Кудрицкий Г. А.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ПРОГРЕССИИ, СУММА ЧИСЕЛ КОТОРЫХ РАВНА ПРОИЗВЕДЕНИЯМ ЗАРАНЕЕ ЗАДАННЫХ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

МОНОГРАФИЯ

Санкт-Петербург
2017

Предисловие

В работе „нетрадиционная математика в целых числах„ изданной в 2006 году издательством „ Терция „ с помощью сложения были получены следующие результаты (для целых чисел).

1. Для любого нечетного числа в любой степени существуют разности квадратов двух целых чисел в количестве равным делителям этого числа.

2. Для любого четного числа в любой степени существуют разности квадратов двух целых чисел в количестве равном четным делителям этого числа.

3. Для простых чисел существует только одна разность квадратов двух чисел равная этому простому числу.

Электронной версии этой работы не существует. Во время работы была получена формула для исследования сумм целых неотрицательных чисел. С помощью этой формулы (сказано в этой работе) можно осуществлять самостоятельные исследования, но из-за того, что данная формула повлечет за собой множество других задач, которые должны быть решены. А так как решение этих задач отвлечет от основной задачи, рассматриваемой в работе [1], то было принято решение рассматривать эти задачи отдельной работой. Формула для исследования сумм целых неотрицательных чисел полученная в работе [1]:

$$Km + \frac{K(K-3)}{2}$$

где: K – количество суммируемых чисел в строчке. $1 \leq K < \infty$.

m - количество строчек, зависящих от m. $1 \leq m < \infty$. В каждой строчке K складываемых чисел.

В настоящей работе так же будут рассмотрены суммы четных и нечетных чисел с выводом соответствующих формул.

Будут с помощью сложения получены результаты, изложенные в работах [2,3,4]. В работе [2] с помощью сложения были получены результаты, которые послужили основой вместе с введением отрицательного остатка для исследования делимости в алгебраической форме.

В данной работе будут проведены более детальные исследования сложения целых чисел и связь сложения с умножением. Эти исследования приведут к возведению целых чисел в степень с помощью сложения, а так же выражения факториала в виде сумм целых чисел.

При проведении исследований пришлось разделить числа на числа, которые в своём разложении на сомножители не имеют нечетных чисел – к этим числам относятся только степени числа два. Остальные числа или простые или имеют в своем разложении на множители нечетные числа. Для полного совпадения с результатами, изложенными в [1,2,3] пришлось рассматривать алгебраические суммы, т. е. вводить отрицательные числа. Приведем некоторые определения и выводы, которые используется в ранее проделанных работах. [2,3,4]

Используется понятие начального числа, которое в данной работе будет служить первым слагаемым в сторону сложения и первым уменьшаемым в сторону вычитания. [2]. Используется понятие шага последовательности В. $1 \le B < \infty$. В данной работе арифметические прогрессии называются последовательностями, но это не меняет существа решаемой проблемы. Поэтому будет применяться формула расчета суммы арифметической прогрессии, которая приводится во всех учебниках по алгебре. Будут применяться методы вывода формул применяемые в работе статическое дифференцирование и интегрирование.

1. Числовые последовательности равные по величине произведению двух нечетных чисел.

Этот параграф начнем с отыскания последовательностей чисел, сумма которых будет равна произведению двух нечетных чисел. Например:

$13 \cdot 7 = 91$

Пусть начальным числом [2] будет число 13.

$10 + 11 + 12 + \underline{13} + 14 + 15 + 16 = 91$

Если начальным числом взять число семь, то получим такой же результат равный числу 91.

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \underline{7} + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 91$

Объяснение этих результатов находится в свойствах суммы арифметической прогрессии. В первом случае от начального числа в сторону сложения прибавляется три числа с шагом равным единице. С таким же шагом равным единице от начального числа вычитаются три числа. [2]. В сумме с начальным числом получили арифметическую прогрессию из семи чисел. Сумма арифметической прогрессии вычисляется по известной формуле.

$$S = \frac{(16+10)\times 7}{2} = 91$$

Таким же образом вычисляется и составляется арифметическая прогрессия, когда начальным числом выбирается число 7. Количества складываемых и вычитаемых чисел от начального числа равны друг другу.

Отметим одно важное свойство. Пусть при тех же начальных числах мы будем прибавлять, и вычитать числа с произвольным шагом В.

В сторону сложения первым числом будет (13+В). Применяя метод вывода формул методом статического дифференцирования можно написать [5]:

$(13+B) + B(m - 1) = 13 + Bm.$

В сторону вычитания первым числом, стоящим около начального будет число: (13-В). Можно написать :

$(13-B) - B(m - 1) = 13 - Bm.$

В общем виде можно написать формулу:

$$(13 - Bm) + \underline{13} + (13 + Bm) \qquad (1.1)$$

где: $1 \le B` <` \infty$. m – ограничено вторым сомножителем, не являющимся начальным нечетным числом.

Пусть $\underline{L}_1 \times L_2$ - произведение двух нечетных чисел. $\underline{L}_1$ – начальное число. Величина m_{max} вычисляется по формуле:

$$m_{\max} = \frac{L_2 - 1}{2} \tag{1.2}$$

Для произведения произвольных нечетных чисел формулу (1.1) можно переписать в виде:

$$(\underline{L}_1 - Bm) + \underline{L}_1 + (\underline{L}_1 + Bm) \tag{1.3}$$

где: $\underline{L}_1$ – начальное число. В – шаг образовываемой арифметической прогрессии. $1 \le B < \infty$. m – последовательно принимает значения от 1 до $\frac{L_2 - 1}{2}$, как в сторону сложения, так и в сторону вычитания.

Для примера вычислим сложением произведение 13×3 при В = 1. По формуле (1.2) m=1. Имеем арифметическую прогрессию из трех чисел:

$12 + \underline{13} + 14 = 39$

Найдем арифметическую прогрессию равную произведению числа 13 на 19. По формуле (1.2) $m_{max} = 9$ и при В = 1 крайние члены искомой арифметической прогрессии в сторону вычитания (13-9) = 4 в сторону сложения максимальное число будет равно (13+9) = 22. Зная конечные числа арифметической прогрессии можно найти сумму ее членов.

$$\frac{(22+;4) \times 19}{2} = 247$$

$4+5+6+7+8+9+10+11+12+\underline{13}+14+15+16+17+18+19+20+21+22=247$

Зная математические выражения определяемые формулой (1.3) и формулу определения суммы членов арифметической прогрессии напишем формулу определения ее суммы в общем виде:

$$S = \frac{(\underline{L}_1 + Bm + \underline{L}_1 - Bm) \times L_2}{2} = \underline{L}_1 \times L_2 \tag{1.4}$$

Как видно из формулы (1.4) сумма арифметической прогрессии не зависит от величины шага прогрессии при наличии конечно начального числа, от которого находятся конечные числа искомой арифметической прогрессии.

Проверим этот вывод при В = 6. Найдем арифметическую прогрессию сумма членов которой будет равна произведению $\underline{13} \times 19 = 247$.

Девятнадцатый член искомой арифметической прогрессии будет равен:

$13+ 6 \times 9=67$. Первый член искомой арифметической прогрессии будет равен: $13 - 6 \times 9 = - 41$. сумма будет равна:

$$\frac{(-41 + 67) \times 19}{2} = 247$$

$-41-35-29-23-17-11-5+1+7+\underline{13}+19+25+31+37+43+49+55+61+67=247$

Таким образом при изменении В от единицы до бесконечности мы имеем бесконечное множество последовательностей сумма членов которой будет равна произведению двух заданных нечетных чисел. Поэтому исследования вопросов в этой работе будут вестись с В =1.

Рассмотрим арифметическую прогрессию, сумма членов которой равна произведению 13×19=247.   B=1

Наименьшее число в сторону вычитания – это число 4.

Наибольшее число в сторону сложения - это число 22.

Сумма членов этой конечной арифметической прогрессии:

$$\frac{(4+22)\times 19}{2}=247$$

К наименьшему числу в сторону вычитания прибавим единицу, получим число 5.

От наибольшего числа в сторону сложения вычтем единицу, получим число21.

Таким образом, мы уменьшили количество суммируемых чисел на 2.

Сумма членов этой прогрессии будет уже не 19 а 17.. Имеем:

$$\frac{(5+21)\times 17}{2}=13\times 17=221$$

Проделаем такую же операцию с членами арифметической прогрессии сумма которой равна произведению 13×17=221. Имеем:

$$\frac{(6+20)\times 15}{2}=13\times 15=195$$

Так можно продолжать до произведения 13×1=13.

Следующее число в этом ряду будет равно произведению 13×3=39

Далее будет прогрессия: 13+12+13+14+15=65. 13×5=65.

Таким образом, можно написать последовательность чисел равную произведению числа 13 на последовательность нечетных чисел 2m-1/

13, 39, 65, 91, 117, 143, 169, 195, 221, 247, . . .

26, 26, 26, 26, 26, 26, 26, 26, 26, . . .

Применяя метод статического дифференцирования, напишем уравнение этой последовательности: [5].

13 + 26(m-1) = 26m – 13 = 13(2m-1)   (1.5)

где: $1 \leq m < \infty$

Бесконечное число и арифметических прогрессий существует, которое будет удовлетворять уравнению (1.5). для составления этих прогрессий необходимо соблюдать следующие условия:

Количество чисел в сторону вычитания от начального числа должно быть равно количеству чисел в сторону сложения от начального числа при одном и том же шаге В.

При увеличении нечетного числа не являющегося начальным на следующее: уменьшаем на единицу число в сторону вычитания и увеличиваем число на единицу в сторону сложения. Таким образом, мы находим последовательность, сумма чисел которой больше предыдущей, то есть, равна произведению $L_1\times(L_2+2)$. L_1 и L_2 - нечетные числа.

В работе [1] приведена формула для исследования сумм неотрицательных чисел. С помощью этой формулы возможно составление арифметических прогрессий равных произведению четных и нечетных чисел.

1.2. Исследование делимости с помощью формулы, полученной в работе [1]. Исследование чисел последовательностей 6m-5 и 6m-1.

$$Km + \frac{K(K-3)}{2} \qquad (2.1)$$

где: K – количество суммируемых чисел в строчке. $1 \leq K < \infty$.

m - количество строчек. $1 \leq m < \infty$. В каждой строчке K складываемых чисел.

Рассмотрим суммы образованные из двух чисел получаемых с помощью уравнения (2.1). При K=2 имеем:

2m – 1

0 + 1 = 1, 1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5, 3 + 4 = 7, 4 + 5 = 9, ….

Выпишем первые слагаемые:

0, 1, 2, 3, . . . , m – 1

Выпишем вторые слагаемые:

1, 2, 3, 4, ... m

Сумма этих последовательностей при одних и тех же m будет:

m – 1 + m = 2m-1= {1, 3, 5, 7, 9, . . . } (2.2)

Сумма по три числа по формуле (2.1.) будет равна: 3m

1). 0 + $\underline{1}$ + 2 = 3, 2). 1 + $\underline{2}$ + 3 = 6, 3) 2 + $\underline{3}$ + 4 = 9, 4) 3+ $\underline{4}$ + 5 = 12,
5). 4 + $\underline{5}$ + 6 =15, 6) 5 + $\underline{6}$ + 7 = 18, 7) 6 + $\underline{7}$ + 8 = 21, 8) 7+ $\underline{8}$ + 9 = 24,
9) 8 + $\underline{9}$ + 10 = 27, 10) 9 + $\underline{10}$ + 11 =30, 11) 10 + $\underline{11}$ + 12 =33, ...

Числа 1, 2. 3, 4, и т. д. являются начальными. В отличие от разобранного в параграфе 1случая отыскания последовательностей равных произведению двух нечетных чисел, где начальными числами являются нечетные числа в сумме по три числа (по формуле 2.1) половина начальных является чётными числами.

На суммах стоящих под номерами 1, 3, 5, 7, . . . 2m-1 - начальными числами являются нечетные числа. Уравнение выборки m\ = 2m-1. Подставив уравнение выборки в 3m\ , получим числовое уравнение:

3(2m-1) = 6m-3 (2.3)

На суммах под четными номерами уравнение выборки, будет: m\ = 2m.

Числовое уравнение будет:

3(2m) = 6m (2.4)

Сразу стоит отметить, что для данной работы коммутативный (переместительный) закон сложения применять нельзя, потому что теряется смысл применения начального числа.

Отметим, что с помощью формулы (2.1) сложением по два числа мы получили в сумме ряд нечетных чисел. Сложением по три числа мы получили все числа делящиеся на 3 как четные, так и нечетные.

В следующем параграфе мы будем рассматривать пока только нечетное количество суммируемых чисел. Будем рассматривать нечетные числа последовательности 6m-5. [2].

1.3. Суммы из семи чисел.

Подставив число 7 в формулу (2.1) получим:

$7m+\frac{7(7-3)}{2}=7m+14=7(m+2)$ мы получили, пользуясь формулой (2.1) сумму: 0+1+2+<u>3</u>+4+5+6= 21. 7(1+2)=21 при m=1 [2].

Это говорит о том, что не будет совпадения с уравнением выборки 7m-5 полученным в работе [2], и уравнением выборки 7m-1 в работе [3].

Определим следующую сумму:

1+2+3+<u>4</u>+5+6+7= 28

7, 14, 21, 28, ...

7, 7, 7, 7, . . .

Мы нашли шаг последовательности, определив разность 28 – 21 = 7. Нам так же известно, что для исходных уравнений разность между коэффициентом при m и свободным членом должна быть меньше или равна шагу последовательности [2]. Поэтому из числа 21 начинаем вычитать найденный шаг последовательности 7 до получения числа удовлетворяющего получения исходного уравнения.

Применяя метод статического дифференцирования , получим:

$S_1(m) = 7m$

где: $1 \le m < \infty$

В уравнении 7(m+2) Множитель <u>(m+2)</u> является начальным числом. А нам необходимо чтобы при m=1 начальное число было бы равно единице. Этому условию удовлетворяет уравнение $S_1(m) = 7m$.

Таблица для числа 7.

1 7	2 14	3 21	4 28	5 35	6 42	7 49	8 56	9 63	10 70
11 77	12 84	13 91	14 98	15 105	16 112	17 119	18 126	19 133	20 140

В таблице для числа 7 в каждой ячейке в верхней строчке записывается порядковый номер числа. Само число записывается на нижней строчке.

Под номерами: 1, 7, 13, . . . $m^{\backslash}$=6m-5 – уравнение выборки для числового уравнения $S_1(m) = 7m$. [2,3,4].

7(6m-5)= 42m – 35 = 6(7m-5)-5.

$m^{\backslash}$ = 7m-5 уравнение выборки для последовательности 6m-5 получено из уравнения 42m – 35 по правилу тождественных преобразований. [3].

Числа 7, 49, 91, . . . были определены, как принадлежащие последовательности 6m – 5, т. е. при делении на 6 дает остаток 1.

Далее будем писать без таких подробных объяснений.

Под номерами: 2, 8, 14, . . . $m^{\backslash}$ = 6m-4

7(6m-4) = 42m – 28 = 6(7m-4) – 4

Под номерами определяемыми уравнением выборки $m^{\backslash}$ = 7m-4 в последовательности 6m-4 стоят числа, которые делятся на 7.

Под номерами: 3, 9, 15, . . . $m^{\backslash}$=6m-3.

7(6m-3) = 42m – 21 = 6(7m-3)-3

Под номерами m\ = 7m-4 в последовательности 6m-3 находятся числа делящиеся на 7.

Под номерами: 4, 10, 16, . . . m\ = 6m – 2.

7(6m-2) = 42m – 14 = 6(7m – 2) - 2

Под номерами: 5, 11, 17, . . . m\ = 6m – 1

7(6m-1) = 42m -7 = 6(7m – 1) – 1

Под номерами: 6, 12, 18, . . . m\ = 6m

7(6m) = 42m = 6(7m) m\ =7m.

В работах [2,3,4] рассматривались только числа находящиеся в последовательностях 6m-5 и 6m-1. в этой работе будем придерживаться такого же направления.

Уравнение выборки 7m -5 и 7m-1 совпадают с уравнениями, полученными в работах [2,3].

Приведем суммы уравнений:

1) - 2 – 1 + 0 + <u>1</u> +2 + 3 +4 = 1×7 = 7
2) -1 + 0 + 1 + <u>2</u> +3 + 4 + 5 = 2×7 = 14
3) 0 + 1 + 2 + <u>3</u> + 4 + 5 + 6 = 3×7 = 21
4) 1 + 2 + 3 + <u>4</u> + 5 + 6 + 7 = 4×7 = 28
5) 2 + 3 + 4 + <u>5</u> + 6 + 7 + 8 = 5×7 = 35
6) 3 + 4 + 5 + <u>6</u> + 7 + 8 + 9 = 6×7 = 42
7) 4 + 5 + 6 + <u>7</u> + 8 + 9 + 10 = 7×7 = 49
8) 5 + 6 + 7 + <u>8</u> + 9 + 10 + 11 = 8×7 = 56
9) 6 + 7 + 8 + <u>9</u> + 10 + 11 + 12 = 9×7 = 63
10) 7 + 8 + 9 + <u>10</u> + 11 + 12 + 13 = 10×7 = 70
11) 8 + 9 + 10 + <u>11</u> + 12 + 13 + 14 = 11×7 = 77
12) 9 + 10 + 11 + <u>12</u> + 13 + 14 + 15 = 12×7 = 84
13) 10 + 11 + 12 + <u>13</u> + 14 + 15 + 16 = 13×7 = 91

…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………

Из приведенных сумм арифметических прогрессий так же видно, что при m\ = {1, 7, 13, . . . 6m-5} находятся числа принадлежащие последовательности 6m-5.

А под номерами m\ = {5, 11, 17, . . . 6m-1} находятся числа принадлежащие последовательности 6m-1.

1.4. Суммы из 13 чисел.

Подставив число 13 в формулу (2.1), получим:

$$13m + \frac{13(13-3)}{2} = 13m + 65 = 13(m+5) \qquad (2.2.1)$$

где: <u>(m+5)</u> – начальные числа. При m = 1 <u>(m+5)</u> = 6.

число 13 является постоянным множителем. Откуда находим максимальное значение m.

$m_{\max} = \frac{L_2 - 1}{2} = \frac{13-1}{2} = 6$ Зная значение m_{max} по формуле (1.1) имеем арифметическую прогрессию при начальном числе $\underline{1}$.

(1-6) + (1-5) + . . .+ $\underline{1}$ + . . . + (1+5) + (1+6)

Сумма данной арифметической прогрессии будет:

$$\frac{(7-5)\times 13}{2} = 1\times 13$$

Сумма арифметической прогрессии для начального числа два будет:

$$\frac{(8-4)\times 13}{2} = 26 = 2\times 13$$

И можем написать:

13, 26, 39, 52, ...

13, 13, 13, 13, . . .

Откуда по правилу составления уравнений изложенного в работе статическое дифференцирование и интегрирование, имеем:

$S_1(m) = 13m$

Таблица для числа 13.

1 13	2 26	3 39	4 52	5 65	6 78	7 91	8 104	9 117	10 130
11 143	12 156	13 169	14 182	15 195	16 208	17 221	18 234	19 247	20 260

В таблице для числа 13, так же как и в таблице для числа 7 в каждом квадратике указаны номера, под которыми стоят числа кратные 13 (в верхней строчке), а в нижней строчке указаны сами числа стоящие под этими номерами в последовательности 13m.

Под номерами: $m^\backslash = 6m-5 = \{1, 7, 13, . . .\}$ находятся числа принадлежащие последовательности 6m-5.

13(6m-5)=78m – 65 = 6(13m – 10) – 5

$m^\backslash$ =13m-10 – уравнение выборки, определяющее номера в последовательности 6m-5 под которыми стоят числа делящиеся на 13.

Под номерами: $m^\backslash = 6m - 1 = \{5, 11, 17, . . . \}$ находятся числа принадлежащие последовательности 6m – 1.

13(6m – 1) = 78m – 13 = 6(13m – 2) – 1

Напомним, что переход от произведения числа 13 на числа последовательности 6m-1 в порядке их следования к последовательности 6m – 1, т. е. размещения этих чисел в этой последовательности осуществляется по правилу тождественных преобразований [2].

Уравнения выборок $m^\backslash$ = 13m-10 и $m^\backslash$ = 13m – 2 совпадают с уравнениями выборок полученными в [2] и [3] соответственно.

Таблицы для чисел 7 и 13 составлены таким образом, что при желании можно перейти к рассмотрению делимости в десятичной системе счисления, но в данной работе такой переход рассматриваться не будет. Следующие таблицы будут составляться по такому же принципу.

Приведем суммы арифметических прогрессий равных произведению числа 13 на m, где последовательно изменяется от 1 и далее $1 \le m < \infty$.

Будем записывать только крайние члены арифметических прогрессий. Расчеты сумм будем опускать.

1) (1-6) + . . . + 1 + . . . + (1+6) = 1×13
2) (2-6) + . . . + 2 + . . . + (2+6) = 26 = 2×13
3) (3-6) + . . . + 3 + . . . + (3+6) = 39 = 3×13
4) (4-6) + . . . + 4 + . . . + (4+6) = 52 = 4×13
5) (5-6) + . . . + 5 + . . . + (5+6) = 65 = 5×13
6) (6-6) + . . . + 6 + … + (6+6) = 78 = 6×13
7) (7-6) + . . . + 7 + . . . + (7+6) = 91 = 7×13
8) (8-6) + . . . + 8 + . . . + (8+6) =104 = 8×13
9) (9-6) + . . . + 9 + . . . + (9+6) = 117 = 9×13
10) (10-6) + . . . + 10 + . . . +(10+6) = 130 = 10×13
11) (11-6) + . . . + 11 + . . . + (11+6) = 143 = 11×13
12) (12-6) + . . . + 12 + . . . + (12+6) = 156 = 12×13
13) (13-6) + . . . + 13 + . . . + (13+6) = 169 = 13×13

………………………………………………………

……………………………………………………..

………………………………………………………

Из представленных сумм арифметических прогрессий видно, что по этим суммам можно определить какие числа последовательностей упоряда с B=6 делятся на 13.

1.5. Суммы из 19 чисел.

Недостатком формулы (2.1) является то, что она сразу показывает суммы арифметических прогрессий без какой-либо наглядности. Вторым недостатком является то, что первая арифметическая прогрессия начинается не с начального числа равного единице.

Поэтому сразу начнем с определения арифметической прогрессии равной произведению 1×19, 1 – начальное число.

$m_{max}= \frac{19-1}{2} = 9$

1) (1-9) + . . . + 1 + . . . + (1+9) = 1×19 $\qquad \frac{(10-8)\times 19}{2} = 19$

2) (2-9) + . . . + 2 + . . . + (2+9) = 38 = 2×19
3) (3-9) + . . . + 3 + / / / + (3+9) = 57 = 3×19
4) (4-9) + … + 4 + . . . + (4+9) = 76 = 4×19
5) (5-9) + . . . + 5 + . . . + (5+9) = 95 = 5×19
6) (6-9) + . . . + 6 + . . . + (6+9) = 114 = 6×19
7) (7-9) + . . . + 7 + . . . + (7+9) = 133 = 7×19
8) (8-9) + . . . + 8 + . . . + (8+9) = 152 = 8×19
9) (9-9) + . . . + 9 + . . . + (9+9) = 171 = 9×19
10) (10-9) + . . . + 10 + . . . + (10+9) = 190 = 10×19

11) (11-9) + . . . + <u>11</u> + . . . + (11+9) = 209 = 11×19
12) (12-9) + . . . + <u>12</u> + . . . + (12+9) = 228 = 12×19
13) (13-9) + . . . + <u>13</u> + . . . + (13+9) = 247 = 13×19
…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………

Таким образом, мы получили последовательность 19m.

На номерах: 6m-5 = {1, 7, 13, . . . }, последовательности 19m стоят числа принадлежащие последовательности 6m-5.

19(6m-5) = 114m - 95 = 6(19m – 15) – 5.

m\ = 19m – 15 – уравнение выборки, которое выявляет номера в последовательности 6m-5 на которых находятся числа делящиеся на 19 без остатка. [2].

На номерах: 6m-1 = {5, 11, 17, . . . }, последовательности 19m находятся числа последовательности 6m-1.

19(6m-1) = 114m – 19 = 6(19m -3) – 1.

Уравнение выборки 19m-3 определяет номера на которых стоят числа, делящиеся на 19 в последовательности 6m-1. [3].

Полученные уравнения выборок совпадают с уравнениями выборок, полученными в работах [2] и [3].

1.6. Суммы из 25 чисел.

Наблюдается несоответствие названию главы 2 о работе с использованием формулы (2.1). Но надо отметить, что если бы не была выведена эта формула, то не было бы и разработки более рационального подхода к исследуемому вопросу. Поэтому нет необходимости изменять названия главы.

Определим произведение <u>1</u>×25.

$m_{max} = \frac{25-1}{2} = 12$

1) (1-12) + . . . + <u>1</u> + . . . + (1+12) = 1×25
2) (2-12) + . . . + <u>2</u> + . . . + (2+12) = 50 = 2×25
3) (3-12) + . . . + <u>3</u> + . . . + (3+12) = 75 = 3×25
4) (4-12) + . . . + <u>4</u> + . . . + (4+12) = 100 = 4×25
5) (5-12) + . . . + <u>5</u> + . . . + (5+12) = 125 = 5×25
6) (6-12) + . . . + <u>6</u> + . . . + (6+12) = 150 = 6×25
7) (7-12) + . . . + <u>7</u> + . . . + (7+12) = 175 = 7×25
8) (8-12) + . . . + <u>8</u> + . . . + (8+12) = 200 = 8×25
9) (9-12) + . . . + <u>9</u> + . . . + (9+12) = 225 = 9×25
10) (10-12) + . . . + <u>10</u> + . . . + (10+12) = 250 = 10×25
11) (11-12) + . . . + <u>11</u> + . . . + (11+12) = 275 = 11×25
12) (12-12) + . . . + <u>12</u> + . . . + (12+12) = 300 = 12×25
13) (13-12) + . . . + <u>13</u> + . . . + (13+12) = 325 = 13×25
14) (14-12) + . . . + <u>14</u> + . . . + (14+12) = 350 = 14×25

15) (15-12) + . . . + <u>15</u> + . . . + (15+12) = 375 = 15×25
16) (16-12) + . . . + <u>16</u> + . . . + (16+12) = 400 = 16×25
……………………………………………………….
………………………………………………………..
………………………………………………………..

Получили последовательность 25m.

В этой последовательности под номерами 6m-5 = {1, 7, 13, . . . } находятся числа находящиеся в последовательности 6m-5.

25(6m-5) = 150m – 125 = 6(25m – 20) – 5

$m^{\backslash}$ =25m -20 - уравнение выборки последовательности 6m-5 определяющее общие числа с последовательностью 25m.

Под номерами: 6m-1 = {5, 11, 17, . . . } в последовательности 25m находятся числа находящиеся и в последовательности 6m-1.

25(6m-1) = 150m-25 = 6(25m-4) – 1.

$m^{\backslash}$ = 25m-4 – уравнение выборки последовательности 6m-1 определяющее общие числа с последовательностью 25m.

Уравнения выборок 25m-20 и 25m-4 совпадают с уравнениями выборок выведенными в работах [2] и [3] соответственно.

На этом параграфе закончим нахождение арифметических прогрессий суммы членов которых равны произведению начальных чисел $\underline{L}_1$ = {1, 2, 3, 4, . . . } на числа последовательности L_2 = 6m-5. Наблюдаем, полное совпадение с результатами, которые выведены в [2] и [3].

1.7. суммы из 5 чисел.

Начиная с этого параграфа, будем находить арифметические прогрессии, суммы чисел которых равны произведениям чисел являющихся разложением на сомножители чисел последовательностей 6m-5 и 6m-1.

Начальными числами, будут: $\underline{L}_1$ = {1, 2, 3, . . . } Вторым сомножителем будут являться числа последовательности L_2 = 6m-1.

Найдём произведения <u>1</u>×5, <u>2</u>×5, <u>3</u>×5, . . . и т. д.

$m_{\max} = \frac{5-1}{2} = 2$, B = 1.

1) (1-2) + (1-1) + <u>1</u> + (1+1) + (1+2) = 1×5
2) (2-2) + . . . + <u>2</u> + . . . + (2+2) = 10 = 2×5
3) (3-2) + . . . + <u>3</u> + . . . + (3+2) = 15 = 3×5
4) (4-2) + . . . + <u>4</u> + . . . + (4+2) = 20 = 4×5
5) (5-2) + . . . + <u>5</u> + . . . + (5+2) = 25 = 5×5
6) (6-2) + . . . + <u>6</u> + . . . + (6+2) = 30 = 6×5
7) (7-2) + . . . + <u>7</u> + . . . + (7+2) = 35 = 7×5
8) (8-2) + . . . + <u>8</u> + . . . + (8+2) = 40 = 8×5
9) (9-2) + . . . + <u>9</u> + . . . + (9+2) = 45 = 9×5
10) (10-2) + . . . + <u>10</u> + . . . + (10+2) = 50 = 10×5
11) (11-2) + . . . + <u>11</u> + . . . + (11+2) = 55 = 11×5

12) (12-2) + . . . + <u>12</u> + . . . + (12+2) = 60 = 12×5
13) (13-2) + . . . + <u>13</u> + . . . + (13+2) = 65 = 13×5
14) (14-2) + . . . + <u>14</u> + . . . + (14+2) = 70 = 14×5
…………………………………………………..
…………………………………………………..
…………………………………………………..

Мы получили арифметическую прогрессию 5m
где: $1 \le m < \infty$.

Под номерами: 6m – 5 = {1, 7, 13, . . . } в прогрессии (последовательности) 5m, находятся числа находящиеся в последовательности 6m-1.

5(6m – 5) = 30m – 25 = 6(5m – 4) – 1.

$m^{\backslash}$ = 5m – 4 - уравнение выборки, определяет номера чисел равных произведению числа 5, находящегося в последовательности 6m-1, на числа последовательности 6m – 5 в порядке их следования.

Под номерами: 6m-1 = {5, 11, 17, . . .] в последовательности 5m находятся числа общие с последовательностью 6m-5. Определяют числа равные произведению числа 5 на числа последовательности 6m-1 в порядке их следования. Под пятым номером находится 5^2.

1.8. Суммы из одиннадцати чисел.

Число 11 находится в последовательности 6m-1. В этом параграфе вместо числа 5 будет число 11. И мы будем находить произведения числа 11 на ряд натуральных чисел в порядке их следования.

<u>L</u>$_1$ = {1, 2, 3, 4, . . . } – начальные числа.

$m_{\max} = \frac{11-1}{2} = 5$ B = 1

1) (1-5) + . . . + <u>1</u> + . . . + (1+5) = 1×11
2) (2-5) + . . . + <u>2</u> + . . . + (2+5) = 2×11 = 22
3) (3-5) + . . . + <u>3</u> + . . . + (3+5) = 3×11 = 33
4) (4-5) + . . . + <u>4</u> + . . . + (4+5) = 4×11 = 44
5) (5-5) + . . . + <u>5</u> + . . . + (5+5) = 5×11 = 55
6) (6-5) + . . . + <u>6</u> + . . . + (6+5) = 6×11 = 66
7) (7-5) + . . . + <u>7</u> + . . . + (7+5) = 7×11 = 77
8) (8-5) + . . . + <u>8</u> + . . . + (8+5) = 8×11 = 88
9) (9-5) + . . . + <u>9</u> + . . . + (9+5) = 9×11 = 99
10) (10-5) + . . . + <u>10</u> + . . . + (10+5) = 10×11 = 110
11) (11-5) + . . . + <u>11</u> + . . . + (11+5) = 11×11 = 121
12) (12-5) + . . . + <u>12</u> + . . . + (12+5) = 12×11 = 132
13) (13-5) + . . . + <u>13</u> + . . . + (13+5) = 13×11 = 143
14) (14-5) + . . . + <u>14</u> + . . . + (14+5) = 14×11 = 154
…………………………………………………..
…………………………………………………..
…………………………………………………

где: $1 \le m \le m_{max}$

Сложением по одиннадцать чисел по установленному в данной работе алгоритму мы получили последовательность 11m.

В которой под номерами: $m^{\backslash} = 6m - 5 = \{1, 7, 13, . . . \}$ находятся числа совпадающие с числами последовательности 6m – 1.

11(6m-5) = 66m-55 = 6(11m – 9) – 1

$m^{\backslash}$ = 11m-9 – уравнение выборки, выявляющее номера под которыми находятся числа делящиеся на 11 в последовательности 6m-1.

Под номерами: 6m -1 = {5, 11, 17, . . . } в последовательности 11m находятся числа последовательности 6m – 5, которые делятся на 11.

11(6m-1) = 66m – 11 = 6(11m-1) – 5.

$m^{\backslash}$ = 11m – 1.

Уравнения выборок $m^{\backslash}$ = 11m-9 и $m^{\backslash}$ = 11m-1 совпадают с уравнениями выборок, выведенными в работах [3] и [2] соответственно.

1.9. Суммы из 17 чисел.

Отметим еще одно преимущество предлагаемого метода разложения чисел на сомножители. В отличии от метода суммирования предлагаемого в работе [2], где рассматриваются суммы образуемые сложением двух последовательностей 6m-5 и 6m-1, которые и накладывают ограничения на использование числа упорядов, т. е. шагов последовательностей B.

В данной работе такого ограничения нет. Мы можем выбрать номера арифметических прогрессий с любым шагом. Так, например, для сумм арифметических прогрессий чисел 7 и 13 построены таблицы, которые описывают числа, которые делятся на 7 и 13 и находятся в последовательностях десятичной системы счисления.

Рассматривать суммы из 17 чисел будем производить уже по известному алгоритму, поэтому не будем его описывать ещё раз.

1) (1-8) + . . . + $\underline{1}$ + . . . + (1+8) = 1×17
2) (2-8) + . . . + $\underline{2}$ + . . . + (2+8) = 34 = 2×17
3) (3-8) + . . . + $\underline{3}$ + . . . + (3+8) = 51 = 3×17
4) (4-8) + . . . + $\underline{4}$ + . . . + (4+8) = 68 = 4×17
5) (5-8) + . . . + $\underline{5}$ + . . . + (5+8) = 85 = 5×17
6) (6-8) + . . . + $\underline{6}$ + . . . + (6+8) = 102 = 6×17
7) (7-8) + . . . + $\underline{7}$ + . . . + (7+8) = 119 = 7×17
8) (8-8) + . . . + $\underline{8}$ + . . . + (8+8) = 136 = 8×17
9) (9-8) + . . . + $\underline{9}$ + . . . + (9+8) = 153 = 9×17
10) (10-8) + . . . + $\underline{10}$ + . . . + (10+8) = 170 = 10×17
11) (11-8) + . . . + $\underline{11}$ + . . . + (11+8) = 187 = 11×17
12) (12-8) + . . . + $\underline{12}$ + . . . + (12+8) = 204 = 12×17
13) (13+8) + . . . + $\underline{13}$ + . . . + (13+8) = 221 = 13×17

…………………………………………………………..

…………………………………………………………..

Под номерами: $m^{\backslash} = 6m-5 = \{1, 7, 13, \ldots\}$ – находятся числа находящиеся в последовательности 6m-1.

$17(6m-5) = 102m – 85 = 6(17m- 14) – 1$

$m^{\backslash} = 17m-14$ – уравнение выборки описывает номера чисел в последовательности 6m-1, которые делятся на 17.

Под номерами: $m^{\backslash} = 6m-1 = \{5, 11, 17, \ldots\}$ – находятся числа последовательности 6m-5.

$17(6m-1) = 102m – 17 = 6(17m-2) – 5$

$m^{\backslash} = 17m-2$ – уравнение выборки описывает номера чисел в последовательности 6m-5, которые делятся на 17.

Ещё раз напомним, что последовательности упорядов, в которых нет простых чисел, в данной работе не рассматриваются. Рассматриваются только последовательности, которые имеют количество простых чисел больше одного. (Относится к главе 1).

Сравнение полученных уравнений выборок с уравнениями выборок, полученными в работах [2] и [3] выявляет их полное совпадение.

2. Числовые последовательности, сумма чисел которых равна по величине произведению двух четных чисел.

В главе 1 рассматривались арифметические прогрессии суммы чисел, которые равны произведениям нечетных чисел на ряд целых положительных чисел: $7\times\underline{m}$, $5\times\underline{m}$, $11\times\underline{m}$, $13\times\underline{m}$, . . . и. т. д.

где: $1 \le \underline{m} < \infty$. $\underline{m}$ – начальные числа.

В этой главе будем рассматривать произведения нечетных чисел на четные начальные: $7\times\underline{2m}$, $5\times\underline{2m}$, $13\times\underline{2m}$, $11\times\underline{2m}$, . . . `и. т. д.

где: $1 \le m < \infty$. $\underline{2m}$ –начальные числа.

Произведения числа 2 или любой степени числа 2 на любое нечетное число есть число четное.

Произведения числа 2 на любую степень числа 2 в этой работе рассматриваться не будут.

Рассмотрим произведение числа 6 на число 10.

$6\times10 = 60 = 4\times15$. $\underline{4}$ – начальное число. Найдём m_{max}

$$m_{max} = \frac{15-1}{2} = 7$$

$$(4-7) + \ldots + \underline{4} + \ldots + (4+7) = \frac{(11-3)\times15}{2} = 60$$

$-3-2-1+0+1+2+3+\underline{4}+5+6+7+8+9+10+11 = 60$

Из приведенного примера видно, что для того чтобы перемножить два четных числа необходимо представить его произведением четного числа на нечетное. Четный сомножитель будет всегда начальным числом.

Найдём произведение числа 6 на число 8.

$6\times8 = 48 = \underline{16}\times3$

$15 + \underline{16} + 17 = 48$

2.1. Арифметические прогрессии, сумма чисел которых равна произведению 7×<u>2m</u>. 1 ≤ m < ∞.

В данном случае начальные числа будут:

<u>2m</u> = {2, 4, 6, 8, 10, . . . } 1 ≤ m < ∞.

$m_{\max} = \frac{7-1}{2} = 3$

1) -1+0+1+<u>2</u>+3+4+5 = 14 = 7×2

2) 1+2+3+<u>4</u>+5+6+7 = 28 = 7×4

3) 3+4+5+<u>6</u>+7+8+9 = 42 = 7×6

4) (8-3)+. . .+<u>8</u>+. . .+(8+3) = 56 = 7×8

5) (10-3)+. . .+<u>10</u>+. . .+(10+3) = 70 = 7×10

6) (12-3)+. . .+<u>12</u>+. . .+(12+3) = 84 = 7×12

…………………………………………..

………………………………………….

…………………………………………..

Сравним полученные результаты с результатами, полученными в параграфе (1.3). Результаты совпадают с числами стоящими на чётных номерах в параграфе (1.3)

Рассмотрим результаты, стоящие на 3, 5 и 6 номерах

3) 3+4+5+<u>6</u>+7+8+9 = 42 = 7×6

42 = 3×14 = 21×2

(6-3)+. . .+<u>6</u>+. . .(6+3)=13+<u>14</u>+15=(2-10)+. . .+<u>2</u>+. . .+(2+10)=42

$\frac{(9+3)\times 7}{2} = 42$, 13+<u>14</u>+15=42, $\frac{(12-8)\times 21}{2} = 42$

5) (10-3)+. . .+<u>10</u>+. . .+(10+3) = 70 = 7×10

70=7×10=5×14=35×2

$\frac{(13+7)\times 7}{2} = 70$, 12+13+<u>14</u>+15+16=70, (2-17)+. . .+<u>2</u>+. . .+(2+17)=70

$\frac{(19-15)\times 35}{2} = 70$

6) (12-3)+. . .+<u>12</u>+. . .+(12+3) = 84 = 7×12

84=7×12=3×28=21×4

27+<u>28</u>+29=(4-10)+. . .+<u>4</u>+. . .+(4+10) = $\frac{(14-6)\times 21}{2} = 84$

Из рассмотренных примеров видно, что количество арифметических прогрессий, сумма чисел которых равна одному какому-либо четному числу, равна количеству нечетных делителей этого числа. Количество чисел входящих в каждую из этих арифметических прогрессий равно нечетному делителю. Начальным числом при рассмотрении предлагаемого метода для четных чисел может быть только четное число.

Это замечание можно отнести и к произведению нечетных чисел. Количество арифметических прогрессий будет равно количеству делителей. И надо заметить, что каждый нечетный делитель может быть начальным числом.

Под номерами: $m^{\backslash} = 3m-2 = \{1, 4, 7,. . . , \}$ в последовательности $14m$ находятся числа стоящие в последовательности $6m-4$.

$14(3m-2) = 42m – 28 = 6(7m -4) – 4$.

$m^{\backslash} = 7m-4$ – уравнение выборки в последовательности $6m-4$ выявляющее числа, которые делятся на 14.

Под номерами: $m^{\backslash} = 3m-1 = \{2, 5, 8, . . . \}$ в последовательности $14m$ находятся числа стоящие в последовательности $6m-2$.

$14(3m-1) = 42m – 14 = 6(7m-2) – 2$.

$m^{\backslash} = 7m-2$ – уравнение выборки в последовательности $6m-2$ выявляющее числа, которые делятся на 14.

Под номерами: $m^{\backslash} = 3m = \{3, 6, 9, 12, . . . \}$ в последовательности $14m$ находятся числа стоящие в последовательности $6m$.

$14(3m) = 42m = 6(7m)$

$m^{\backslash} = 7m$ – уравнение выборки в последовательности $6m$ выявляющее числа, которые делятся на 14.

Ещё раз можно сказать, что из последовательностей $p_1m, p_2m, . . . p_nm$ можно выделить последовательности $p_12m, p_22m, . . . , p_n2m$ т. е. можно выделить последовательности с любым шагом не только $2p_1, 2p_2$ а и $3p_1,. . . 3p_n$ или $2p_1p_2. . .p_n$ т. е. выделять любые комбинации шагов последовательностей ($p_1 . . . p_n$ – простые числа)

На этом закончим рассматривать нахождение арифметических прогрессий, суммы чисел которых равны заранее заданным произведениям целых чисел. Потому что это рассмотрение больше новой информации не даст.

3. Сумма последовательностей упорядов, образующих арифметические прогрессии, сумма чисел которых равна произведению нечетного числа на числа начальной последовательности.

В данной главе будут использоваться результаты, полученные в работах [2,3,4,] без повторного объяснения этих результатов.

3.1. Сумма последовательностей упоряда с B=6 образующих произведения начальной последовательности <u>(6m-5)</u> на число 7.

$$m_{\max} = \frac{7-1}{2} = 3$$

где: m_{max} – число, которое в данном случае ограничивает число вычитаемых и складываемых последовательностей. Число вычитаемых последовательностей равно числу складываемых последовательностей. Рядом стоящие последовательности отличаются на единицу при $m=1$.

$(6m-8)+(6m-7)+(6m-6)+\underline{(6m-5)}+(6m-4)+(6m-3)+(6m-2)$

$(-2) + (-1) + (0) + \underline{(1)} + (2) + (3) + (4) = 7\times1$

$4 + 5 + 6 + \underline{7} + 8 + 9 + 10 = 49 = 7\times7$

$10 + 11 + 12 + \underline{13} + 14 + 15 + 16 = 91 = 7\times13$

$16 + 17 + 18 + \underline{19} + 20 + 21 + 22 = 133 = 7\times19$

Последовательность минимальная в данных прогрессиях вычисляется следующим образом.

$6m-(5+m_{max})$ $m_{max} = 3$ Откуда для данного случая имеем:

6m-(5+3) = 6m-8

Последовательность максимальная для данного случая будет:

6m-(5-3)=6m-2

По формуле нахождения сумм арифметических прогрессий имеем:

$$\frac{[(6m-8)+(6m-2)]\times 7}{2} = \frac{(12m-10)\times 7}{2} = (6m-5)\times 7 \qquad (3.1.1)$$

Определим уравнение выборки в последовательности 6m-5, показывающей на каких номерах стоят числа, которые делятся на 7.

7(6m-5)= 42m-35= 6(7m-5)-5 (3.1.2)

$m^{\backslash} = 7m-5$ – уравнение выборки [2].

где: $1 \le m < \infty$

3.2. Сумма последовательностей упоряда с В=6 образующих произведения начальной последовательности (6m-5) на число 13.

$$m_{max} = \frac{13-1}{2} = 6$$

Последовательность минимальная будет:

6m-(5+6) = 6m—11

Последовательность максимальная будет:

6m-(5-6) = 6m+1

Итак, мы можем написать прогрессию, опуская записи промежуточных последовательностей. Записываем только минимальную последовательность, начальную последовательность и максимальную последовательность. По уравнению нахождения суммы конечной арифметической прогрессии определяем их суммы.

(6m-11)+ . . . + (6m-5) +. . . +(6m+1)

Определяем сумму чисел этой прогрессии:

$$\frac{[(6m-11)+(6m+1)]\times 13}{2} = (6m-5)\times 13 \qquad (3.2.1)$$

Определим номера чисел последовательности 6m5, числа которых делятся на 13.

13×(6m-5) = 78m-65 = 6(13m-10)-5 откуда:

$m^{\backslash} = 13m-10$ [2] (3.2.2)

где: $1 \le m < \infty$

3.3. Сумма последовательностей упоряда с В=6 образующих произведения начальной последовательности (6m-5) на число 19

$$m_{max} = \frac{19-1}{2} = 9.$$

Имеем прогрессию последовательностей:

(6m-14) + . . . + <u>(6m-5)</u> + . . . +(6m+4)

Сумма прогрессий определяемых последовательностной прогрессией будет:

$$\frac{[6m-14)+(6m+4)]\times 19}{2}=(6m-5)\times 19 \qquad ((3.3.1)$$

Уравнение выборки будет:

(6m-5)19=114m-95=6(19m-15)-5

m\ = 19m-15 – уравнение выборки [2]. (3.3.2)

3.4. Сумма последовательностей упоряда с B=6 образующих произведения начальной последовательности <u>(6m-5)</u> на число 25.

$$m_{\max}=\frac{25-1}{2}=12$$

Можно написать сумму последовательностей, образующих арифметические прогрессии, сумма чисел которых равна произведению числа 25 на последовательность 6m-5.

(6m-17) + . . . + <u>(6m-5)</u> + . . . + (6m+7)

Сумма прогрессий определяемых последовательностной прогрессией будет:

$$\frac{[(6m-17)+(6m+7)]\times 25}{2}=(6m-5)\times 25 \qquad (3.4.1)$$

Определим уравнение выборки, которое определяет номера чисел в последовательности 6m-5 делящихся на число 25.

(6m-5)25 = 150m-125 = 6(25m-20) – 5

m\ = 25m-20 – уравнение выборки. (3.4.2)

3.5. Выводы по параграфам 3.1, 3.2, 3.3, 3.4.

Данная работа осуществляет проверку результатов изложенных в [2,3,4] с использованием метода создания специальных арифметических прогрессий, которые и являются объектами изучения в этой работе. Доказательствам результатов изложенных в [2,3,4] в данной работе места нет.

Из уравнений 3.1.1 по 3.4.1 выпишем сомножители с добавлением сомножителя единицу.

1, 7, 13, 19, 25, . . .

6, 6, 6, 6, 6, ...

Имеем уравнение с учетом материала изложенного в параграфах 3.1 – 3.4

1 + 6(k-1) = 6k-5

(6k-5)(6m-5) - числовое уравнение (3.5.1)

где: $1 \le k < \infty$, $1 \le m < \infty$

Полученному числовому уравнению (3.5.1) сопутствует уравнение выборок при изменении k последовательно от 1 до бесконечности.

m, 7m-5, 13m-10, 19m-15, 25m-20, ... (3.5.2)
6m-5, 6m-5, 6m-5, 6m-5, 6m-5, . . .
где: $1 \le m < \infty$ (см. уравнения выборок с 3.1.2 по 3.4.2)

.Но в последовательности 6m-5 присутствуют и числа последовательности 6m-1.

3.6 Сумма последовательностей упоряда с В=6 образующих произведения начальной последовательности (6m-1) на число 5.

$$m_{\max} = \frac{5-1}{2} = 2$$

Последовательностная прогрессия будет:

(6m-3)+(6m-2)+(6m-1)+6m+(6m+1) = 30m-5 = 6(5m)-5.

3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25 = 5×5
9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55 = 5×11
15 + 16 + 17 + 18 + 19 = 85 = 5×17
…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………

Последовательностная прогрессия по формуле определения суммы конечной арифметической прогрессии будет:

$$\frac{[(6m+1)+((6m-3)]\times 5}{2} = (6m-1)5 \qquad (3.6.1)$$

Определим, в какой последовательности упоряда находятся числа определяемые уравнением (3.6.1) и определим уравнение выборки.

(6m-1)5 = 30m-5 = 6(5m)-5

m\ = 5m – уравнение выборки (3.6.2)

Уравнение выборки (3.6.2) определяет числа в последовательности 6m-5, которые делятся на 5.

.

3.7 Сумма последовательностей упоряда с В=6 образующих произведения начальной последовательности (6m-1) на число 11.

$$m_{\max} = \frac{11-1}{2} = 5$$

Последовательностная арифметическая прогрессия будет:

(6m-6) + . . . + (6m-1) + . . . + (6m+4)

Сумма последовательностной прогрессии будет:

$$\frac{[(6m-6)+(5m+4)]\times 11}{2} = (6m-1)11 \qquad (3.7.1)$$

Получили числовое уравнение (3.7.1) из которого определим уравнение выборки и последовательность, в которой находятся его числа.

11(6m-1) = 66m – 11 = 6(11m-1)-5

m\ = 11m-1 – уравнение выборки (3.7.2)

Числа находятся в последовательности 6m-5.

3.8 Сумма последовательностей упоряда с В=6 образующих произведения начальной последовательности <u>(6m-1)</u> на число 17.

$$m_{\max} = \frac{17-1}{2} = 8$$

Последовательностная арифметическая прогрессия будет:

(6m-9) + . . . + <u>(6m-1)</u> + . . . + (6m+7)

Сумма, которой будет:

$$\frac{[(6m-9)+(6m+7)]\times 17}{2} = (6m-1)\times 17 \qquad (3.8.1)$$

Определим, в какой последовательности упоряда с В=6 находится числовое уравнение (3.8.1) и соответствующее уравнение выборки.

(6m-1)17 = 102m – 17 = 6(17m-2) - 5 (3.8.2)

m\ = 17m-2 - уравнение выборки (см. [2]). Относится к последовательности 6m-5.

3.9 Выводы.

Из уравнений, полученных в параграфах 3.1 ÷ 3.8 делаем выводы о полном совпадений числовых уравнений и уравнений выборок с уравнениями, полученными в работе [2]. Числовые уравнения и уравнения выборок описывают числа находящиеся в последовательности 6m-5. При рассмотрении числовых уравнений и уравнений выборок, описывающих числа принадлежащие последовательности 6m-1 [3] были установлены два варианта их описания. Вариант умножения чисел последовательности 6m-5 на числа последовательности 6m-1 = {5, 11, 17, . . .} был выбран как предпочтительный варианту перемножения последовательности 6m-1 на числа последовательности 6m-5 = {7, 13, 19, . . . }, так как в первом варианте коэффициенты при целочисленном аргументе m указывают на числа принадлежащие последовательности 6m-1. Следовательно, начальной последовательностью будет последовательность <u>6m-5</u>. умноженная на числа 5, 11, 17, и т. д. по порядку их следования в последовательности 6m-1. Всё остальное ничем не отличается от нахождения последовательностных арифметических прогрессий при описании чисел находящихся в последовательности 6m-5. Поэтому описание чисел последовательности 6m-1 в данной работе опускается, потому что не даёт никаких новых данных и предлагается для самостоятельной тренировки, если такое желание появится.

4. Возведение чисел в степень и представление факториала в виде суммы чисел арифметических прогрессий.

В главе (2) было принято решение, что произведения числа 2 на степени числа 2 в данной работе рассматриваться не будут.

При возведении нечетных чисел в степень с помощью арифметических прогрессий надо различать, что нечетные числа делятся на простые и составные.

Будем возводить простое число 3 в степень.

$3 \times 3 = 3^2$ обозначим одно число 3 за начальное. Тогда можно написать при расчете $m_{max} = 1$.

$3^2 = 2 + \underline{3} + 4 = 9$

Условимся больше не оговаривать начальные числа. Достаточно будет и того, что они подчёркиваются.

При возведении числа 3 в третью степень можно написать:

$3^3 = 3 \times 3 \times 3$ а это означает, что начальными числами могут быть $\underline{3}$ или $\underline{9}$ т. е. мы имеем две равные по сумме чисел прогрессии. Условимся расчеты из-за элементарности m_{max} опускать. Имеем:

$8+\underline{9}+10=-1+0+1+2+\underline{3}+4+5+6+7=27=3^3$

При возведении числа 3 в четвёртую степень начальными числами могут быть $\underline{3}$, $\underline{9}$ и $\underline{27}$. Т. е. надо рассмотреть произведения $\underline{27} \times 3=\underline{9} \times 9=\underline{3} \times 27=81$

$26+\underline{27}+28=5+6+7+8+\underline{9}+10+11+12+13=(3-13) + \ldots + \underline{3} + \ldots + (3+13)=81$

При возведении числа 3 в пятую степень начальными числами могут быть уже четыре числа - это числа 3. 9, 27 и 81. Каждое из этих чисел может быть начальным.

$(3-40) + \ldots + \underline{3} + \ldots + (3+40) = \frac{[43-37) \times 81}{2} = 243 = 3^5$

$(9-13) + \ldots + \underline{9} + \ldots +(9+13) = \frac{(22-4) \times 27}{2} = 243$

$23+24+25+26+\underline{27}+28+29+30+31 = 243$

$80 + \underline{81} + 82 = 243$

Такие операции возведения в степень любого простого числа можно проделать с любым простым (кроме числа 2 и его степеней).

Пусть нам надо возвестить число $N = p_1 \times p_2 \times \ldots \times p_k$ в степень n.

$N^n = p_1^n \times p_2^n \times_{.....} \times p_k^n$ (4.1)

где: $p_1, p_2, \ldots, p_k$ - нечетные простые, числа входящие в разложение числа N в количестве k.

При представлении числа $N^n = \underline{L}_1^{n1} \times L_2^{n2}$

где: $\underline{L}_1$ – начальное число. L_2 – второй сомножитель.

Сумма степеней $n1 + n2 = nk$ (4.2)

Сумма степеней при любом начальном и соответствующем втором сомножителе должна быть равна постоянному числу nk.

При нахождении арифметических прогрессий сумма чисел, которых должна быть равна произведению нечетных чисел на число 2 или степеней числа 2. Начальное число в этом случае всегда четное число, а второй сомножитель является нечетным числом. Это является основным отличием от перемножения нечетных чисел. Это хорошо и наглядно будет видно при представлении факториала суммой чисел арифметических прогрессий.

$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$

$3! = 1+\underline{2}+3 = 6$

где: 3! – три факториал.

4! = 1×2×3×4 = 24

В этом произведении только одно нечетное число 3, как и при представлении 3!.

$m_{max} = \frac{3-1}{2} = 1$ 2×4=8 – начальное число. Имеем прогрессию из трёх чисел.

4! = 7 + <u>8</u> + 9 = 24

Найдём арифметические прогрессии сумма чисел, которых будет равна произведению 1×2×3×4×5 = 120 = 5!

В этом произведении присутствует уже два нечетных числа. Поэтому уже будет три арифметических прогрессии сумма чисел, которых будет равна произведению 5!. Это прогрессии из трёх чисел, пяти чисел и пятнадцати чисел.

<u>L</u>$_1$ = 2×4×5 = <u>40</u> Имеем:

5! = 39 + <u>40</u> + 41 = 120

Для прогрессии из пяти чисел имеем:

$m_{max} = \frac{5-1}{2} = 2$ <u>L</u>$_1$ = 2×3×4 = <u>24</u> – начальное число. Откуда имеем:

5! = 22 + 23 + <u>24</u> + 25 + 26 = 120

И, наконец, определим арифметическую прогрессию из 3×5 = 15 чисел, сумма которых будет равна 5!.

$m_{max} = \frac{15-1}{2} = 7$ <u>L</u>$_1$ =2×4 = <u>8</u> Имеем:

(8-7) + . . . + <u>8</u> + . . . + (8+7) Сумма этой арифметической прогрессии будет:

$$\frac{(1+15)\times 15}{2} = 8\times 15 = 120$$

Определим арифметические прогрессии сумма чисел которых будет равна 6! = 1×2×3×4×5×6 = 720

В этом случае число нечетных чисел равно числу нечетных чисел для 5! Это числа 3, 5 и 15. Но здесь надо учитывать и то, что число 6 = 2×3, т. е. прибавляется ещё одна арифметическая прогрессия из 9 чисел.

Определим прогрессию из 3 чисел.

<u>L</u>$_1$ =2×4×5×6 = <u>240</u> $m_{max} = \frac{3-1}{2} = 1$ Имеем:

6! = 239 + <u>240</u> + 241 = 720

Определим прогрессию из пяти чисел:

<u>L</u>$_1$ =2×3×4×6 = 144 $m_{max} = \frac{5-1}{2} = 2$ Имеем:

6! = 142 + 143 + <u>144</u> + 145 + 146 = 720

Определим прогрессию из 15 чисел:

<u>L</u>$_1$ = 2×4×6 = 48 $m_{max} = \frac{15-1}{2} = 7$

6! = (48-7) + . . . + 48 + . . . + (48+7) =720

Определим прогрессию из 9 чисел:

$\underline{L}_1 = 4\times4\times5 = 80$ $\quad m_{\max} = \frac{9-1}{2} = 4$ Имеем прогрессию:

76 + 77 + 78 + 79 + 80 + 81 +82 +83 + 84 = 720

или в сокращенной записи

(80-4) + . . . + 80 + . . . + (80+4) = 720

В арифметических прогрессиях, равных произведениям заведомо известных чисел, составные числа, входящие в эти арифметические прогрессии в свою очередь можно представить сумой чисел по изложенным правилам.

Например:

4! = 7 + 8 + 9 = 24

Число 9 = 3×3 = 2 + 3 + 4 подставим это выражение в 4!. Получим:

4! = 7 + 8 + 2 + 3 + 4 = 24

Результат не изменится и при В не равном единице.

9 = -2 + 3 + 8 В = 5

4! = 7 + 8 – 2 + 3 + 8 = 24

где: $1 \le B < \infty$

Над рассматриваемыми арифметическими прогрессиями можно производить арифметические действия. Например:

6 + 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 +6 = 21

6×15 = (1 + 2 + 3)(4 + 5 + 6) = 90 или

6×15 = (6-7) + . . . + 6 + . . . + (6+7) = $\frac{(13-1)\times15}{2} = 90$ $\quad m_{\max} = \frac{15-1}{2} = 7$

Более детальное изучение этих вопросов в данной работе производиться не будет.

Заключение.

Исследования, произведенные в данной работе, возникли благодаря формуле выведенной в работе [1]. Эта формула приведена в предисловии.

Но в результате производимых исследований эта формула оказалась непригодной для решения поставленных задач. Это можно проследить из самого текста предлагаемой работы.

Для того чтобы было с чем сравнивать результаты, получаемые от исследований, осуществляется дублирование работ [1,2,3,4]. Это упрощает и исследования в этой работе, потому что можно делать ссылки на упомянутые работы. Таким образом, введено начальное число [2] от которого идет процесс в сторону сложения и в сторону вычитания. [2,3,4]. Это можно понять и из текста предлагаемой работы. При последовательном изменении начального числа от единицы и далее и отыскании арифметических прогрессий, сумма чисел которых будет равна произведениям этих начальных на заранее заданное нечетное число.

Таким образом, мы получим арифметические прогрессии, сумма чисел которых будет равна произведениям заранее заданного числа на начальные, которые изменяются от единицы и если надо то и до бесконечности.

Эти результаты можно разместить по последовательностям любого упо-ряда. Числа (результаты) будут выявлять в этих последовательностях состав-ные числа, делящиеся на это заранее заданное число. В параграфах 1.3. и 1.4. возможность такой операции показана на примере составления таблицы пригодной для последовательностей десятичной системы.

В работах [1,2,3,4] такую операцию без вычислений осуществить не-возможно.

Содержание.

Список литературы

1. Кудрицкий Г. А. Нетрадиционная математика в целых числах Санкт-Петербург - Издательство „Терция„ 2006 г.

2. Кудрицкий Г. А. Нетрадиционная математика в целых числах. Нахождение делителей чисел и определение простых чисел. (Часть 1). 2011 г.
ФБ СПбГПУ Отдел электронных ресурсов и библиографии
http://dl.unilib.neva.ru/dl/2092.pdf

3. Кудрицкий Г. А. Нетрадиционная математика в целых числах. Нахождение делителей чисел и определение простых чисел. (Часть 2). 2012 г.
ФБ СПбГПУ Отдел электронных ресурсов и библиографии
http://dl.unilib.neva.ru/dl/2333.pdf

4. Кудрцкий Г. А. Алгоритм разложения чисел на множители. Нахождение делителей чисел и определение простых чисел. (Часть 3). 2013г.
ФБ СПбГПУ Отдел электронных ресурсов и библиографии
http://dl.unilib.neva.ru/dl/2/3523.pdf