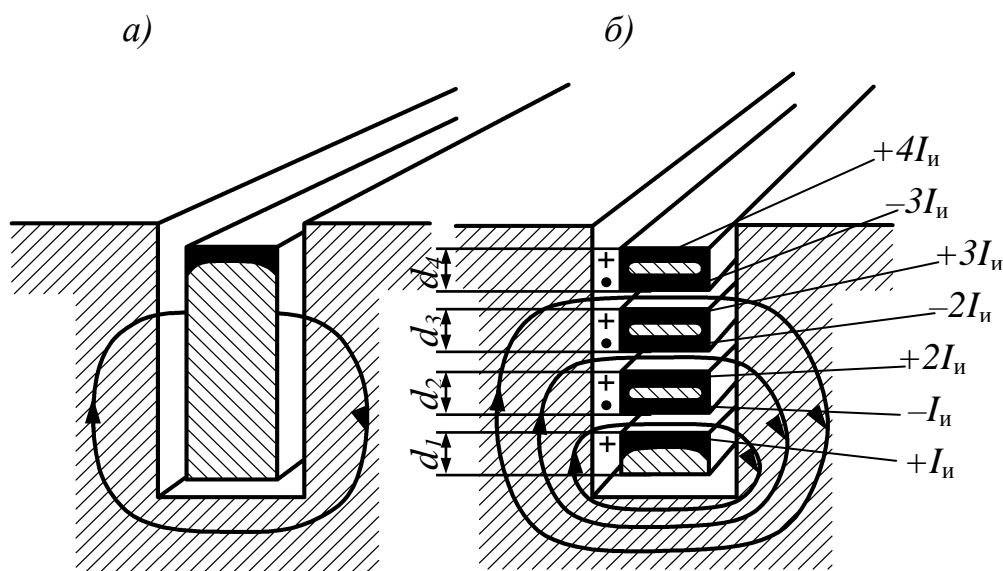


Рис. 2.10. Расположение проводников в пазу магнитопровода:

a — одного проводника, *б* — четырех проводников

Можно считать с достаточной для практики точностью, что почти весь ток будет стянут к открытой кромке проводника. Вытеснение тока приводит к увеличению активного и реактивного сопротивлений. Таким образом, разомкнутая магнитная цепь вокруг проводника приводит к перераспределению тока по его сечению и тем сильнее, чем больше глубина паза и частота тока, проходящего по проводнику.

Если же в пазу находятся несколько проводников, включенных последовательно (рис. 2.10, б), то каждый виток, кроме нижнего, находится не только в собственном переменном магнитном поле, но и в поле всех нижележащих проводников. При этом, если глубина проникновения тока много меньше толщины проводников, ток нижнего проводника наводит ток встречного направления на нижней поверхности второго проводника. Этот наведенный ток идет по нижней поверхности проводника до конца магнитопровода и по верхней поверхности возвращается. В результате этого при сохранении тока индуктора на нижней поверхности верхнего проводника течет встречный ток, равный $3I_{\text{и}}$, а на верхней поверхности верхнего проводника течет ток $4I_{\text{и}}$. Это резко увеличивает потери в многовитковом многослойном индукторе.

Примерно такие же явления происходят при использовании многослойных индукторов для нагрева цилиндрических заготовок. Однако в последние годы найдены оптимальные соотношения между толщиной проводника d для каждого слоя и глубиной проникновения тока Δ_1 : толщина нижнего слоя d_1 может быть больше глубины проникновения, но толщины остальных проводников выбираются из условия: $d_2 = 0,84 \Delta_1$, $d_3 = 0,64 \Delta_1$, $d_4 = 0,54 \Delta_1$ и т.д. Естественно, что такие соотношения мо-

гут быть реализованы лишь при низких частотах, например, 50 Гц, и позволяют даже снизить потери в многослойных индукторах.

На рис. 2.11 приведен поперечный разрез индуктора с магнитопроводом и картина магнитного поля.

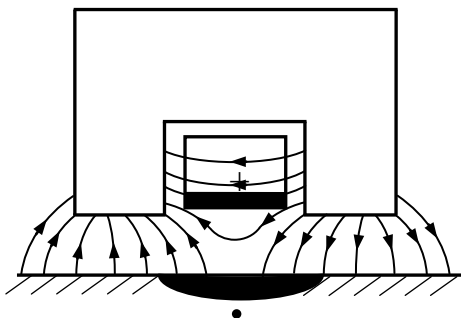


Рис. 2.11. Разрез индуктирующего провода с магнитопроводом из трансформаторной стали

Индукция в магнитопроводе обычно равна 0,15–0,8 Тл. Поэтому внутри магнитопровода относительная магнитная проницаемость μ достаточно велика, и его магнитным сопротивлением можно пренебречь. Можно считать, что магнитное сопротивление определяется лишь величиной зазоров между башмаками магнитопровода и деталью.

С помощью магнитопровода можно изменять распределение наведенного в детали тока: концентрация тока в детали повышается. Поверхностная плотность тока в нагреваемой детали под индуктором на ширине паза магнитопровода изменяется сравнительно мало и быстро падает за пределами паза под башмаками.

Особенно необходим магнитопровод при нагреве внутренней поверхности (рис. 2.12).

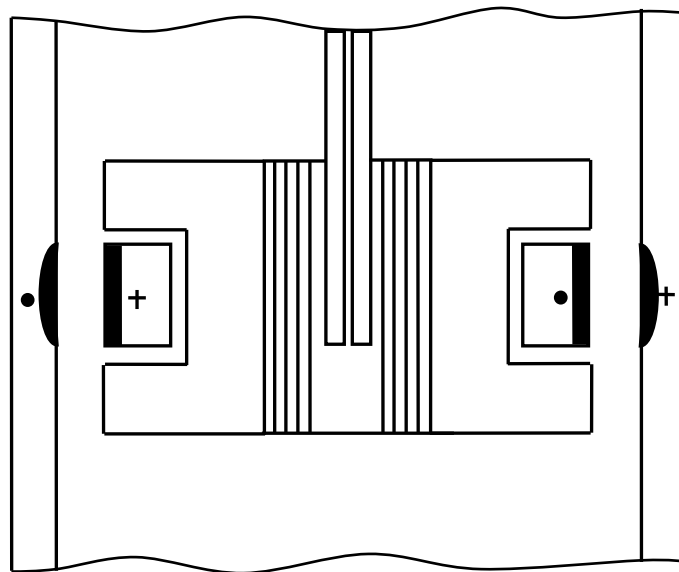


Рис. 2.52. Разрез индуктора с магнитопроводом для нагрева внутренней поверхности

Использование кольцевого индуктора без магнитопровода для нагрева внутренней поверхности нецелесообразно. За счет кольцевого эффекта ток на индуктирующем проводе течет на внутренней поверхности. Это резко увеличивает рассеяние. При использовании магнитопровода ток вытесняется на наружную поверхность (рис. 2.12) и эффективность нагрева детали повышается.

Поскольку в магнитопроводе за счет вихревых токов и потерь на гистерезис выделяется значительная мощность, его практически всегда нужно охлаждать водой. Для изготовления магнитопроводов, используемых при частотах звукового диапазона (0,5–10 кГц) применяют пластины толщиной $(0,1–0,35) \cdot 10^{-3}$ м, сделанные из кремнистой трансформаторной стали с термостойким изоляционным покрытием. Толщина пластины вы-

бирается в зависимости от частоты, индукции и интенсивности охлаждения. Для частот 0,5–2,5 кГц применяют пластины толщиной $(0,35–0,2) \cdot 10^{-3}$ м, а для частот 8–10 кГц — толщиной $(0,2–0,1) \cdot 10^{-3}$ м. Магнитопроводы, применяемые в устройствах с частотой радиодиапазона (70 кГц и выше), изготавливают из феррита.

В последние годы создан магнитоэлектрический материал флакстрол, работающий при частотах от 50 Гц до 50 кГц (Флакстрол-«А»), от 10 до 500 кГц (Флакстрол-«50») и от 10 до 3000 кГц (Ферротрон-«559»). Флакстрол легко обрабатывается, хорошо работает в трехмерных полях, имеет малые потери, может работать при высоких (до 250 °С) температурах. Однако он производится только одной фирмой (Флакстрол, США) и дорог.

Глава 3. РАСЧЕТ НАГРЕВА ЦИЛИНДРА ПОД ПЛАСТИЧЕСКУЮ ДЕФОРМАЦИЮ

3.1 Исходные данные для расчета

При проектировке машиностроительной детали и разработке процесса ее производства с использованием нагрева и пластической деформации обычно выбирается диаметр заготовки, ее длина, а также рассчитывается температура на поверхности, допустимая разница температур на поверхности и по оси заготовки. Ниже приведена система многовитковый индуктор - заготовка (Рис.3.1)

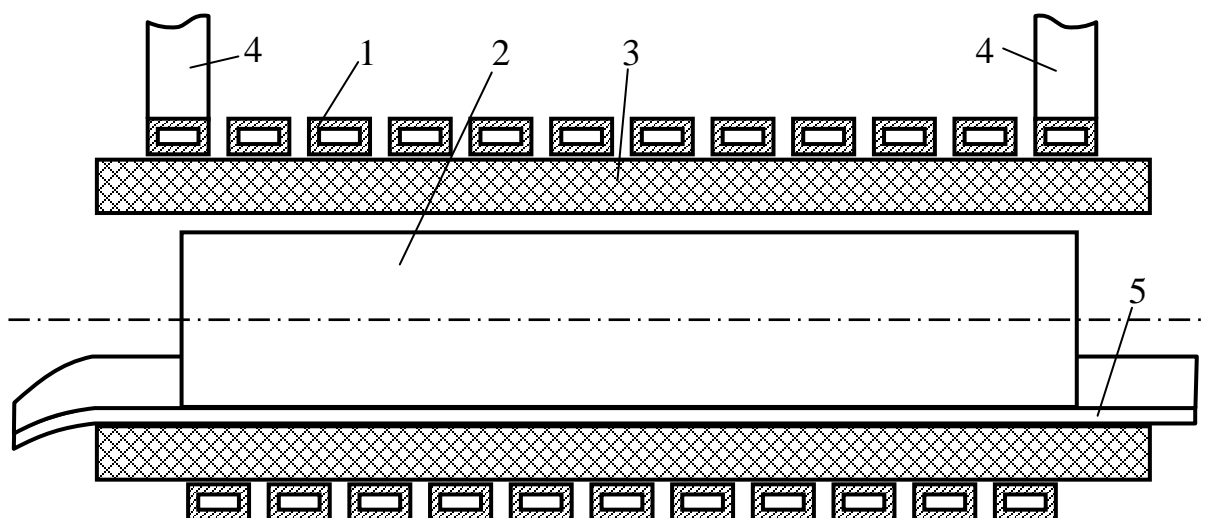


Рисунок.3.1. Система индуктор–заготовка (1 — многовитковый индуктор с электрической изоляцией, 2 — заготовка, 3 — тепловая изоляция, 4 — токоподводы, 5 — направляющая)

- Диаметр нагреваемой цилиндрической заготовки: $D_2 = 20 \cdot 10^{-3}$ м (радиус $R_2 = 10 \cdot 10^{-3}$ м).
- Длина заготовки: $h_2 = 0,3$ м.
- Температура на поверхности: $T_0 = 1300$ °С.
- Разность температур на поверхности и на оси: $\Delta T = 50$ °С.

- Свойства материала заготовки — средние в интервале температур 20–1300 °С (при $T = 800$ °С):
- удельное электрическое сопротивление $\rho_2 = 10^{-6}$ Ом·м;
- теплопроводность $\lambda = 33,5$ Вт/(м·град);
- теплоемкость $c = 6,68 \cdot 10^2$ Дж/(кг·град);
- температуропроводность $a = 6,4 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

При выполнении курсовой работы необходимо:

- выбрать частоту тока для реализации сквозного нагрева перед пластической деформацией;
- произвести тепловой расчет и рассчитать время нагрева t_k и удельную мощность p_0 ;
- сделать электрический расчет индуктора;
- определить интегральные параметры установки для индукционного нагрева.

3.2 Выбор частоты

Выбор частоты при сквозном нагреве определяют два основных фактора: 1) электрический КПД индуктора, который не должен сильно отличаться от предельного; 2) минимальное время нагрева (чтобы уменьшить окалину и увеличить производительность)

Максимальная глубина проникновения тока соответствует прогреву сечения цилиндра выше точки магнитных превращений. Поэтому целесообразно при выборе частоты принимать $\mu = 1$ и $\rho_2 = 10^{-6}$ Ом·м, что примерно соответствует температуре 800...850 °С. Тогда можно считать ρ и μ постоянными по всему сечению.

Если индуктор длинный и $D_2/h < 0,1$ ($h = h_1 = h_2$), то для расчета нижнего предела частоты можно использовать графики на рис.3.2, представляющие собой зависимости электрического КПД индуктора от степени проявления поверхностного эффекта (от $m_2 = \sqrt{2R_2} / \Delta_2$) при равных зазорах между индуктором и нагреваемым цилиндром (т.е. при различных D_1/D_2).

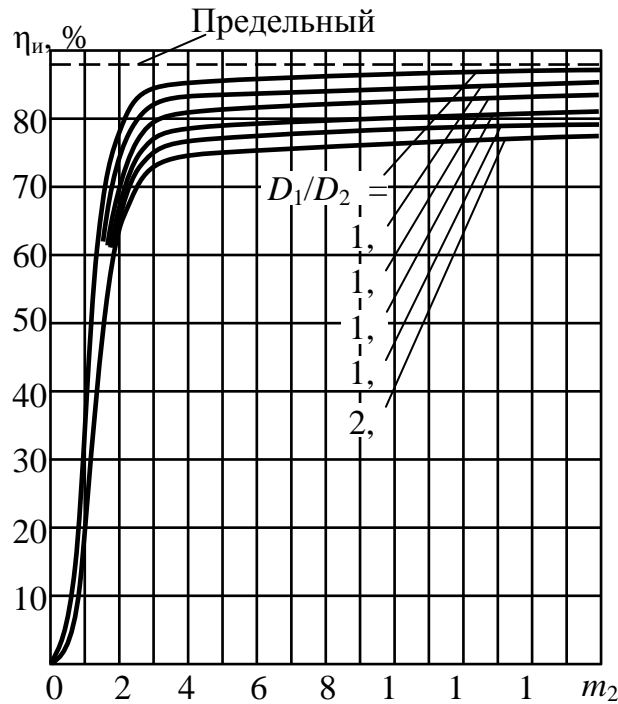


Рисунок 3.2 Зависимость электрического КПД индуктора от параметра $m_2 = \sqrt{2}R_2 / \Delta_2$ (т.е. от частоты при различных зазорах $h_1/h_2 = 1,1$; $g = 0,85$; $d_1/\Delta_2 > 2$)

КПД определен для одновременного нагрева, когда отношение длин индуктора h_1 и заготовки h_2 составляет $h_1/h_2 = 1,1$, коэффициент увеличения сопротивления индуктора за счет зазоров между витками $g = \omega * \frac{b_1}{h_1} = 0,58$ (b_1 — высота трубки), а толщина трубки индуктора $d_1 = 2\Delta_1$.

Считая, что КПД индуктора должен составлять около 0,9 его предельного значения и принимая в качестве среднего значения $D_1/D_2 = 2$ (обычно $D_1/D_2 = 1,5 \dots 2,5$), получим из рис. 3.2:

$$m_2 \geq 2,5 \text{ или } \frac{D_2}{\sqrt{2}\Delta_2} = \frac{D_2}{\sqrt{2}\sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu}}} = \frac{D_2}{\sqrt{2}\sqrt{\frac{2\rho}{2\pi f \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \mu}}} \geq 2,5.$$

Тогда нижний предел частоты определится соотношением:

$$f \geq \frac{3 \cdot 10^6 \cdot \rho_2}{\mu \cdot D_2^2}. \quad (3.1)$$

Подставив значения $\rho_2 = 10^{-6}$ Ом·м и $\mu = 1$, получим для стали:

$$f \geq \frac{3}{D_2^2} \quad (3.2)$$

Верхний предел частоты можно найти из распределение плотности тока и мощности по сечению цилиндра при различных частотах. При $R_2 > 2,5\Delta_2$, $\xi \approx \Delta_2$. Зависимость $\xi/R_2 = f(\Delta_2/R_2)$, может быть приближенно заменена ломаной линией. Тогда верхний предел частоты, который обеспечит наибольшую глубину активного слоя, а следовательно, и наименьшее время нагрева, при заданных температурах поверхности и оси цилиндра, определится из соотношений:

$$\frac{R_2}{\Delta_2} < 2,5$$

или

$$f < \frac{6 \cdot 10^6 \cdot \rho_2}{\mu D_2^2} \quad (3.4)$$

Применительно к нагреву стальных цилиндрических заготовок до температуры выше 750 °С получим:

$$f < \frac{6}{D_2^2} \quad (3.5)$$

Неравенства (3.2) и (3.5) можно объединить в одно:

$$\frac{3}{D_2^2} < f < \frac{6}{D_2^2} \quad (3.6)$$

которое и определяет диапазон оптимальных частот при нагреве длинных цилиндров.

Для выбранного диаметра заготовки $D_2 = 20 \cdot 10^{-3}$ м частота нагрева должна быть в пределах:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{min} = \frac{3}{D_2^2} = \frac{3}{(20 * 10^{-3})^2} = 7500 \text{ Гц} \\ f_{max} = \frac{6}{D_2^2} = \frac{6}{(20 * 10^{-3})^2} = 15000 \text{ Гц} \end{array} \right\} \Rightarrow 7500 \text{ Гц} < f < 15000 \text{ Гц}$$

В рекомендуемом диапазоне частот имеется частота 10 кГц, широко используемая при индукционном нагреве. Выбираем частоту 10 кГц.

3.3 Тепловой расчет нагрева цилиндра под пластическую деформацию

Исходные данные для теплового расчета:

- Диаметр нагреваемой цилиндрической заготовки: $D_2 = 20 \cdot 10^{-3}$

³ м (радиус $R_2 = 10 \cdot 10^{-3}$ м).

- Длина заготовки: $h_2 = 0,3$ м.
- Частота тока индуктора $f = 10$ кГц.
- Температура на поверхности: $T_0 = 1300$ °С.
- Разность температур на поверхности и по оси заготовки: $\Delta T = 50$ °С.
- Удельное электрическое сопротивление материала индуктора при 20 °С: $\rho_1 = 2 \cdot 10^{-8}$ Ом·м;

Свойства материала заготовки — средние в интервале температур 20–1300 °С при $T = 800$ °С:

- удельное электрическое сопротивление: $\rho_2 = 10^{-6}$ Ом·м;
- теплопроводность: $\lambda = 33,5$ Вт/(м·град);
- теплоемкость: $c = 6,68 \cdot 10^2$ Дж/(кг·град);
- температуропроводность $a = 6,4 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

1) Расчетный перепад температуры:

При индукционном нагреве под пластическую деформацию существенное влияние оказывают потери с поверхности заготовки: температура на поверхности в конце нагрева оказывается ниже расчетной. Поэтому расчетный перепад температуры необходимо увеличить в 2 раза:

$$\Delta T' = 2 * \Delta T = 2 * 50 = 100 \text{ °С}$$

2) Отношение температур на поверхности T_0 и в центре заготовки

$T_{ц}'$:

$$\frac{T_0}{T_{ц}'} = \frac{T_0}{T_0 - \Delta T'} = \frac{1300}{1200} = 1.083$$

3) Глубина проникновения в металл при $T > 750$ °С определяется по формуле:

$$\Delta_k = \frac{0.5}{\sqrt{f}} = \frac{0.5}{\sqrt{10000}} = 0.005 \text{ м}$$

4) Глубина активного слоя:

$$\Delta_k = 0,005 > 0.4 * R_2 = 0.4 * 0.01 = 0.004 \text{ м, поэтому } \xi = 4 * 10^{-3} \text{ м.}$$

5) Относительная глубина активного слоя определяется по формуле:

$$\alpha = 1 - \frac{\xi}{R_2} = 1 - \frac{4 \cdot 10^{-3}}{0.01} = 0.6$$

б) Время нагрева цилиндра до заданной температуры 1300 °С с заданным перепадом температуры ($\Delta T = 50$ °С). При нагреве под пластическую деформацию $S(\alpha, \beta, \tau)$ не зависит от τ . Тогда формулу

$$\frac{T_0}{T_k} = \frac{\tau + S(\alpha, 1, \tau)}{\tau + S(\alpha, \beta_k, \tau)} = f(t_k) \text{ можно решить относительно } \tau:$$

$$\tau = \frac{S(\alpha, 1, \tau) - (T_0/T'_u) \cdot S(\alpha, 0, \tau)}{T_0/T'_u - 1}.$$

По таблице П.1 Приложения для $\tau = 0,2$ определяем значение функции $S(\alpha, \beta, \tau)$ для $\beta = 1$ ($x = 0$) и $\beta = 0$ ($x = R_2$):

$$S(\alpha, \beta, \tau) = S(0,6;1;0,2) = 0,045,$$

$$S(\alpha, \beta, \tau) = S(0,6;0;0,2) = -0,0987.$$

$$\tau = \frac{0,045 - 1,083 \cdot (-0,0987)}{1,083 - 1} = 1,83.$$

Зная относительное время нагрева τ , определим время нагрева:

$$t_k = \frac{\tau R_2^2}{a} = \frac{1,83 \cdot (0,01)^2}{6,4 \cdot 10^{-6}} = 28 \text{ с.}$$

7) Удельная мощность на цилиндрической поверхности заготовки определяется по формуле:

$$p_0 = \frac{\lambda \cdot T_0}{2 \cdot R_2 \cdot (\tau + S(\alpha, 1))} = \frac{33,5 \cdot 1300}{2 \cdot 0,01 \cdot (1,83 + 0,045)} = 1,161 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2.$$

Можно определить удельную мощность нагрева другим способом, зная теплосодержание и рассчитанное время нагрева t_k .

Вес заготовки:

$$G = \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot h \cdot \rho_m = \frac{3,14 \cdot (20 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot 0,3 \cdot 7,8 \cdot 10^3 = 0,735 \text{ кг.}$$

Полезная мощность:

$$P_2 = \frac{G c \Delta T_{\text{cp}}}{t_k}$$

где $\Delta T_{\text{cp}} = T_{\text{cp}} - 20$ °С — увеличение температуры заготовки относительно среднецеховой.

$$T_{\text{cp}} = 1300 - \frac{\Delta T_1}{2} = 1300 - \frac{50}{2} = 1275^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{cp}} = 1255^\circ\text{C}$$

$$P_2 = \frac{0.735 \cdot 668 \cdot 1255}{28.594} = 21550 \text{ Вт}$$

Удельная мощность на цилиндрической поверхности:

$$p_0 = \frac{P_2}{\pi \cdot D_2 \cdot h} = \frac{21550}{3.14 \cdot 0.02 \cdot 0.3} = 1.143 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2.$$

8) Рассчитаем время нагрева, приняв $\xi = 0$ и $\alpha = 1 - \xi/R_2 = 1$, используя вместо диаметра D_2 , диаметр:

$$D_2' = D_2 - \xi = 0.03 - 4 \cdot 10^{-3} = 0.016 \text{ м.}$$

Тогда функции S по табл. П.1 Приложения:

$$S(\alpha, 1, \tau) = S(1; 1; 0, 2) = 0,125,$$

$$S(\alpha, 0, \tau) = S(1; 0; 0, 2) = -0,125.$$

Тогда время нагрева t_k будет при $\Delta T = 50$ °С и $\Delta T' = 100$ °С.

$$t_k = \frac{D_2'^2}{4a} \cdot \frac{S(1, 1) - (T_0/T_{\text{ц}}') \cdot S(1, 0)}{(T_0/T_{\text{ц}}') - 1} =$$

$$= \frac{(0.016)^2}{4 \cdot 6.4 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{0.125 - 1.083 \cdot (-0.125)}{1.083 - 1} = 31,37 \text{ с}$$

Время нагрева, которое мы получили данным способом, примерно совпадает с t_k , полученными для реальных ξ и D_2 . Мощность, рассчитанная по теплосодержанию заготовки будет такой же, как в пункте 8.

9) Мощность, необходимая для передачи в заготовку (без учета тепловых потерь):

$$P_2 = p_0 \cdot \pi \cdot D_2 \cdot h_2 = 1.143 \cdot 10^6 \cdot 3.14 \cdot 0.02 \cdot 0.3 = 21534 \text{ Вт}$$

10) Мощность, которая потребляется от генератора (в предположении, что тепловой КПД индуктора $\eta_{иТ} = 0,75$, электрический КПД индуктора $\eta_{иЭ} = 0,55$):

$$P_{Г} = \frac{P_2}{\eta_{иТ} * \eta_{иЭ}} = \frac{21534}{0,75 * 0,55} = 52203 \text{ Вт}$$

3.4 Электрический расчет индуктора

Из теплового расчета получено, что заготовка диаметром 0,02 м и длиной 0,3 м из стали может быть нагрета за время $t_k = 28$ с при удельной мощности, передаваемой в заготовку $p_0 = 1.143 * 10^6$ Вт/м². В примере рассчитывается индуктор для нагревателя периодического действия.

1) Внутренний диаметр индуктора:

$$D_1 = (1.5 \dots 2.5) * D_2 = 2.0 * 0.02 = 0.04 \text{ м}$$

2) Длина индуктора для нагревателя периодического действия:

$$h_1 = h_2 + (1 \dots 1.5) * D_1 = 0.3 + 0.04 = 0.34 \text{ м}$$

3) Глубина проникновения тока в материал индуктора определяется по формуле:

$$\Delta_1 = \frac{0,07}{\sqrt{f}} = \frac{0,07}{\sqrt{10000}} = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

4) Толщина стенки медной трубки индуктора:

$$d_1 \geq 1,6 \Delta_1 = 1,6 \cdot 0,7 \cdot 10^{-3} = 1,12 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Выбираем $d_1 = 2$ мм.

5) Горячая глубина проникновения в материал заготовки определяется по формуле:

$$\Delta_{2к} = \frac{0,5}{\sqrt{f}} = \frac{0,5}{\sqrt{10000}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

6) Параметр m_2 , учитывающий степень проявления поверхностного эффекта, определяется по формуле:

$$m_2 = \frac{D_2}{\sqrt{2} * \Delta_{2к}} = \frac{0.02}{\sqrt{2} * 0.005} = 2.828$$

7) Значение расчетных коэффициентов A и B , учитывающих кривизну заготовки и не ярко выраженный поверхностный эффект (определяются с помощью табл. П.2 Приложения):

$$A = f_1(m_2) = f_1(2.828) = 0.367$$

$$B = f_1(m_2) = f_1(2.828) = 0.541$$

8) Активное и внутреннее реактивное сопротивления цилиндрической заготовки с учетом коэффициентов A и B для длинного индуктора ($w = 1$) определяются по формулам:

$$r_2 = \pi * \rho_2 * \frac{m_2^2}{h_2} * A = 3.14 * 10^{-6} * \frac{2.828^2}{0.3} * 0.367 = 3.075 * 10^{-5} \text{ Ом}$$

$$x_{2,M} = \pi * \rho_2 * \frac{m_2^2}{h_2} * B = 3.14 * 10^{-6} * \frac{2.828^2}{0.3} * 0.541 = 4.532 * 10^{-5} \text{ Ом}$$

9) Реактивное сопротивление, соответствующее магнитному сопротивлению обратного замыкания R_{m0} , включающего R_{mI} (магнитное сопротивление участка $h_1 - h_2$) и R_{mII} (магнитное сопротивление участка обратного замыкания магнитного потока вне индуктора):

$$x_0 = \omega \mu_0 \cdot \frac{\pi D_1^2 k_N}{4 \cdot (h_1 - h_2 k_N)} =$$

$$= 62830 * 4 * 3.14 * 10^{-7} * \frac{3.14 * 0.04^2 * 0.953}{4 * (0.34 - 0.3 * 0.953)} = 1.748 * 10^{-3} \text{ Ом}$$

Здесь $k_N = f\left(\frac{D_1}{h_1}\right) = f\left(\frac{0.04}{0.34}\right) = 0.953$ (см. табл. П.3 Приложения).

10) Реактивное сопротивление рассеяния, определяемое магнитным потоком в воздушном зазоре ($w_{\text{и}} = 1$) определяется по формуле:

$$x_s = \omega \mu_0 \cdot \frac{S_h}{h_2} = \omega \mu_0 \cdot \frac{\pi}{4 h_2} \cdot (D_1^2 - D_2^2),$$

где $\omega = 2 \pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 10^4 = 6,28 \cdot 10^4$ рад/с

$$x_s = 62830 * 4 * 3.14 * 10^{-7} * \frac{\pi}{4 * 0.3} * (0.04^2 - 0.02^2) = 2.481 * 10^{-4} \text{ Ом}$$

11) Коэффициент приведения реактивного и активного сопротивлений детали к току индуктора с учетом краевых эффектов системы индуктор–деталь реальной длины, определяется по формуле:

$$c = \frac{1}{\left(\frac{r_2}{x_0}\right)^2 + \left(1 + \frac{x_s + x_{2M}}{x_0}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{3.075 * 10^{-5}}{1.748 * 10^{-3}}\right)^2 + \left(1 + \frac{2.481 * 10^{-4} + 4.532 * 10^{-5}}{1.748 * 10^{-3}}\right)^2} = 0.856$$

12) Приведенное активное сопротивление заготовки определяется по формуле:

$$r_2' = c * r_2 = 0.856 * 3.075 * 10^{-5} = 2.632 * 10^{-5} \text{ Ом}$$

13) Приведенное реактивное сопротивление заготовки определяется по формуле:

$$x_2' = c * \left(x_s + x_{2M} + \frac{(x_s + x_{2M})^2 + r_2^2}{x_0}\right) = 0.856 * (2.481 * 10^{-4} + 4.532 * 10^{-5} +$$

$$+ \frac{(2.481 * 10^{-4} + 4.532 * 10^{-5})^2 + (3.075 * 10^{-5})^2}{1.748 * 10^{-3}}) = 2.938 * 10^{-4}$$

Ом

14) Электрическое сопротивление одновиткового индуктора (активное и внутреннее реактивное) определяем по формулам:

$$r_1 \approx x_{1m} = \rho_1 * \frac{\pi * D_1}{h_1 * \Delta_1} = 2 * 10^{-8} * \frac{3.14 * 0.04}{0.34 * 7 * 10^{-4}} = 1.056 * 10^{-5} \text{ Ом}$$

С учетом зазоров между витками активное сопротивление индуктора увеличивается в 1/0,85 раз:

$$r_1 = \frac{1.056 * 10^{-5}}{0.85} = 1.242 * 10^{-5} \text{ Ом}$$

15) Эквивалентные активное, реактивное и полное сопротивления индуктора при $w = 1$:

$$r_3 = r_1 + r_2' = 1.242 * 10^{-5} + 2.632 * 10^{-5} = 3.874 * 10^{-5} \text{ Ом}$$

$$x_3 = x_{1m} + x_2' = 1.056 * 10^{-5} + 2.938 * 10^{-4} = 3.043 * 10^{-4} \text{ Ом}$$

$$z_3 = \sqrt{r_3^2 + x_3^2} = \sqrt{(3.874 * 10^{-5})^2 + (3.043 * 10^{-4})^2} = 3.068 * 10^{-4} \text{ Ом}$$

16) Электрический КПД индуктора:

$$\eta_{из} = \frac{r_2'}{r_3} = \frac{2.632 * 10^{-5}}{3.874 * 10^{-5}} = 0.679$$

17) Коэффициент мощности индуктора:

$$\cos\varphi_u = \frac{r_3}{z_3} = \frac{3.874 * 10^{-5}}{3.068 * 10^{-4}} = 0.127$$

18) Мощность, передаваемая в нагреваемую деталь:

$$P_T = \pi * D_2 * h_2 * p_0 = 3.14 * 0.02 * 0.3 * 1.161 * 10^6 = 2.189 * 10^4 \text{ Вт}$$

19) Тепловые потери через изолирующий цилиндр:

$$\Delta P_T = \frac{2 \pi \lambda h_1}{\ln \frac{D_1}{D_2}} \cdot (T_0 - T)$$

где $\lambda = 1,12 \dots 1,2$ Вт/м·град — коэффициент теплопроводности материала тепловой изоляции при температуре от 60 до 1300 °С; $T_0 = 1300$ °С — температура внутренней поверхности изолирующего цилиндра; $T \approx 60$ °С — температура на наружной поверхности изолирующего цилиндра.

$$\Delta P_T = \frac{2 * 3.14 * 1.2 * 0.34}{\ln \left(\frac{0.04}{0.02} \right)} * (1300 - 60) = 4586 \text{ Вт}$$

20) Мощность, которую необходимо передать в заготовку для ее нагрева до заданной температуры и компенсировать потери:

$$P_2 = P_T + \Delta P_T = 21890 + 4586 = 26.48 \text{ кВт}$$

21) Ток в индукторе при $w = 1$:

$$I'_u = \sqrt{\frac{P_2}{r_2}} = \sqrt{\frac{26480}{2.632 * 10^{-5}}} = 31720 \text{ А}$$

22) Плотность тока в индукторе:

$$J_u = \frac{I'_u}{h_1 * \Delta_1 * g} = \frac{31720}{0.34 * 7 * 10^{-4} * 0.85} = 1.568 * 10^8 \text{ А/м}^2$$

где g — коэффициент учета зазора между витками.

Допустимая плотность тока — до 250 А/мм².

23) Напряжение на индукторе при $w = 1$:

$$U'_u = I'_u * z_3 = 31720 * 3.068 * 10^{-4} = 9.73 \text{ В}$$

24) Тепловой КПД индуктора:

$$\eta_{\text{тот}} = \frac{P_T}{P_2} = \frac{21890}{26.48} = 0.827$$

25) Полный КПД индуктора:

$$\eta_u = \eta_{uz} * \eta_{um} = 0.679 * 0.827 = 0.562$$

26) Мощность, подведенная к индуктору:

$$P_u = \frac{P_2}{\eta_{uz}} = \frac{26480}{0.679} = 38970 \text{ Вт}$$

27) Число витков индуктора.

Обычно число витков определяется:

$$w = \frac{U_{ип}}{U'_u},$$

где $U_{ип}$ — напряжение источника питания. Обычно данные установки управляются системой автоматического управления. Для стабилизации температуры заготовки на выходе она изменяет напряжение на индукторе, поэтому следует иметь запас для регулирования примерно 10 % от $U_{ип}$. Источники питания на частоту 10 кГц могут иметь напряжение 800 или 400 В. Выбираем 400 В, тогда:

$$w = \frac{0.9 * U_{ип}}{U'_u} = \frac{0.9 * 400}{9.73} = 37 \text{ витков}$$

Но при этом высота провода:

$$b_1 = \frac{h_1}{w+1} = \frac{0.34}{37+1} = 8.947 * 10^{-3} \text{ м, что невозможно}$$

Принимаем $b_1 = 10$ мм и зазор между витками 1 мм, тогда:

$$w + 1 = \frac{h_1}{b_1} = \frac{0.34}{10^{-3}} = 34$$

Принимаем $w = 33$ витка

28) Активное, реактивное и полное сопротивления индуктора определяются по формулам:

$$r_u = w^2 * r_s = 33^2 * 3.874 * 10^{-5} = 0,04 \text{ Ом}$$

$$x_u = w^2 * x_s = 33^2 * 3.043 * 10^{-4} = 0.312 \text{ Ом}$$

$$z_u = w^2 * z_s = 33^2 * 3.068 * 10^{-4} = 0.314 \text{ Ом}$$

29) Ток индуктора:

$$I_u = \frac{i'_u}{w} = \frac{31720}{33} = 991.138 \text{ А}$$

30) Напряжение на индукторе:

$$U_u = w * U_u' = 33 * 9.73 = 0.363 \text{ В.}$$

Из-за того, что $U_{и} \neq U_{ип}$, такой индуктор необходимо подключить через дроссель с индуктивным сопротивлением (рис. 3.5):

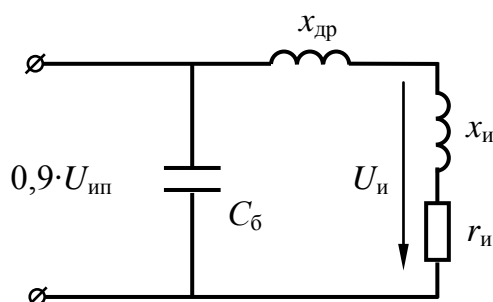


Рисунок 3.2 Схема подключения индуктора к источнику питания

$$x_{др} = \frac{0,9 \cdot U_{ип} - U_u}{I_u} = \frac{0,9 \cdot 400 - 0,363}{31720} = 0,353 \text{ Ом}$$

Проектирование дросселя в рамках дипломного проекта не производится, не определяются размеры катушки дросселя. Вследствие величина активного сопротивления дросселя определяется из условия, что его добротность равна 100. Тогда:

$$r_{др} = \frac{x_{др}}{100} = \frac{0,353}{100} = 3,534 * 10^{-3} \text{ Ом}$$

31) Определим сопротивление дросселя и индуктора:

$$r_{идр} = r_u + r_{др} = 0,04 + 3,534 * 10^{-3} = 0,043 \text{ Ом}$$

$$x_{идр} = x_u + x_{др} = 0,312 + 0,353 = 0,665 \text{ Ом}$$

$$z_{идр} = \sqrt{r_{идр}^2 + x_{идр}^2} = \sqrt{(0,043)^2 + (0,665)^2} = 0,666 \text{ Ом}$$

31) Реактивная мощность конденсаторной батареи:

$$Q_{кб} = P_u * tg\varphi = 38970 * 7.791 = 303600 \text{ В} \cdot \text{Ар}$$

32) Емкость конденсаторной батареи

Так как нагрузка источника питания должна быть чисто активной, необходимо, чтобы индуктивное сопротивление индуктора с дросселем было равно емкостному сопротивлению конденсаторной батареи:

$$x_{идр} = x_{Сб} = \frac{1}{\omega C_b}$$

Отсюда:

$$C_b = \frac{1}{\omega * x_{идр}} = \frac{1}{62830 * 0,665} = 62830 \text{ мкФ}$$

3.5 Результаты расчетов

Результаты теплового и электрического расчетов варианта приведены в таблице 3.1

Таблица 3.1 Результаты расчета нагрева цилиндра под пластическую Деформацию

№ п/п	Величина	Значение
1	Диаметр цилиндра D_2 , мм	20
2	Длина заготовки h_2 , мм	300
3	Температура на поверхности T_0 , °С	1300
4	Разность температур на поверхности и на оси ΔT , °С.	50

Продолжение табл. П.11

№ п/п	Величина	Значение
-------	----------	----------

5	Частота тока f , кГц	10
6	Расчетный перепад температуры $\Delta T'$, °С	100
7	Глубина проникновения Δ_k в металл при $T > 750$ °С, мм	5
8	Глубина активного слоя ξ , мм	4
9	Время нагрева t_k , с	28
10	Удельная мощность на поверхности p_0 , Вт/мм ²	1,161
11	Внутренний диаметр индуктора D_1 , мм	40
12	Длина индуктора для нагревателя периодического действия h_1 , мм	340
13	Глубина проникновения в медь Δ_1 , мм	0,7
14	Толщина трубки индуктора d_1 , мм	2
15	Параметр m_2 , учитывающий степень проявления поверхностного эффекта	2,828
16	Активное сопротивление r_2 цилиндрической заготовки, 10^{-5} Ом	3,075
17	Внутреннее реактивное сопротивление x_{2m} цилиндрической заготовки, 10^{-5} Ом	4,532
18	Реактивное сопротивление x_0 , учитывающее Z_m вне индуктора, 10^{-3} Ом	1,748
19	Реактивное сопротивление x_s рассеяния, 10^{-4} Ом	2,481
20	Коэффициент приведения c	0,856
21	Приведенное активное сопротивление r_2' заготовки, 10^{-5} Ом	2,632
22	Приведенное реактивное сопротивление x_2' заготовки, 10^{-4} Ом	2,938
23	Активное сопротивление r_1 индуктора, 10^{-6} Ом	10,56
24	Внутреннее реактивное сопротивление x_{1m} индуктора, 10^{-6} Ом	10,56

Продолжение табл. П.11

№	Величина	Значение
---	----------	----------

п/п		
25	Эквивалентное активное сопротивление r_3 индуктора, 10^{-5} Ом	3,874
26	Эквивалентное реактивное сопротивление x_3 индуктора, 10^{-4} Ом	3,043
27	Эквивалентное полное сопротивление z_3 индуктора, 10^{-4} Ом	3,068
28	Электрический КПД индуктора $\eta_{иэ}$	0,679
29	Коэффициент мощности индуктора $\cos \Phi_{и}$	0,127
30	Мощность, передаваемая в нагреваемую деталь P_T , Вт	21890
31	Тепловые потери через изолирующий цилиндр ΔP_T , Вт	4586
32	Мощность, подводимая к заготовке P_2 , Вт	26480
33	Ток $I_{и}^/$ индуктора при $w = 1$, А	31720
34	Плотность тока $J_{и}$ в индукторе, А/мм ²	156,8
35	Напряжение $U_{и}^/$ на индукторе при $w = 1$, В	9,73
36	Тепловой КПД индуктора $\eta_{иТ}$	0,827
37	Полный КПД индуктора $\eta_{и}$	0,562
38	Мощность, подведенная к индуктору $P_{и}$, Вт	38970
39	Число витков индуктора w	33
40	Активное сопротивление $r_{и}$ индуктора, 10^{-2} Ом	40
41	Реактивное сопротивление $x_{и}$ индуктора, 10^{-2} Ом	31,2
42	Полное сопротивление $z_{и}$ индуктора, 10^{-2} Ом	31,4
43	Ток индуктора $I_{и}$, А	991,138
44	Напряжение на индукторе $U_{и}$, В	0,363
45	Индуктивное сопротивление дросселя $x_{др}$, Ом	0,353

Продолжение табл. П.11

№ п/п	Величина	Значение
46	Активное сопротивление дросселя $r_{др}$, 10^{-3} Ом	3,534
47	Активное сопротивление дросселя и индуктора $r_{идр}$, 10^{-2} Ом	0,43
48	Реактивное сопротивление дросселя и индуктора $x_{идр}$, 10^{-1} Ом	6,65
49	Полное сопротивление дросселя и индуктора $z_{идр}$, 10^{-1} Ом	6,66
50	Реактивная мощность $Q_{кб}$ конденсаторной батареи, В·Ар	303600
51	Емкость конденсаторной батареи $C_б$, мкФ	62830

Глава 4. Построение модели в программе COMSOL Multiphysics 5.2

COMSOL Multiphysics - это универсальная программа, используемая для компьютерного моделирования физических задач. Она основана на передовых численных методах. Она позволяет учитывать мультифизические явления. Более 30 дополнительных продуктов позволяют расширять платформу моделирования, используя специальные физические интерфейсы и инструменты для разного рода систем.

Компания разработчик - COMSOL Group

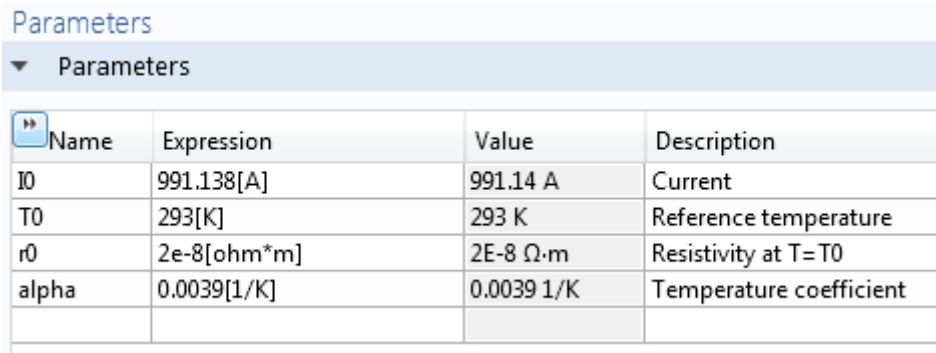
COMSOL разрабатывает программные решения для численного моделирования мультифизических процессов. Компания была основана в июле 1986 г. в Стокгольме, Швеция. Сегодня отделения открыты в России, Бразилии, Китае, Дании, Финляндии, Франции, Германии, Нидерландах, Норвегии, Индии, Италии, Швейцарии, Великобритании и США.

4.1 Создание модели

Создаем модель в пространстве 2D Axisymmetric. Выбираем решатель Frequency-transient

4.2 Исходные данные

Задаем исходные данные в пункте Parameters (рис.4.1)



Name	Expression	Value	Description
IO	991.138[A]	991.14 A	Current
T0	293[K]	293 K	Reference temperature
r0	2e-8[ohm*m]	2E-8 Ω·m	Resistivity at T=T0
alpha	0.0039[1/K]	0.0039 1/K	Temperature coefficient

Рисунок 4.1 Parameters (где IO - ток индуктора, T0 - начальная температура, r0 - удельное электрическое сопротивление заготовки, alpha - температурный коэффициент сопротивления заготовки)

4.3 Построение геометрии

Параметры трубы:

- Диаметр- $20 \cdot 10^{-3}$ м (радиус $R_2 = 10 \cdot 10^{-3}$ м)
- Длина - 0,3 м

Параметры воздуха:

- Диаметр - $30 \cdot 10^{-3}$ м (радиус $R = 15 \cdot 10^{-3}$ м)
- Длина - 1 м

Параметры индуктора:

- Внутренний диаметр - $40 \cdot 10^{-3}$ м (радиус $R = 20 \cdot 10^{-3}$ м)
- Длина - 0.34 м
- Размеры витка - 0,009x0.004 м
- Количество витков - 33
- Расстояние между витками - 1 мм

Ниже представлена общая модель в разрезе (рис.4.2)

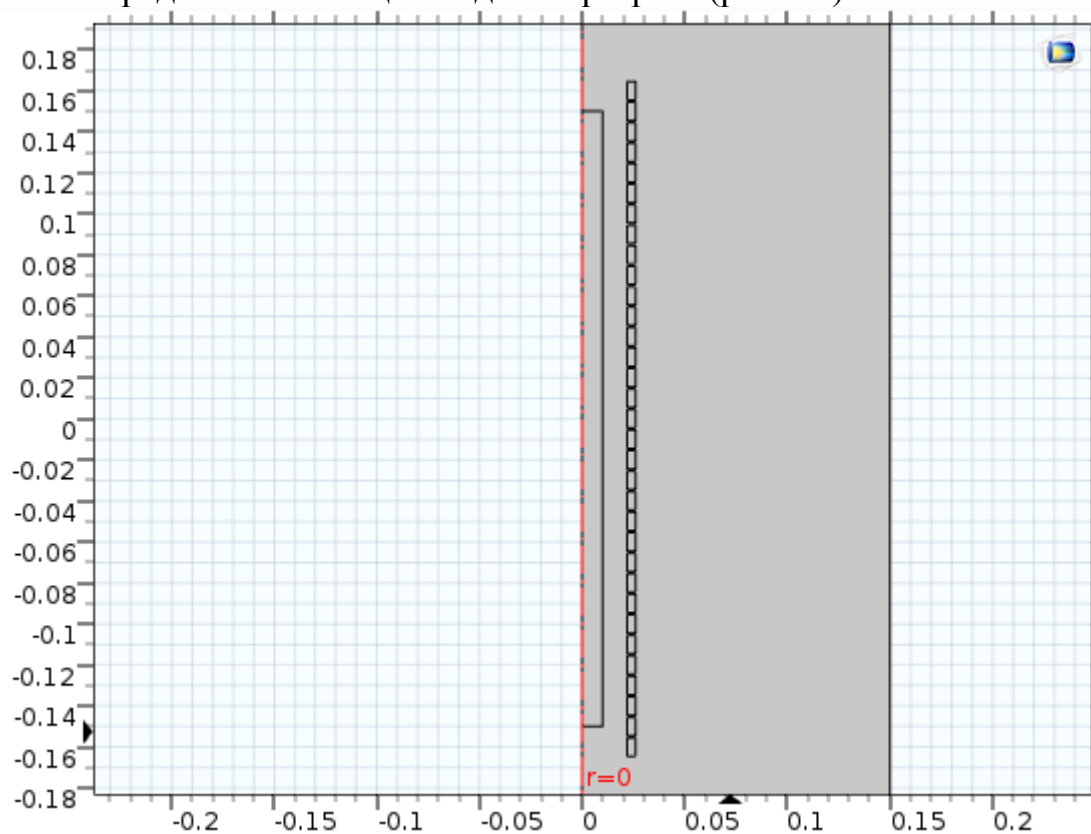


Рисунок 4.2 Модель

4.4 Выбор материалов

Материалы модели (рис. 4.3)

Materials

Material Overview

»	Material	Selection
	Air (mat1)	Domain 1
	Copper (mat2)	Domains 3–35
	Structural steel (mat3)	Domain 2

Рисунок 4.3 Материалы (где Air - воздух, Copper - медь(индуктор), Structural steel - конструкционная сталь (труба))

4.5 Физика модели

На рисунке 4.4 представлены параметры для задания физики модели

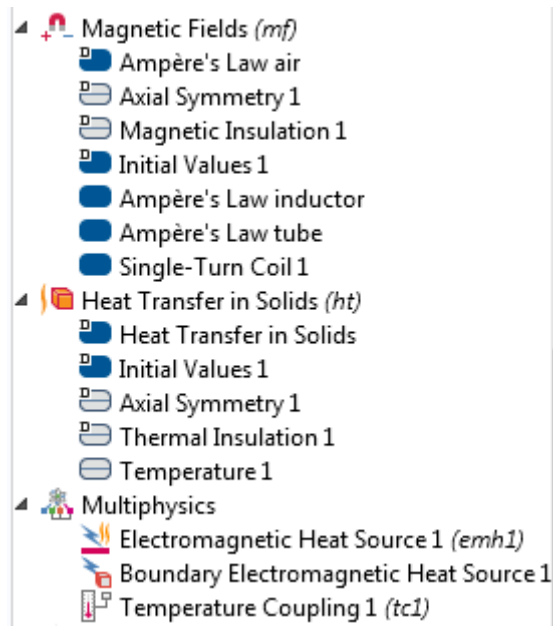


Рисунок 4.4 Параметры для задания физики модели

4.6 Сетка

Строим сетку для вычислений (рис.4.5)

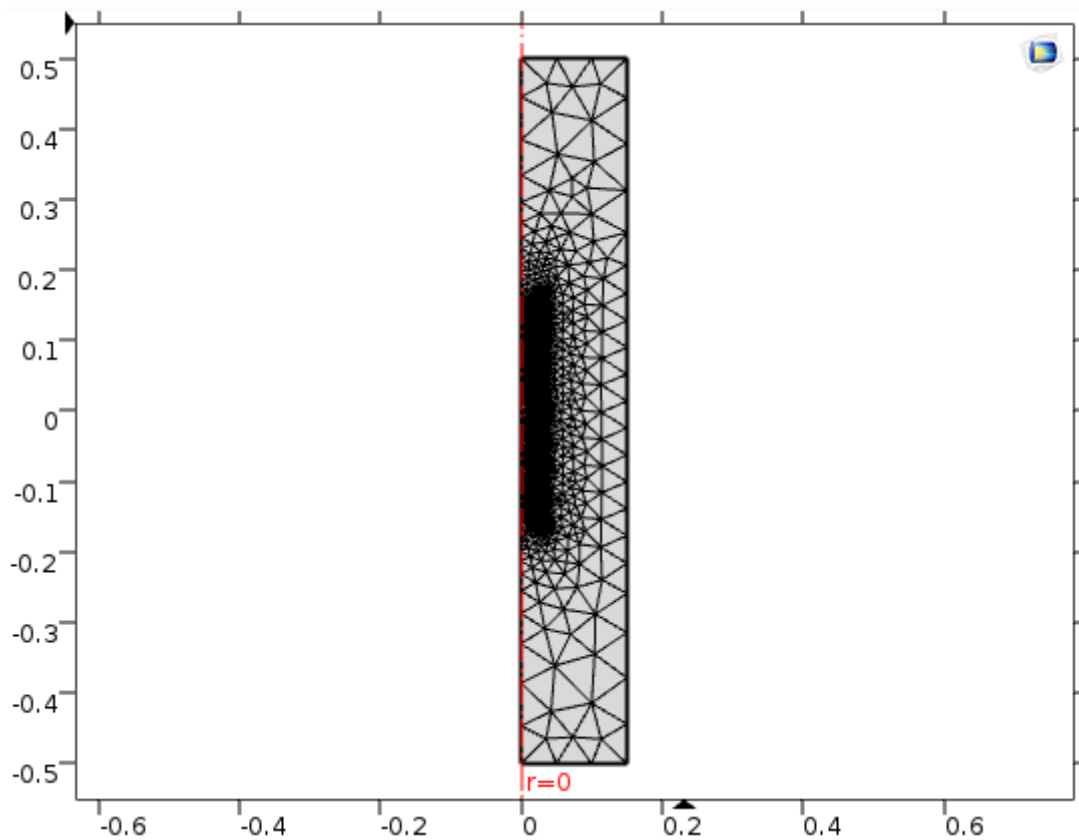


Рисунок 4.5 Модель с сеткой

4.7 Настройки вычисления

Задаем время вычисления и частоту (рис. 4.6)

Label: Frequency-Transient

Study Settings

Time unit: s

Times: range(0,7,49) s

Relative tolerance: 0.01

Frequency: 10000[Hz]

Results While Solving

Physics and Variables Selection

Modify physics tree and variables for study step

»	Physics interface	Solve for	Discretization
	Magnetic Fields (mf)	<input checked="" type="checkbox"/>	Physics settings
	Heat Transfer in Solids (ht)	<input checked="" type="checkbox"/>	Physics settings

Values of Dependent Variables

Mesh Selection

Study Extensions

Рисунок 4.7 Настройки вычисления

Модель должна нагреться до нужной температуры ($T = 1300 \text{ K}$) за 28 секунд, поэтому ставим предел моделирования 35 секунд с шагом 7 секунд. Частота по расчетам равна 10 КГц.

4.8 Результаты

Рассчитываем, построенную модель. Результат нагрева за 28 секунд представлен на рисунке 4.8.

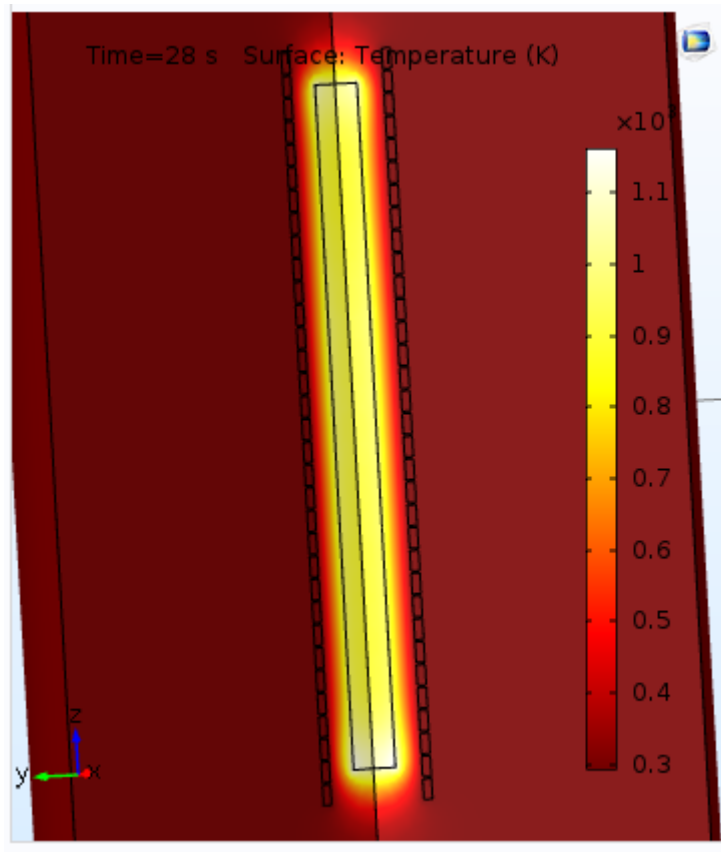


Рисунок 4.7 Нагрев трубы на 28 секунде
Заготовка достигает максимальной температуры 1162 К (рис4.8), что
близко к расчетной.

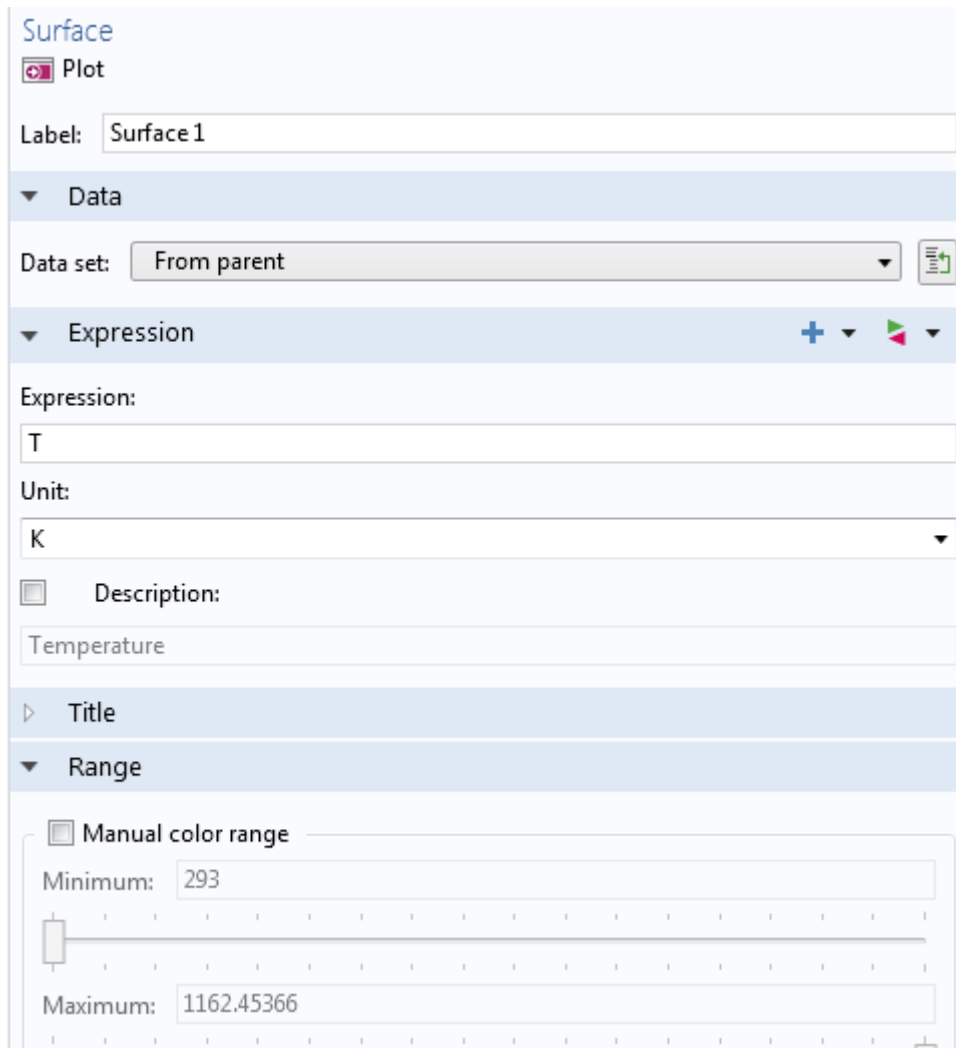


Рисунок 4.8 Максимальная температура заготовки на 28 секунде

Заключение

В ходе данной работы был произведен численный и аналитический расчет индукционного нагрева стальной трубы диаметром 20 мм под пластическую деформацию. В ходе расчета были получены значения частоты, параметров индуктора, необходимые для построения модели в программе COMSOL Multiphysics 5.2. и другие.

Параметры трубы: диаметр- $20 \cdot 10^{-3}$ м (радиус $R_2 = 10 \cdot 10^{-3}$ м), длина - 0,3 м

Параметры индуктора: внутренний диаметр - $40 \cdot 10^{-3}$ м (радиус $R = 20 \cdot 10^{-3}$ м), длина - 0.34 м, количество витков - 33, расстояние между витками - 1мм, ток индуктора - 991,138А,

Время нагрева - 28с

По этим данным была построена модель процесса нагрева в программе COMSOL Multiphysics 5.2. Результаты моделирования получились примерно схожими с результатами расчета. (заготовка должна была нагреться до температуры 1300К за 28 секунд. В программе она нагрелась за 28 секунд до температуры 1162К). Причиной погрешности могли послужить ошибки, связанные с методом конечных элементов, по которому рассчитывает программа COMSOL Multiphysics. Связано это с недостаточным числом конечных элементов. Эту погрешность можно исправить путем уменьшения шага сетки, что приведет к увеличению числа расчетов, требующих большей мощности ЭВМ и увеличению времени расчета.

Библиографический список

1. В.Н. Иванов, В.Я. Фролов, Д.В. Иванов

Расчет основных параметров установок для индукционного нагрева цилиндрических заготовок под закалку и пластическую деформацию. Издательство Политехнического университета 2011

2. <http://plmpedia.ru/wiki/COMSOL>

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П.1

Значения вспомогательной функции $S(\alpha, \beta, \tau)$ для цилиндра

τ	α	β										
		0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,025	0,6	-0,0247	-0,0245	-0,0240	-0,0227	-0,0119	-0,0141	0,0036	0,0063	0,0110	0,0129	0,0132
	0,7	-0,0247	-0,0246	-0,0244	-0,0238	-0,0224	-0,0191	-0,0117	0,0016	0,0138	0,0196	0,0211
	0,8	-0,0248	-0,0247	-0,0246	-0,0244	-0,0236	-0,0217	-0,0169	-0,0068	0,0115	0,0278	0,0326
	0,9	-0,0250	-0,0250	-0,0250	-0,0249	-0,0247	-0,0233	-0,0201	-0,0120	0,0037	0,0317	0,0490
	1,0	-0,0250	-0,0250	-0,0250	-0,0249	-0,0247	-0,0234	-0,0205	-0,0133	0,0018	0,0289	0,0712
0,05	0,6	-0,0460	-0,0454	-0,0433	-0,0391	-0,0322	-0,0214	-0,0054	0,0094	0,0179	0,0220	0,0233
	0,7	-0,0476	-0,0472	-0,0456	-0,0428	-0,0376	-0,0289	-0,0155	0,0043	0,0221	0,0317	0,0345
	0,8	-0,0488	-0,0485	-0,0474	-0,0453	-0,0412	-0,0342	-0,0227	-0,0049	0,0209	0,0426	0,0491
	0,9	-0,0497	-0,0494	-0,0485	-0,0469	-0,0435	-0,0373	-0,0272	-0,0110	0,0137	0,0480	0,0677
	1,0	-0,0497	-0,0495	-0,0485	-0,0470	-0,0439	-0,0382	-0,0283	-0,0122	0,0120	0,0458	0,0906
0,10	0,6	-0,0731	-0,0715	-0,0667	-0,0584	-0,0461	-0,0295	-0,0073	0,0131	0,0260	0,0329	0,0347
	0,7	-0,0790	-0,0776	-0,0734	-0,0659	-0,0547	-0,0391	-0,0183	0,0083	0,0314	0,0448	0,0488
	0,8	-0,0829	-0,0817	-0,0779	-0,0712	-0,0609	-0,0462	-0,0263	-0,0006	0,0318	0,0576	0,0658
	0,9	-0,0856	-0,0849	-0,0811	-0,0748	-0,0649	-0,0508	-0,0316	-0,0063	0,0310	0,0646	0,0860
	1,0	-0,0861	-0,0850	-0,0816	-0,0754	-0,0658	-0,0519	-0,0328	-0,0077	0,0241	0,0630	0,1093
0,15	0,6	-0,0864	-0,0845	-0,0782	-0,0677	-0,0526	-0,0329	-0,0080	0,0147	0,0294	0,0375	0,0400
	0,7	-0,0951	-0,0932	-0,0872	-0,0771	-0,0626	-0,0434	-0,0192	0,0105	0,0362	0,0508	0,0553
	0,8	-0,1013	-0,0995	-0,0937	-0,0840	-0,0699	-0,0512	-0,0273	0,0019	0,0369	0,0645	0,0732
	0,9	-0,1054	-0,1036	-0,0980	-0,0885	-0,0747	-0,0562	-0,0336	-0,0037	0,0312	0,0720	0,0939
	1,0	-0,1063	-0,1045	-0,0990	-0,0895	-0,0758	-0,0574	-0,0339	-0,0050	0,0297	0,0705	0,1175
0,20	0,6	-0,0987	-0,0962	-0,0887	-0,0762	-0,0587	-0,0362	-0,0087	0,0164	0,0329	0,0421	0,0450
	0,7	-0,1100	-0,1075	-0,1000	-0,0875	-0,0700	-0,0475	-0,0200	0,0125	0,0404	0,0563	0,0613
	0,8	-0,1183	-0,1158	-0,1083	-0,0958	-0,0783	-0,0558	-0,0283	0,0042	0,0417	0,0708	0,0800
	0,9	-0,1237	-0,1212	-0,1137	-0,1012	-0,0837	-0,0612	-0,0337	-0,0012	0,0363	0,0788	0,1013
	1,0	-0,1250	-0,1225	-0,1150	-0,1025	-0,0850	-0,0625	-0,0350	-0,0025	0,0350	0,0775	0,1250

Таблица П.2

Зависимость M от $k_1 x_k$

$k_1 x_k$	n						
	-0,3	-0,4	-0,5	-0,6	-0,7	-0,8	-1,0
0,0	0,538	0,429	0,333	0,250	0,176	0,111	0,0
0,1	0,558	0,455	0,367	0,292	0,228	0,175	0,1
0,2	0,600	0,508	0,431	0,366	0,311	0,265	0,2
0,3	0,652	0,572	0,504	0,447	0,399	0,359	0,3
0,4	0,707	0,638	0,580	0,530	0,489	0,453	0,399
0,5	0,761	0,704	0,655	0,613	0,576	0,546	0,497
0,6	0,812	0,766	0,726	0,691	0,661	0,635	0,593
0,7	0,860	0,824	0,793	0,765	0,741	0,720	0,686
0,8	0,901	0,876	0,853	0,832	0,814	0,799	0,772
0,9	0,937	0,920	0,905	0,891	0,880	0,869	0,852
1,0	0,966	0,957	0,949	0,941	0,935	0,930	0,921

Таблица П.3

**Зависимость полного электрического сопротивления $K = z_0/z_{01}$
от относительной глубины наружного слоя**

$k_1 x_k$	n						
	-0,3	-0,4	-0,5	-0,6	-0,7	-0,8	-1,0
0,0	1,857	2,333	3,000	4,000	5,667	9,000	∞
0,1	1,632	1,939	2,323	2,814	3,458	4,323	7,071
0,2	1,451	1,646	1,869	2,126	2,420	2,755	3,537
0,3	1,311	1,434	1,567	1,710	1,863	2,024	2,363
0,4	1,205	1,281	1,360	1,441	1,525	1,611	1,782
0,5	1,126	1,170	1,215	1,260	1,306	1,352	1,441
0,6	1,067	1,090	1,113	1,136	1,159	1,181	1,225
0,7	1,025	1,034	1,042	1,050	1,059	1,067	1,082
0,8	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,989
0,9	0,978	0,971	0,963	0,956	0,949	0,943	0,929
1,0	0,967	0,956	0,945	0,935	0,925	0,915	0,895
1,1	0,962	0,949	0,937	0,925	0,913	0,901	0,878
1,2	0,961	0,948	0,935	0,923	0,911	0,899	0,875
1,3	0,963	0,95	0,938	0,926	0,915	0,903	0,880
1,4	0,966	0,955	0,944	0,934	0,923	0,912	0,892
1,5	0,971	0,961	0,952	0,943	0,933	0,924	0,906
1,57	0,974	0,966	0,958	0,949	0,941	0,933	0,917

Таблица П.4

**Зависимость отношения напряженностей магнитных полей
на поверхности и на границе сред ($N = H_{me}/H_{mk}$)
от относительной глубины наружного слоя $k_1 x_k$**

$k_1 x_k$	n						
	-0,3	-0,4	-0,5	-0,6	-0,7	-0,8	-1,0
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	–
0,1	1,201	1,256	1,336	1,458	1,668	2,105	∞
0,2	1,428	1,548	1,719	1,981	2,429	3,343	∞
0,3	1,676	1,863	2,13	2,536	3,224	4,617	∞
0,4	1,942	2,199	2,562	3,114	4,042	5,913	∞
0,5	2,226	2,552	3,013	3,710	4,879	7,227	∞
0,6	2,527	2,924	3,483	4,326	5,735	8,563	∞
0,7	2,848	3,316	3,973	4,962	6,615	9,926	∞
0,8	3,191	3,730	4,487	5,624	7,522	11,324	∞
0,9	3,557	4,169	5,027	6,316	8,465	12,766	∞
1,0	3,951	4,638	5,600	7,043	9,450	14,267	∞
1,1	4,377	5,141	6,21	7,815	10,49	15,841	∞
1,2	4,839	5,683	6,865	8,639	11,595	17,508	∞
1,3	5,342	6,272	7,573	9,526	12,78	19,289	∞
1,4	5,893	6,914	8,343	10,487	14,061	21,208	∞
1,5	6,497	7,617	9,184	11,536	15,455	23,292	∞
1,57	6,956	8,15	9,821	12,329	16,508	24,865	∞

Таблица П.5

Зависимость $\cos \varphi$ от $k_1 x_k$

$k_1 x_k$	n						
	-0,3	-0,4	-0,5	-0,6	-0,7	-0,8	-1,0
0,0	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	1,000
0,1	0,776	0,802	0,830	0,861	0,897	0,937	1,000
0,2	0,812	0,845	0,878	0,910	0,940	0,968	1,000
0,3	0,827	0,863	0,895	0,925	0,951	0,973	0,998
0,4	0,83	0,865	0,897	0,925	0,949	0,969	0,994
0,5	0,826	0,859	0,889	0,916	0,939	0,959	0,987
0,6	0,816	0,847	0,875	0,900	0,923	0,943	0,973
0,7	0,802	0,83	0,856	0,88	0,901	0,921	0,953
0,8	0,787	0,811	0,834	0,855	0,875	0,894	0,926
0,9	0,772	0,792	0,811	0,829	0,847	0,863	0,893
1,0	0,757	0,773	0,789	0,803	0,818	0,832	0,858
1,1	0,744	0,756	0,768	0,779	0,790	0,801	0,822
1,2	0,733	0,741	0,749	0,757	0,765	0,773	0,788
1,3	0,723	0,728	0,734	0,739	0,744	0,749	0,759
1,4	0,716	0,719	0,721	0,724	0,727	0,730	0,735
1,5	0,710	0,711	0,712	0,713	0,714	0,715	0,717
1,57	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707

Таблица П.6

Зависимость $\sin \varphi$ от $k_1 x_k$

$k_1 x_k$	n						
	-0,3	-0,4	-0,5	-0,6	-0,7	-0,8	-1,0
0,0	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	0,000
0,1	0,630	0,598	0,558	0,509	0,443	0,350	0,007
0,2	0,584	0,535	0,479	0,415	0,340	0,252	0,027
0,3	0,562	0,506	0,446	0,380	0,309	0,232	0,060
0,4	0,557	0,501	0,442	0,380	0,316	0,248	0,106
0,5	0,564	0,512	0,458	0,401	0,344	0,285	0,163
0,6	0,579	0,532	0,484	0,435	0,385	0,334	0,230
0,7	0,597	0,558	0,517	0,476	0,433	0,390	0,303
0,8	0,617	0,585	0,552	0,518	0,484	0,449	0,378
0,9	0,636	0,611	0,585	0,559	0,532	0,505	0,449
1,0	0,653	0,634	0,615	0,595	0,576	0,555	0,514
1,1	0,668	0,655	0,641	0,627	0,613	0,599	0,570
1,2	0,681	0,672	0,662	0,653	0,644	0,634	0,615
1,3	0,691	0,685	0,679	0,674	0,668	0,662	0,651
1,4	0,698	0,695	0,693	0,690	0,687	0,684	0,678
1,5	0,704	0,703	0,702	0,701	0,700	0,699	0,697
1,57	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707

Таблица П.7

**Средние значения относительной магнитной проницаемости
конструкционной стали при различной напряженности
магнитного поля**

$H \cdot 10^{-2}$, А/м	H , Э	B , Тл	μ	$H^2 \cdot \sqrt{\mu}$
40	50	1,496	299	$2,75 \cdot 10^8$
80	100	1,635	164	$7,9 \cdot 10^8$
159	200	1,785	89,2	$2,4 \cdot 10^9$
239	300	1,873	62,3	$4,51 \cdot 10^9$
399	500	1,985	39,7	$1 \cdot 10^{10}$
797	1000	2,099	21,0	$2,91 \cdot 10^{10}$
1594	2000	2,228	11,1	$8,48 \cdot 10^{10}$
2391	3000	2,338	7,8	$1,6 \cdot 10^{11}$
3188	4000	2,441	6,1	$2,51 \cdot 10^{11}$
3587	4500	2,491	5,5	$3,02 \cdot 10^{11}$
3985	5000	2,540	5,1	$3,59 \cdot 10^{11}$
4770	6000	2,640	4,4	$4,77 \cdot 10^{11}$
5570	7000	2,740	3,9	$6,23 \cdot 10^{11}$

Таблица П.8

Значения коэффициента Нагаока k_N в зависимости от D/h

D/h	k_N	D/h	k_N	D/h	k_N	D/h	k_N
0,0	1,0	0,5	0,83	1,0	0,68	6,0	0,27
0,1	0,96	0,6	0,79	2,0	0,505	7,0	0,25
0,2	0,92	0,7	0,76	3,0	0,41	8,0	0,23
0,3	0,885	0,8	0,73	4,0	0,35	9,0	0,21
0,4	0,85	0,9	0,71	5,0	0,31	10,0	0,20

Таблица П.9

Значения расчетных коэффициентов A , B , k_r и k_x

m_2	A	B	k_r $\left(\frac{m_2 A}{\sqrt{2}}\right)$	k_x $\left(\frac{m_2 B}{\sqrt{2}}\right)$	m_2	A	B	k_r $\left(\frac{m_2 A}{\sqrt{2}}\right)$	k_x $\left(\frac{m_2 B}{\sqrt{2}}\right)$
0,0	0,0	1,0	0,0	0,0	5,0	0,24	0,28	0,849	0,99
0,5	0,031	0,99	0,011	0,35	6,0	0,21	0,24	0,891	1,018
1,0	0,12	0,98	0,085	0,693	8,0	0,16	0,18	0,905	1,018
1,5	0,25	0,91	0,265	0,965	10,0	0,13	0,14	0,919	0,99
2,0	0,34	0,77	0,481	1,089	15,0	0,09	0,09	0,955	0,955
2,5	0,38	0,62	0,672	1,096	20,0	0,0707	0,0707	1,0	1,0
3,0	0,36	0,50	0,764	1,061	25,0	0,0565	0,0565	0,999	0,999
3,5	0,33	0,41	0,817	1,015	30,0	0,047	0,047	0,997	0,997
4,0	0,29	0,36	0,82	1,018	40,0	0,0353	0,0353	0,998	0,998