

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Факультет технологии и исследования материалов

Кафедра «Сварка и Лазерные Технологии»

Соловьёв В.Д.

Основы лазерной физики

Текст лекций (3 курс)

Санкт-Петербург

2012

CONTENTS

Contents.....	2
Некоторые константы.....	4
Начала геометрической оптики.....	6
Закон отражения.....	6
Закон Снелла.....	7
Правило знаков.....	8
Полезное выражение.....	8
Формы поверхности фокусирующей линзы.....	9
Оценка величины сферической аберрации фокусирующей линзы.....	11
Понятие оптического изображения.....	13
Краткое описание аберраций.....	13
Описание распространения луча с помощью ABCD – матрицы.....	16
Лучевые матрицы основных оптических элементов.....	17
Матрица перехода сферической границы раздела сред.....	18
Матрица тонкой линзы с фокусным расстоянием f	18
Матрица зеркала с радиусом кривизны R	20
Связь положения предмета и изображения.....	20
"Scotchlite" spheres.....	21
Ретрорефлекторы.....	22
Телескопические системы.....	24
Схема Кеплера.....	24
Схема Галилея.....	25
Схема Кассегрена.....	26
Adaptive Optical Systems.....	28
Крупнейшие телескопы мира.....	29
Коррекция волнового фронта лазерного пучка методом АО.....	30
Лупа.....	31
Микроскоп.....	32

Периодические фокусирующие системы	33
Диаграмма устойчивости двухзеркального резонатора.....	34
Устойчивые резонаторы	36
Резонаторы на границе области устойчивости	37
Неустойчивые резонаторы.....	38
Волновая природа света.....	40
Волны, соглашение об обозначениях	40
Плоская волна в трёхмерном пространстве.....	42
Фаза и фазовая скорость	44
Плоская электромагнитная волна.....	45
Поток энергии в световой волне.....	46
Комплексная форма записи гармонических волн	47
Продольные моды резонатора	50
Описание состояний поляризации.....	52
Двулучепреломление. Поляризаторы	53
Четвертьволновая и полуволновая пластинки.....	54
Принцип Гюйгенса-Френеля. Дифракция	57
Область дифракции Френеля и Фраунгофера.....	58
Разрешающая способность. критерий Релея.....	61
Резонансное взаимодействие света с веществом	64
Свойства спонтанного и вынужденного излучения.....	65
Условие возникновения усиления света.	66
Принципиальная схема генератора.....	67
Схема лазера	69

НЕКОТОРЫЕ КОНСТАНТЫ

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}$$

$$e = 4.8 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭq} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ кулон}$$

$$\text{Масса электрона } m_e = 0.91 \cdot 10^{-27} \text{ г}$$

$$\text{Масса протона } m_p = 1.67 \cdot 10^{-24} \text{ г}$$

$$h = 6.626 \cdot 10^{-27} \text{ эрг сек}$$

$$\text{Радиус Бора } a_0 = 0.5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$$

$$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$\text{Постоянная Больцмана } k = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/град} = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/град} = 8.625 \cdot 10^{-5} \text{ эв/град}$$

$$\text{Число Авогадро } NA = 6.0225 \cdot 10^{23} / \text{mol}$$

$$\text{Энергия фотона с длиной волны 1.0 мкм} = 1.242 \text{ эв}$$

Гравитационная постоянная

$$G = 6.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{dyn cm}^2}{\text{g}^2}$$

$$\text{Радиус Солнца} = 6.96 \cdot 10^{10} \text{ см}$$

$$\text{Масса Солнца} = 1.99 \cdot 10^{33} \text{ г}$$

$$\text{Средний видимый диаметр Солнца } 32' \approx 9.3 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Радиус Земли} = 6.37 \cdot 10^8 \text{ см}$$

$$\text{Масса Земли} = 5.9742 \cdot 10^{27} \text{ г}$$

$$\text{Радиус орбиты Земли} = 1.496 \cdot 10^{13} \text{ см}$$

$$\text{Радиус Луны} = 1.738 \cdot 10^8 \text{ см}$$

$$\text{Масса Луны} = 7.348 \cdot 10^{25} \text{ г}$$

$$\text{Радиус орбиты Луны} = 3.844 \cdot 10^{10} \text{ см}$$

$$\text{Средний видимый диаметр Луны равен } 31' \approx 9 \cdot 10^{-3}$$

$$1 \text{ dyn} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm} / \text{s}^2 = 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 = 10^{-5} \text{ N}$$

("dyn", from Greek δύναμις (*dynamis*) meaning *power, force*)

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn}$$

$$1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$$

$$1 \text{ erg} = 1 \text{ dyn cm} = 10^{-7} \text{ J} = 6.2415 \cdot 10^{11} \text{ eV}$$

$$1 \text{ кулон} = 2.998 \cdot 10^9 \text{ СГСЭq}$$

$$1 \text{ вольт} = 1/299.8 \text{ СГСЭv}$$

$$1 \text{ в/м} = 1/29980 \text{ СГСЭv/см}$$

$$1 \text{ атм.} = 1013 \text{ millibars}$$

$$= 101.3 \text{ kPa}$$

$$= 760 \text{ torr}$$

$$= 760 \text{ mm Hg}$$

$$1 \text{ бар} = 100 \text{ kPa (kilopascals)}$$

$$= 1,000,000 \text{ dyn/cm}^2$$

$$= 0.987 \text{ atm}$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ atm pressure} &= 1.01325 \text{ bar} \\
 &= 1.01325 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\
 &= 1.01325 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2
 \end{aligned}$$

Радиус протона $\sim 10^{-13} \text{ cm} = 10^{-15} \text{ m} \approx 1 \text{ fm}$
 Из БКФ "Квантовая физика": радиус ядра
 $R_{\text{нuc}} \sim \sqrt[3]{A} \cdot 1.2 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$

A - массовое число
 для железа $A_{\text{Fe}} = 56$
 для золота $A_{\text{Au}} = 197$

Мощность звуковой волны в dB даётся выражением:

$$P_{\text{dB}} = 10 \log(P/P_0),$$

где $P_0 = 1.0 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2$ приблизительно соответствует порогу слышимости на частоте 1kHz.

Вещество	Показатель преломления $\left(\lambda = 5893 \text{ \AA} \right)$
Воздух (при нормальных условиях)	1.0003
Вода (20°C)	1.33
Стекло (цинковый крон)	1.52
Тяжёлое свинцовое стекло	1.90

$$1^\circ = 2\pi/360 \approx 0.01745$$

$$1' = 2\pi/(360 \cdot 60) \approx 0.00029$$

$$1'' = 2\pi/(360 \cdot 60 \cdot 60) \approx 4.848 \cdot 10^{-6}$$

Если исходить из релеевского критерия, две точки оказываются разрешёнными, если угловое расстояние между ними равно или больше значения половинной дифракционной ширины изображения этой точки.

Поэтому угловое разрешение глаза, при диаметре зрачка 2 мм и длине волны 0.55 мкм $\sim 1/4000$ или 0.000275 или примерно 1'.

НАЧАЛА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

В этой лекции будут кратко рассмотрены основные законы геометрической оптики и основные элементы оптических систем. **Закон преломления Снелла, закон отражения и закон дисперсии** – основные оптические законы, определяющие возможность манипулирования светом. Самые сложные оптические приборы, состоящие из **зеркал, линз и призм**, действуют в соответствии с этими законами. Эти законы были открыты эмпирически (опытным путём). На основании этих законов была разработана **геометрическая оптика - наука о распространении лучей**. Повседневный опыт приводит нас к убеждению, что в однородной оптической среде свет распространяется **прямолинейно**. Вывод о прямолинейном распространении света мы делаем, прежде всего, **наблюдая тени**, отбрасываемые предметами.

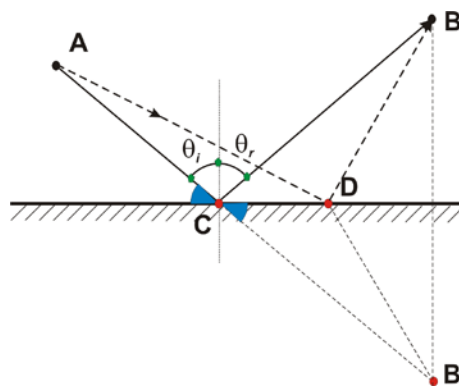
Геометрическое описание распространения света работает не только в однородной среде с постоянным показателем преломления, но и в случае **среды с изменяющимся в пространстве показателем преломления**. Пример: Gradient Index Lenses (**GRIN или градиентные линзы**). Примером градиентной линзы является хрусталик человеческого глаза.

Возникает естественный вопрос: как соотносятся геометрическая/лучевая оптика с волновой оптикой? Основываясь на физической оптике, геометрическая оптика получается как приближение, получаемое при устремлении длины волны света к нулю: $\lambda \rightarrow 0$. В этом приближении **лучи являются траекториями, перпендикулярными волновым фронтам**. Таким образом, **описание волны в геометрическом приближении можно заменить описанием совокупности лучей**.

Отметим, что в приближении геометрической оптики сохраняется широкое использование волновых фронтов, являющихся поверхностями, перпендикулярными лучам.

ЗАКОН ОТРАЖЕНИЯ

Изучение поведения лучей при отражении привело к формулировке чрезвычайно общего принципа связанного с именем **Герона Александрийского** (четыре столетия после Евклида!!!). Он **постулирует, что свет, вышедший из одной точки и попавший в другую точку движется по самой короткой траектории**. Из этого принципа следует прямолинейный характер распространения света, поскольку прямая линия, соединяющая две точки, есть кратчайший путь между ними. По той же причине становится очевидным (см. рисунок) закон отражения: $\theta_i = \theta_r$

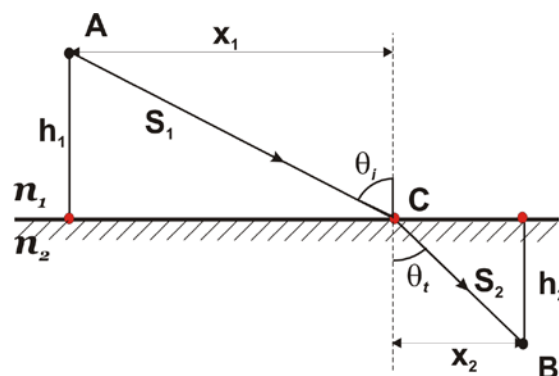


Задача: Каков должен быть размер зеркала, чтобы рассматривающий себя наблюдатель видел себя полностью? На каком расстоянии от пола, в этом случае, должен располагаться верхний край зеркала?

ЗАКОН СНЕЛЛА

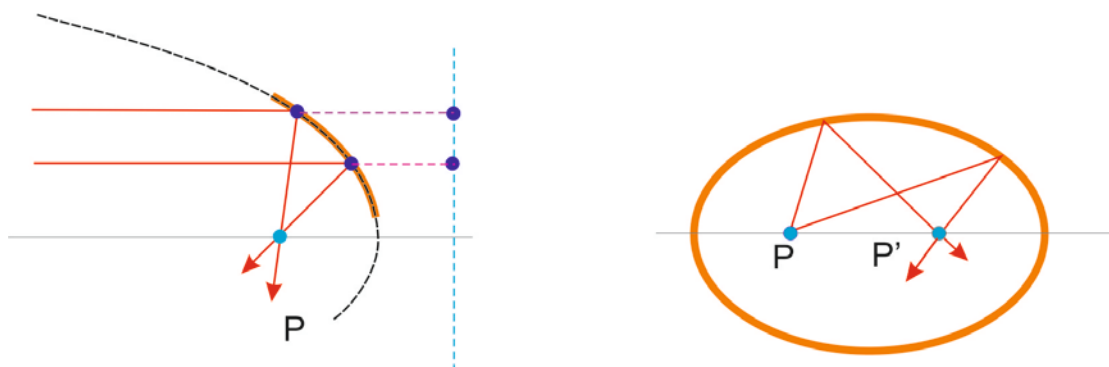
Сформулированный принцип наикратчайшего пути не объяснял факт преломления лучей на поверхности раздела двух прозрачных сред. Однако, небольшая модификация этого принципа позволяет объяснить и закономерности, возникающие при переходе света из одной среды в другую.

На самом деле **требования наикратчайшего пути и наименьшего времени распространения** из одной точки в другую точку эквивалентны для однородной среды. Это обобщение принципа Герона для лучей в различных средах было сформулировано **Пьером Ферма**. Если принять этот **принцип Ферма**, то легко получить закон преломления Снелла: $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$



Задача: Пусть из точечного источника A исходят лучи и, преломляясь, распространяются во второй среде. Какой из лучей попадёт в произвольно выбранную точку B ? Если распространение света происходит в соответствии с принципом минимума времени, то приходим к закону, полученному Снеллом.

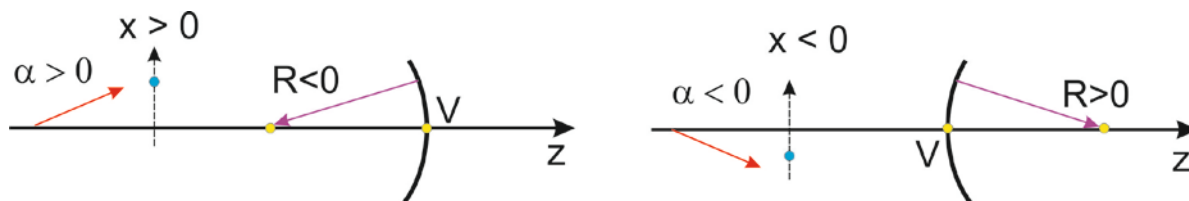
Примеры использования принципа Ферма:



Параболический отражатель используется в качестве фокусирующего зеркального объектива в мощных CO_2 лазерных технологических установках. Эллиптический отражатель используется в конструкциях квантронов твердотельных лазеров.

ПРАВИЛО ЗНАКОВ

Используемое здесь правило знаков иллюстрирует рисунок.



1. Луч распространяется слева направо вдоль положительного направления оси Oz.
2. Полусфера разделяет среды с показателями преломления n_1 (слева) и n_2 (справа).
3. Точка пересечения полусферы с осью Oz, её вершина, имеет координату v .
От вершины отсчитываются расстояния.
4. Сферическая поверхность имеет радиус кривизны R .
5. Удобно иметь дело с кривизной сферы $c=1/R$.
6. Радиус и кривизна являются положительными для выпуклого участка полусферы и отрицательными - для вогнутого участка.
7. Выбираем направление орта нормали к поверхности таким, чтобы его составляющая вдоль оси Oz всегда была положительной (для выпуклой поверхности с $R > 0$ - направлена к центру, для вогнутой поверхности с $R < 0$ - направлена от центра).
8. Расстояния вдоль Ox является положительным, если отсчёт происходит от оптической оси (ось Oz) вверх.
9. Углы отсчитываются от положительного направления оси Oz. Если отсчёт происходит против часовой стрелки, то угол - положительный.

ПОЛЕЗНОЕ ВЫРАЖЕНИЕ

Назовём **стрелкой прогиба** h поверхности расстояние, на которое она отступает от некоторой опорной поверхности в данном месте, например от опорной плоскости.

$$R^2 = x^2 + z^2$$

$$z = \pm \sqrt{R^2 - x^2} = \pm R \sqrt{1 - x^2/R^2} \approx$$

$$\approx \pm R \left(1 - x^2/2R^2\right) = \pm \left(R - x^2/2R\right)$$

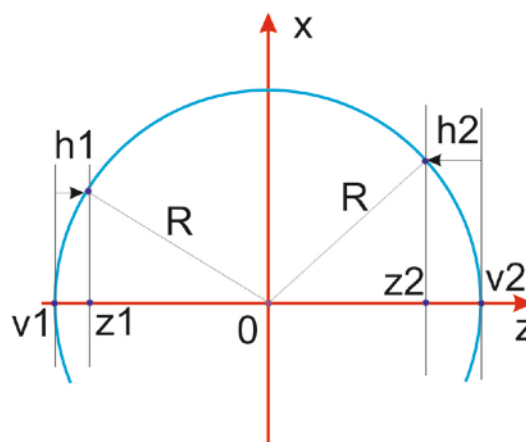
Используя правило знаков, можем переписать выражение:

$$h_1 = z_1 - z_{v1} =$$

$$= \left(-R + x^2/2R\right) - (-R) = x^2/2R$$

$$h_2 = z_2 - z_{v2} =$$

$$= \left(-R + x^2/2R\right) - (-R) = x^2/2R$$



Как видим, выражение для стрелки прогиба, с учётом знака радиуса кривизны в рассматриваемой точке, принимает вид: $h = x^2/2R$

ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ ФОКУСИРУЮЩЕЙ ЛИНЗЫ.

Воспользуемся принципом Ферма для выяснения формы задней поверхности фокусирующей линзы, у которой передняя поверхность плоская, а показатель преломления – n (Обобщённый случай рассмотрен Сивухиным - стр. 68). Пусть эта линза осуществляет фокусировку параллельного пучка, падающего по нормали к плоской поверхности.

Время прохождения любого из лучей от плоской поверхности до фокуса, в соответствии с принципом Ферма, должно быть одно и то же. Поэтому:

$$d \cdot n + f = (d + z) \cdot n + \sqrt{(f - z)^2 + x^2} \Rightarrow$$

$$z^2 - 2 \frac{f}{(n+1)} z - \frac{x^2}{(n^2 - 1)} = 0$$

Поскольку $z(0) = 0$, то приходим к следующему решению квадратного уравнения:

$$z(x) = \frac{f}{(n+1)} - \frac{f}{(n+1)} \sqrt{1 + \left(\frac{n+1}{n-1}\right) \cdot \frac{x^2}{f^2}}.$$

Как видим, задняя поверхность линзы должна быть **выпуклым гиперболоидом вращения**. Действительно, этот тип зависимости непосредственно следует из канонического уравнения гиперболы:

$$\frac{z^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \Rightarrow z = \pm a \sqrt{1 + \frac{x^2}{b^2}}.$$

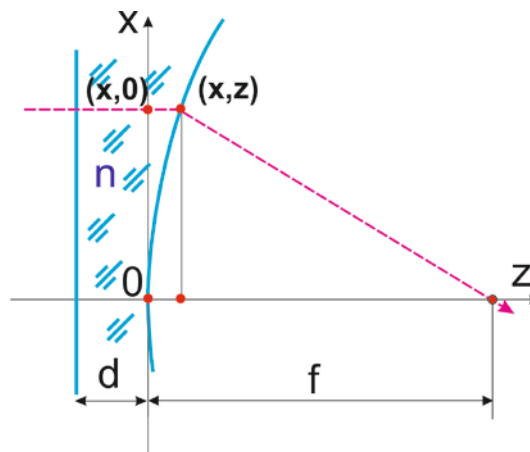
Рассмотрим приосевую область этой линзы. Пусть все лучи коллимированного пучка распространяются столь близко к оси, что $|x| \ll \left(\frac{n-1}{n+1}\right) f$, то есть его поперечный

размер оказывается значительно меньше этой величины. Предположим, что гиперболическую поверхность в пределах этого поперечного сечения пучка можно заменить наиболее близкой к ней сферической поверхностью. Естественно, здесь требуется физическая аргументация подобной замены, которую мы не приводим.

Подобная замена чрезвычайно выгодна с практической точки зрения – изготовление сферы несравненно проще изготовления гиперболической поверхности, а значит – значительно дешевле.

Выдвинутое предположение о соотношении поперечного размера пучка и фокальной длины линзы позволяет ограничиться первым членом разложения в степенной ряд функции $z(x)$:

$$z(x) \approx -\frac{1}{(n-1)} \cdot \frac{x^2}{2f}$$



Каков окажется радиус кривизны этой сферы, заменяющей гиперboloид? Очевидно, для этой сферы можно также ограничиться разложением в степенной ряд. Совпадение гиперboloида и сферы означает, что

$$z(x)_{\text{hyperb}} = z(x)_{\text{sph}} \Rightarrow -\frac{1}{(n-1)} \cdot \frac{x^2}{2f} = \frac{x^2}{2R}$$

Находим требуемую величину $R = -(n-1)f$, откуда следует, что

$$1/f = (n-1)(-1/R).$$

Это выражение является частным случаем формулы тонкой линзы – «*lens maker's equation*», когда радиус кривизны первой поверхности линзы $R_1 \rightarrow \infty$:

$$\frac{1}{f} \equiv (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Выводы:

- идеальная фокусировка осуществляется линзой со сложными поверхностями – гиперboloид, эллипсоид вращения,
- эту же задачу выполняют линзы со сферическими поверхностями лишь для параксиального пучка лучей.

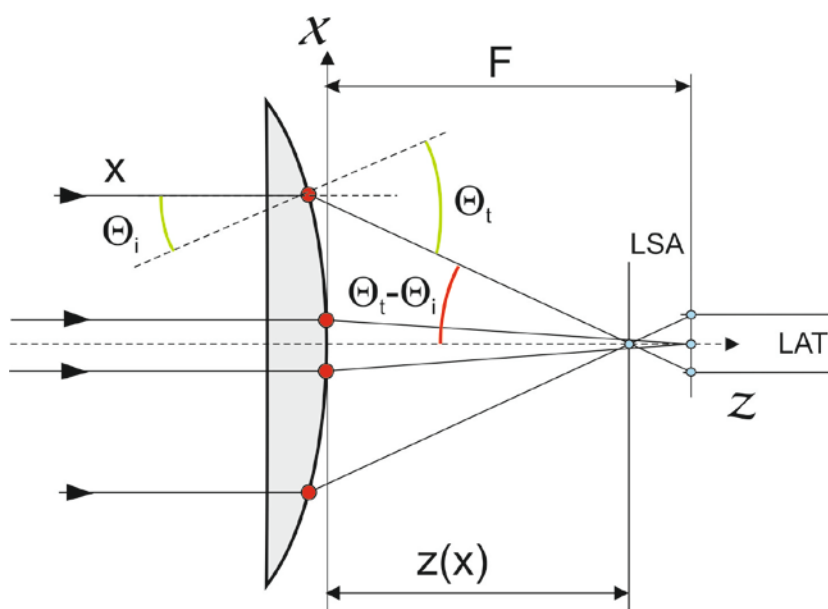
Очевидно, что встаёт вопрос об искажении картины фокусировки, или более обще - искажений получаемого изображения при замене «идеальных» линз линзами со сферическими поверхностями.

ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ СФЕРИЧЕСКОЙ АБЕРРАЦИИ ФОКУСИРУЮЩЕЙ ЛИНЗЫ

Различают продольную (LSA от Longitudinal Spherical Aberration) и поперечную (LAT от LATeral) сферические aberrации. Как видно из рисунка, **величина поперечной aberrации влияет на размер пятна в фокусе при фокусировке параллельного пучка**. Связь LAT и LSA даётся соотношением $LAT = LSA \cdot D/F$, где D - диаметр параллельного пучка, а F - фокусное расстояние линзы.

При расчёте не будем пользоваться правилами знаков, а будем записывать их непосредственно перед положительными арифметическими величинами.

Пусть пучок лучей распространяются параллельно главной оптической оси плоско-выпуклой линзы с показателем преломления 1.5. Выпуклая поверхность – сферическая с радиусом кривизны $R = 5$ см. Радиус пучка $x = 0.5$ см. Найти величину продольной сферической aberrации и диаметр сфокусированного пятна (поперечная сферическая aberrация).



The longitudinal spherical aberration (LSA)

The lateral spherical aberration (LAT)

Расстояние от вершины линзы до точки пересечения лучом оптической оси даётся выражением $z(x) = -x^2/2R + x/tg(\theta_t - \theta_i)$,

где x - расстояние от оси до падающего луча, угол падения луча на сферическую поверхность θ_i находится из очевидного выражения $\sin(\theta_i) = x/R$, а угол преломления находится из закона Снелла: $n \cdot \sin(\theta_i) = \sin(\theta_t)$. Тогда $\sin(\theta_t) = n \cdot \sin(\theta_i) = n \cdot x/R$.

Поскольку, в параксиальном приближении $\theta_t \rightarrow n \cdot x/R$; $\theta_i \rightarrow x/R$, то

$z(x)|_{x \rightarrow 0} = F = R/(n-1)$, где F - **фокусное расстояние такой тонкой плоско-выпуклой линзы**. В нашем случае $F = 10$ см. Тогда искомая продольная сферическая aberrация $LSA(x) = F - z(x) = F + x^2/2R - x/tg[\theta_t(x) - \theta_i(x)]$.

При проведении численных расчётов удобно определить безразмерную величину $\beta \equiv \sin(\theta_i) = x/R$.

Тогда $\sin(\theta_i) = n \cdot x/R = n \cdot \beta$, $\cos(\theta_i) = \sqrt{1 - \beta^2}$, $\cos(\theta_t) = \sqrt{1 - n^2 \beta^2}$ и, поэтому,

$$\begin{aligned} LSA(\beta) &= F + \frac{x^2}{2R} - \frac{x}{\operatorname{tg}[\theta_t - \theta_i]} = \frac{R}{n-1} + \frac{\beta^2 R}{2} - R \cdot \beta \frac{\cos(\theta_t - \theta_i)}{\sin(\theta_t - \theta_i)} = \\ &= R \left(\frac{1}{n-1} + \frac{\beta^2}{2} - \beta \frac{\cos(\theta_t)\cos(\theta_i) + \sin(\theta_t)\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)\cos(\theta_i) - \cos(\theta_t)\sin(\theta_i)} \right) = \\ &= R \left(\frac{1}{n-1} + \frac{\beta^2}{2} - \frac{n \cdot \beta^2 + \sqrt{1 - n^2 \beta^2} \sqrt{1 - \beta^2}}{n\sqrt{1 - \beta^2} - \sqrt{1 - n^2 \beta^2}} \right) \end{aligned}$$

Если использовать малостью величины $\beta^2 = 0.01$ по сравнению с 1, то приближенное значение для продольной сферической аберрации

$$\begin{aligned} LSA(\beta) &\approx R \left(\frac{1}{n-1} + \frac{\beta^2}{2} - \frac{n \cdot \beta^2 + \left(1 - \frac{n^2 \beta^2}{2}\right) \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right)}{n \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right) - \left(1 - \frac{n^2 \beta^2}{2}\right)} \right) \approx \\ &\approx R \left(\frac{1}{n-1} + \frac{\beta^2}{2} - \frac{n \cdot \beta^2 + 1 - \frac{n^2 \beta^2}{2} - \frac{\beta^2}{2}}{(n-1) \left(1 + n \frac{\beta^2}{2}\right)} \right) \approx \\ &\approx R \left(\frac{1}{n-1} + \frac{\beta^2}{2} - \frac{1}{(n-1)} \left(1 - n \frac{\beta^2}{2}\right) \left(n \cdot \beta^2 + 1 - \frac{n^2 \beta^2}{2} - \frac{\beta^2}{2}\right) \right) \approx \\ &\approx R \left(\frac{1}{n-1} + \frac{\beta^2}{2} - \frac{1}{(n-1)} \left(1 + \frac{n \cdot \beta^2}{2} - \frac{n^2 \beta^2}{2} - \frac{\beta^2}{2}\right) \right) = R \left(1 - \frac{n - n^2 - 1}{(n-1)}\right) \frac{\beta^2}{2} = F \frac{n^2 \beta^2}{2} \end{aligned}$$

Как видно, что при $\beta \rightarrow 0$ величина продольной аберрации стремится к нулю.

Величина поперечной сферической аберрации LAT, при условии $LSA \ll F$, даётся

$$\text{выражением: } LAT(\beta) = LST(\beta) \cdot \frac{2x}{F} = 2 \cdot \beta \cdot (n-1) \cdot LSA(\beta)$$

Подстановка численных значений $\beta = 0.5/5 = 0.1$, показателя преломления и фокуса линзы приводит к следующим величинам: $LSA \approx 0.1125$ см и $LAT \approx 0.01125$ см.

Чтобы понять, «много это или мало» сравним величину LAT с дифракционным размером пятна фокусировки данного пучка при $\lambda = 1$ мкм:

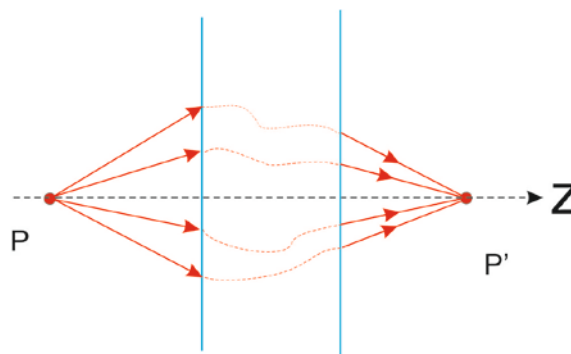
$$\varnothing \approx 2\lambda \cdot F/D = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10/1 = 0.002 \text{ см.}$$

Таким образом, из-за сферической аберрации диаметр сфокусированного пятна в 5 раз превышает дифракционный предел. Следовательно, **при той же самой мощности пучка плотность мощности на обрабатываемой детали уменьшается в 25 раз!**

ПОНЯТИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ.

Самое важное проявление принципа Ферма на практике происходит в ситуации, когда принципу минимального времени на прохождение светом пути от одной точки до другой удовлетворяет множество лучей/траекторий. С этой ситуацией мы сталкиваемся в *изображающих оптических системах*. Определение формы и положения совокупности оптических элементов, дающих качественную изображающую систему – основная задача геометрической оптики.

Если пучок световых лучей, исходящих из какой-либо точки P , в результате прохождения системы сходится в точке P' , то P' называется *изображением точки P* . Точку P' называют также фокусом геометрического схождения лучей. Изображение P' называют *действительным*, если лучи действительно пересекаются в точке P' .



Если в точке P' пересекаются продолжения лучей, проведённых в направлении, обратном распространению света, то *изображение называется мнимым*. Если лучи строго пересекаются в точке P' , то изображение называется *стигматическим*.

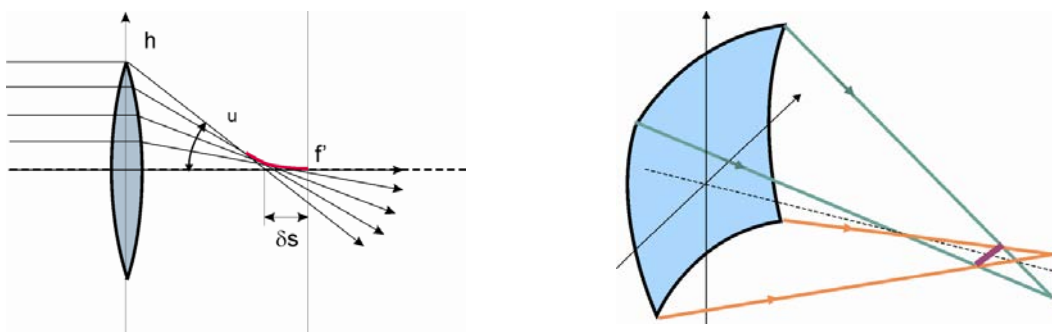
Примеры таких изображающих систем – эллипсоидный отражатель, параболический отражатель и двойная гиперболическая линза.

Обычно в оптике имеют дело со сферическими поверхностями, поскольку их значительно проще изготавливать. Однако эти поверхности не обеспечивают получения стигматических изображений.

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ АБЕРРАЦИЙ

Обычно оптические системы при построении изображений демонстрируют ряд *искажений* получаемого изображения, называемых *абберациями*. Различают *монохроматические абберации* и *хроматическую абберацию*. Хроматическая абберация характерна для линз, обладающих *дисперсией*, и проявляется при засветке излучением с широким спектральным составом. У зеркальных элементов эта абберация отсутствует.

Реальная линза обладает конечной толщиной, а проходящие через неё лучи могут располагаться далеко от оси. Рассмотрим случай засветки линзы параллельным пучком света, что имеет место при фокусировке лазерного излучения объективом лазерной технологической установки. *Поскольку поверхности линзы имеют сферическую форму, лучи, падающие на линзу на больших расстояниях от оси, преломляются сильнее и пересекают ось ближе к линзе, чем параксиальные лучи* (параксиальный фокус f'). В результате в плоскости, перпендикулярной оси линзы и проходящей через её параксиальный фокус, вместо стигматического изображения получится расплывчатое пятно. Этот эффект называется *сферической абберацией*. На картинке красным изображено сечение т.н. *каустической поверхности*.

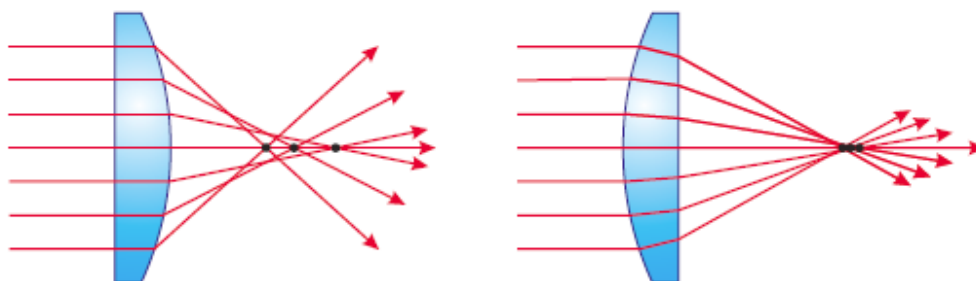


Параметр формы линзы (Coddington Shape Factor) $\sigma = (R_1 + R_2) / (R_2 - R_1)$.

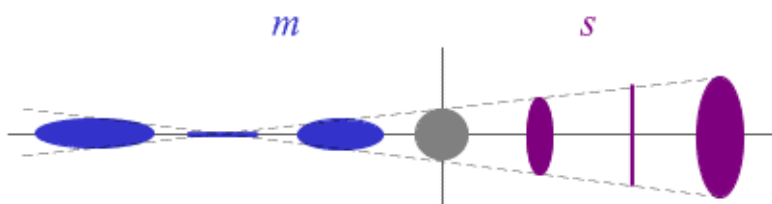
Пусть требуется использовать одиночную линзу в качестве фокусирующего объектива технологической установки. Оказывается, что при $n = 1.5$ минимальная сферическая будет у линзы с параметром формы линзы $|\sigma| = 5/7$, что, как легко рассчитать, приводит к выбору двояковыпуклой линзы с отношением радиусов кривизны $|R_2| = 6R_1$. То есть первая поверхность – значительно более крутая, чем вторая. Поэтому, в качестве фокусирующего объектива в этом случае можно использовать плоско-выпуклую линзу.

Практическая рекомендация.

При фокусировке параллельного пучка двояковыпуклая линза должна быть обращена навстречу параллельному пучку более крутой поверхностью, а плоско-выпуклая линза – выпуклой поверхностью.

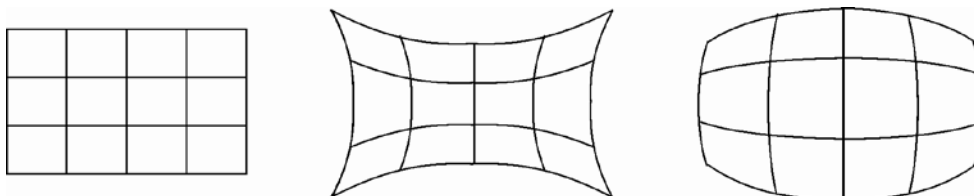


Другим важным типом монохроматической аберрации является **астигматизм**, возникающий при наклонном падении пучков на линзы или зеркала. Астигматический пучок – частный случай **негомоцентрического** пучка. Расстояние между точками схождения пучков в плоскостях с главными радиусами кривизны называется **астигматической разностью**. Наилучшая «точка» изображения расположена между этими отрезками.



Даже если астигматизм будет ликвидирован, то всё равно останется aberrация, называемая **кривизной изображения**: поверхность изображения не является плоской.

Дисторсия – это aberrация, характеризующаяся тем, что увеличение по полю зрения неодинаково. Этот вид aberrации является причиной «подушкообразности» или «бочкообразности» изображения: при изображении прямые линии искривляются.



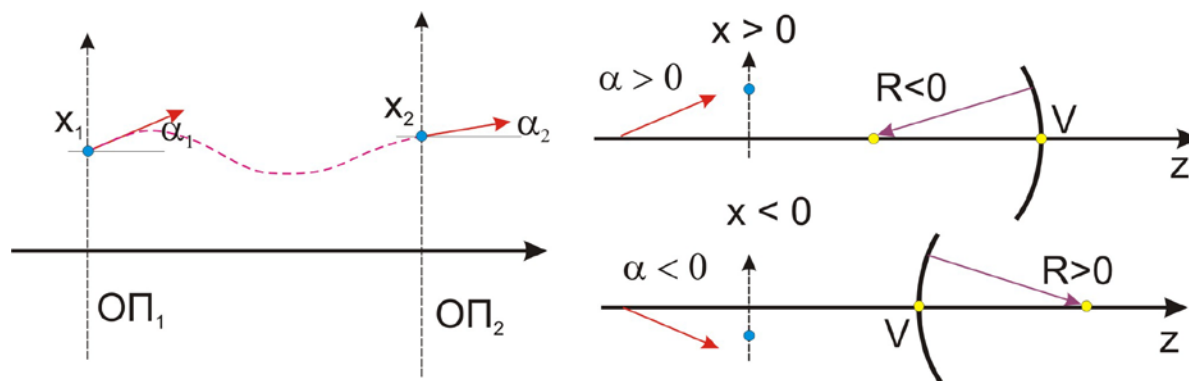
Если увеличение растёт с удалением от оси, то прямоугольная сетка превращается в "подушку". Если же увеличение падает с удалением от оси, то прямоугольная сетка превращается в "бочонок".

Наконец последний тип монохроматических aberrаций – **кома**. Точка предмета, лежащая вне оси, при отображении широким пучком в этом случае имеет изображение, сходное с хвостатой кометой.

ОПИСАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЛУЧА С ПОМОЩЬЮ ABCD – МАТРИЦЫ

Матричная оптика – т. е. совокупность геометрических законов для описания распространения лучей без учета дифракции с использованием матричного аппарата – тема, важная не только сама по себе. Этот подход чрезвычайно полезен для понимания распространения лазерных пучков в дифракционном приближении. Этот раздел оптики является удобным инструментом для описания свойств оптических резонаторов.

Рассмотрим луч света, который распространяется, в основном, в направлении оси OZ. Для простоты рассмотрим сначала случай луча, лежащего в плоскости, проходящей через оптическую ось OZ. В любом интересующем нас месте оптической системы мы проводим плоскость, перпендикулярную оптической оси. Эту плоскость будем называть опорной. Луч пересекает эту плоскость в некоторой точке. Расстояние от точки пересечения до оси и угол наклона луча в этой точке полностью характеризуют пространственное положение луча в опорной плоскости.



Пусть параметры луча на входной опорной плоскости есть (x_1, α_1) . Обозначим значения этих параметров на выходной опорной плоскости (x_2, α_2) . Для широкого класса оптических элементов в параксиальном приближении имеется линейная зависимость значений выходных параметров от значений параметров луча на входной опорной плоскости. Действительно, исходя из общего вида функциональной зависимости $x_2(x_1, \alpha_1)$ и $\alpha_2(x_1, \alpha_1)$ и справедливости параксиального приближения, можем ограничиться линейными членами разложения этих функций:

$$x_2(x_1, \alpha_1) \approx x_2(0, 0) + \left. \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \right|_{(0,0)} x_1 + \left. \frac{\partial x_2}{\partial \alpha_1} \right|_{(0,0)} \alpha_1$$

$$\alpha_2(x_1, \alpha_1) \approx \alpha_2(0, 0) + \left. \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \right|_{(0,0)} x_1 + \left. \frac{\partial \alpha_2}{\partial \alpha_1} \right|_{(0,0)} \alpha_1$$

Если ограничиться рассмотрением осесимметричных оптических систем (не рассматриваем клин), для которых $x_2(0, 0)$ и $\alpha_2(0, 0) = 0$, то в общем виде закон преобразования параметров луча записывается так:

$$\begin{cases} x_2 = A \cdot x_1 + B \cdot \alpha_1 \\ \alpha_2 = C \cdot x_1 + D \cdot \alpha_1 \end{cases} \quad \text{или в матричной форме} \quad \begin{pmatrix} x_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}.$$

Здесь коэффициенты лучевой матрицы ABCD описывают параксиальные свойства рассматриваемого оптического элемента. Главным свойством основных элементов является то, что определитель их лучевой матрицы равен единице

$$A \cdot D - B \cdot C = 1$$

Это равенство справедливо тогда, когда входная и выходная опорные плоскости находятся в средах с одинаковыми показателями преломления. Поскольку определитель произведения матриц равен произведению перемножаемых матриц, то и определитель схемы, составленной из таких элементов, тоже равен единице.

ЛУЧЕВЫЕ МАТРИЦЫ ОСНОВНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

В качестве первого элемента рассмотрим **участок однородной среды (а значит, в частном случае, и участок свободного пространства) длиной L**. Предполагаем, что опорные плоскости находятся в этой же среде. Очевидно, что для участка однородной среды справедливо соотношение

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + \alpha_1 \cdot L \\ \alpha_2 = \alpha_1 \end{cases}$$

Следовательно, матричная запись участка однородной среды длиной L имеет вид

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} \Rightarrow m = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

При переходе через границу раздела сред (вакуума \rightarrow среда с показателем преломления n), перпендикулярную оптической оси, имеем соотношение, являющееся следствием закона Снелла для параксиального луча

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 \Rightarrow n_1 \cdot \alpha_1 \approx n_2 \cdot \alpha_2$$

$$\begin{cases} x_2 = x_1 \\ n \cdot \alpha_2 = \alpha_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} \Rightarrow (\text{воздух} \rightarrow \text{стекло}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

Для границы раздела сред (среда с показателем преломления $n \rightarrow$ вакуум) получаем

$$\begin{cases} x_2 = x_1 \\ \alpha_2 = \alpha_1 \cdot n \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} \Rightarrow (\text{стекло} \rightarrow \text{воздух}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix}$$

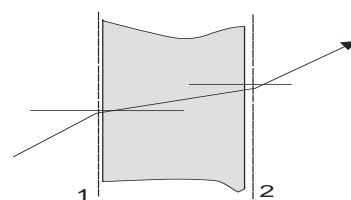
Теперь не представляет труда вычислить лучевую матрицу для участка среды длиной L с показателем преломления n . Правило умножения квадратной матрицы на вектор мы использовали при введении матричной записи. Напомним правило умножения квадратной матрицы на квадратную матрицу: «строка на столбец»

$$\begin{pmatrix} a1 & b1 \\ c1 & d1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a2 & b2 \\ c2 & d2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a1 \cdot a2 + b1 \cdot c2 & a1 \cdot b2 + b1 \cdot d2 \\ c1 \cdot a2 + d1 \cdot c2 & c1 \cdot b2 + d1 \cdot d2 \end{pmatrix}$$

При вычислении следует следить за порядком перемножаемых матриц.

$$m = (\text{стекло} \rightarrow \text{воздух}) \times m1 \times (\text{воздух} \rightarrow \text{стекло}) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & L/n \\ 0 & 1/n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



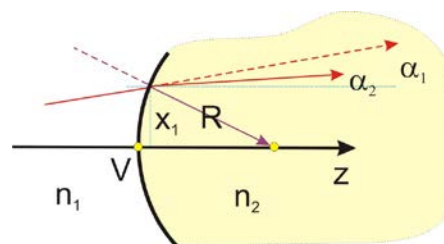
Проверим, что два участка среды с длинами L_1 и L_2 и одинаковыми показателями преломления дают матрицу с элементом длины $(L_1 + L_2)$.

$$\begin{pmatrix} 1 & L_2/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & L_1/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L_1/n + L_2/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

МАТРИЦА ПЕРЕХОДА СФЕРИЧЕСКОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА СРЕД

$$n_1 \left(\alpha_1 + \frac{x_1}{R} \right) = n_2 \left(\alpha_2 + \frac{x_1}{R} \right) \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = \frac{(n_1 - n_2)x_1}{n_2 R} + \frac{n_1}{n_2} \alpha_1; \quad x_2 = x_1$$



Таким образом, приходим к следующему виду матрицы:

$$m = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (n_1 - n_2)/n_2 R & n_1/n_2 \end{pmatrix}$$

МАТРИЦА ТОНКОЙ ЛИНЗЫ С ФОКУСНЫМ РАССТОЯНИЕМ F

При нахождении вида лучевой матрицы в этом случае можем воспользоваться предыдущим выражением. Пусть первая граница раздела (вакуум \rightarrow стекло) имеет радиус кривизны R_1 , а вторая граница раздела (стекло \rightarrow вакуум) - R_2 . Показатель преломления стекла - n . Тогда матрицы для первой и второй границ раздела равны соответственно:

$$m1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (1-n)/n \cdot R_1 & 1/n \end{pmatrix} \text{ и } m2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (n-1)/R_2 & n \end{pmatrix}.$$

Матрица тонкой линзы является произведением этих матриц:

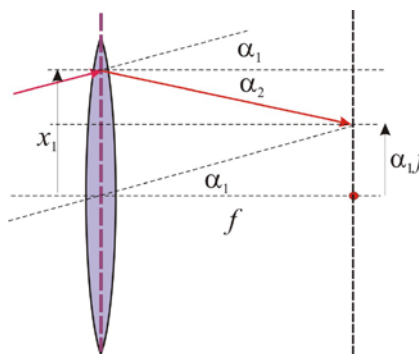
$$m = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (n-1)/R_2 & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (1-n)/n \cdot R_1 & 1/n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{(n-1)}{R_2} + n \frac{(1-n)}{n \cdot R_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -(n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) & 1 \end{pmatrix}$$

Обозначим

$$\frac{1}{f} \equiv (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

тогда

$$m = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}.$$



Отметим, что в данной записи f – алгебраическая величина. То же самое выражение для лучевой матрицы линзы можно получить, если воспользоваться традиционным методом построения хода произвольного луча с помощью **вспомогательного** луча, проходящего через центр линзы. При этом следует учитывать используемое правило знаков. Поскольку, $\alpha_1 f - \alpha_2 f = x_1$, то $\alpha_2 = (\alpha_1 f - x_1)/f = -x_1/f + \alpha_1$. Координаты лучей, очевидно, связаны соотношением $x_2 = x_1$.

Фокусирующая линза характеризуется положительной величиной f , что реализуется при условии $\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) > 0$. У рассеивающей линзы величина f отрицательная, что реализуется при условии $\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) < 0$.

Рассмотрим прохождение параллельного пучка через линзу и последующее его распространение на расстоянии L .

$$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-L/f & L \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(1-L/f) + L\alpha \\ -x/f + \alpha \end{pmatrix}$$

Фокусировка луча происходит на расстоянии, определяемом из уравнения $x(1-L/f) = 0$, где сходятся все лучи параллельного пучка, вне зависимости от их положения во входной плоскости, то есть на расстоянии $L = f$ от линзы. В этом случае **точка фокусировки находится на расстоянии $\alpha \cdot f$ от оптической оси**. Для фокусирующей линзы фокус оказывается реальным $L = f > 0$.

У рассеивающей линзы величина L - отрицательная и фокус оказывается мнимым.

Задача: Каково фокусное расстояние тонкой линзы, изготовленной из материала с показателем преломления n_2 , если она слева граничит со средой с показателем преломления n_1 , а справа - со средой с показателем преломления n_3 .

Решение: используем следующие матрицы:

$$m_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (n_1 - n_2)/n_2 R_1 & n_1/n_2 \end{pmatrix}, m_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (n_2 - n_3)/n_3 R_2 & n_2/n_3 \end{pmatrix}. \text{ В результате получаем}$$

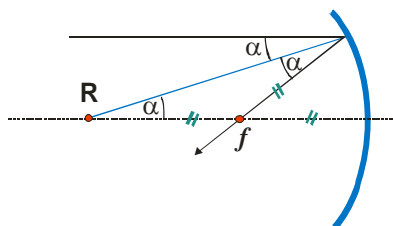
$$\frac{1}{f} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_3 R_1} - \frac{(n_2 - n_3)}{n_3 R_2}. \text{ Если } n_3 = n_1, \text{ то } \frac{1}{f} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

МАТРИЦА ЗЕРКАЛА С РАДИУСОМ КРИВИЗНЫ R

Следующий пример – отражение луча сферическим зеркалом с радиусом кривизны R . Из рисунка видно, что фокусное расстояние зеркала равно половине его радиуса кривизны. Чтобы не пришлось при рассмотрении схем с зеркалами после каждого отражения изменять направление оптической оси, **зеркала заменяют линзами с тем же самым фокусным расстоянием – рассматривают эквивалентную оптическую схему.**

Лучевая матрица линзы, эквивалентной зеркалу с радиусом кривизны R , получается из матрицы для линзы заменой $f \rightarrow R/2$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{pmatrix}$$



СВЯЗЬ ПОЛОЖЕНИЯ ПРЕДМЕТА И ИЗОБРАЖЕНИЯ

Расстояние от первой опорной плоскости до линзы с фокусным расстоянием f равно s . Расстояние от линзы до второй опорной плоскости равно s' . Лучевая матрица системы равна

$$\begin{aligned} m &= (\text{расстояние } s') \times (\text{линза } f) \times (\text{расстояние } s) = \\ &= \begin{pmatrix} 1 & s' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & s' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & s \\ -1/f & 1-s/f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-s'/f & s+s'(1-s/f) \\ -1/f & 1-s/f \end{pmatrix} \end{aligned}$$

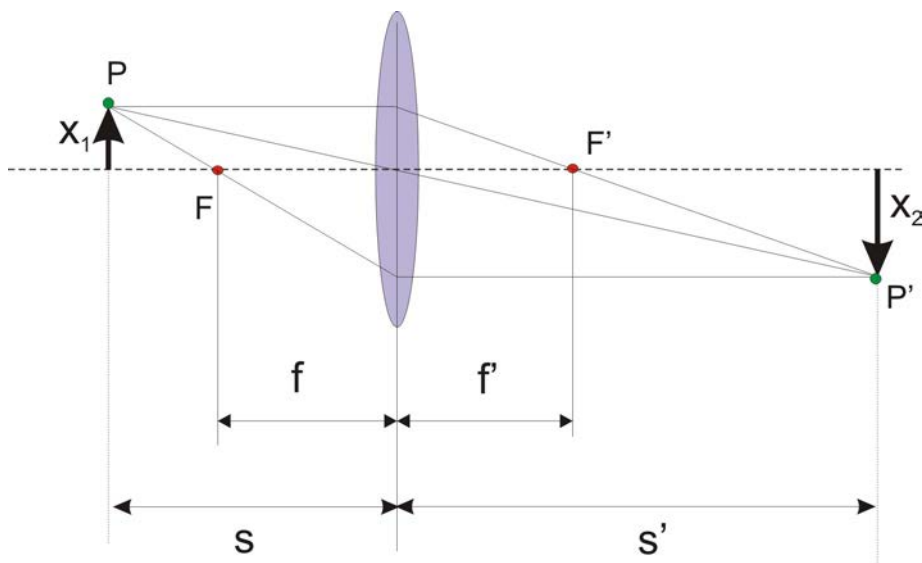
Тогда

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-s'/f & s+s'(1-s/f) \\ -1/f & 1-s/f \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \cdot (1-s'/f) + \alpha_1 \cdot (s+s'(1-s/f)) \\ -x_1/f + \alpha_1 \cdot (1-s/f) \end{pmatrix}$$

В каком случае при произвольной величине α_1 будем получать одну и ту же величину координаты x_2 , то есть все лучи сойдутся в одну точку? Очевидно, для этого необходимо выполнение условия

$$s + s'(1 - s/f) = s + s' - \frac{s \cdot s'}{f} = 0 \Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Увеличение, определяемое как $\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1 \cdot (1 - s'/f)}{x_1} = 1 - \frac{s'}{f} = 1 - s' \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \right) = -\frac{s'}{s}$



"SCOTCHLITE" SPHERES

A retro-reflector is an optical device which reflects light back directly whence it came. The most familiar retro-reflector is the reflecting corner cube, but recently the 3M Company invented "Scotchlite" spheres.

Scotchlite is a material made by the 3M company that is made of millions of glass beads (usually titanate glass, index of refraction: 1.90 – 1.92) affixed to the surface. Each glass bead is covered with a metallic reflective layer on half of its surface (the "back" half) and this, combined with the spherical nature of the glass beads gives the materials their reflective properties.

Scotchlite is designed to take advantage of the retroreflective optical properties of the glass beads, collecting light from a very wide range of angles of incidence and reflecting back in the direction it came from. When viewing the Scotchlite surface from a location near the primary source of illumination, the surface gives the appearance of reflecting far more light than a normal diffuse reflection. A surface covered with Scotchlite appears silver when viewed from the light source, but dull gray from most other directions. It is used for screens utilizing the front projection special effects process, as well as being employed for nighttime high-visibility safety applications on reflective clothing and on the front of many traffic signs. (When a Scotchlite surface is illuminated by headlights, the reflection goes back toward the headlights, with a small amount of scatter that makes it appear bright to the driver of a car.)

Scotchlite was invented in 1936.

(a) Calculate the index of refraction n and any other relevant parameters which enable a sphere to retro-reflect light.

(b) Sketch how you think Scotchlite works, and discuss qualitatively the factors which might determine the reflective efficiency of Scotchlite.

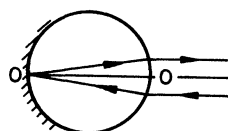


Fig. 1.18

Solution (стр.16):

(a) The "Scotchlite" sphere is a ball of index of refraction n , whose rear semi-spherical interface is a reflecting surface. The focal length in the image space, f , for a single refractive interface is given by

$$f = \frac{nr}{n-1},$$

where r is the radius of the sphere. The index of refraction of air is unity. The index of refraction of the glass is chosen so that the back focal point of the front semi-spherical interface coincides with the apex of the rear semi-spherical interface (see Fig. 1.18), i.e.

$$f = 2r.$$

Hence $n = 2$.

(b) The rear semi-spherical interface of the "Scotchlite" sphere reflects the in-coming light partially, its retro-reflectance efficiency η being given by

$$\eta = T^2 R,$$

where T is the transparency of the front semi-spherical interface at which light is refracted twice, being

$$T = \frac{4n}{(n+1)^2} = 0.89$$

and R is the reflectance of the rear semi-spherical interface. Here we have assumed that no absorption occurs. For silver coating, $R = 0.95$, we have

$$\eta = 0.89^2 \cdot 0.95 \approx 75\%$$

РЕТРОРЕФЛЕКТОРЫ

Это оптические приборы, посылающие каждый упавший на них луч точно назад. Легко понять, что при отражении любого луча, лежащего в плоскости рисунка, от 90° призмы (её ребро перпендикулярно рисунку) луч посылается точно назад. Легко доказать, что уголкового отражателя посылается точно назад любой луч. Очевидно, что изготовление этого элемента требует высокой точности.

Формула отражения от зеркала.

Пусть

\vec{n} - орт нормали к зеркалу,

\vec{e} - орт падающего луча,

\vec{e}' - орт отражённого луча,

$\vec{\tau}$ - орт, лежащий в плоскости падения, параллельный зеркалу.

Очевидно, что $\vec{e} = (\vec{e}\vec{n})\vec{n} + (\vec{e}\vec{\tau})\vec{\tau}$ и $\vec{e}' = -(\vec{e}\vec{n})\vec{n} + (\vec{e}\vec{\tau})\vec{\tau}$.

Поскольку из первого равенства следует, что $(\vec{e}\vec{\tau})\vec{\tau} = \vec{e} - (\vec{e}\vec{n})\vec{n}$, то орт отражённого луча $\vec{e}' = \vec{e} - 2(\vec{e}\vec{n})\vec{n}$.

Рассмотрим результат трёх последовательных отражений луча от зеркал с нормальными \vec{n}_1 , \vec{n}_2 и \vec{n}_3 , перпендикулярными друг другу (уголкового отражателя).

После первого отражения направление луча задаётся ортом $\vec{e}_1 = \vec{e} - 2(\vec{e}\vec{n}_1)\vec{n}_1$.

В результате второго отражения направление отражённого луча задаёт орт

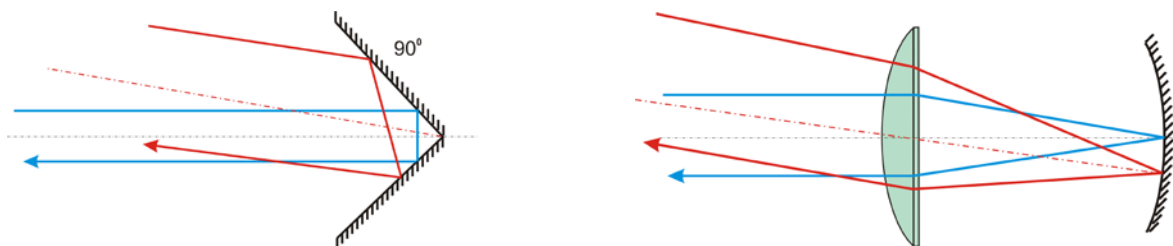
$$\vec{e}_2 = \vec{e}_1 - 2(\vec{e}_1 \vec{n}_2) \vec{n}_2 = \vec{e} - 2(\vec{e} \vec{n}_1) \vec{n}_1 - 2((\vec{e} - 2(\vec{e} \vec{n}_1) \vec{n}_1) \vec{n}_2) \vec{n}_2 = \vec{e} - 2(\vec{e} \vec{n}_1) \vec{n}_1 - 2(\vec{e} \vec{n}_2) \vec{n}_2,$$

поскольку $\vec{n}_1 \vec{n}_2 = 0$. Наконец, после третьего отражения имеем $\vec{e}_3 = \vec{e}_2 - 2(\vec{e}_2 \vec{n}_3) \vec{n}_3$.

После подстановки полученного для \vec{e}_2 выражения, имеем:

$$\begin{aligned} \vec{e}_3 &= \vec{e}_2 - 2(\vec{e}_2 \vec{n}_3) \vec{n}_3 = \vec{e} - 2(\vec{e} \vec{n}_1) \vec{n}_1 - 2(\vec{e} \vec{n}_2) \vec{n}_2 - 2\{[\vec{e} - 2(\vec{e} \vec{n}_1) \vec{n}_1 - 2(\vec{e} \vec{n}_2) \vec{n}_2] \vec{n}_3\} \vec{n}_3 = \\ &= \vec{e} - 2(\vec{e} \vec{n}_1) \vec{n}_1 - 2(\vec{e} \vec{n}_2) \vec{n}_2 - 2(\vec{e} \vec{n}_3) \vec{n}_3 = \vec{e} - 2[(\vec{e} \vec{n}_1) \vec{n}_1 + (\vec{e} \vec{n}_2) \vec{n}_2 + (\vec{e} \vec{n}_3) \vec{n}_3] = \vec{e} - 2\vec{e} = -\vec{e} \end{aligned}$$

Итак, отражённый луч распространяется в направлении, противоположном пришедшему.



Пример уголкового отражателя – катафот.

Другим типом ретрорефлектора является специальная комбинация линзы и зеркала, называемая «кошачий глаз». Этот ретрорефлектор отличается принципом своей работы от уголкового отражателя: здесь падающий параллельный пучок создаёт изображение точечного источника в фокальной плоскости, где помещается зеркало. Этот точечный источник совместно с линзой образует **коллиматор**, который посылает свет назад. Ясно, что в силу такого принципа работы, в фокальной плоскости можно расположить не только зеркальный, но и диффузный отражатель.

Область применения этих элементов: когда **юстировка** схемы сложна и требуется получить максимальную интенсивность отраженного света. В силу этих причин их используют в **лазерной локации** и в **лидарах**. Лазеры в военных приложениях и коммерческие лазеры часто используют ретрорефлекторы как элементы **неразъюстируемых резонаторов** лазеров. Вторым зеркалом такого резонатора является плоское зеркало. При использовании этих элементов в **системах контроля смещений**, ретрорефлектор ставится вместо одного из зеркал интерферометра (движение ледников, контроль уровня воды). Уголкового отражателя, использующий эффект полного внутреннего отражения, обладает меньшим диапазоном рабочих углов, чем такой же отражатель, но с зеркальными (алюминированными) гранями.

ТЕЛЕСКОПИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

В качестве прибора для наблюдения телескопические системы используются для рассматривания удалённых объектов. В лазерных системах телескопические системы используются для расширения поперечного сечения пучка. В простейшем случае эта система состоит из двух линз. Задний фокус первой линзы совпадает с передним фокусом второго элемента. **В кеплеровской телескопической системе обе линзы – положительные, а в галилеевской системе – они разных знаков.**

Вычислим лучевую матрицу телескопической системы. Расположим первую опорную плоскость в плоскости, проходящей через передний фокус первой линзой (F – фокус объектива), а вторую – через задний фокус второй линзой (f – фокус окуляра).

Расстояние между линзами (с учетом знака фокусного расстояния второго компонента) равно $(F + f)$. Таким образом, при использовании предыдущего результата вычислений, получим

$$\begin{pmatrix} 0 & f \\ -1/f & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & F \\ -1/F & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f/F & 0 \\ 0 & -F/f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/M & 0 \\ 0 & -M \end{pmatrix}$$

Телескопическая система характеризуется увеличением $M = F/f$.

Рассмотрим преобразование вектора-столбца луча, прошедшего через такую систему.

$$\begin{pmatrix} -1/M & 0 \\ 0 & -M \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x/M \\ -M \cdot \alpha \end{pmatrix}$$

Таким образом, приходим к следующим **свойствам телескопических систем**:

1. параллельный пучок по прохождении системы остается параллельным, но его размер изменяется в соответствии с телескопичностью/увеличением системы (изменение сечения пучка в $1/M$ раз). Действительно, у всех лучей с одинаковым углом наклона на входе, получаем одинаковый наклон на выходе.
2. угол наклона пучка на выходе системы изменяется в соответствии с телескопичностью системы (угловое увеличение в M раз). На этом свойстве основана работа системы при наблюдении удалённых объектов (звёзд).

СХЕМА КЕПЛЕРА

Если телескоп служит для наблюдения, то недостатком системы Кеплера является перевернутое изображение. Это не имеет особого значения для исследования небесных тел, но представляет неудобство для наблюдения земных объектов. Поэтому в биноклях и зрительных трубах приходится применять **оборачивающие системы**, которые обычно ставятся между объективом и окуляром. Оборачивающие системы могут быть линзовые или призмные. Одним из достоинств системы Кеплера является наличие промежуточного изображения в фокусе объектива, куда можно поставить сетку (прозрачную пластинку со шкалой) и с ее помощью производить точные измерения углов и расстояний.

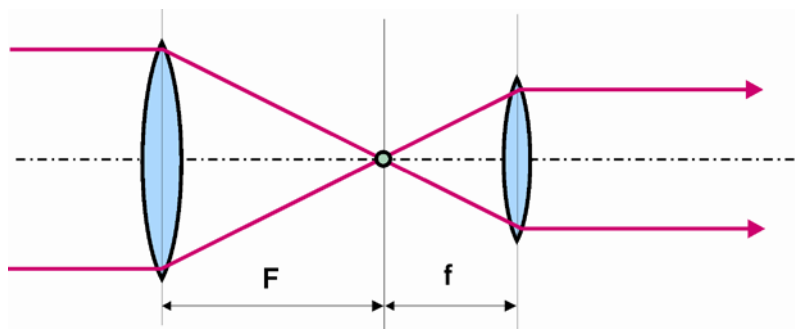
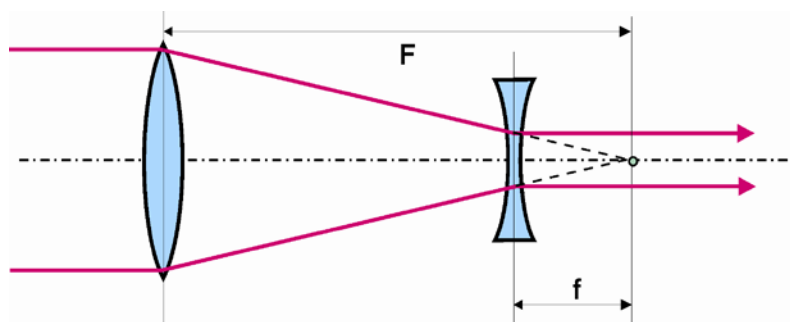


СХЕМА ГАЛИЛЕЯ

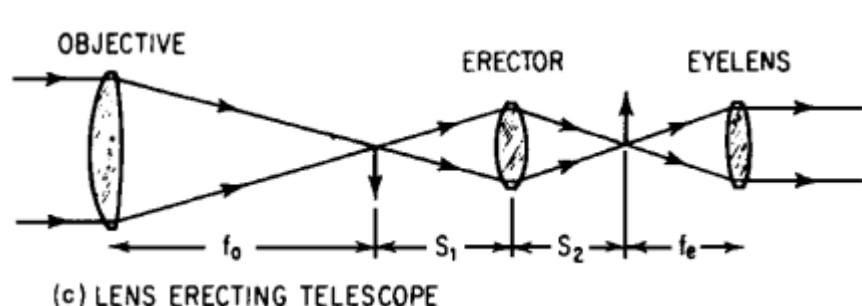
В телескопической системе Галилея отсутствует промежуточное изображение (некуда поставить сетку), поэтому использовать такую систему в измерительных приборах нельзя. У системы Галилея малое поле зрения, причем, чем больше увеличение телескопа, тем меньше поле зрения.

Достоинствами схемы Галилея являются прямое изображение и меньшая длина по сравнению со схемой Кеплера. Использование системы Галилея (малая длина и прямое изображение) особенно удобно для театральных биноклей с увеличением от двух до трех крат. Система Галилея также применяется для систем сумеречного и ночного наблюдения и в видоискателях фотоаппаратов и видеокамер.



Nominally, a telescope works with both its object and image located at infinity; it is referred to as **an afocal instrument, since it has no focal length**. An afocal system is the basis of the laser beam expander. The beam diameter of a laser is enlarged by a factor equal to the MP when the laser beam is sent into the eyepiece end of the telescope. Expansion of the beam reduces the beam divergence. The Galilean form is usually preferred because there is no focus (which can cause a breakdown of the air if the laser is powerful) and the optical design characteristics are more favorable. However, the Keplerian form is used when a spatial filter (a pinhole at the focus) is necessary.

Задача: У схемы Галилея прямое изображение удалённого объекта, тогда как телескоп, построенный по схеме Кеплера - перевёрнутое. Какова должна быть третья линза (оборачивающая линза), добавленная в кеплеровский телескоп, чтобы изображение было прямым?



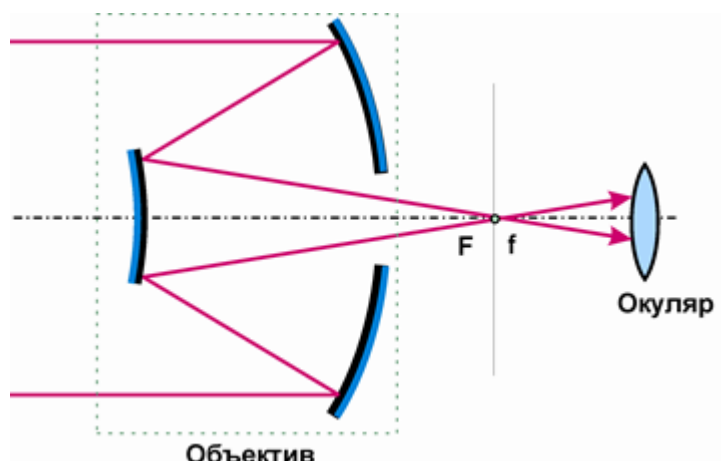
The objective forms an inverted image of the object. This image is then reimaged at the first focal point of the eyelens *by the erector lens (оборачивающая линза)*, so that the eyelens forms the final image of the object at infinity, where it can comfortably be viewed by the eye

СХЕМА КАССЕГРЕНА

Зеркальные телескопические системы образуют изображение путем отражения света от зеркальной поверхности сферической или параболической формы.

Наибольшее распространение получила **двухзеркальная** схема Кассегрена.

После отражения на главном зеркале пучок лучей попадает на вспомогательное зеркало, которое направляет его обратно – через отверстие в главном зеркале. Фокальная плоскость в этой системе располагается за оправой главного зеркала.



В фокальной плоскости зеркала могут быть помещены фотопластинки для фотографирования небесных объектов или любая другая светоприемная аппаратура: спектрографы, фотометры и так далее. Изображение либо получается непосредственно на фотографической пластинке, либо исследуется визуально через окуляр. Расстояние от последней поверхности (от большого зеркала) до фокуса значительно меньше фокусного расстояния, поэтому длина системы Кеплера с таким объективом может быть в несколько раз короче, чем, если бы использовался обычный линзовый объектив.

Эта система широко применяется в телескопах, установлена она и в Большом Телескопе Азимутальном (БТА). БТА – самый большой оптический телескоп в мире (находится на Северном Кавказе). Главное зеркало диаметром 605 см имеет форму парабоида вращения. Фокусное расстояние зеркала 24 м, вес зеркала без учета оправы — 42 т. Телескоп установлен в башне высотой 53 м с диаметром купола 45,2 м.

Являлся самым большим телескопом с 1975 года, когда он превзошёл пятиметровый телескоп Хейла в Паломарской обсерватории, и по 1993, когда заработал **десятиметровый телескоп Обсерватории Кека**.

Задача: Доказать, что в приближении геометрической оптики (**без учета волновой природы света!!!**) при наблюдении удалённого астрономического объекта его изображение оказывается в фокальной плоскости линзы, а размер изображения равен произведению фокального расстояния объектива на угловой размер наблюдаемого объекта.

Решение:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow s' = \frac{s f}{s - f} = f \frac{1}{1 - f/s} \xrightarrow{s \gg f} f$$

$$\frac{x_2}{x_1} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow x_2 = -\left(\frac{x_1}{s}\right) s' = -\left(\frac{x_1}{s}\right) \cdot f \cdot \frac{s}{(s - f)} = -\left(\frac{x_1}{s}\right) \cdot f \cdot \frac{1}{(1 - f/s)}$$

Угловой размер наблюдаемого объекта $\Delta\theta \equiv x_1/s$, поэтому

$$|x_2| = \Delta\theta \cdot f \cdot \frac{1}{(1 - f/s)} \xrightarrow{s \gg f} \Delta\theta \cdot f$$

Оказывается, что при учёте волновой природы света каждая точка объекта изображается кружком, размер которого приблизительно равен $\varnothing_{diff} \approx 2 \frac{\lambda}{D} \cdot f$, где λ - длина волны, а D - диаметр объектива, строящего изображение. Очевидно, что справедливо выражение для размера, полученное выше, если

$$|x_2| = \Delta\theta \cdot f \gg \varnothing_{diff} \approx 2 \frac{\lambda}{D} \cdot f \Rightarrow \Delta\theta \gg 2 \frac{\lambda}{D}.$$

В противном случае в фокальной плоскости наблюдаем т.н. «аппаратную функцию» - элемент, из которого, как здание из кирпичей, строится изображение.

Задача: Самая яркая звезда в системе Альфа Центавра находится на расстоянии 4,35 световых лет от Солнца. Она очень похожа на наше Солнце. Допустим, мы строим её изображение при помощи телескопа с диаметром зеркала 5 метров. Наблюдаем ли мы в этом случае изображение звезды, обусловленное её угловым размером, или её изображение, обусловленное аппаратной функцией телескопа (дифракционный размер точки)?

Решение:

$$1 \text{ световой год} = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ sec} \approx 9.5 \cdot 10^{17} \text{ cm}$$

$$\text{Угловой размер звезды } \Delta\theta \approx 14 \cdot 10^{10} / (4.35 \cdot 9.5 \cdot 10^{17}) \approx 0.34 \cdot 10^{-7}$$

Тогда, как дифракционный размер точки, обусловленный размером зеркала

$$\text{телескопа } \Delta\theta \approx 2 \frac{\lambda}{D} \approx 2 \frac{0.5 \cdot 10^{-6}}{5} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ примерно в 6 раз больше.}$$

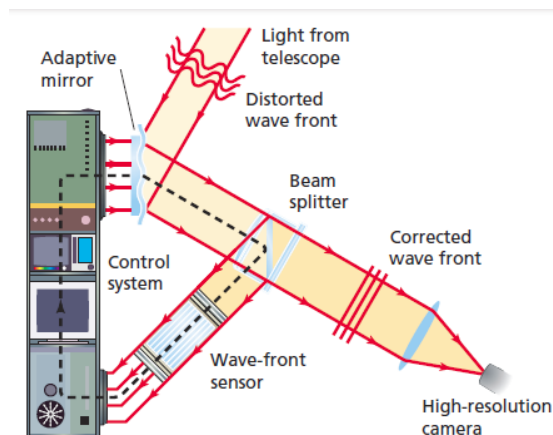
ADAPTIVE OPTICAL SYSTEMS

(Physics Principles and Problems.pdf)

Objects in space are difficult to observe from Earth because they twinkle. Our moving, unevenly heated atmosphere refracts their light in a chaotic manner.

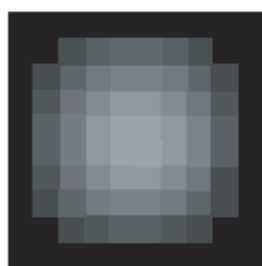
Flexible Adaptive Mirror.

An adaptive optical system (AOS) continuously compensates for the distortion of the atmosphere, removing the twinkle from star images to allow astronomers to view and photograph steady images of the most distant objects in the visible universe. An AOS directs the magnified image of the stars from the telescope onto a **flexible adaptive mirror made of thin glass. This mirror is stretched across 20–30 movable pistons that can poke or pull the surface of the mirror into many complicated shapes. Each piston is driven by a fast, computer-controlled motor.**



Wave-Front Sensor To detect the atmospheric distortion at each instant of time, a wave-front sensor looks at a single star through the telescope. This device has an array of tiny lenses (lenslets) in several rows (Hartmann sensor). Each lenslet forms an image of the star on a sensitive screen behind it. The position of each image can be read by the computer. If each image is not directly behind its lenslet, then the computer knows that the star's light waves are being distorted by the atmosphere. **A star is a distant point source of light, so it should produce plane waves. Distorted images of a star are non-planar light waves, and these uneven waves cause the images of the star behind some of the lenslets to be displaced.** The computer looks at this error and calculates how the adaptive mirror should be wrinkled to bring each of the lenslet images back into place. The star image reflected to the observer then will be correct, and a clear image of all other objects (like galaxies and planets) in the vicinity also will be seen clearly. The adaptive mirror is re-shaped about 1000 times per second. AOS compensates for distortion when viewing Titan, Saturn's largest moon.

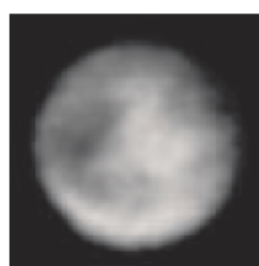
AOS compensates for distortion
when viewing Titan, Saturn's largest moon.



Conventional
telescope



Hubble Space
Telescope



Keck telescope
with AOS

КРУПНЕЙШИЕ ТЕЛЕСКОПЫ МИРА

Телескоп им. Джорджа Хейла

5-метровый рефлектор в Паломарской обсерватории. Работы по сооружению телескопа были начаты в 1930 г. после получения Калифорнийским технологическим институтом гранта Рокфеллеровского фонда. Официальное открытие состоялось в 1948 г.

Большой телескоп азимутальный (БТА)

6-м российский телескоп, расположенный на Северном Кавказе близ горы Пастухова на высоте 2070 м над уровнем моря.

Телескопы Вильяма Кека

В двух идентичных телескопах Кека использована система из 36 гексагональных сегментов, образующая отражательную поверхность, эквивалентную зеркалу диаметром 10 м.

Два 10-метровых отражательных телескопа, принадлежащих Калифорнийскому технологическому институту (Калтех) и Калифорнийскому университету. Телескопы расположены в обсерваториях Мауна-Кеа (Гавайи), а их создание финансировалось фондом У.М. Кека. Первый телескоп был закончен в 1992 г., второй - в 1996 г.

Необходимая конфигурация зеркал поддерживается специальной системой пассивных опор и активной компьютерной системой управления. Этот метод позволяет строить и собирать телескопы с большой апертурой в отдалённых горных районах. Использование адаптивной оптики на длине волны 2 микрона делает возможным получение изображений с разрешением 0,04 дуговых секунды. Оба телескопа можно использовать вместе как интерферометр. Поскольку телескопы "Кек I" и "Кек II" находятся на расстоянии около 85 м друг от друга, они будут иметь разрешение, эквивалентное телескопу с 85-метровым зеркалом, т.е. около 0,005 дуговых секунды.

Большой бинокулярный телескоп

Телескоп, состоящий из двух 8,4-метровых зеркал на одном креплении, который должен быть построен в Маунт-Грэхемской международной обсерватории в Аризоне. Бинокулярное устройство сделает телескоп эквивалентным (по мощности принимаемого светового потока) телескопу с 11,8-метровым зеркалом, а по разрешающей способности - с 23-метровым.

Телескоп "Субару"

8,3-метровый телескоп Японской национальной астрономической обсерватории, расположенный на вершине горы Мауна Кеа (Гавайские острова). Его сооружение начато в 1991 г., а ввод в действие состоялся в 1999 г. Зеркало – монолитное, тонкое, имеет новейшую активную систему управления, в результате чего достигается рекордное качество изображения для наземных телескопов.

Очень большой телескоп - Very Large Telescope (VLT)

Комплекс из четырёх телескопов диаметром по 8,2 м (Чили), которые смогут давать разрешение эквивалентное 130 м инструменту.

КОРРЕКЦИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА МЕТОДОМ АО

Adaptive optics (AO) provides a dynamic method for wavefront correction of high-power lasers. This capability comes at the cost of added complexity in the form of active control loops and actuators. An AO system involves actively, or adaptively, controlling the shape or orientation of optics in the beam path so as to reduce or eliminate OPD (optical path difference) on the high-power output beam. Most often, the actuated optics are integrated with active sensing of the output beam wavefront as part of a continuous feedback loop. However, AO systems can also be configured as feed-forward (the modification or control of a process using its anticipated results or effects) devices based on such laser operating parameters as pump power levels. A simple example of a closed-loop AO system is shown in Fig. 1

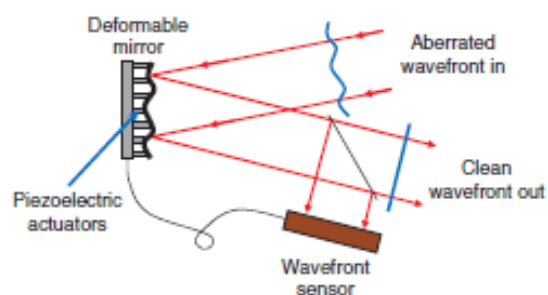


Fig. 1

Closed-loop adaptive optics (AO) system for laser wavefront correction.



Fig. 2

Deformable mirror for high-power solid-state laser beam correction (Xinetics, Inc.). Individual actuators can be seen through the 1064-nm highreflection coated face sheet, which is transparent at visible wavelengths.

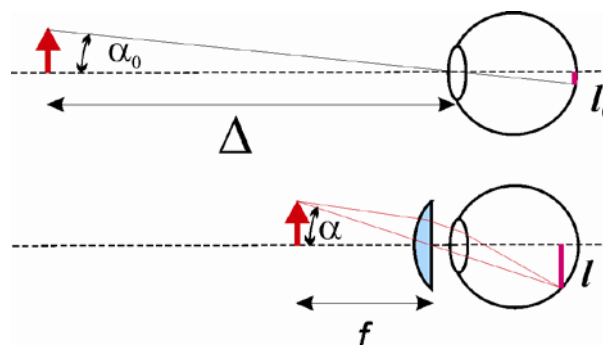
An aberrated, high-power beam is incident on a deformable mirror (DM). The DM's optical surface consists of a thin, polished face sheet with a low-absorption high-reflectivity (HR) coating. The face sheet changes its shape in response to stress imposed by individually addressable piezoelectric actuators attached to its rear surface (Fig. 2). The beam reflected from the DM is sampled and its wavefront measured using a Shack-Hartmann sensor. This wavefront information is used to derive a set of control signals to change the DM's shape to impose the conjugate wavefront aberration on the beam. The new and (hopefully) reduced aberration wavefront is then sensed to close the feedback loop.

ЛУПА

Угол α_0 , под которым виден предмет, называют **углом зрения**. Оптические приборы (например, лупа) могут увеличивать угол зрения α , тем самым, увеличивая изображение предмета на сетчатке. **Видимое увеличение** M определяется отношением угла зрения α , под которым виден предмет, рассматриваемый через лупу, к углу зрения α_0 :

$$M = \frac{\alpha}{\alpha_0}$$

Для взрослого с нормальным зрением рассматриваемый объект может находиться не ближе $\Delta = 250 \text{ мм}$ от глаза. Это расстояние называется **расстоянием наилучшего зрения**.



При более близком расстоянии изображение расплывается, поскольку не хватает аккомодационной способности глаза (**accommodation \equiv приспособление, подстройка**)

Таким образом, угол зрения α_0 приблизительно равен $\alpha_0 \approx h/\Delta$, где h - размер предмета.

Лупа позволяет рассматривать предмет с более близкого расстояния без потери контрастности изображения, что невозможно невооруженным глазом. При работе с лупой глаз рассматривает изображение предмета, создаваемого лупой. При этом, изображение предмета должно быть на расстоянии, не меньшем чем расстояние наилучшего видения Δ . Иначе говоря, изображение предмета должно находиться на расстоянии $|s'|$ от глаза, лежащем в диапазоне $(-\infty, -\Delta]$. При $s' = -\infty$ глаз аккомодирован на бесконечность, и аккомодационные мышцы расслаблены - наиболее комфортная работа глаза. Найдём увеличения, получаемые при $s' \in (-\infty, -\Delta]$.

Из формулы линзы следует, что положение изображения $s' = \frac{s \cdot f}{s - f}$. Изображение

должно находиться слева от лупы, там где находится и рассматриваемый предмет. Поэтому $s' < 0 \Rightarrow s < f$, т.е. рассматриваемый предмет помещаем между лупой и её передним фокусом. Чтобы изображение оказалось на расстоянии наилучшего видения

($s' = -\Delta$), положение предмета д.б. $s = \frac{s' \cdot f}{s' - f} \Big|_{s' = -\Delta} = \frac{\Delta \cdot f}{\Delta + f}$. Поскольку размер

изображения $h' = h \frac{f}{s - f} = h \frac{f}{\frac{\Delta \cdot f}{\Delta + f} - f} = -h \left(\frac{\Delta}{f} + 1 \right)$, то угол, под которым видно

изображение через лупу, равен $\alpha = \frac{h'}{\Delta} = -\frac{h}{\Delta} \left(\frac{\Delta}{f} + 1 \right) = -\alpha_0 \left(\frac{\Delta}{f} + 1 \right)$.

Следовательно, получаем **видимое увеличение** $M = \frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{\Delta}{f} + 1$.

Если же $s' = -\infty$, то для этого предмет помещается в фокальную плоскость линзы.

Тогда угол, под которым видно изображение через линзу, равен

$$\alpha = \frac{h'}{s'} = \frac{h}{s} \Big|_{s=f} = \frac{h}{f} = \frac{h}{\Delta} \cdot \frac{\Delta}{f} = \alpha_0 \frac{\Delta}{f}, \text{ и, следовательно, получаем}$$

$$\text{видимое увеличение } M = \frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{\Delta}{f}.$$

С простой линзой можно получить увеличение до $4\times$ без существенных искажений изображения. Линзы более сильного увеличения (от $7\times$ до $15\times$) состоят из двух-трех линз и дают возможность рассматривать предметы размером до 0.01 мм.

(упомянуть о **pinhole**).

МИКРОСКОП

Для получения больших увеличений применяют микроскоп, представляющий собой комбинацию двух оптических систем – объектива и окуляра. Объектив даёт увеличенное действительное изображение объекта. Окуляр действует как линза – позволяет рассматривать это изображение. В микроскопе объект устанавливается на таком малом расстоянии x от переднего фокуса объектива, чтобы получить изображение в передней фокальной плоскости окуляра, где обычно находится сетка.

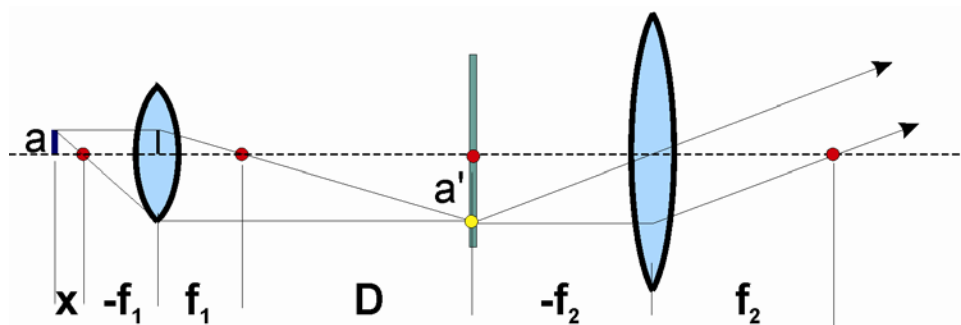
Расстояние **D** между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра называют **оптической длиной тубуса** микроскопа. Обычно длина тубуса равна **160 мм**.

Из формулы Ньютона следует $x = f_1^2/D$. Как видно из картинке, увеличение объектива

$$M_1 = a'/a = f_1/x = D/f_1$$

Общее увеличение микроскопа равно произведению увеличений объектива и окуляра:

$$M = M_1 M_2 = \frac{D}{f_1} \frac{\Delta}{f_2}$$

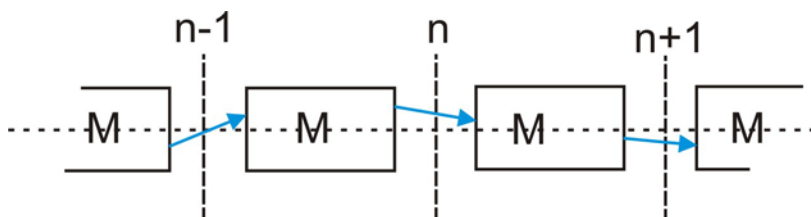


Современный микроскоп имеет несколько сменных объективов и окуляров, а также фотоокуляры и проекционные окуляры, предназначенные для фотографирования изображения или его проецирования на экран.

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ФОКУСИРУЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Важным применением изложенной матричной оптики является анализ периодических фокусирующих систем. Это такие системы, в которых одна и та же последовательность элементов выстроена в цепочку, как показано на рисунке.

Оптические резонаторы, являющиеся элементом лазера, можно моделировать такой периодической фокусирующей системой, в которой вид повторяющегося элемента определяется используемыми зеркалами.



Матричная оптика позволяет провести анализ схем резонаторов на так называемую «устойчивость». При этом анализируется устойчивость эквивалентной периодической фокусирующей системы. Оказывается, что оптические периодические фокусирующие системы относятся к одному из типов: «геометрически устойчивые» и «геометрически неустойчивые».

Задача: Изобразить оптическую периодическую фокусирующую систему, соответствующую резонатору длиной L с плоскими зеркалами?

Задача: Изобразить оптическую периодическую фокусирующую систему, соответствующую резонатору длиной L со сферическими зеркалами с радиусом кривизны R ?

Задача: Изобразить оптическую периодическую фокусирующую систему, соответствующую резонатору длиной L со сферическими зеркалами с радиусами кривизны R_1 и R_2 ?

Пусть оптический элемент, соответствующий периоду системы, описывается лучевой матрицей $\{ABCD\}$. Оказывается, что параметр m , определяющий разделение схем на «устойчивые» и «неустойчивые», является полусуммой элементов A и D . Возможны два варианта значений параметра « m »:

$$1. \quad |m| \leq 1, \quad m^2 \equiv \left(\frac{A+D}{2} \right)^2 \leq 1$$

$$2. \quad |m| > 1, \quad m^2 \equiv \left(\frac{A+D}{2} \right)^2 > 1$$

Оказывается, что в первом случае, когда $|m| \leq 1$, любой луч, запущенный в такую периодическую фокусирующую систему, будет колебаться в некоторых пределах внутри неё и никогда не удалится от оси на бесконечность. То есть луч оказывается «захваченным» этой периодической фокусирующей системой. В силу этого свойства систему называют **устойчивой**.

Во втором случае параметр $|m| > 1$. В такой системе для любого внеосевого луча получаем, в конце концов, экспоненциальное удаление луча от оси с увеличением числа

пройденных ячеек системы. Поэтому такая периодическая фокусирующая система является **неустойчивой**. Она соответствует важному классу лазерных резонаторов, называемых неустойчивыми резонаторами.

Возникает естественный вопрос:

как такая картина поведения луча в этих двух типах резонаторов, описываемая геометрической оптикой, соотносится со свойствами световых пучков, генерируемых лазерами, использующими эти резонаторы?

Оказывается, что «захват» луча приосевой областью устойчивого резонатора является отражением того факта, что **генерируемый лазерный пучок имеет ограниченные размеры в поперечном сечении**.

С другой стороны, удаление луча от оси с увеличением числа проходов по неустойчивому резонатору отражает тот факт, что в неустойчивом резонаторе **генерируемый лазерный пучок «растекается» от оси резонатора и может иметь произвольный поперечный размер**, обусловленный выбранной схемой неустойчивого резонатора и поперечными размерами зеркал.

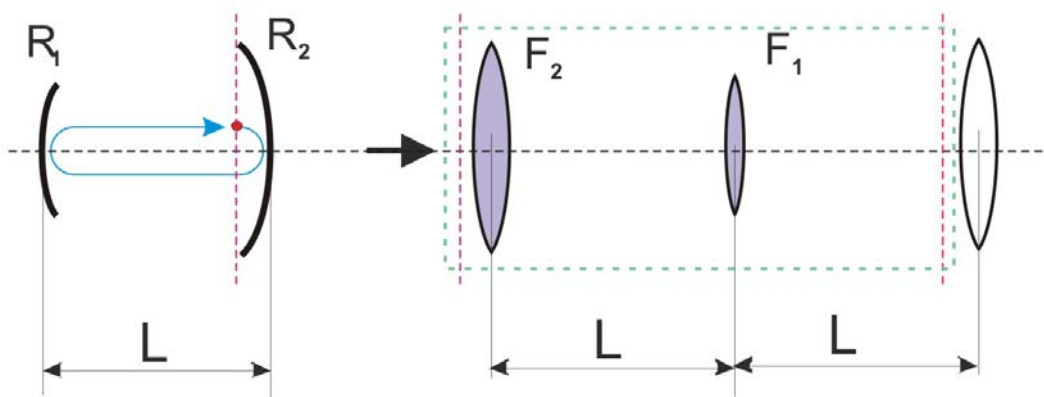
Отметим, что геометрические размеры и форма используемой активной среды в лазере диктуют применение устойчивого или неустойчивого резонаторов.

ДИАГРАММА УСТОЙЧИВОСТИ ДВУХЗЕРКАЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА

Рассмотрим резонатор, образованный двумя зеркалами с радиусами кривизны R_1 и R_2 , находящимися на расстоянии L (база резонатора) друг от друга.

Ось резонатора пересекает зеркала перпендикулярно их поверхности в точках пересечения. В силу этого факта она является осью лазерного пучка. При геометро-оптическом анализе резонатора луч, проходящий по оси, при последовательном отражении от зеркал совпадает сам с собой и не смещается в перпендикулярном направлении.

Рассмотрение проводится в плоскости xOz . Аналогичное рассмотрение можно провести в перпендикулярной плоскости yOz .



Лучевая матрица, соответствующая резонатору, имеет вид

$$M = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/F_1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/F_2 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2L/R_1 & L \\ -2/R_1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-2L/R_2 & L \\ -2/R_2 & 1 \end{pmatrix}$$

Поскольку нас интересует значение полусуммы элементов главной диагонали, то только эту величину и вычисляем:

$$m = \frac{A+D}{2} = \frac{1}{2} \left[(1-2L/R_1)(1-2L/R_2) - 2L/R_2 - 2L/R_1 + 1 \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 - 2\frac{L}{R_1} - 2\frac{L}{R_2} + 4\frac{L}{R_1} \frac{L}{R_2} - 2\frac{L}{R_2} - 2\frac{L}{R_1} + 1 \right] =$$

$$= 1 - 2\frac{L}{R_1} - 2\frac{L}{R_2} + 2\frac{L}{R_1} \frac{L}{R_2}$$

При рассмотрении таких простых двухзеркальных схем удобно пользоваться безразмерными величинами g_1 и g_2 :

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}; \quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}.$$

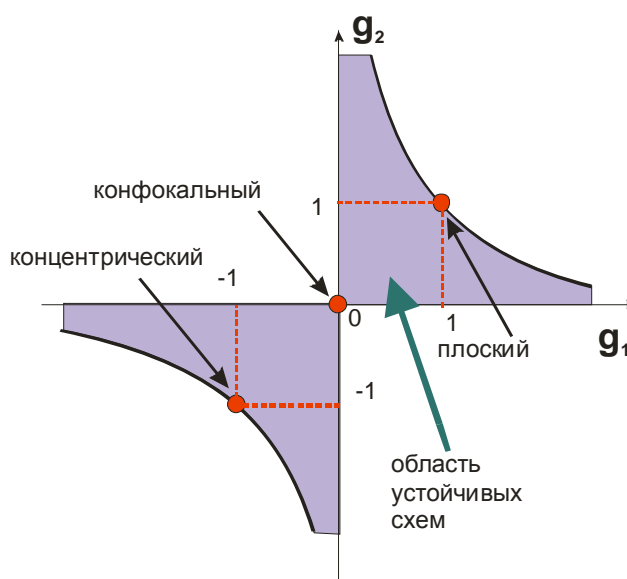
Тогда $\frac{L}{R_1} = 1 - g_1$; $\frac{L}{R_2} = 1 - g_2$ и

$$\frac{A+D}{2} = 2g_1g_2 - 1$$

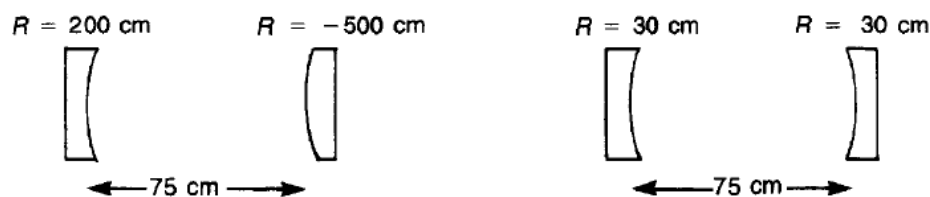
Следовательно, условие устойчивости резонатора запишется так:

$$-1 \leq 2g_1g_2 - 1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq g_1g_2 \leq 1$$

Справа изображена т. н. «**диаграмма устойчивости**»



Задача: Какой из резонаторов, изображенных ниже, является устойчивым?

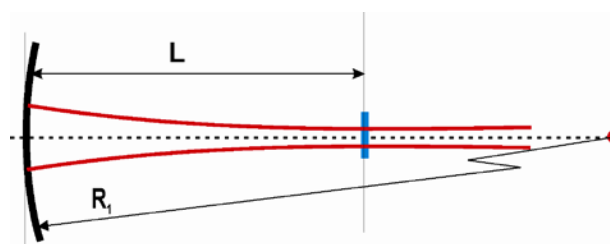


Задача: Определите устойчивость следующих схем двухзеркальных резонаторов:

- (a) одинаковые зеркала с радиусами кривизны 1.8 м, при длине резонатора 2 м;
- (b) зеркала с радиусами кривизны 2 м и 3 м, при длине резонатора 2.3 м;
- (c) зеркала с радиусами кривизны 5 м и 3 м, при длине резонатора 4 м;
- (d) одинаковые зеркала с радиусами кривизны 0.5 м, при длине резонатора 0.5 м;

УСТОЙЧИВЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Эти резонаторы, широко применяемые в различных отраслях науки и техники, образованы либо двумя вогнутыми зеркалами с радиусами кривизны в несколько раз большими длины резонатора, либо одним плоским и одним вогнутым зеркалом с большим радиусом кривизны. В последнем случае полупрозрачным зеркалом, обеспечивающим вывод излучения, является плоское зеркало.



Вид основной моды устойчивого резонатора (следовательно и лазерного пучка, генерируемого в идеальном случае) с хорошей степенью точности описывается гауссовским пучком. Параметры такого гауссовского пучка, в частности его поперечный размер на выходном зеркале, должны воспроизводиться после полного обхода резонатора или по прохождении одного периода соответствующей резонатору периодической фокусирующей системы.

В качестве примера рассмотрим резонатор, у которого выходное зеркало - плоское, а глухое - зеркало с большим радиусом кривизны R . Пусть опорная плоскость располагается на выходном зеркале. Элементы лучевой матрицы выразим через g -параметры и подставим в последнее выражение

$$g_1 \equiv g = 1 - \frac{L}{R}; \quad g_2 = 1.$$

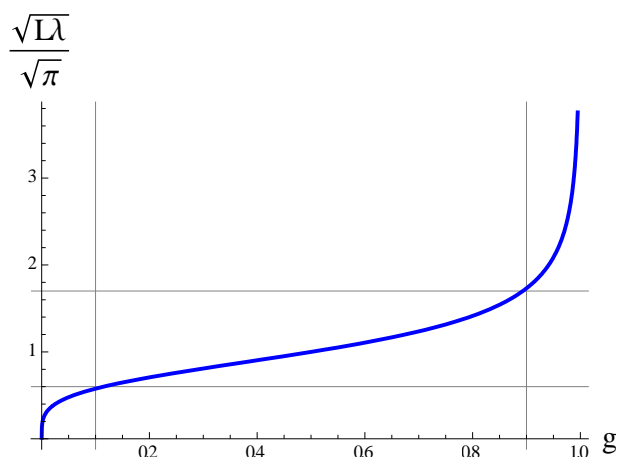
Резонатор будет устойчивым при значениях $0 \leq g \leq 1$. **На выходном зеркале волновой фронт оказывается плоским.** Характерный радиус пятна на выходном зеркале даётся следующим выражением:

$$w_0 = \sqrt{\frac{L\lambda}{\pi}} \cdot \left(\frac{g}{1-g} \right)^{1/4}$$

На графике приведена зависимость размера пятна от параметра g .

Видно, что при разумных значениях параметра g , когда резонатор не оказывается близко к границе устойчивости, размер пятна $w_0 \approx (0.5 \div 2) \sqrt{L\lambda/\pi}$.

Поперечный размер моды резонатора изменяется незначительно вдоль его длины.



Задача: Оценить поперечный размер моды CO_2 лазера при использовании устойчивого резонатора $L = 10$ м. Каков должен быть радиус кривизны глухого зеркала и его поперечный размер.

Ответ: $w_0 \sim \sqrt{\lambda L/\pi} = \sqrt{10^{-3} \cdot 10^3/\pi} \approx 0.5$ см,

при $g_1 = 0.5$, $L/R = 0.5 \Rightarrow R = 2L = 20$ м.

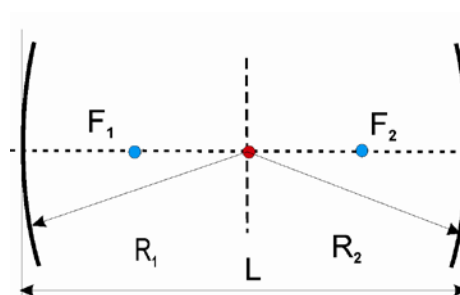
РЕЗОНАТОРЫ НА ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ УСТОЙЧИВОСТИ

На диаграмме устойчивости большие точки, лежащие на границе устойчивости, соответствуют трём схемам резонаторов с одинаковыми зеркалами ($g_1=g_2$), т.н. симметричным резонаторам.

Концентрический резонатор (рис. справа)

$$g_1 = g_2 = -1; \Rightarrow \frac{L}{R_{1,2}} = 2; \quad R_{1,2} = L/2;$$

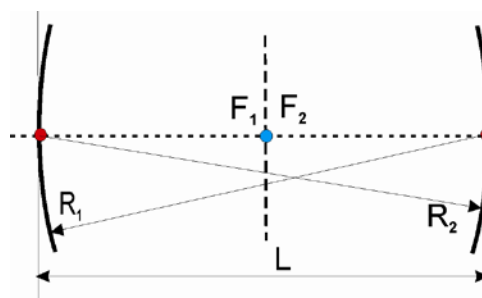
Если в результате разъюстировок меняется длина резонатора, то резонатор может стать как устойчивым, так и неустойчивым.



Конфокальный резонатор (рис. справа)

$$g_1 = g_2 = 0; \Rightarrow \frac{L}{R_{1,2}} = 1; \quad R_{1,2} = L;$$

Если в результате разъюстировок меняется длина резонатора, то схема остаётся в области устойчивости резонаторов. Т. о. она не чувствительна к вариации длины



резонатора.

Размер пятна на зеркалах равен $w = \sqrt{L\lambda/\pi}$, а в перетяжке $w_0 = \sqrt{L\lambda/2\pi}$

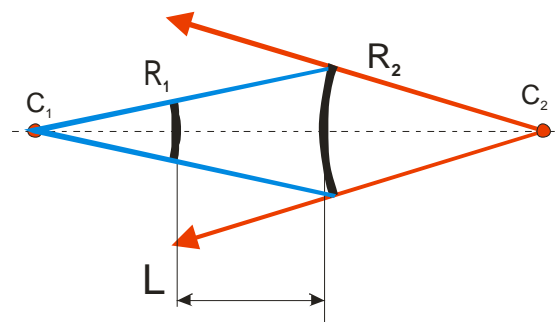
Плоский резонатор $R_{1,2} = \infty \Rightarrow g_1 = g_2 = 1$;

Схема резонатора – очевидна. Он находится на границе устойчивости. Любая деформация зеркал (например, термдеформация) может перевести его как в область устойчивости, так и сделать неустойчивым.

НЕУСТОЙЧИВЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Характерной особенностью неустойчивых резонаторов является «растекание поля» из приосевой области к краю. В отличие от устойчивых резонаторов, размер области, заполняемой излучением, определяется размером зеркал и т. н. «увеличением» резонатора. В силу этой особенности, такие резонаторы применяются тогда, когда активная (усиливающая) среда имеет достаточно большие поперечные размеры при относительно небольшой используемой длине резонатора.

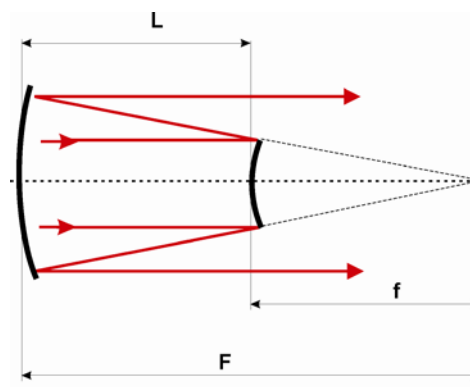
Поле в резонаторе в очень хорошем приближении представляет собой две сферические волны, исходящие из некоторых центров кривизны C_1 и C_2 . Эти волны преобразуются друг в друга при отражении от зеркал. Общая схема такого резонатора приведена на рисунке.



Чтобы не использовать внешние коллимирующие элементы, преобразующие расходящийся выходящий пучок в параллельный пучок, а также полностью заполнять активную среду, обычно используют следующие две схемы неустойчивых резонаторов.

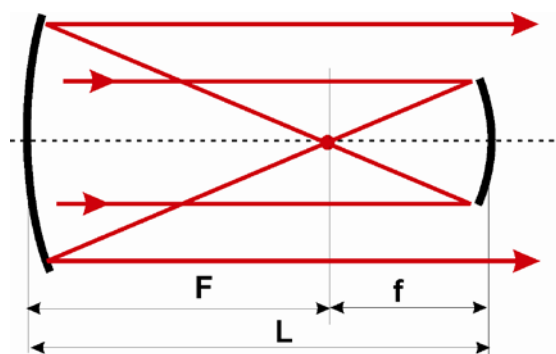
Телескопический резонатор положительной ветви.

В этом случае для зеркала с фокусом F справедливо $R > L$, а значит $g_1 > 0$. У второго зеркала $r < 0$, и, тем самым, $g_2 > 0$. Поэтому действительно ветвь – положительная. Телескопичность системы $\Gamma = F/f$. В трёхмерном варианте этой схемы выходная апертура – кольцо.



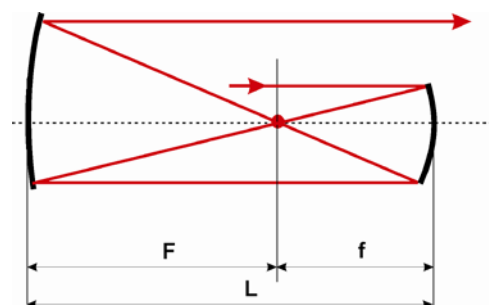
Телескопический резонатор отрицательной ветви.

В этом случае для зеркала с фокусом F справедливо $R > L$, а значит $g_1 > 0$. У второго зеркала $r < L$, и, тем самым, $g_2 < 0$. Поэтому действительно ветвь – отрицательная. Характерная особенность резонатора – **наличие реального фокуса внутри резонатора**.



Гибридные схемы

Возможно использование т.н. гибридных схем резонаторов, когда в одном направлении, перпендикулярном оптической оси, резонатор ведёт себя как устойчивый, а в другом – как неустойчивый. Пример – волноводный CO₂ лазер фирмы «Rofin Sinar».



Активная среда в двух направлениях характеризуется следующими размерами - 80×20 см, а в третьем направлении – единицы миллиметров. В плоскости, где размеры среды большие, использована схема телескопического резонатора отрицательной ветви, причём – с односторонним выводом излучения. В перпендикулярном направлении происходит волноводное распространение излучения.

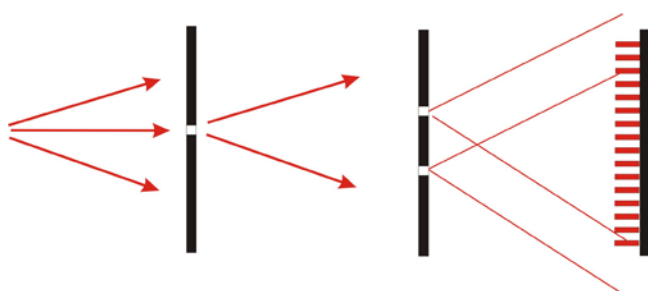
ВОЛНОВАЯ ПРИРОДА СВЕТА

Гримальди в 1665 году обнаружил отклонение света от прямолинейного распространения при прохождении около острого края и образование совокупности тёмных и светлых полос. Он назвал это явление «дифракцией». В 1664 г. подобный эффект наблюдал Гук, который и высказал предположение, что свет распространяется в виде волн.

Далее – интереснейшая история с «пятном Пуассона».

При рассмотрении в 1818 г. в Парижской академии мемуаров Френеля, посвященных волновой теории света, Пуассон указал, что в центре тени от непрозрачного круга должна быть светлая точка, что казалось заведомым абсурдом. Однако Араго произвёл соответствующий опыт и обнаружил эту светлую точку, названную «пятном Пуассона».

Томасу Юнгу удалось доказать правильность волновой теории с помощью простых опытов. Единственными «приборами» в его эксперименте были узкие щели в непрозрачном экране.



Зная расстояние между щелями и период интерференционных полос, легко подсчитать длину волны света. И Юнг это сделал.

ВОЛНЫ, СОГЛАШЕНИЕ ОБ ОБОЗНАЧЕНИЯХ

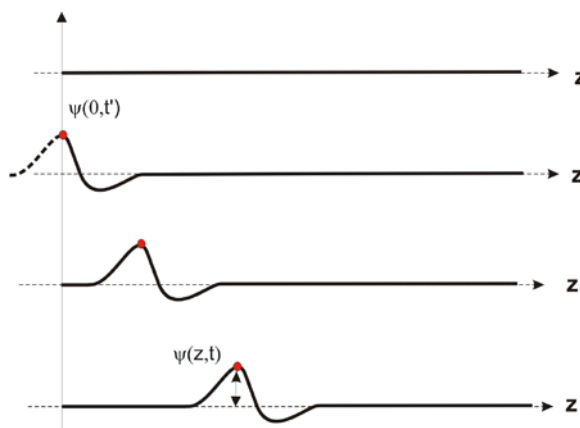
Все основные свойства лазерного излучения (**яркость, монохроматичность, когерентность**) относятся к понятиям **физической оптики, то есть того раздела оптики, который занимается описанием оптических явлений с волновой точки зрения**. Поэтому следует начать с того, чтобы вспомним основные понятия, относящиеся к волнам.

Волна – это некоторое возмущение, распространяющееся в той или иной среде, причём сама эта среда при этом не перемещается. Численной характеристикой этого возмущения является т.н. **напряжённость волны**. Для разных типов волн напряжённостью волны в некоторой точке среды является:

- для волн, распространяющихся по натянутой верёвке - это величина поперечного отклонения элемента верёвки,
- для волн на воде это будет высота подъёма воды в некоторой точке по отношению к уровню спокойной воды,
- величина отклонения плотности воздуха от равновесного состояния (отсутствие звука) в акустической волне
- напряжённость электрического поля в электромагнитной (световой) волне.

Сначала остановимся на одномерных волнах – типа волн, распространяющихся по верёвке. Величину напряженности волны в данное время в данной точке пространства будем описывать некоторой функцией $\mathcal{E}(z, t)$, которую обычно называют **волновой функцией**. Так, напряженность при рассмотрении волны в струне/верёвке есть отклонение верёвки в точке z в момент времени t от положения невозмущённой струны в этой точке.

Пусть возмущение представляет собой некий импульс, распространяющийся в положительном направлении вдоль оси Oz . Например, мы опускаем, затем поднимаем рукой конец верёвки и возвращаем его в исходное положение и это приводит к возникновению импульса возмущения, распространяющегося по верёвке так, как это изображено на рисунке.



Пусть напряженность этого возмущения в точке с координатой $z = 0$ описывается функцией $\mathcal{E}(0, t)$. Если импульс сохраняет свою форму и движется со скоростью v слева направо, то очевидно, что

$$\mathcal{E}(z, t) = \mathcal{E}(0, t - z/v) \equiv \mathcal{E}(t - z/v) \quad (1)$$

Особое значение имеют волны, вызванные **гармоническим** возмущением – синусоидальные волны. В этом случае возмущение в точке пространства с координатой $z = 0$ описывается **периодической** зависимостью

$$\mathcal{E}(0, t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t + \phi) \quad (2)$$

где ϕ – постоянная величина, называемая **начальной фазой**. В соответствии с (1), гармоническое возмущение приводит к возникновению **монохроматической** волны, распространяющейся в положительном направлении оси Oz :

$$\mathcal{E}(z, t) = \mathcal{E}_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) + \phi \right] = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t - kz + \phi) \quad (4a)$$

где \mathcal{E}_0 – **амплитуда**, ω – **круговая частота**, $k = \omega/v$ – **волновое число**.

Очевидно, монохроматическая волна, распространяющаяся в отрицательном направлении оси Oz , описывается выражением:

$$\mathcal{E}(z, t) = \mathcal{E}_0 \cos \left[\omega \left(t + \frac{z}{v} \right) + \phi \right] = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t + kz + \phi) \quad (4b)$$

В соответствии с (4) монохроматическая волна обладает **временным** периодом колебаний

$$T = 2\pi/\omega, \quad (5)$$

и за единицу времени (1 сек) будет совершено

$$\nu = 1/T = \omega/2\pi$$

колебаний. Эта величина называется **частотой**.

Монохроматическая волна обладает не только временной, но и пространственной периодичностью с пространственным периодом, называемым **длиной волны**

$$\lambda = 2\pi/k. \quad (6)$$

Выражение, сходное с (5)

$$1/\lambda = k/2\pi \quad (7)$$

показывает, сколько длин волн укладывается на расстоянии 1 см. Этот параметр называется **пространственной частотой**.

Как видно из выражения (4), частота характеризует временное поведение волны, а длина волны – её пространственное поведение. Эти две характеристики связаны друг с другом:

$$\nu \cdot \lambda = c \quad (8)$$

где c – скорость света. ($3 \cdot 10^{10}$ см/сек).

Если сделать, условно говоря, «мгновенную фотографию» такой волны, то **пространственная картинка будет представлять собой синусоиду с периодом λ** . Если же следить за временным изменением напряженности поля световой волны в какой-то точке пространства, то обнаружим его **периодическое изменение, происходящее ν раз за секунду**.

Можно заметить, что в зависимости от диапазона, электромагнитное излучение характеризуется либо частотой, либо длиной волны, либо для описания вообще применяются энергетические единицы.

ПЛОСКАЯ ВОЛНА В ТРЁХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

До сих пор мы рассматривали одномерные волны. На самом деле выражение (4) также описывает и волну в трёхмерном пространстве. Что в этом случае представляет собой такая волна? Отсутствие в (4) зависимости от координат x и y означает, что во всех точках любой плоскости, перпендикулярной оси Oz , в данный момент времени как напряжённость волны, так и её фаза одинаковы. В теории волн **поверхности с одинаковой фазой называются волновыми фронтами**. Итак, выражение (4) описывает **плоскую волну, т.е. волну с плоским волновым фронтом**, распространяющуюся вдоль оси Oz . Как описать плоскую волну без привязки к данному удачному выбору системы координат, то есть, как эта волна записывается в произвольной системе координат? Положение любой точки пространства задаётся радиусом вектором

$$\vec{r} = x \cdot \vec{e}_x + y \cdot \vec{e}_y + z \cdot \vec{e}_z,$$

где $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – орты соответствующих осей. Тогда $z = \vec{e}_z \cdot \vec{r}$ и выражение для плоской волны в исходной «удачной» системе координат, где волна распространяется вдоль оси Oz , переписывается так:

$$\mathcal{E}(z, t) = \mathcal{E}_0 \cos(k \cdot \vec{e}_z \cdot \vec{r} - \omega t)$$

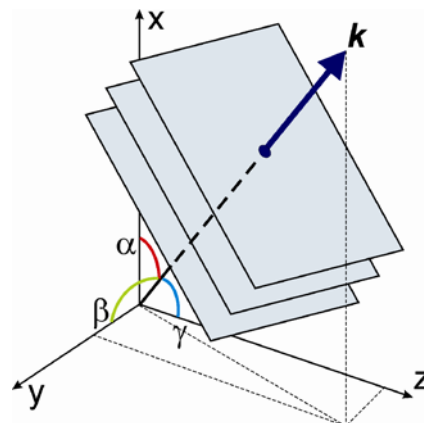
Наконец, определим **волновой вектор** \vec{k} следующим образом: его длина равна волновому числу

$|\vec{k}| = k = \omega/c$, а направлен он вдоль направления

распространения волны и **перпендикулярен волновому фронту**, в нашем случае вдоль оси Oz .

Орт \vec{e}_z оказался ортом волнового вектора: $\vec{k} = \vec{e}_z \cdot k$.

В результате приходим к описанию плоской волны в произвольной системе координат, распространяющейся в направлении, задаваемом волновым вектором:



$$\mathcal{E}(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad (9)$$

Коллимированный монохроматический пучок света, выходящий из лазера, в очень хорошем приближении описывается плоской световой волной. Световой волной с плоским волновым фронтом можно считать свет, приходящий от звёзд.

В инструментальной оптике допустимое отклонение волнового фронта от идеально плоского характеризуется **максимально допустимой величиной ошибки фазы** $\Delta\varphi = \pi/4$ - **так называемый критерий Релея**. Например, при отражении плоской волны от плоского зеркала с искажениями формы, руководствуются именно этим критерием. Этот критерий используют не только для плоских, но и для сферических, параболических поверхностей. К оптическим элементам лазеров обычно предъявляют более высокие требования точности изготовления поверхности.

Свет является электромагнитной волной. Классическая идеализация света, испускаемого атомом - монохроматическая волна, излучаемая точечным источником - **сферическая волна**. Волна от точечного излучающего заряда, расположенного в начале координат, описывается выражением:

$$\mathcal{E}(\vec{r}, t) = \frac{A}{r} \cos(k \cdot r - \omega t); \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Цилиндрическая волна, расходящаяся от источника в виде тока, движущегося вдоль оси Oz , описывается выражением:

$$\mathcal{E}(\rho, z, t) = \frac{A}{\sqrt{\rho}} \cos(k \cdot \rho - \omega t); \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Задача: Какова форма волновых фронтов этих волн?

Задача: Каков размер участка сферической волны, который можно считать плоской волной, если излучатель - ближайшая к нам звезда (не Солнце)? Пусть допустимые отклонения волнового фронта от плоского задаются критерием Релея ($\leq \lambda/8$).

Более точная картина световой волны, излучаемой одиночным атомом, представляет собой (в направлении, перпендикулярном волновому фронту) **кусочек синусоиды** с пространственной протяжённостью, задаваемой временем излучения этой волны атомом - **цуг волн (серию, цепочку)**.

Длины волн некоторых участков электромагнитного спектра

Инфракрасный диапазон	>800 нм
Видимый диапазон (глаз человека)	400÷800 нм (0.4÷0.8 мкм)
Violet	400 to 440 nm
Blue	440 to 480 nm
Green	480 to 560 nm
Yellow	560 to 590 nm
Orange	590 to 630 nm
Red	630 to 700 nm
Ультрафиолет (УФ)	10÷400 нм
Рентген	0.1 ÷ 10 нм

Fixed-wavelength commercial lasers.

Laser	Wavelength	Average Power Range
Carbon dioxide	10.6 micron	Milliwatts to tens of kilowatts
Nd:YAG	1.06 micron	Milliwatts to hundreds of watts
Nd:glass	1.06 micron	Pulsed only
GaAs (semiconductor diode lasers)	870 nm (near infrared)	as high as 1 W
Cr:ruby	694.3 nm (visual)	Pulsed only
Helium-neon	632.8 nm (visual)	Microwatts to tens of milliwatts
Argon-ion	514.5 nm (visual)	Milliwatts to tens of watts
	488.0 nm (visual)	Milliwatts to watts
Krypton-fluoride excimer	248.0 nm	Milliwatts to a hundred watts

ФАЗА И ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ

Возвратимся к рассмотрению плоской волны, распространяющейся вдоль оси Oz . Пометим некоторую точку волны $\mathcal{E}(z, t) = \mathcal{E}_0 \cos(kz - \omega t - \phi)$, характеризуемую некоторым значением фазы, и проследим за распространением этой точки (этого значения фазы). Скорость перемещения точки с данным значением фазы называется **фазовой скоростью**.

$$\omega t - kz + \phi = \text{const} \Rightarrow \omega - k \frac{dz}{dt} \equiv \omega - k v_{ph} = 0 \Rightarrow v_{ph} = \omega/k \quad (10)$$

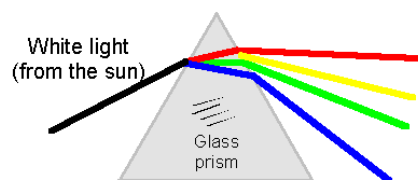
Из последнего выражения следует: чтобы найти фазовую скорость монохроматической волны, необходимо знать дисперсионное соотношение, то есть связь временной и пространственной характеристик монохроматической волны $\omega = \omega(k)$. Если условия распространения волны таковы, что $\omega/k = \text{const}$, и, следовательно, фазовая скорость волны не зависит от её частоты, то имеем случай т.н. недиспергирующих волн. Если это отношение зависит от частоты (а значит от длины волны), то волны называются диспергирующими. Дисперсионные соотношения следуют из уравнений, описывающих волновое движение.

В вакууме все волны распространяются с одинаковой скоростью $c \cong 3 \cdot 10^{10}$ см/сек, то есть дисперсия отсутствует. При распространении света в материальной среде последнее условие в общем случае не выполняется. Имеет место дисперсия (dispersion – разброс), для описания которой вводится показатель преломления $n(\omega)$. Выражения для фазовой скорости (индекс «ph» опускаем), волнового числа и длины волны и в среде с дисперсией

$$v \equiv v(\omega) = c/n(\omega); \quad k(\omega) = n(\omega) \cdot (\omega/c) = n(\omega)k_0; \\ \lambda = \frac{2\pi}{k(\omega)} = \frac{2\pi c}{n(\omega)\omega} \equiv \frac{\lambda_0}{n(\omega)} \quad (11)$$

Как видно из (10), показатель преломления показывает во сколько раз фазовая скорость света в среде меньше скорости света в вакууме, где дисперсия отсутствует. Характерные величины показателей преломления: вакуум – 1; воздух – 1.0003 (стандартные условия); стекло ~ 1.5; вода – 1.33.

Пространственное разделение белого света по спектральным компонентам при помощи призмы основано на наличии дисперсии у стекла → отклонение призмой компонент спектра на разные углы. (нормальная дисперсия $n \uparrow$ при $v \uparrow$).



ПЛОСКАЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА

Свет/электромагнитная волна в каждой точке пространства представляет собой **связанные друг с другом электрическое поле и магнитное поле**. Электрическое поле, описываемое вектором \vec{E} , есть сила, действующая на единичный заряд вне зависимости от его движения. Магнитное поле \vec{B} описывает силы, обусловленные движением электрического заряда. Только в стационарном случае эти поля могут существовать по-отдельности друг от друга. В общем случае, описание любых электромагнитных полей даётся системой векторных уравнений – **уравнений Максвелла**.

Итак, чтобы описать монохроматическую световую волну, в каждой точке пространства надо задать вектор напряжённости электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, \omega t)$ и вектор напряжённости магнитного поля $\vec{B}(\vec{r}, \omega t)$. Рассмотрим важный частный случай плоской световой волны, распространяющейся в **изотропной и однородной**

прозрачной среде, характеризующейся показателем преломления n . Этот случай представляет для нас практическую ценность, поскольку

- во-первых, узконаправленный лазерный пучок во многих случаях можно рассматривать как участок плоской волны, и,
- во-вторых, любую волну в ограниченной области можно рассматривать как плоскую волну.

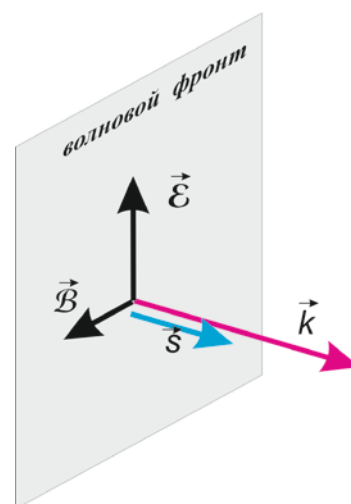
Итак, пусть эта волна распространяется в направлении, задаваемом волновым вектором $\vec{k} \equiv k \cdot \vec{s}$, где \vec{s} - орт волнового вектора. Электрическое поле этой волны, запишется как совокупность трёх компонент, направленных вдоль осей системы координат:

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega t) &= (\mathcal{E}_x(\vec{r}, \omega t), \mathcal{E}_y(\vec{r}, \omega t), \mathcal{E}_z(\vec{r}, \omega t)) = \\ &= (\mathcal{E}_{0x} \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi_{0x}), \mathcal{E}_{0y} \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi_{0y}), \mathcal{E}_{0z} \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi_{0z})) \end{aligned} \quad (12)$$

С данным электрическим полем связано магнитное поле, которое можно найти из уравнений Максвелла.

Оказывается, что световая волна в изотропной однородной среде является **поперечной волной**, то есть $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega t) \perp \vec{s}$; $\vec{\mathcal{B}}(\vec{r}, \omega t) \perp \vec{s}$, и, кроме того, вектора напряжённостей магнитного и электрического поля **взаимно перпендикулярны** друг другу.

Справа изображена картинка взаимного расположения напряжённостей электрического и магнитного полей световой волны с плоским волновым фронтом и её волнового вектора в некоторый момент времени.



ПОТОК ЭНЕРГИИ В СВЕТОВОЙ ВОЛНЕ.

Понятия потока, интуитивно понятное для текущей жидкой среды, можно обобщить для световой волны, для которой вводится понятие потока энергии.

Нас интересует усреднённая по времени **плотность потока энергии - средняя энергия, переносимая световой волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения света**. В электродинамике эта усреднённая по времени плотность потока энергии даётся значением **усреднённого по времени вектора Пойнтинга**:

$$\begin{aligned} \langle \vec{S} \rangle_t &= \vec{s} \frac{cn}{4\pi} \langle \mathcal{E}^2 \rangle_t = \vec{s} \frac{cn}{4\pi} \langle \mathcal{E}_x^2(\vec{r}, \omega t) + \mathcal{E}_y^2(\vec{r}, \omega t) + \mathcal{E}_z^2(\vec{r}, \omega t) \rangle_t = \\ &= \vec{s} \frac{cn}{8\pi} (\mathcal{E}_{0x}^2 + \mathcal{E}_{0y}^2 + \mathcal{E}_{0z}^2) \equiv \vec{s} \frac{cn}{8\pi} \mathcal{E}_0^2 \end{aligned} \quad (13)$$

Как следует из выражения, мощность распространяется вдоль направления распространения волны и её величина пропорциональна квадрату амплитуды

напряжённости. Абсолютная величина этого вектора $\left| \langle \vec{S} \rangle_t \right|$ называется

интенсивностью излучения

$$I \equiv \frac{cn}{8\pi} \mathcal{E}_0^2 \quad (14)$$

Итак, если вектор Пойнтинга является изменяющейся во времени с удвоенной частотой энергетической характеристикой света, то интенсивность света изменяется лишь с изменением амплитуды световой волны.

Эта энергетическая характеристика интенсивности света очень широко используется в оптике. Таким образом, **интенсивность света численно равна энергии, приходящейся на объём** ($1\text{см}^2 \times \text{скорость света}$). Энергия, перенесённая световой волной с интенсивностью I через площадку с площадью ΔA , расположенную перпендикулярно направлению потока, за время Δt равна $I \cdot \Delta A \cdot \Delta t$. Соответствующая перенесённая мощность (поток энергии) равна $I \cdot \Delta A$.

КОМПЛЕКСНАЯ ФОРМА ЗАПИСИ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН

При рассмотрении монохроматических световых волн удобно пользоваться комплексной формой записи напряжённости электрического поля, основанной на формуле Эйлера:

$$\exp(\pm i\omega t) = \cos(\omega t) \pm i \sin(\omega t) \Rightarrow \cos(\omega t) = \text{Re} \{ \exp(\pm i\omega t) \}.$$

Условимся при комплексной записи гармонических полей использовать **принятую в оптике** форму записи временной компоненты. Так, для плоской световой волны напряжённость электрического поля запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega t) &= (\mathcal{E}_x(\vec{r}, \omega t), \mathcal{E}_y(\vec{r}, \omega t), \mathcal{E}_z(\vec{r}, \omega t)) = \\ &= (\mathcal{E}_{0x} \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi_{0x}), \mathcal{E}_{0y} \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi_{0y}), \mathcal{E}_{0z} \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi_{0z})) = \\ &= \text{Re} \left\{ (\mathcal{E}_{0x} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi_{0x})}, \mathcal{E}_{0y} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi_{0y})}, \mathcal{E}_{0z} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi_{0z})}) \right\} = \\ &= \text{Re} \left\{ (\mathcal{E}_{0x} e^{i\varphi_{0x}}, \mathcal{E}_{0y} e^{i\varphi_{0y}}, \mathcal{E}_{0z} e^{i\varphi_{0z}}) e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

В этом случае, для плоской световой волны вводится понятие **комплексной векторной амплитуды**

$$\vec{E}_0 \equiv (\mathcal{E}_{0x} e^{i\varphi_{0x}}, \mathcal{E}_{0y} e^{i\varphi_{0y}}, \mathcal{E}_{0z} e^{i\varphi_{0z}}) \equiv (E_{0x}, E_{0y}, E_{0z}) \quad (16)$$

Тогда напряжённость электрического поля плоской световой волны:

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega t) = \text{Re} \left\{ \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \right\} \quad (17)$$

Наконец, переходим к комплексной записи **напряжённости гармонической плоской волны**:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} = \vec{E}_0 \exp(i\vec{k}\vec{r}) \exp(-i\omega t) \quad (18)$$

В дальнейшем будем использовать именно такой тип записи. В общем случае, переход к комплексной записи поля монохроматической волны осуществляется тем же способом.

$$\begin{aligned}
\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega t) &= (\mathcal{E}_x(\vec{r}, \omega t), \mathcal{E}_y(\vec{r}, \omega t), \mathcal{E}_z(\vec{r}, \omega t)) = \\
&= (\mathcal{E}_x(\vec{r}) \cos(-\omega t + \varphi_{0x}), \mathcal{E}_y(\vec{r}) \cos(-\omega t + \varphi_{0y}), \mathcal{E}_z(\vec{r}) \cos(-\omega t + \varphi_{0z})) = \\
&= \operatorname{Re} \left\{ (\mathcal{E}_x(\vec{r}) e^{i\varphi_{0x}}, \mathcal{E}_y(\vec{r}) e^{i\varphi_{0y}}, \mathcal{E}_z(\vec{r}) e^{i\varphi_{0z}}) e^{-i\omega t} \right\} \equiv \operatorname{Re} \left\{ (E_x(\vec{r}), E_y(\vec{r}), E_z(\vec{r})) e^{-i\omega t} \right\} \equiv \\
&\equiv \operatorname{Re} \left\{ \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \right\} \equiv \operatorname{Re} \left\{ \vec{E}(\vec{r}, \omega t) \right\}
\end{aligned} \tag{19}$$

Как видим, при необходимости перейти к вещественным величинам, мы должны будем воспользоваться операцией взятия вещественной части:

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega t) = \operatorname{Re} \left\{ \vec{E}(\vec{r}, \omega t) \right\}, \text{ где } \vec{E}(\vec{r}, \omega t) \equiv \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \tag{20}$$

Поскольку

$$\mathcal{E}_{0x} = |\mathcal{E}_{0x} e^{i\varphi_{0x}}| = |E_{0x}| \text{ и } \mathcal{E}_{0x}^2 = E_{0x} (E_{0x})^* = |E_{0x}|^2,$$

то запись интенсивности излучения плоской волны принимает вид:

$$\begin{aligned}
I &\equiv \frac{cn}{8\pi} \mathcal{E}_0^2 = \frac{cn}{8\pi} (\mathcal{E}_{0x}^2 + \mathcal{E}_{0y}^2 + \mathcal{E}_{0z}^2) = \frac{cn}{8\pi} (|E_{x0}|^2 + |E_{y0}|^2 + |E_{z0}|^2) = \\
&= \frac{cn}{8\pi} (E_{0x} E_{0x}^* + E_{0y} E_{0y}^* + E_{0z} E_{0z}^*) = \frac{cn}{8\pi} (\vec{E}_0 \vec{E}_0^*) \equiv \frac{cn}{8\pi} |\vec{E}_0|^2
\end{aligned} \tag{21}$$

Наконец, поскольку волновое уравнение является линейным, то получение уравнения для пространственной части комплексной монохроматической волны $\vec{E}(\vec{r})$ не является сложной задачей:

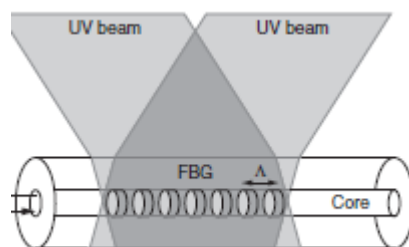
$$\begin{aligned}
\nabla^2 \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega t)}{\partial t^2} &= 0 \Rightarrow \\
\nabla^2 \operatorname{Re} \left\{ \vec{E}(\vec{r}, \omega t) \right\} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \operatorname{Re} \left\{ \vec{E}(\vec{r}, \omega t) \right\} &= 0 \Rightarrow \\
\nabla^2 \left\{ \frac{1}{2} [\vec{E}(\vec{r}, \omega t) + \vec{E}(\vec{r}, \omega t)^*] \right\} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{1}{2} [\vec{E}(\vec{r}, \omega t) + \vec{E}(\vec{r}, \omega t)^*] \right\} &= 0 \Rightarrow \\
\nabla^2 \left\{ \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \right\} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \right\} + \nabla^2 \left\{ \vec{E}(\vec{r})^* e^{i\omega t} \right\} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \vec{E}(\vec{r})^* e^{i\omega t} \right\} &= 0 \Rightarrow \\
\left\{ \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + (\omega/c)^2 \vec{E}(\vec{r}) \right\} e^{-i\omega t} + \left\{ \nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + (\omega/c)^2 \vec{E}(\vec{r}) \right\}^* e^{i\omega t} &= 0
\end{aligned}$$

Поскольку последнее уравнение должно быть справедливым для любого значения времени t , то нулевыми должны быть множители при экспонентах $e^{\pm i\omega t}$, то есть пространственная часть комплексной монохроматической волны $\vec{E}(\vec{r})$ должна удовлетворять уравнению:

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}) + k^2 \vec{E}(\vec{r}) = 0, \quad k \equiv \omega/c \tag{22}$$

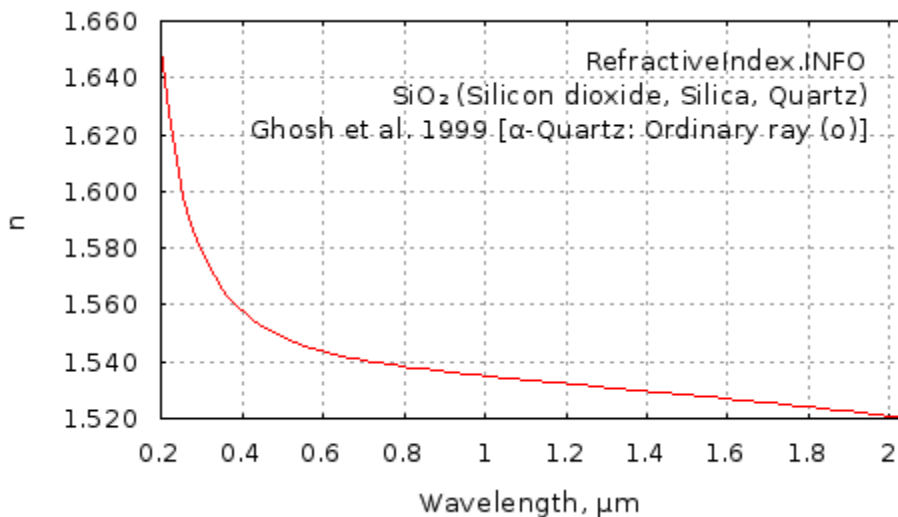
Задача: В качестве зеркал резонатора лазера на оптическом волокне обычно используют Брэгговские решётки (fiber Bragg gratings - FBG). Эти решётки изготавливаются путём облучения фоточувствительного одномодового волокна (кварцевое стекло, легированное германием), периодической картиной интенсивности с требуемым пространственным периодом Λ .

Такая картина засветки формируется при интерференции двух плоских волн интенсивного излучения, например от KrF эксимерного лазера на длине волны $\lambda_{UV} = 240 \text{ nm}$. Коэффициент преломления волокна необратимо увеличивается с ростом интенсивности УФ-засветки, и в волокне формируется периодическая структура полос с чередующимся показателем преломления.



Максимальное отражение такой решётки приходится на длину волны $\lambda_0 = 2n_0\Lambda$, где n_0 - показатель преломления на длине волны λ_0 (условие Брэгга).

В оптоволоконном лазере при активировании волокна ионами Yb^{+3} имеем длины волн излучения $\lambda_0 = 1025 \text{ nm}$ и $\lambda_0 = 1081 \text{ nm}$. Под каким углом друг к другу должны быть направлены УФ волны, чтобы обеспечить максимум отражения на длине волны $\lambda_0 = 1081 \text{ nm}$.



Ответ: Пусть ось Oz направлена вдоль волокна, интерферирующие пучки, поляризованные вдоль оси Oy , распространяются в плоскости xOz . В волокне:

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(\vec{r}) &= (0, E_0, 0) \exp(i k_1 \vec{r}) = (0, E_0, 0) \exp[i(k_x x + k_z z)] \\ \vec{E}_2(\vec{r}) &= (0, E_0, 0) \exp(i k_2 \vec{r}) = (0, E_0, 0) \exp[i(k_x x - k_z z)] \\ \vec{E}_1(\vec{r}) + \vec{E}_2(\vec{r}) &= (0, E_0, 0) \left\{ \exp[i(k_x x + k_z z)] + \exp[i(k_x x - k_z z)] \right\} = \\ &= (0, E_0, 0) \exp(i k_x x) \left\{ \exp(i k_z z) + \exp(-i k_z z) \right\} = \\ &= (0, 2E_0, 0) \exp(i k_x x) \cos(k_z z) = (0, 2E_0, 0) \exp(i k_x x) \cos[k \cdot z \cdot \sin \theta] \end{aligned}$$

Где θ - угол между направлением распространения волны и осью Ox в волокне.

Распределение интенсивности $I(\vec{r}) \sim \left| \vec{E}_1(\vec{r}) + \vec{E}_2(\vec{r}) \right|^2 \Rightarrow I(\vec{r}) = I_0 \cos^2 [k \cdot z \cdot \sin \theta]^2$.

Тогда $k \cdot \Lambda \cdot \sin \theta = \pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{2\Lambda} = \frac{\lambda_{UV}}{2\Lambda n_{UV}} = \frac{\lambda_{UV} n_0}{\lambda_0 n_{UV}}$.

Наконец, из закона Снелла получаем: $\sin \theta_{air} = n_{UV} \sin \theta = \frac{\lambda_{UV} n_0}{\lambda_0} \Rightarrow$

$$\Delta\theta = 2 \arcsin \left(\frac{\lambda_{UV} n_0}{\lambda_0} \right) \approx 2 \arcsin \left(\frac{240 \cdot 1.53}{1081} \right) \approx 0.69 \approx 40^\circ$$

ПРОДОЛЬНЫЕ МОДЫ РЕЗОНАТОРА

Рассмотрим резонатор, образованный двумя бесконечными плоскими идеально отражающими зеркалами, находящимися на расстоянии L друг от друга. Мода резонатора - это **картина пространственного распределения монохроматического** светового поля внутри резонатора, обусловленная геометрией данного резонатора.

Ограничимся рассмотрением моды, пространственное распределение которой зависит лишь от одной пространственной координаты z , отсчитываемой вдоль оси резонатора, перпендикулярной зеркалам, расположенным при $z = 0$ и $z = L$. Кроме того предположим, что у поля есть лишь одна компонента, параллельная поверхности зеркал, например $\vec{E}(z) = (E(z), 0, 0)$. Эта компонента удовлетворяет уравнению:

$$\frac{d^2 E(z)}{dz^2} + k^2 E(z) = 0$$

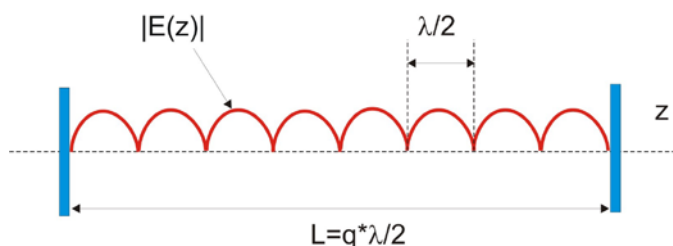
Поскольку предполагается, что зеркала резонатора идеальные, то на зеркалах эта компонента поля должна обращаться в нуль, то есть на поверхности зеркал располагаются узлы поля. Распределение напряжённости поля, удовлетворяющее граничным условиям, представляет собой **стоячую волну**:

$$\begin{aligned} \vec{E}(z, \omega t) &= (E_0 \sin(kz), 0, 0) e^{-i\omega t}, \\ \vec{E}(\vec{r}, \omega t) &= \text{Re} \left\{ \vec{E}(\vec{r}, \omega t) \right\} = (E_0 \sin(kz) \cos(\omega t), 0, 0) = \\ &= \left(\frac{E_0}{2} \sin(kz - \omega t) - \frac{E_0}{2} \sin(-kz - \omega t), 0, 0 \right) \\ kL &= \pi m, \quad m = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Итак, мода такого резонатора - **плоская стоячая волна, являющаяся суперпозицией (наложением, совмещением) двух бегущих навстречу друг другу плоских волн.**

$$k_m L = \pi m, \quad k_m = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow$$

$$L = m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, \dots$$



Таким образом, **на длине резонатора укладывается целое число полуволн.**

Частоты этих мод также образуют дискретный спектр. Действительно:

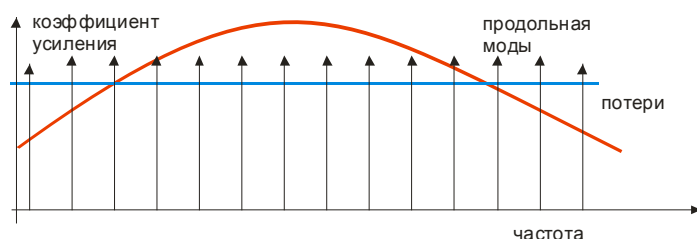
$$\omega_m = k_m c = m \frac{\pi c}{L} \Rightarrow \nu_m = m \frac{c}{2L} = m \frac{1}{2L/c} \equiv m \frac{1}{t_0}; \quad t_0 \equiv \frac{2L}{c}$$

$$\Delta \nu \equiv \nu_{m+1} - \nu_m = 1/t_0$$

Итак, набор частот резонатора определяется его длиной и представляет собой **эквидистантный набор.**

На самом деле эта грубая картинка качественно хорошо отражает ситуацию с т. н. продольными модами резонаторов с конечными размерами зеркал, но не учитывает того факта, что из-за дифракции мода в поперечном направлении имеет амплитуду, спадающую к краям зеркала. В резонаторе лазера две (**почти**) плоские световые волны, имеющие (**почти**) одинаковые амплитуды, распространяются навстречу друг к другу. Картина пространственного распределения интенсивности суммарного поля вдоль оси резонатора называется **продольной модой** этого резонатора.

Индексы аксиальных мод m обычно являются большими числами. Действительно, при характерных значениях $\lambda = 1$ мкм и $L = 20$ см получаем $m = 2L/\lambda = 2 \cdot 20/10^{-4} \approx 10^4 \div 10^5$. Линия **усиления активной среды**, помещённой в резонатор лазера, обычно имеет **большую** ширину, чем расстояние между продольными модами. Поэтому в пределах спектральной полосы усиления оказывается несколько мод. Но здесь необходимо учесть, что ширина контура усиления определяется не только шириной линии усиления, но и **уровнем потерь в резонаторе**. Таким образом, в зависимости от перечисленных факторов, лазер может излучать только на одной продольной моде, расположенной ближе всего к центру кривой усиления, или на нескольких продольных модах, достигших порога генерации.



ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Итак, в световой волне с плоским фронтом векторы электрического и магнитного полей перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости волнового фронта. Однако, этот факт не позволяет представить:

- полную картину пространственного распределения поля в некоторый момент времени
- характер изменения поля во времени в произвольной точке пространства.

Ответ на последний вопрос конкретизирует **тип поляризации световой волны**. Чтобы получить наглядную картинку поляризационного состояния, рассмотрим **траекторию движения** конца вещественного вектора $\vec{\mathcal{E}}$ в плоскости xOy , у волны с плоским волновым фронтом, распространяющейся вдоль оси Oz , при некотором произвольном значении координаты z , например, $z = 0$. В этом случае из выражения (16) следует:

$$\vec{\mathcal{E}}(0, \omega t) = (\mathcal{E}_{x0} \cos(\omega t), \mathcal{E}_{y0} \cos(\omega t - \varphi)) \quad (22)$$

Здесь φ - сдвиг по фазе колебаний вдоль оси Oy по отношению к колебаниям вдоль оси Ox , а несущественный общий фазовый множитель отброшен.

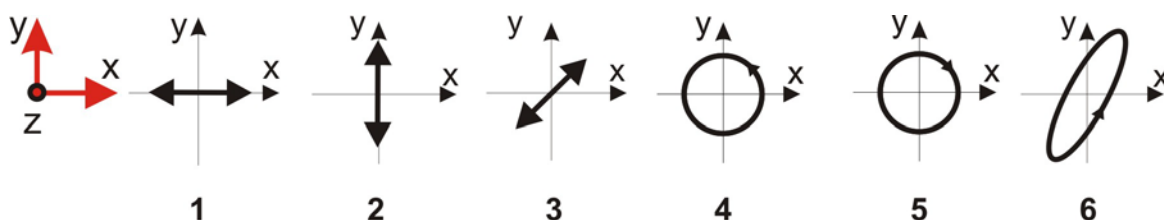
Если ввести величину $\mathcal{E}_0 \equiv \sqrt{\mathcal{E}_{x0}^2 + \mathcal{E}_{y0}^2}$, то последнее выражение можно переписать так:

$$\vec{\mathcal{E}}(0, \omega t) = \mathcal{E}_0 \cdot \left(\frac{\mathcal{E}_{x0}}{\mathcal{E}_0} \cos(\omega t), \frac{\mathcal{E}_{y0}}{\mathcal{E}_0} \cos(\omega t - \varphi) \right) \equiv \mathcal{E}_0 \cdot (\hat{e}_{x0} \cos(\omega t), \hat{e}_{y0} \cos(\omega t - \varphi)) \quad (23)$$

Эта запись световой волны удобна тем, что в ней отдельно присутствуют множители, описывающие

- энергетические характеристики волны (величина амплитуды $\mathcal{E}_0 \propto \sqrt{I}$, $I = I_x + I_y$),
- вектор, описывающий поляризационное состояние волны с нормированной интенсивностью $(\hat{e}_{x0} \cos(\omega t), \hat{e}_{y0} \cos(\omega t - \varphi))$, $e^2 = e_{x0}^2 + e_{y0}^2$.

Ниже приведен ряд картинок, показывающих траекторию движения конца вещественного вектора $\vec{\mathcal{E}}$, соответствующих некоторым состояниям поляризации. Ось Oz направлена на нас!



Три первых состояниями поляризации – это **плоскополяризованные волны**, когда колебания вектора \vec{E} происходят в некоторой плоскости, называемой **плоскостью поляризации**.

$$1. \quad \vec{E}(0, \omega t) = E_0 \cdot (\cos(\omega t), 0) \quad 2. \quad \vec{E}(0, \omega t) = E_0 \cdot (0, \cos(\omega t - \varphi))$$

$$3. \quad \vec{E}(0, \omega t) = E_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\omega t), \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\omega t) \right); \quad \varphi = 0$$

$$4. \quad \vec{E}(0, \omega t) = E_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\omega t), \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\omega t) \right); \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$5. \quad \vec{E}(0, \omega t) = E_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\omega t), -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\omega t) \right); \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

В состоянии (4) имеем круговую поляризацию с правой/положительной спиральностью (**направляем большой палец правой руки вдоль оси OZ, тогда согнутые остальные пальцы задают положительное направление вращения конца вектора**). Очевидно, что (5) - это случай круговой поляризации с левой (отрицательной) спиральностью, поскольку конец вектора напряженности вращается в отрицательном направлении. Наконец, наиболее общий случай - эллиптическая поляризация (6), в данном случае с положительной спиральностью.

Картинка пространственного распределения вектора \vec{E} для волны с круговой поляризацией в некоторый момент времени – **винтовая линия с шагом, равным длине волны**.

Задача: Две монохроматические волны с одинаковыми амплитудами и одинаковой частотой ω , но со сдвигом по фазе по отношению друг к другу распространяются вдоль оси Oz. Какова амплитуда и интенсивность суммарной волны, если волны плоскополяризованные и их плоскости поляризации

1. совпадают
2. перпендикулярны друг другу
3. под некоторым углом друг к другу.

ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕ. ПОЛЯРИЗАТОРЫ

Явление **оптической анизотропии** \equiv неодинаковость оптических свойств по разным направлениям. В качестве примера рассмотрим так называемые **одноосные кристаллы**. Эти кристаллы имеют наибольшее практическое значение.

Фундаментальным свойством подобных сред является наличие **оптической оси – такого направления в кристалле, при распространении вдоль которого световые плоскополяризованные волны с любой ориентацией поляризации обладают одинаковыми показателями преломления**.

В общем случае, неполяризованный световой пучок, падающий из изотропной среды и прошедший через диафрагму, внутри одноосного кристалла разделяется на два линейно поляризованных пучка. Эти пучки, поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях, распространяются в кристалле в различных направлениях и называются **обыкновенным** и **необыкновенным** пучками. Происхождение таких названий, по-видимому, следует из картинке этого явления в частном случае нормального падения исходного пучка на поверхность одноосного

кристалла. Этот эффект пространственного разделения волн лежит в основе действия поляризационных призм, например призмы Глана.



Ниже приведены показатели преломления для этих двух волн в некоторых кристаллах.

Материал	λ (nm)	n_e	n_o
Кварц (кристаллический)	589.3 (D линия Na)	1.5534	1.5443
Кальцит		1.486	1.658

Анизотропия, очевидно, связана с тем фактом, что атомы среды «чувствуют» по-разному одно и то же электрическое поле в разных направлениях. Анизотропия может возникнуть и в изотропных материалах под сильным внешним воздействием, таким как деформация или электрическое поле.

Изменение преломляющих свойств кристаллов или жидкостей под действием внешнего электрического поля – **электрооптический эффект**. **Эффект Поггеля** является линейным электрооптическим эффектом ($\Delta n \sim E$) и наблюдается лишь в кристаллах, не обладающих центром симметрии, таких как ниобат лития, KDP, BaTiO_3 .

Эффект Керра является квадратичным электрооптическим эффектом ($\Delta n \sim E^2$) и наблюдается в изотропных твёрдых веществах, жидкостях и газах. Этот эффект объясняется анизотропией молекул (молекула в виде палочки), которые ориентируются в сильном внешнем поле. Так, сероуглерод, помещенный в электрическое поле напряженностью E_0 , ведёт себя как одноосный кристалл с осью, параллельной полю, причем $n_e - n_o = 3 \cdot 10^{-14} \cdot \lambda E_0^2$, где переменные даны в единицах СИ. Для нитробензола эта зависимость имеет вид $n_e - n_o = 2.4 \cdot 10^{-12} \cdot \lambda E_0^2$.

В 1938 г. Ланд изобрёл поляроид, который оказывает на свет то же действие, что и ограда из проводников – на микроволновое излучение. Внутреннее устройство поляроида – длинные молекулы углеводов с прикреплёнными к ним молекулами йода, дающими свободный электрон, который может перемещаться вдоль молекулы.

ЧЕТВЕРТЬВОЛНОВАЯ И ПОЛУВОЛНОВАЯ ПЛАСТИНКИ

Эти важные поляризационные элементы **могут быть реализованы различными способами**. В качестве примера рассмотрим пластинку, изготовленную из двулучепреломляющего кристалла. Пусть пластинка одноосного кристалла вырезана таким образом, что **оптическая ось располагается параллельно входной грани**. Волну с произвольной поляризацией, падающей на пластинку, можно представить в виде суммы двух волн – с поляризацией вдоль оптической оси и с поляризацией

поперёк оптической оси. Эти две волны по прохождении пластинки приобретают разные фазовые задержки, поскольку **показатели преломления для них оказываются различными**. Говорят, что та волна, приобретённая фазовая задержка которой оказалась меньше, была поляризована вдоль «**быстрой оси**», а вторая волна оказалась поляризованной вдоль «**медленной оси**».

Преобразование состояния поляризации фазовой пластинкой:

Вне зависимости от конструктивного исполнения фазовой пластинки у неё имеются два взаимно ортогональных направления – «**быстрая ось**» и «**медленная ось**». Волна, поляризованная вдоль «медленной оси», по прохождении пластинки приобретает фазовую задержку $\Delta\varphi$ по отношению к волне, поляризованной вдоль «быстрой оси». Так, если на входе в пластинку имеем $E_{fast} \propto \cos(\omega t)$; $E_{slow} \propto \cos(\omega t - \theta)$, то на выходе из пластинки имеем $E_{fast} \propto \cos(\omega t)$; $E_{slow} \propto \cos(\omega t - \theta - \Delta\varphi)$, где $\Delta\varphi \equiv (\varphi_{slow} - \varphi_{fast})$.

Если это пластинка, изготовленная из одноосного кристалла, то n_{slow} - показатель преломления для волны, испытавшей больший фазовый набег, n_{fast} - показатель преломления для волны, испытавшей меньший фазовый набег.

«Пластинка $\lambda/4$ » обладает такой толщиной d , что после её прохождения между этими двумя волнами возникает дополнительный сдвиг по фазе, равный $\pi/2$:

$$\Delta\varphi \equiv \frac{2\pi}{\lambda}(n_{slow} - n_{fast})d = \frac{\pi}{2} \Rightarrow (n_{slow} - n_{fast})d = \frac{\lambda}{4}; \quad n_{slow} > n_{fast}.$$

Задача: Пусть на четвертьволновую пластинку падает плоскополяризованная волна, причем плоскость её поляризации наклонена под углом 45° по отношению к осям пластинки и расположена в первом и третьем квадрантах. Какой тип поляризации будет иметь прошедшая волна, если

(1) $0x - fast$; $0y - slow$,

(2) $0x - slow$; $0y - fast$.

Ответ: (1)- положительная/правая круговая поляризация:

$$x: \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t);$$

$$y: \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t - \pi/2) = \sin(\omega t)$$

(2) - отрицательная/левая круговая поляризация:

$$x: \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t - \pi/2) = \sin(\omega t);$$

$$y: \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t)$$

Задача: Пусть на четвертьволновую пластинку падает волна с положительной круговой поляризацией. Какой тип поляризации будет иметь прошедшая волна, если (1) $0x - fast$; $0y - slow$,

(2) $0x - slow$; $0y - fast$.

Ответ: (1)- плоскополяризованная волна, причем плоскость её поляризации наклонена под углом 45° по отношению к осям пластинки и расположена во втором и четвертом квадрантах:

$$x: \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t);$$

$$y: \sin(\omega t) \rightarrow \sin(\omega t - \pi/2) = -\cos(\omega t)$$

(2) - плоскополяризованная волна, причем плоскость её поляризации наклонена под углом 45° по отношению к осям пластинки и расположена во втором и четвертом квадрантах:

$$x : \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t - \pi/2) = \sin(\omega t);$$

$$y : \sin(\omega t) \rightarrow \sin(\omega t)$$

«Пластинка $\lambda/2$ » обладает такой толщиной d , что после её прохождения между волнами, поляризованными вдоль медленной и быстрой осей возникает дополнительный сдвиг по фазе, равный π :

$$\Delta\varphi \equiv \frac{2\pi}{\lambda}(n_{slow} - n_{fast})d = \pi \Rightarrow (n_{slow} - n_{fast})d = \frac{\lambda}{2}.$$

Задача: Пусть на полуволновую пластинку падает плоскополяризованная волна, причем плоскость её поляризации наклонена под углом 45° по отношению к осям пластинки и расположена в первом и третьем квадрантах. Какой тип поляризации будет иметь прошедшая волна, если

$$(1) 0x - fast; \quad 0y - slow,$$

$$(2) 0x - slow; \quad 0y - fast.$$

Ответ: (1)- плоскополяризованная волна, причём плоскость её поляризации повернётся на угол 90° по отношению к исходной волне.

$$x : \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t);$$

$$y : \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t - \pi) = -\cos(\omega t)$$

(2) -то же самое, что и в первом случае. Действительно:

$$x : \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t - \pi) = -\cos(\omega t);$$

$$y : \cos(\omega t) \rightarrow \cos(\omega t)$$

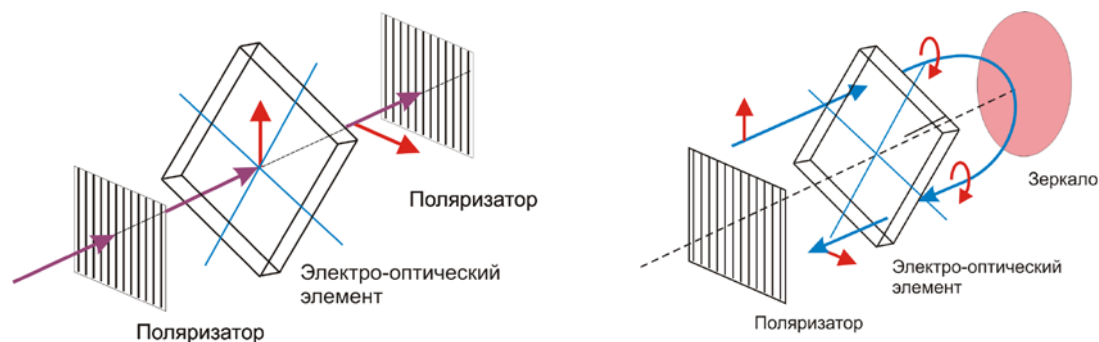
Задача: Какой тип поляризации будет иметь отраженная от зеркала волна, если падающая волна была с круговой положительной поляризацией?

Ответ: Как и в случае зеркального изображения правого винта/правой руки, когда в зеркале мы видим левый винт/левую руку, при отражении света получим волну с круговой отрицательной поляризацией.

Задача: Какой толщины должна быть полуволновая пластинка из слюды, если используется излучение He-Ne лазера (632.8 nm)? Приблизительные показатели преломления слюды равны 1.599 и 1.594.

Ответ: 0.0633 мм

В простейшей схеме электрооптического затвора используется два поляризатора и, например, пластинка из кристалла KDP, на которую подается высоковольтное напряжение. Подбирается такое электрическое напряжение, чтобы среда при приложенном напряжении действовала как **полуволновая пластинка** (полуволновое напряжение). Тогда затвор, изображенный ниже, открывается при снятии напряжения.



В лазерах с модуляцией добротности используется другая схема, содержащая меньшее число элементов. Зеркало, используемое в такой схеме, является концевым зеркалом резонатора. В этом случае на ячейку подается такое напряжение, чтобы ячейка работала как четвертьволновая пластинка.

Задача: Проверить, что изображенная схема (поляризатор, пластинка $\lambda/4$ и концевое зеркало) действительно работает как затвор.

ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА-ФРЕНЕЛЯ. ДИФРАКЦИЯ

До сих пор мы рассматривали интерференцию двух волн. Обычно, когда говорят о расчете поля, образуемого малым числом источников, используется термин «интерференция». А если источников много, то используют термин «дифракция». С этим случаем сталкиваемся, если мы пытаемся описать распространение световых волн, проходящих через диафрагмы (апертуры – aperture - отверстие; дыра), пропускающие достаточно много света. Вместо однородного распределения интенсивности по волновому фронту, как было в случае бесконечной плоской волны или сферической волны, картина распределения интенсивности по прохождении светом диафрагмы становится достаточно сложной.

В основу описания распространения световых волн положен принцип, предложенный Гюйгенсом и впоследствии дополненный Френелем.

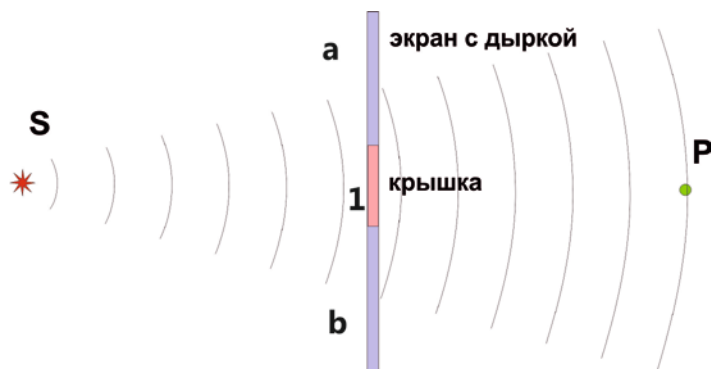
- Гюйгенс постулировал, что каждая точка волнового фронта создает новую, вторичную сферическую волну. Эта совокупность вторичных волн распространяется вперед от исходного волнового фронта. Огибающая этих вторичных волн даёт новый волновой фронт в более поздний момент.
- Модификация этого принципа Френелем сводится к тому, что результирующий волновой фронт получается не как огибающая поверхность, а является результатом суперпозиции (интерференции) вторичных волн Гюйгенса от всех точек внутри засвечиваемой апертуры.

Этот принцип используется для вычисления дифракционной картины, возникающей при падении плоской волны (например, от удаленного точечного источника) на отверстие в непрозрачном экране.

Действие непрозрачного экрана. (из книги Крауфорда «Волны»)

Любое электромагнитное излучение связано с колебанием заряженных частиц. Полное электрическое (и магнитное) поле в любой точке представляет собой суперпозицию волн, образованных всеми источниками, т. е. всеми колеблющимися зарядами. В нашей

задаче мы имеем один удаленный точечный источник, который дает падающую на экран плоскую волну. Полная амплитуда волны за непрозрачным экраном равна нулю по определению (экран непрозрачный). Эта полная амплитуда представляет собой суперпозицию волны от источника S и волн, испущенных колеблющимися электронами в веществе экрана. Экран не пропускает падающую волну. Это значит, что суперпозиция всех волн, т. е. волн от источника S и волн от возбужденных падающим излучением электронов экрана (электроны возбуждаются также вследствие излучения от других электронов), дает за экраном нулевую амплитуду.



Вырежем небольшое отверстие (или щель) в нашем непрозрачном экране. Щель обозначим индексом 1 и соответственно материал, который нужно вырезать для образования щели, обозначим как «пробка 1». Материал экрана выше и ниже пробки 1 обозначим соответственно через «а» и «b». Полное поле за экраном в некоторой точке наблюдения P , которое равно нулю, является суперпозицией полей, излучаемых источником S , частями экрана a и b и пробкой 1. Таким образом, пока пробка еще не вынута, имеем в точке наблюдения

$$E = 0 = E_S + E_1 + E_a + E_b$$

Теперь вытащим пробку. Предположим, что после этого движение электронов в частях экрана a и b не изменилось. Тогда поле за экраном в точке наблюдения P определяться следующей суперпозицией:

$$E_P = E_S + E_a + E_b = (E_S + E_a + E_b + E_1) - E_1 \approx 0 - E_1 \approx -E_1$$

Таким образом, поле за экраном, равное суперпозиции вкладов от источника и от оставшихся частей экрана a и b , совпадает (с точностью до знака) с полем, испускаемым одной пробкой, помещенной между a и b .

Итак, мы можем считать, что поле за экраном, созданное источником и экраном со щелью, равно полю от более простой системы, состоящей только из пробки 1, причем все электроны пробки колеблются в фазе и с равной амплитудой (это движение электронов вызвано падающей плоской волной).

ОБЛАСТЬ ДИФРАКЦИИ ФРЕНЕЛЯ И ФРАУНГОФЕРА

При использовании принципа Гюйгенса-Френеля на разных участках пройденного пути возможно использование различных приближений. Наиболее простое описание имеет место в области *далекого поля (приближение дальней зоны)*. Иное название этой области – *область дифракции Фраунгофера*. Перед этой областью располагается область *близкого поля (приближение ближней зоны)*, или *область дифракции Френеля*.

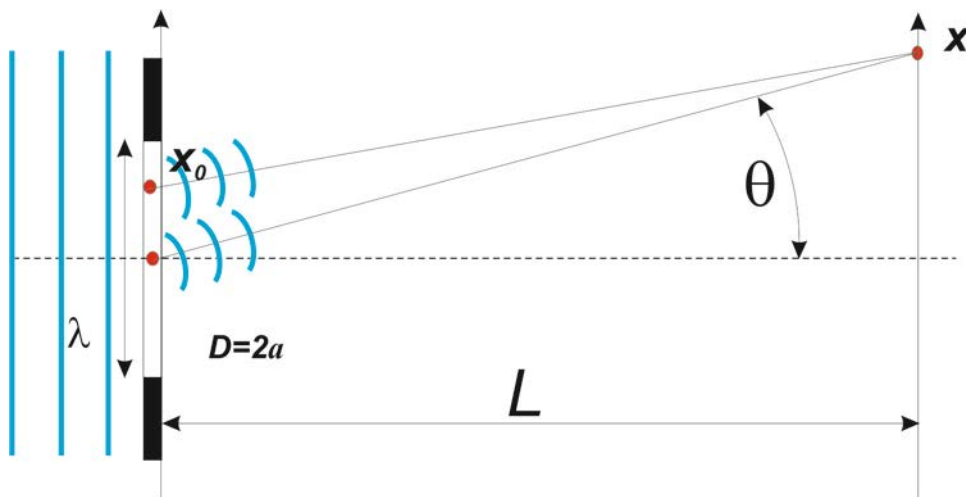
Итак, при применении принципа Гюйгенса-Френеля мы суммируем вторичные волны. Расчет существенно упрощается, если ищется картина распределения поля в дальней зоне. Пусть однородная плоская волна с длиной волны λ проходит через щелевую диафрагму шириной $D = 2a$ и распространяется на расстояние L до плоскости наблюдения.

Сначала рассчитаем поле, даваемое конечным числом вторичных источников, равномерно распределённых в щели, а затем совершим предельный переход к их бесконечному числу.

Поле в точке с координатой x в плоскости наблюдения, испущенное вторичным источником в щели, задаваемым координатой x_0 , запишется так:

$\mathcal{E}(x, x_0) = A(r) \cos[kr(x, x_0) - \omega t]$, где $r(x, x_0) = \sqrt{L^2 + (x - x_0)^2}$ - расстояние между источником и точкой наблюдения.

Пусть падающая волна поляризована вдоль щели, тогда вторичный источник представляет собой ток, текущий по прямой линии, параллельный сторонам щели. В этом случае $A(r) \propto 1/\sqrt{r}$.



Пусть число вторичных источников равно $(2N+1)$ и тогда координата источника

$$x_0(m) = \frac{D}{2N} m, \quad m = -N, (N-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, (N-1), N.$$

При суммировании волны от этих источников в точке наблюдения x удобно воспользоваться экспоненциальной записью волн:

$$\mathcal{E}(x, x_{0m}) = A(r_m) \cos[kr(x, x_{0m}) - \omega t] = \text{Re} \left[A(r_m) e^{i(kr(x, x_{0m}) - \omega t)} \right].$$

Поэтому суммируем комплексные экспоненты, а затем, при необходимости, находим вещественную часть суммы.

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(x, 0) &= \sum_{m=-N}^N \mathcal{E}(x, x_{0m}) = \text{Re} \left\{ \sum_{m=-N}^N A(r_m) \exp i[kr(x, x_{0m}) - \omega t] \right\} \approx \\ &\approx \text{Re} \left[A(r_0) e^{-i\omega t} \sum_{m=-N}^N \exp ikr(x, x_{0m}) \right] \end{aligned}$$

Рассмотрим подробнее слагаемое

$$\begin{aligned} \exp[ikr(x, x_{0m})] &= \exp\left[ik\sqrt{L^2 + (x - x_{0m})^2}\right] = \exp ikL\sqrt{1 + \frac{(x - x_{0m})^2}{L^2}} \approx \\ &\approx \exp(ikL) \cdot \exp\left[ik\frac{(x - x_{0m})^2}{2L}\right] = \exp\left[ik\left(L + \frac{x^2}{2L}\right)\right] \exp\left[\sqrt{ik\frac{xx_{0m}}{L}}\right] \exp\left[ik\frac{x_{0m}^2}{2L}\right] \end{aligned}$$

В последнем выражении, содержащем три сомножителя, первый сомножитель зависит лишь от точки наблюдения и описывает распределение фазы в плоскости наблюдения цилиндрический (сферический) волны, исходящий из центра диафрагмы:

$$\exp\left[ik\left(L + \frac{x^2}{2L}\right)\right] \approx \exp ikr(x, 0) \equiv \exp(ikr_0).$$

Если предположить, что расстояние до плоскости наблюдения столь велико, что $k\frac{a^2}{L} = 2\pi\frac{a^2}{\lambda L} \ll 2\pi$, то есть $L \gg \frac{a^2}{\lambda}$, то последний множитель для любого вторичного источника оказывается равным единице. Это условие наблюдения как раз описывает случай дифракционной картины при наблюдении её в **дальней зоне (области дифракции Фраунгофера)**.

Наконец, заметим, что во втором сомножителе $x/L = \operatorname{tg} \theta \approx \theta$ - угол, задающий направление наблюдения поля в дальней зоне, то есть угол, под которым виден центр диафрагмы из точки наблюдения. Итак, в дальней зоне

$$\exp[ikr(x, x_{0m})] \approx \exp(ikr_0) \exp[-ik\theta x_{0m}] = \exp(ikr_0) \exp\left[-i2\pi\frac{\theta}{\lambda/D} \frac{m}{2N}\right]$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(x, 0) &= \sum_{m=-N}^N \mathcal{E}(x, x_{0m}) = \operatorname{Re}\left\{\sum_{m=-N}^N A(r_m) \exp i[kr(x, x_{0m}) - \omega t]\right\} \approx \\ &\approx \operatorname{Re}\left\{A(r_0) \exp i(kr_0 - \omega t) \sum_{m=-N}^N \exp\left[-i\frac{k\theta D}{2N} m\right]\right\} = \\ &= \frac{\sin\left[\frac{k\theta D}{2N}\left(N + \frac{1}{2}\right)\right]}{\sin\left(\frac{k\theta D}{4N}\right)} \operatorname{Re}\{A(r_0) \exp i(kr_0 - \omega t)\} = \\ &= [(2N + 1) \cdot A(r_0)] \cdot \cos(kr_0 - \omega t) \frac{\sin\left[\frac{k\theta D}{2N}\left(N + \frac{1}{2}\right)\right]}{(2N + 1) \cdot \sin\left(\frac{k\theta D}{4N}\right)} \end{aligned}$$

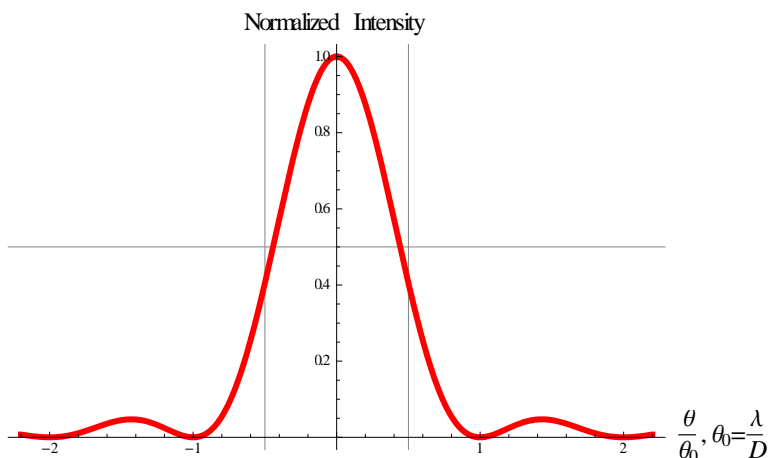
Если перейти к предельному равномерному распределению бесконечного числа источников ($N \rightarrow \infty$), распределённых в пределах диафрагмы, то получим в результате

$$\mathcal{E}(x, t) = \mathcal{E}_0(r) \cdot \cos(kr_0 - \omega t) \frac{\sin\left(\pi\frac{\theta}{\lambda/D}\right)}{\left(\pi\frac{\theta}{\lambda/D}\right)}$$

Итак, результирующее выражение для поля в дальне зоне представляет собой цилиндрическую (сферическую) волну, исходящую из центра диафрагмы, умноженную на функцию, являющуюся диаграммой направленности. Отсюда следует распределение интенсивности в дифрагированной световой волне.

$$I(\theta) = I_0 \cdot \left[\frac{\sin\left(\pi \frac{\theta}{\lambda/D}\right)}{\left(\pi \frac{\theta}{\lambda/D}\right)} \right]^2$$

Картина дифракции Фраунгофера от равномерно освещенной щели показана на рисунке справа.



Точная зависимость интенсивности от угла θ показана на рисунке. Итак, угловая ширина основного лепестка диаграммы направленности идеальной плоской волны, прошедшей через диафрагму шириной D , оказывается равной

$$\Delta\theta_{diff} = 2 \frac{\lambda}{D}.$$

Следовательно, нельзя создать строго параллельный пучок, который был бы ограниченной в сечении частью плоской световой волны. Этот пучок всегда имеет угловой разброс и, следовательно, его фокусировка даёт пятно конечного размера

$$\text{порядка } F\Delta\theta_{diff} = 2\lambda \frac{F}{D}$$

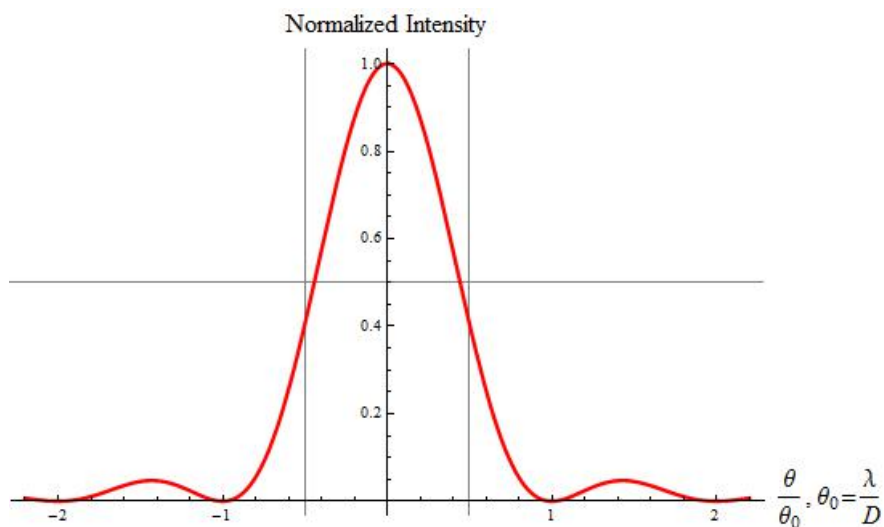
РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ. КРИТЕРИЙ РЕЛЕЯ

Возьмите миллиметровую шкалу или сделайте метки на листе белой бумаги и найдите расстояние от бумаги до глаза, на котором метки покажутся совпадающими друг с другом, т. е. неразрешимыми. Обычно, если расстояние между метками равно 1 мм, то они плохо разрешимы на расстоянии в 2 м и совсем неразрешимы на расстояния 4 м. Таким образом, если глаз находится в центре поля зрения (т. е. когда вы смотрите прямо на линии), то предельное значение углового разрешения близко к $\Delta\theta \approx 1\text{mm}/2\text{m} = 1/2000$.

Посмотрите в зеркало и с помощью линейки, расположенной близко к глазу, измерьте диаметр D вашего зрачка. Обычно $D \approx 2$ мм. Дифракционный предел углового разрешения вашего глаза определяется размером изображения пятна от падающей плоской волны, испущенной удаленным точечным источником, на сетчатке глаза. Для удалённой точки равен изображения на сетчатке глаза определяется полным угловым разбросом световых волн из-за дифракции на зрачке (от нуля до нуля):

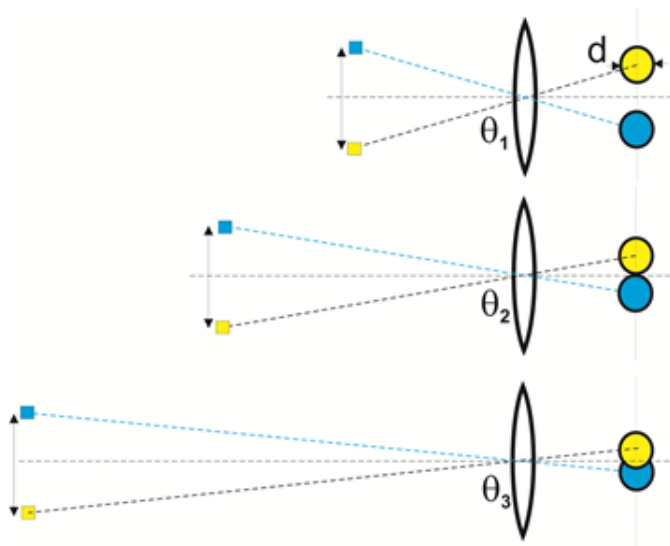
$$\Delta\theta \approx 2 \frac{\lambda}{D} \approx 2 \frac{5.5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}}{0.2 \text{ cm}} \approx \frac{1}{2000}$$

Для двумерного случая – график:



Наш глаз (и мозг) воспринимает две точки как разрешённые, если угловое расстояние между ними равно или больше значения половинной дифракционной ширины.

Этот критерий разрешимости носит название критерия Рэля.



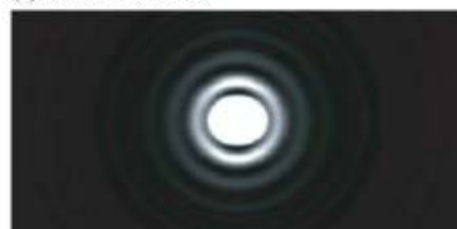
(a) Stars resolved



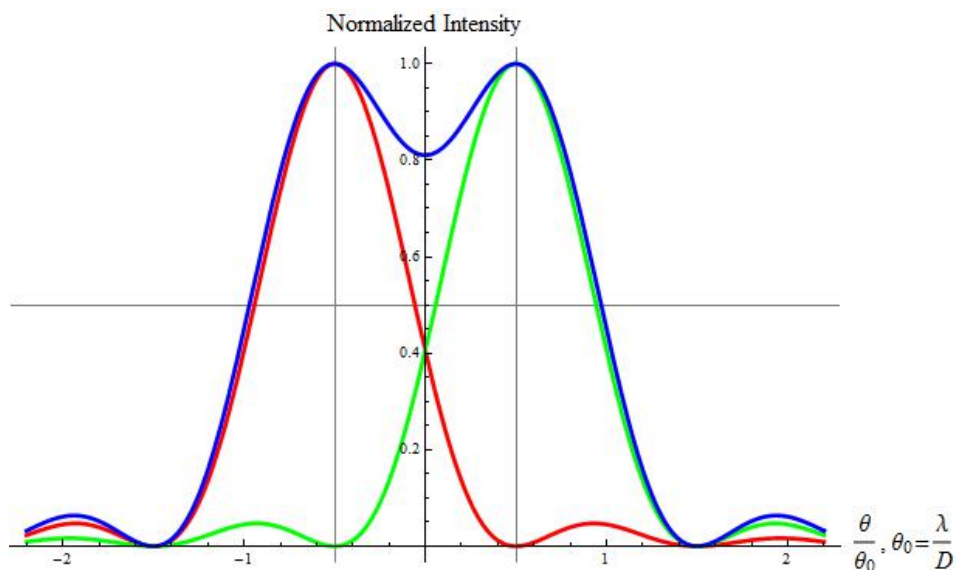
(b) Stars just resolved



(c) Stars not resolved



Если угловое расстояние между двумя точками равно λ/D , то, максимум интенсивности от одной точки будет совпадать с первым минимумом на графике интенсивности для второй точки. В этом случае точки ещё разрешимы. Для двумерного случая – график:



Ширина изображения точки на вашей сетчатке примерно равна произведению фокусного расстояния линзы (хрусталика) вашего глаза на угловую ширину изображения точки. Фокусное расстояние f приблизительно равно внутреннему диаметру глаза. Когда вы смотрите на удаленный объект, этот диаметр равен примерно 3 см.

Поэтому ширина изображения пятна на сетчатке от удаленной точки близка к

$$f(\lambda/D) = 3 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0.2} \approx 8 \text{ мкм.}$$

Тот факт, что разрешающая способность нашего глаза ограничена дифракционным пределом, говорит о том, что фоторецепторы в центре сетчатки отделены друг от друга расстоянием, не большим чем 8 мкм.

Задача: Один астронавт, летавший вокруг Земли на расстоянии 240 км, утверждал, что он мог различать отдельные дома в деревнях, когда пролетал над ними. Верите ли вы ему?

Рассмотреть этот вопрос на примере решения следующей задачи:

Задача: Ближайшая к нам звезда находится на расстоянии L , равном 4 световым годам, имеет диаметр того же порядка, что и наше Солнце: $D \approx 10^6 \text{ км}$. Оцените размер изображения этой звезды, получаемый в телескопе с диаметром зеркала $d = 1$ метр и фокусом $F \approx 10$ метров.

Сначала оцениваем размер изображения, исходя из геометрической оптики. В силу удалённости объекта из формулы, связывающей положение объекта и изображения, следует, что изображение находится в фокальной плоскости зеркала. Его размер

$$\varnothing = \frac{D}{L} F.$$

Теперь следует учесть тот факт, что каждая точка объекта (в нашем случае звезды) изображается кружком, диаметр которого в силу волновой природы света обусловлен дифракцией и имеет величину $\delta \approx 2 \frac{\lambda}{d} F$. Очевидно, что следует сравнить величины \varnothing и δ .

РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ

Чтобы понять принципиальную разницу лазерных и нелазерных источников света, следует кратко остановиться на картине взаимодействия света с веществом.

Представления, положенные в основу теории, описывающей оптические свойства вещества:

Атом при взаимодействии с полем световой волны **проявляет резонансные свойства на некоторой дискретной совокупности частот**, присущей этому атому. Эти резонансы ответственны за линейчатый спектр излучения и поглощения. Происхождение этих резонансных частот обусловлено тем, что атом обладает некоторым **набором состояний** с дискретными значениями энергии E_n , $n = 0, 1, \dots$ и проявляет **резонансные свойства на частотах, зависящих от разности энергий этих состояний** $\hbar\omega_{mn} = E_m - E_n$.

До появления статьи Эйнштейна "Квантовая теория излучения" физики не сомневались, что проникающие в материальную среду фотоны взаимодействуют с электронными оболочками атомов и молекул лишь двумя путями:

- Во-первых, имеется **поглощение света**, приводящее к переходу атома из состояния с меньшей энергией E_1 в состояние с большей энергией E_2 , причем вероятность такого перехода за 1 сек. пропорциональна величине плотности мощности излучения на частоте перехода атома между состояниями.
- Во-вторых имеется **спонтанное (самопроизвольное) света** атомом. В силу этого вероятность спонтанного перехода за 1 сек. не зависит от интенсивности света.

Эта классическая картина взаимодействия света с веществом была дополнена Эйнштейном. Он выдвинул предположение, что при взаимодействии света с атомом возможен процесс **вынужденного излучения света**, при котором атом переходит из состояния с большей энергией E_2 , в состояние с меньшей энергией E_1 , причем вероятность такого перехода за 1 сек. пропорциональна величине плотности мощности излучения на частоте перехода.

Очень важно, что новорожденный квант полностью тождествен падающим квантам - у него такая же энергия $E_2 - E_1$, такое же направление движения, такая же поляризация и такая же фаза. Получается, что **падающие фотоны принуждают частицу "породить" их собственную копию**. Происходит **усиление света за счет процессов вынужденного излучения**. В обычных условиях возникновение вынужденного излучения в видимом диапазоне маловероятно. Поэтому неудивительно, что вынужденное излучение долгое время оставалось лишь теоретическим понятием. Косвенные экспериментальные свидетельства реальности этого явления впервые появились в 1928 г., а прямые - почти двумя десятилетиями позже.

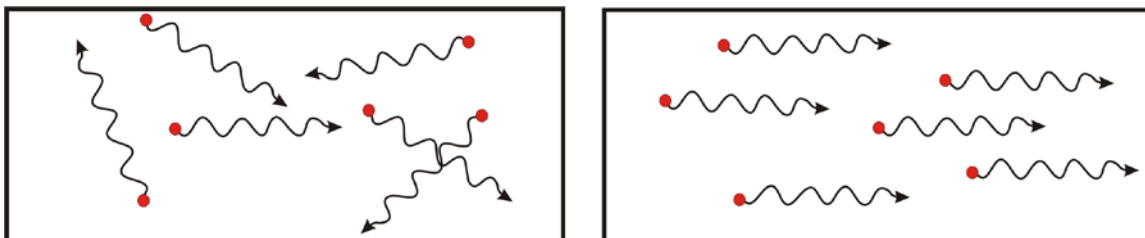
СВОЙСТВА СПОНТАННОГО И ВЫНУЖДЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Итак, имеются два различных типа переходов атомов с верхнего уровня энергии на нижний уровень, сопровождаемых излучением.

Первый тип переходов атомов носит случайный (*спонтанный*) характер. В результате *спонтанно* излучённая каждым атомом волна распространяется независимо от того, куда распространяются волны, излученные другими атомами. Случайными оказываются направления распространения каждой из этих элементарных волн, их фазы, поляризация и частота в пределах линии атомного перехода. Суммарное излучение всех этих элементарных волн оказывается *некогерентным*.

Совсем другими свойствами обладает вынужденное излучение, являющееся *когерентным*. В этом случае все параметры волны излучённой атомом, за исключением амплитуды, совпадают с параметрами сигнальной волны, вызвавшей переход. Важно отметить, что совпадение параметров подразумевает, в частности, совпадение фазы волны, излученной атомом с фазой сигнальной волны, вызвавшей переход. Вследствие этого факта происходит их конструктивная интерференция, приводящая к усилению сигнальной волны.

Следующие две картинки иллюстрируют процесс испускания волн атомами в обычных некогерентных источниках света и в лазере. Следует обратить внимание на то, что *согласованность (когерентность) всех параметров элементарных волн* (цугов волн), испускаемых атомами во втором случае. Причина этого – в первом случае – спонтанное излучение, а во втором - вынужденное излучение.



Результатом такого согласованного характера испускания света атомами является:

- монохроматичность излучаемого света (*продольная когерентность*),
- возможность получения высокой направленности излучения (*поперечная когерентность*).

УСЛОВИЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ УСИЛЕНИЯ СВЕТА.

Усиление света за счет вынужденного излучения может происходить лишь в среде, приготовленной соответствующим образом. Такая среда называется **активной**, а механизм, приводящий к тому, что она начинает усиливать излучение, называется **накачкой**.

Пусть энергия верхнего лазерного уровня - E_2 и его населённостью N_2 (число атомов в единичном объёме). Для нижнего лазерного уровня эти величины - E_1 и N_1 соответственно. Термин «лазерный» используется для того, чтобы отличить указанные уровни от других энергетических уровней системы, которые участвуют в создании условий для усиления света.

Согласно Эйнштейну в поле световой волны вероятность W поглощения фотона атомом, находящимся на нижнем уровне E_1 , равна вероятности W того, что такой же атом, но находящийся в возбужденном состоянии энергией E_2 , за счет вынужденного излучения добавит ещё один фотон. За 1 сек. в единичном объёме среды произойдёт WN_2 вынужденных переходов, сопровождающихся излучением света в падающую волну и WN_1 переходов с его поглощением из этой волны.

Чтобы происходило усиление сигнальной волны, необходимо обеспечить превышение числа переходов с излучением света над числом переходов с его поглощением: $WN_2 > WN_1$. Последнее выполняется, если в среде обеспечено превышение населённости верхнего уровня над населённостью нижнего уровня: $N_2 > N_1$. В этом случае энергия, запасённая в активной среде, передаётся сигнальной волне, а не забирается из неё. Передаваемая световой волне мощность от единичного объёма среды пропорциональна разности населённостей $\sim W(N_2 - N_1)$.

Согласно **закону Больцмана** $N_m \propto e^{-E_m/kT}$ при тепловом равновесии населённость верхнего уровня всегда меньше населённости нижнего уровня. В силу этой причины состояние активной среды, при котором происходит усиления света, называют **условием инверсной населённости**. Инверсная населённость – это населённость «обратная» по отношению к обычной населённости.

Инверсные среды получают искусственно, разными способами, причем все они требуют затраты энергии. Самостоятельно такие среды возникают очень редко - например, это происходит в верхних слоях марсианской атмосферы, где под действием солнечного излучения резко увеличивается доля молекул углекислого газа, находящихся в возбужденном состоянии. Любопытно, что это явление было открыто лишь в 1981 г. - через много лет после появления лазера.

ПРИНЦИПИАЛЬНАЯ СХЕМА ГЕНЕРАТОРА

Рассмотрим принцип построения генератора.

Прежде всего, необходимо иметь усиливающий элемент (модуль). Обозначим амплитуду сигнала на входе в усилительный элемент E_{inc} (incident). Если **амплитудный коэффициент усиления** обозначить g , то на выходе усилителя получаем величину сигнала E_{out} (outgoing).

$$E_{out} = g \cdot E_{inc} \quad (27)$$

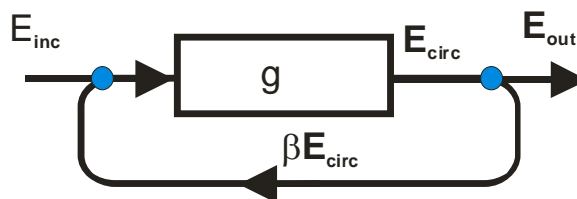
Это схема обыкновенного однопроходового усилителя.



В этом иллюстративном рассмотрении мы не учитываем тот факт, что любой усилитель характеризуется насыщением. Слабый входной сигнал усиливается хорошо, а большой сигнал – хуже. Иными словами коэффициент усиления зависит от величины входного сигнала.

Принципиальным моментом при построении генератора является введение «петли обратной связи» в изображенную усилительную схему. В результате часть выходного сигнала подается с выхода на вход схемы. Эта ситуация изображена на следующем рисунке:

Обратная связь характеризуется коэффициентом β , величиной, в общем случае комплексной и по модулю меньшей единицы. Здесь E_{circ} – сигнал, циркулирующий в генераторе, получаемый непосредственно на выходе усиливающего модуля.



Задача: Получить выражения для амплитудного коэффициента усиления регенеративного усилителя и порогового условия возникновения генерации.

Решение 1: Как видно из рисунка, доля этого сигнала, равная $\beta \cdot E_{circ}$ подается по петле обратной связи на вход усилителя вместе с входным сигналом. Таким образом, имеем очевидное соотношение

$$E_{circ} = g \cdot (E_{inc} + \beta \cdot E_{circ}) \quad (28)$$

Если величина β положительная, то говорят о положительной обратной связи. Если величина β отрицательная, то имеем отрицательную обратную связь. Из последнего выражения можем найти величину E_{circ} .

$$E_{circ} = \frac{g}{1 - \beta \cdot g} \cdot E_{inc} \quad (29)$$

Наконец, на выход схемы поступает доля сигнала, характеризуемая коэффициентом t

$$E_{\text{out}} \equiv t \cdot E_{\text{circ}} = \frac{g \cdot t}{1 - \beta \cdot g} \cdot E_{\text{inc}} \equiv g_{\text{reg}} \cdot E_{\text{inc}} \quad (30)$$

Решение 2: На выходе усилителя E_{circ} является суммой амплитуд, получающихся при последовательных проходах усиленного сигнала:

$$\begin{aligned} E_{\text{circ}} &= (E_{\text{inc}}g) + (E_{\text{inc}}g)\beta g + (E_{\text{inc}}g)(\beta g)^2 + \dots = \\ &= (E_{\text{inc}}g) \left[1 + \beta g + (\beta g)^2 + \dots \right] = \frac{E_{\text{inc}}g}{1 - \beta g}; \quad E_{\text{out}} = tE_{\text{circ}} = g_{\text{reg}} E_{\text{inc}}; \quad g_{\text{reg}} = t \frac{g}{1 - \beta g} \end{aligned}$$

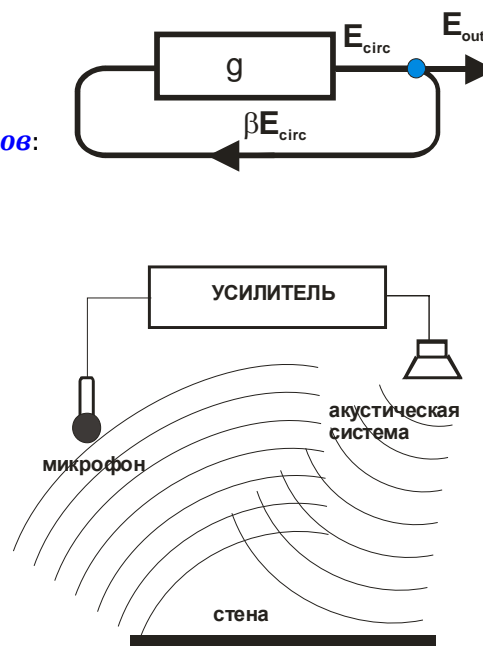
Как видим, в такой схеме, называемой **регенеративным усилителем**, связь выходного и входного сигналов отличается от (27) для однопроходовой схемы. В случае положительной обратной связи при стремлении $\beta \cdot g \rightarrow 1$ амплитудный коэффициент усиления регенеративного может стать очень большим и в пределе стремится к бесконечности. В этом случае сколь угодно малый сигнал будет усиливаться до значительной величины. Отметим, что если даже на вход ничего не подается, всегда присутствует шумовой сигнал той или иной природы.

Таким образом, если выполняется т.н. **«пороговое условие»**: $\beta \cdot g = 1$.

Таким образом, регенеративный усилитель превращается в генератор. Это условие можно переписать для **энергетических коэффициентов**:

$$|\beta|^2 \cdot |g|^2 \equiv R \cdot G_0 = 1 \quad (31)$$

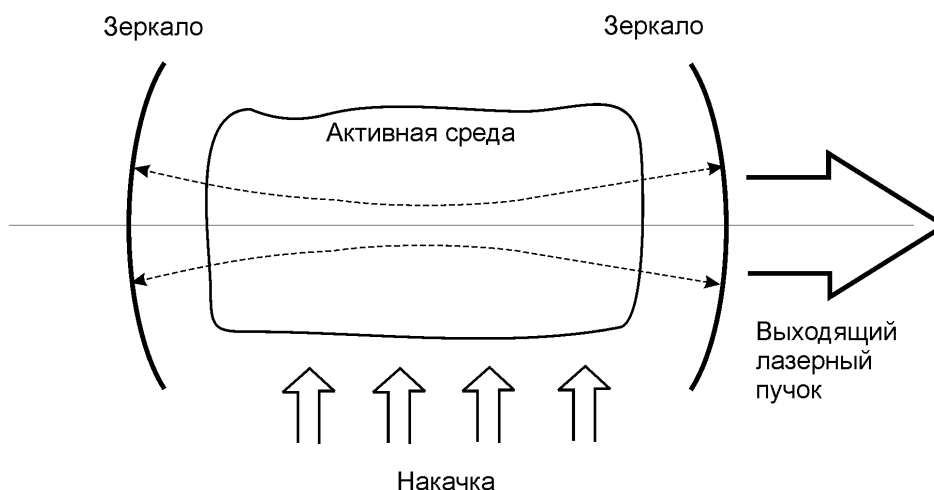
С подобной ситуацией сталкиваемся при наличии микрофонного эффекта: все слышали внезапно нарастающее гудение акустических систем в концертных залах. Стены зала в этом случае играют роль элементов, осуществляющих обратную связь. Как зеркало, стена отражает акустическую волну.



Идея реализации изложенных идей применительно к генерации света возникла сразу же, как только было получено усиление света в т. н. активных средах. Вопросы, связанные с созданием условий для усиления света, т. е. те, что, связаны с параметром g , будут изложены позже. Далее займёмся рассмотрением вопросов, связанных с параметром β , характеризующим обратную связь в лазере.

СХЕМА ЛАЗЕРА

Ниже приведена принципиальная схема лазера, где представлены его основные элементы.



Активная среда представляет собой совокупность атомов, молекул, ионов или кристалл (полупроводниковый лазер).

Накачка возбуждает атомы активной среды, переводя их из основного (нижнего) энергетического состояния на верхний (возбуждённый) уровень. Накачка должна обеспечить **инверсную населённость** среды, когда число атомов на верхнем уровне превышает их число на нижнем уровне. Только в этом случае проходящий через среду свет будет усиливаться и возможно возникновение **генерации**.

Зеркала образуют так называемый **оптический резонатор** лазера. Задача оптического резонатора – обеспечение необходимого уровня обратной связи для возникновения генерации.

Пороговое условие возникновения генерации записывается следующим образом

$$R \cdot G = 1,$$

где

G – коэффициент усиления интенсивности света при полном обходе резонатора, а

R – коэффициент отражения выходного зеркала.