

На правах рукописи

**Гиргидов Армен Артурович**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОМПАКТНОГО НЕФТЯНОГО  
ПЯТНА ПОД СПЛОШНЫМ ЛЕДЯНЫМ ПОКРОВОМ**

05.23.16 – Гидравлика и инженерная гидрология

Автореферат диссертации  
на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Санкт-Петербург - 2004

Работа выполнена на кафедре Морских и воднотранспортных сооружений Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования Санкт-Петербургский государственный политехнический университет.

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ доктор технических наук, профессор  
Альхименко Александр Иванович

Официальные оппоненты

доктор технических наук, профессор Зубрилов Сергей Павлович  
кандидат технических наук, доцент Павлов Сергей Яковлевич

Ведущая организация ОАО Всероссийский научно-исследовательский институт гидротехники им. Б.Е. Веденеева.

Защита состоится « 30 » марта 2004г. в 16 часов на заседании диссертационного совета Д212.229.17 при ГОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет по адресу: 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29, пристройка гидрокорпуса, ауд.411.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ГОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет.

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2004г.

Ученый секретарь диссертационного совета

Орлов В.Т.

## **Общая характеристика работы**

### **Актуальность темы диссертации**

Увеличение потребления нефти в современном мире в последние двадцать лет требует более интенсивной разведки и разработки новых нефтяных месторождений, находящихся как на континенте, так и на континентальном шельфе. При транспортировке нефти посредством нефтепроводов и танкеров от места добычи на терминалы и далее к потребителю возникает необходимость преодолевать водные преграды и акватории (океаны, моря, реки и пр.). Интенсивная эксплуатация средств доставки может привести к авариям, сопровождающимся выбросами нефти или нефтепродуктов в водную среду. Вследствие активной разведки и освоения нефтяных месторождений арктического шельфа появляется опасность аварийных выбросов нефти в воду в холодных условиях, а также под лед. Прогноз последствий таких выбросов осложняется как изменением характеристик нефти при низких температурах (увеличение плотности и вязкости, замедленное окисление и пр.), так и более сложными условиями распространения нефти подо льдом, чем на открытой поверхности воды. Создание математической модели, которая позволит предсказать поведение пятна нефти или нефтепродуктов подо льдом, значительно упростит прогнозирование последствий аварийных выбросов в акватории.

К настоящему моменту не существует математической модели распространения нефти под сплошным ледяным покровом, в которую одновременно были бы включены силы гравитации, инерции, вязкости и поверхностного натяжения без разбиения на этапы движения, а также, чтобы в модели учитывалось бы перемещение пятна под действием подледного потока воды.

При распространении нефти важную роль играет масштабный фактор, вследствие чего характеристики движения нефтяного пятна малого размера не всегда аналогично соответствуют характеристикам пятен нефти больших

объемов. Ввиду сложности организации проведения полномасштабных натуральных экспериментов и трудности последующей очистки акватории от нефти для предотвращения экологической катастрофы, математическое моделирование в настоящее время является одним из главных методов изучения процессов, связанных с распространением нефти в водоемах.

### **Цель работы**

Целью работы является повышение эффективности поиска нефтяного пятна при ликвидации последствий аварийного разлива. Для достижения этой цели решаются следующие задачи:

- разработка математической модели распространения нефти подо льдом в начальный период растекания, когда оно происходит под воздействием силы тяжести и влекущей силы со стороны подледного потока воды;
- математическая формулировка задачи, составление системы дифференциальных уравнений, описывающих движение нефти и определение граничных условий;
- численное решение дифференциальных уравнений и выбор оптимального численного метода;
- калибровка и верификация модели на экспериментальных данных;
- установление области применения предлагаемой модели.

### **Научная новизна работы**

1. Для описания распространения пятна нефтепродуктов подо льдом под действием силы тяжести и подледного течения предложен метод расчета, основанный на модифицированной модели мелкой воды.
2. Составлены новые дифференциальные уравнения, являющиеся модификацией модели Сен-Венана, описывающие ламинарное движение вязкой жидкости подо льдом для условия прилипания и условия скольжения между льдом и нефтяным пятном.
3. Предложено выделить фронтальный элемент нефтяного пятна, что позволило, в частности, учесть влияние поверхностного натяжения и

сформулировать граничные условия для системы дифференциальных уравнений.

4. Для учета резкоизменяющегося характера движения во фронтальном элементе введено виртуальное касательное напряжение между этим элементом и нижней поверхностью льда. Установлено значение виртуального коэффициента вязкости путем калибровки модели на экспериментальных данных.

#### **Автором лично:**

- разработана квази-трехмерная модель распространения нефтяного пятна подо льдом с использованием ламинарного режима движения нефти внутри пятна и записаны дифференциальные уравнения движения;
- записаны граничные условия и разработана методика расчета движения и деформации фронта нефтяного пятна;
- проведены сравнительные расчеты осесимметричного растекания нефтяного пятна несколькими численными методами;
- эмпирические коэффициенты, используемые в модели были получены по данным лабораторных экспериментов и были проверены на данных натурных экспериментов.

#### **Практическая значимость работы**

- Разработанный пакет программ позволяет рассчитывать осесимметричное растекание нефтяного пятна под сплошным льдом под действием силы тяжести с учетом рельефа нижней поверхности льда.
- Полученный программный продукт позволяет оптимально использовать механическое оборудование для сбора нефтепродуктов подо льдом и повысить эффективность планов ликвидации аварийных разливов нефти.
- Методы решения осесимметричной задачи могут быть использованы организациями, отвечающими за мониторинг аварийных выбросов нефти на воде, как для одномерной (квази-двухмерной), так и для квази-трехмерной задачи для повышения эффективности поиска нефтяных пятен.

## **Основные положения, выносимые на защиту**

На защиту выносятся:

1. модифицированная модель мелкой воды для расчета распространения нефти под сплошным ледяным покровом под действием силы тяжести и подледного течения;
2. вычислительная схема с выделением фронтального элемента для учета поверхностного натяжения на фронте пятна;
3. введение виртуальной вязкости во фронтальном элементе для учета резкоизменяющегося характера движения жидкости в этой части пятна нефти;
4. методика прогнозирования распространения нефтяного пятна под сплошным ледяным покровом.

## **Апробация работы**

Материалы, составляющие содержание диссертации, были доложены на Международной конференции «Потоки и структуры в жидкостях», Межвузовской научной конференции «28 неделя науки СПбГТУ», 4-ой Международной конференции «АКВАТЕРРА», Межвузовской научной конференции «29 неделя науки СПбГТУ», 5-ой Международной конференции «АКВАТЕРРА», Межвузовской научной конференции «30 неделя науки СПбГТУ», Международной научно-практической конференции «Безопасность водного транспорта», 6-ой Международной конференции «АКВАТЕРРА».

## **Публикации**

Основные результаты диссертации изложены в 8 печатных работах.

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из пяти глав, списка литературы и приложений. Работа изложена на 119 страницах, содержит 56 рисунков, 71 литературную ссылку.

## Краткое содержание диссертации.

Первая глава работы носит вводный характер и содержит описание работы, описание явлений, которые происходят с нефтью, попавшей в акваторию вследствие аварийного выброса, и обзор литературы. В начале главы излагается краткое содержание диссертации. Во втором пункте описываются процессы, происходящие с нефтью в воде, в том числе в холодных условиях при низкой температуре воды и подо льдом. Приводится описание силы поверхностного натяжения, действующей на фронте пятна нефти, как на открытой воде, так и под сплошным ледяным покровом. В заключительном пункте первой главы приведен обзор наиболее часто цитируемых и используемых в настоящее время работ, посвященных моделированию распространения нефти в акваториях. Большинство исследований посвящены деформации и движению нефтяного пятна на открытой поверхности воды, при этом главным образом рассматриваются задачи об осесимметричном растекании нефти по поверхности воды или об одномерном движении нефтяного пятна под действием течения воды. Как правило, для описания распространения нефтяного пятна на свободной поверхности воды под действием силы тяжести, влекущей силы со стороны течения воды и поверхностного натяжения используется общепринятая модель Сен-Венана с постоянной по вертикали скоростью движения нефти (Аникеев и др., 1984, Искиердо и др., 1995, Уара, 1990). Процесс распространения нефти подо льдом изучен значительно меньше. Методика изучения и моделирования гравитационного распространения нефти под сплошным ледяным покровом на первый взгляд во многом аналогична моделированию гравитационного растекания нефтяного пятна по поверхности воды. Однако при распространении нефти подо льдом (когда, как правило,  $Re < 1$  по толщине нефтяного пятна) использование общепринятой модели мелкой воды не эффективно, т.к. здесь решающим фактором является сила трения между нефтью и нижней поверхностью льда. При ламинарном режиме и тем более

при резкоизменяющемся движении на фронте пятна в настоящее время не установлена связь между средней по вертикали скоростью движения нефти и касательными напряжениями между нефтью и льдом (при  $Re > 10^4$  в качестве такой связи используют формулу Шези). Определенные перспективы в этом отношении имеет модифицированная модель Сен-Венана, согласно которой скорость нефти зависит от вертикальной координаты. Такого рода зависимости использовали Berry & Rajaratnam (1985), но ими не были составлены уравнения движения, а решалась частная задача о поведении пятна вблизи заграждающего сооружения. Как правило, предлагаемые в литературе модели распространения нефти подо льдом основываются на лабораторных исследованиях (Уара, 1991). Эти модели имеют эмпирические коэффициенты, которые были получены для определенного вида нефти в специфических лабораторных условиях, поэтому трудно сказать, будут ли эти коэффициенты такими же для других видов нефти и каков масштабный эффект. Модели, основанные на натуральных экспериментах (Прокофьев, 1999, Alkhimenko et al., 1997), имеют ограниченную область применения в силу специфики природных условий в месте проведения эксперимента.

Вторая глава содержит теоретическую часть диссертации – постановку задачи, описание модели и вывод основных дифференциальных уравнений, граничные условия, и область применения модели. В первом пункте, посвященном постановке задачи, указываются возможные варианты попадания нефти под лед и условия взаимодействия пятна с подледным потоком воды и с нижней поверхностью льда. Предлагаются две схемы взаимодействия нефти с ледяным полем – схема скольжения (рис. 1а) и схема прилипания (рис. 1б).



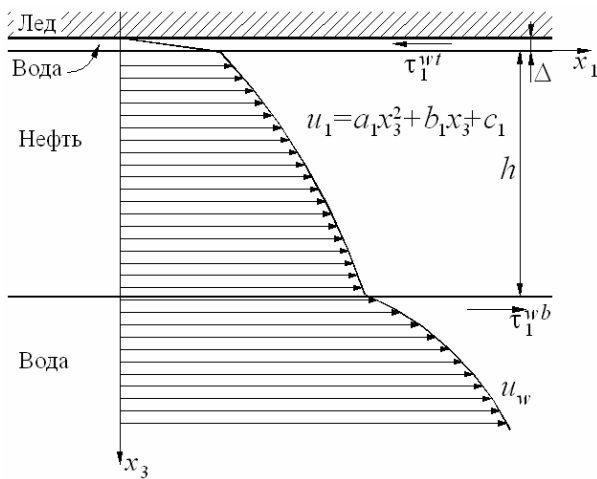


Рис. 1а. Распределение скорости по вертикали при условии скольжения нефти по пленке воды.

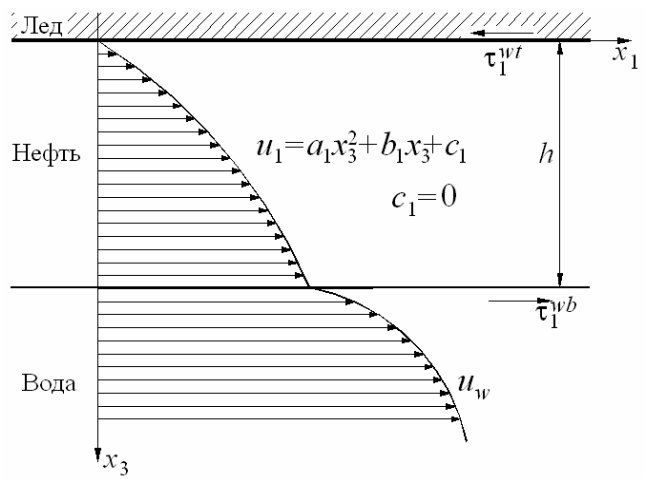


Рис. 1б. Распределение скорости по вертикали при условии прилипания нефти к поверхности льда.

Вторая часть главы содержит основные допущения, принятые при формулировке предлагаемой модификации модели мелкой воды.

- При растекании нефти горизонтальные размеры пятна нефти или нефтепродуктов много больше вертикальных;
- Режим движения нефти внутри пятна ламинарный.
- Зависимость горизонтальных составляющих скорости нефти  $u_1$ ,  $u_2$  от вертикальной координаты  $x_3$  аппроксимируются полиномом второй степени:

$$u_i = a_i \cdot x_3^2 + b_i \cdot x_3 + c_i, \quad (1)$$

где  $a_i(x_1, x_2, t)$ ,  $b_i(x_1, x_2, t)$ ,  $c_i(x_1, x_2, t)$  - неизвестные функции;  $i = 1, 2$ .

- Для случая прилипания нефти к нижней поверхности льда функция

$$c_i(x_1, x_2, t) = 0 \quad (\text{рис. 1б}), \text{ а для случая скольжения нефти} - c_i(x_1, x_2, t) = \frac{\tau_i^{wl}}{\eta_w} \cdot \Delta$$

(рис. 1а), где  $\tau_i^{wl}$  - касательные напряжения между льдом и водой;  $\eta_w$  - динамическая вязкость воды;  $\Delta$  - толщина пленки воды между нефтью и льдом.

- Распределение давления по вертикали – гидростатическое.

Для вывода основных дифференциальных уравнений используется метод контрольного объема. На основе законов сохранения массы и баланса количества движения, записанных для произвольного контрольного объема,

выделенного штриховой линией (рис. 2), в системе декартовых координат  $(x_1, x_2, x_3)$

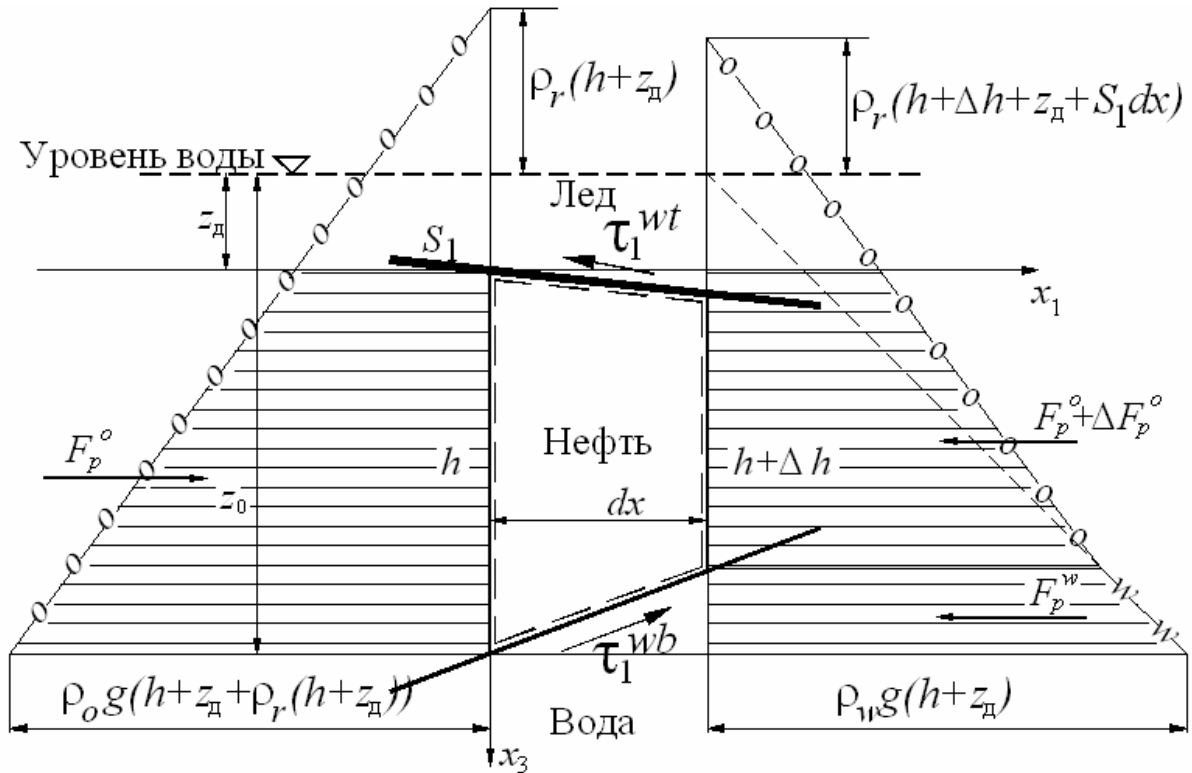


Рис. 2. Контрольный объем:  $S_1$  - уклон нижней поверхности льда,  
 $\rho_o g(h+z_л+\rho_r(h+z_л)) = \rho_w(h+z_л)$ .

была получена система дифференциальных уравнений, описывающая движение нефти подо льдом для квази-трехмерного случая:

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(v_1 h)}{\partial x_1} + \frac{\partial(v_2 h)}{\partial x_2} = 0; \\
 & \frac{\partial(v_1 h)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \frac{a_1^2 h^5}{5} - \frac{a_1 b_1 h^4}{2} + \frac{b_1^2 h^3}{3} + \frac{2a_1 c_1 h^3}{3} - b_1 c_1 h^2 + c_1^2 h \right] + \\
 & + \frac{\partial}{\partial x_2} \left[ \frac{a_1 a_2 h^5}{5} - \frac{a_1 b_2 h^4}{4} - \frac{b_1 a_2 h^4}{4} + \frac{a_1 c_2 h^3}{3} + \frac{b_1 b_2 h^3}{3} + \frac{c_1 a_2 h^3}{3} - \frac{b_1 c_2 h^2}{2} - \frac{c_1 b_2 h^2}{2} + c_1 c_2 h \right] = \\
 & = \frac{\tau_1^{wt}}{\rho_o} + \frac{\tau_1^{wb}}{\rho_o} - \rho_r g h \frac{\partial h}{\partial x_1} + \rho_r g h S_1 + \left[ \frac{\partial}{\partial x_2} \left( 2h v_o \frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( h v_o \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) \right) \right]; \\
 & \frac{\partial(v_2 h)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_2} \left[ \frac{a_2^2 h^5}{5} - \frac{a_2 b_2 h^4}{2} + \frac{b_2^2 h^3}{3} + \frac{2a_2 c_2 h^3}{3} - b_2 c_2 h^2 + c_2^2 h \right] + \\
 & + \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \frac{a_2 a_1 h^5}{5} - \frac{a_2 b_1 h^4}{4} - \frac{b_2 a_1 h^4}{4} + \frac{a_2 c_1 h^3}{3} + \frac{b_2 b_1 h^3}{3} + \frac{c_2 a_1 h^3}{3} - \frac{b_2 c_1 h^2}{2} - \frac{c_2 b_1 h^2}{2} + c_2 c_1 h \right] = \\
 & = \frac{\tau_2^{wt}}{\rho_o} + \frac{\tau_2^{wb}}{\rho_o} - \rho_r g h \frac{\partial h}{\partial x_2} + \rho_r g h S_2 + \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} \left( 2h v_o \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( h v_o \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) \right) \right],
 \end{aligned} \right\} (2)$$

где  $h = h(x_1, x_2, t)$  - толщина нефтяного пятна;  $v_i = \frac{1}{h} \int_{-h}^0 u_i dx_3$  - средняя по вертикали горизонтальная скорость;  $t$  - время;  $\tau_i^{wt}$  - касательные напряжения на верхней границе нефтяного пятна и льда;  $\tau_i^{wb}$  - касательные напряжения на нижней границе нефтяного пятна и воды, возникающие вследствие существования влекущей силы со стороны подледного потока воды;  $S_i$  - уклон нижней поверхности льда в направлении  $x_i$ ;  $\nu_o$  - кинематическая вязкость нефти,  $\rho_o$  - плотность нефти;  $\rho_r = \frac{\rho_w - \rho_o}{\rho_o}$  - относительная плотность;  $g$  - ускорение свободного падения;  $\rho_w$  - плотность воды. В системе уравнений (2) искомыми функциями являются толщина нефтяного пятна  $h = h(x_1, x_2, t)$  и средние по вертикали проекции скорости нефти на горизонтальные координатные оси  $v_1 = v_1(x_1, x_2, t)$  и  $v_2 = v_2(x_1, x_2, t)$ , а неизвестные функции  $a_i$ ,  $b_i$  и  $c_i$  выражаются через искомые компоненты средней скорости ( $v_1$ ,  $v_2$ ) и толщину пятна  $h$ , а также через напряжения на нижней поверхности пятна  $\tau_i^{wb}$  по формулам:

$$a_i = \frac{3v_i}{h^2} - \frac{3b_i}{h^2} \left( \frac{h}{2} + \frac{\Delta \cdot \eta_o}{\eta_w} \right); \quad (3)$$

$$b_i = \frac{\tau_i^{wb} h \eta_w - 6v_i \eta_o \eta_w}{2\eta_o (h \eta_w + \Delta \cdot \eta_o)}; \quad (4)$$

$$c_i = \frac{b_i \Delta \cdot \eta_o}{\eta_w}; \quad (5)$$

$$\tau_i^{wt} = \eta_o b_i = \eta_o \frac{\tau_i^{wb} h \eta_w - 6v_i \eta_o \eta_w}{2\eta_o (h \eta_w + \Delta \cdot \eta_o)}, \quad (6)$$

где  $i=1,2$ . Значения уклона нижней поверхности льда  $S_i$  и напряжения, создаваемые на нижней поверхности пятна подледным потоком воды,  $\tau_i^{wb}$  считаются известными и задаются в каждой точке рассматриваемой области.

Для осесимметричной задачи при выполнении условия прилипания система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(v_r h)}{\partial r} &= \frac{v_r h}{r}; \\ \frac{\partial v_r h}{\partial t} + 1.2 \frac{1}{r} \frac{\partial(v_r^2 h r)}{\partial r} + \rho_r g h \frac{\partial h}{\partial r} &= -3v_o \frac{v_r}{h} - \rho_r g h S, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $v_r$  - радиальная средняя по вертикали скорость;  $r$  - радиус пятна;  $S$  - уклон нижней поверхности льда. Здесь неизвестными являются скорость  $v_r$  и толщина нефтяного пятна  $h$ . Множитель 1.2 в системе (7) представляет собой коэффициент Буссинеска, вычисленный на основе предлагаемой модели движения нефти.

Граничные условия на фронте пятна нефтепродуктов для плоской (квази-двухмерной) задачи и для осесимметричной задачи рассматриваются на выделенном фронтальном элементе (рис. 3) длиной  $dx_{фр} \approx 2h_{фр}$ , где  $h_{фр}$  - толщина нефти на фронте пятна. Основной особенностью этого элемента является то, что движение в нем резкоизменяющееся, и поэтому сила сопротивления его движению со стороны нижней поверхности льда должна быть значительно больше, чем при плавноизменяющемся движении, которое имеет место в теле нефтяного пятна. Для учета дополнительного сопротивления был введен виртуальный коэффициент вязкости  $\eta_{офр}$ , значение которого значительно превосходит вязкость нефти  $\eta_o$ . При этом полагаем, что отношение  $K = \frac{\eta_{офр}}{\eta_o}$  является постоянной величиной, которая не зависит от вида нефтепродукта и от толщины пятна на фронте. Его численное значение рассчитано путем калибровки модели на экспериментальных данных. Кроме того, введение фронтального элемента позволяет включить в расчет силу поверхностного натяжения  $F_{s.t.}$  (рис. 3).

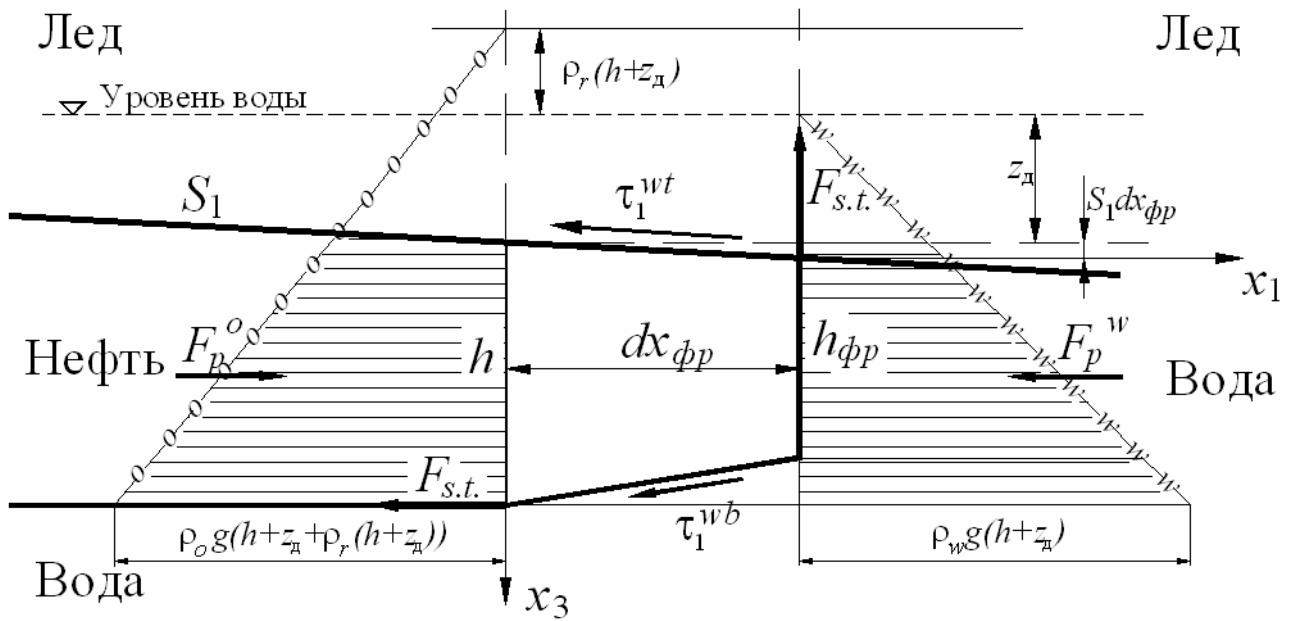


Рис. 3. Фронтальный элемент пятна нефти:  $h$  - толщина нефтяного пятна,  
 $\rho_o g(h+z_d + \rho_r(h+z_d)) = \rho_w(h+z_d)$ .

Четвертый пункт второй главы содержит условия, при которых возможно использование предлагаемой модели – ограничения по скорости подледного течения, рельефу нижней поверхности льда и пр.

В третьей главе диссертации описываются численные методы, использованные для решения системы дифференциальных уравнений (7) с граничными условиями. Использование разных численных схем обусловлено свойствами методов решений.

1. Четырехточечный метод характеристических полос (рис. 4). При реализации этого метода было принято фиксированное количество узлов сетки в пределах тела нефтяного пятна. На каждом временном шаге за счет перемещения фронтального элемента на расстояние  $\Delta x_{\phi p}^{k+1}$  на эту величину увеличивался размер тела пятна  $L - dx_{\phi p}^{k+1}$  и пересчитывались координаты узлов, а значения искомым переменных  $v_1$  и  $h$  в новых узлах вычислялись аппроксимацией. При проведении расчетов оказалось, что этот метод слишком медленный, вследствие большого количества расчетов путем последовательных приближений, которые необходимы при решении нелинейных дифференциальных уравнений.

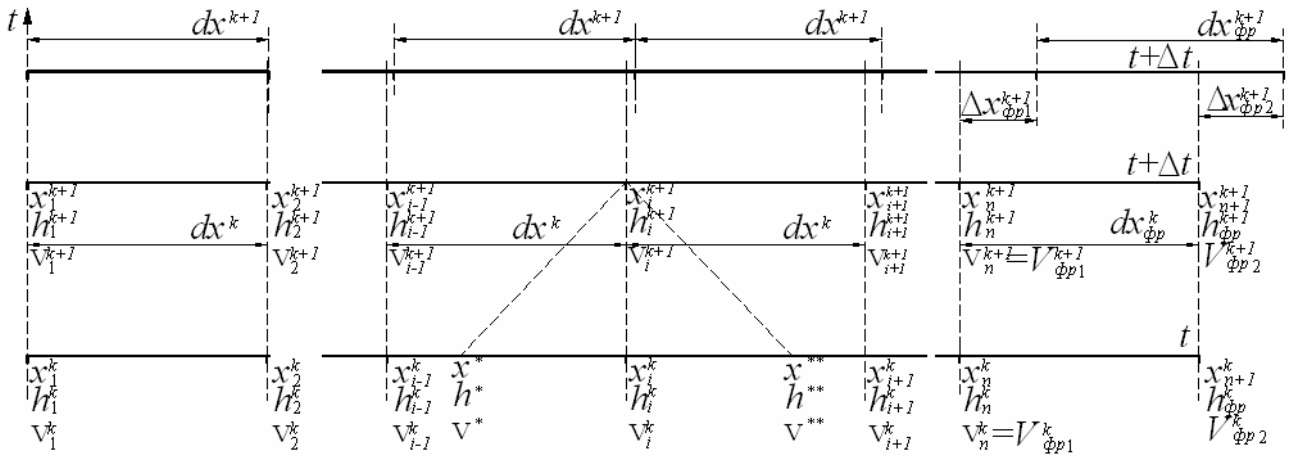


Рис. 4. Расчетная схема, используемая в методе характеристик (наклонными штриховыми линиями показаны характеристики).

На рисунке 5 представлена расчетная схема фронтального элемента, перемещение правой границы которого ( $\Delta x_{\phi p 1}^{k+1}$ ) является увеличением размера тела пятна нефти на  $k+1$ -м шаге по времени.

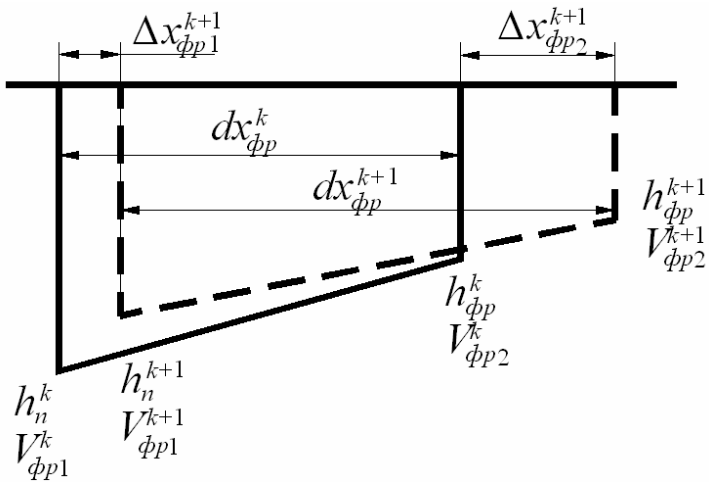


Рис. 5. Расчетная схема фронтального  $n$ -ного элемента: сплошная линия – фронтальный элемент в момент времени  $t$  (индекс  $k$ ); штриховая линия – фронтальный элемент в момент времени  $t + \Delta t$  (индекс  $k + 1$ ).

Фронтальный элемент рассматривается как отдельный жидкий объем (рис. 5), для которого записывались законы сохранения массы и баланса количества движения. На основе этих законов были получены два разностных уравнения, которые связали скорость  $V_{\phi p 1}^{k+1}$  и толщину пятна  $h_{\phi p 1}^{k+1}$  задней кромки фронтального элемента и скорость  $V_{\phi p 2}^{k+1}$  и толщину  $h_{\phi p 2}^{k+1}$  передней кромки пятна. Значения  $V_{\phi p 1}^k$  и  $h_{\phi p 1}^k$  принимаются равными значениям  $v_n^k$  и  $h_n^k$ , найденными из решения дифференциальных уравнений (7) для крайнего сечения нефтяного пятна, а  $V_{\phi p 2}^{k+1}$  и  $h_{n+1}^{k+1}$  являются неизвестными величинами, для вычисления которых из разностных уравнений получены формулы:

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{фр2}}^{k+1} &= \left( V_{\text{фр2}}^k + v_{1n}^k \right) - v_{1n}^{k+1} + \frac{4dt}{\rho_o (h_n^k + h_{\text{фр2}}^k) dx_n^k} \left( (\rho_w - \rho_o) g \frac{(h_n^k - S_1 dx_{\text{фр}}^k)^2}{2} - 3\eta_{o\text{фр}} \frac{v_1}{h_n^k} dx_{\text{фр}}^k - \sigma \right); \\ h_{\text{фр2}}^{k+1} &= -h_n^{k+1} + \frac{dx_{\text{фр}}^k}{(dx_{\text{фр}}^k + V_{\text{фр2}}^{k+1} dt - v_{1n}^{k+1} dt)} (h_n^k + h_{\text{фр2}}^k). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $h_n^{k+1}$  и  $v_{1n}^{k+1}$  - известные толщина пятна нефти и средняя по вертикали скорость нефти на стыке фронтального элемента и основного объема пятна в момент времени  $t + \Delta t$ ,  $h_{n+1}^k$  и  $v_{1n+1}^k$  - толщина пятна нефти и средняя по вертикали скорость нефти на фронте пятна в момент времени  $t$ ,  $h_n^k$  и  $v_{1n}^k$  - толщина пятна нефти и средняя по вертикали скорость нефти на стыке фронтального элемента и основного объема пятна в момент времени  $t$ .

2. Явный четырех-точечный метод конечных разностей (МКР). Данный метод очень прост, однако он неустойчив и требует корректировки в процессе расчетов, вследствие чего приходится существенно уменьшать расчетный шаг по времени  $\Delta t$ , что существенно замедляет расчеты.
3. Явный четырех-точечный конечно-разностный метод, усовершенствованный введением весовых коэффициентов. Этот метод более устойчив, чем явная конечно-разностная схема. При реализации конечно-разностных методов, как и в методе характеристик, использовалась сетка с постоянным количеством ячеек в расчетной области и с изменяемым во времени шагом по пространственной координате.
4. Метод конечного объема (МКО). Для вычислений был принят алгоритм В.А. Прокофьева (2002). Важным преимуществом данного метода является автоматическое выполнение закона сохранения для каждого, отдельно взятого конечного объема и для всего расчетного нефтяного пятна в целом. Особенностью данного метода является сквозной счет, т.е. возможность производить расчеты без специального выделения

фронтального элемента (рис. 6), а также возможность использовать фиксированную (не изменяющуюся в процессе расчетов) сетку.

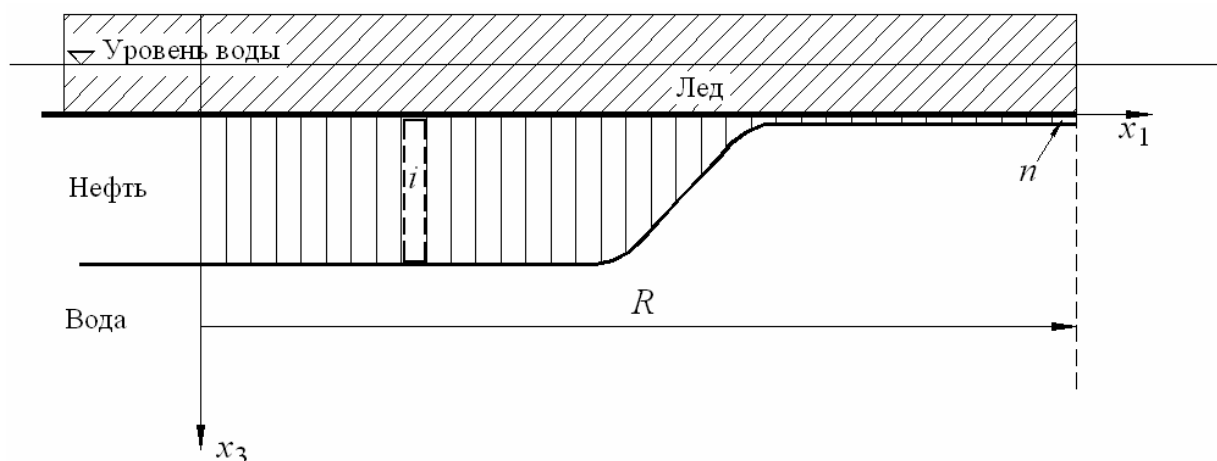


Рис. 6. Расчетная сетка, использованная в методе конечного объема.

Эффективность МКО при решении задач о неустановившемся движении воды в открытых руслах (расчет паводков, обрушение плотин и пр.) обусловлена тем, что при характерных для этих задач числах Рейнольдса  $Re > 10^4$  сопротивление русла не играет решающей роли и влияние сопротивления со стороны дна русла значительно меньше, чем влияние силы инерции. Поэтому пренебрежение увеличением сопротивления на фронте волны также не внесет существенных поправок в результаты расчета. В решаемой нами задаче режим движения нефти ламинарный с характерными числами Рейнольдса  $Re < 1$ , следовательно, сопротивление нижней поверхности льда оказывает на нестационарные процессы значительно большее влияние, а силы инерции пренебрежимо малы. Поэтому увеличение сопротивления в пределах фронтального элемента вносит существенные коррективы в результаты расчета. Кроме того, при реализации сквозного счета весьма проблематичен учет поверхностного натяжения на фронте нефтяного пятна. В результате расчета системы уравнений (7) с использованием МКО скорости фронта пятна оказались в десятки раз большими по сравнению с экспериментальными значениями.

Исходя из проведенных вычислительных экспериментов, в силу простоты реализации для решения системы дифференциальных уравнений (7)



с граничными условиями (8) была использована явная четырехточечная конечно-разностная схема.

В четвертой главе работы предлагаются калибровка модели на лабораторных экспериментах для определения значения отношения  $\frac{\eta_{офр}}{\eta_o}$  и верификация модели на данных натурального эксперимента. Калибровка модели (рис. 7) проводилась на данных лабораторного эксперимента Уара (1990), который исследовал осесимметричное растекание нефтяного пятна небольшого объема под сплошным льдом с горизонтальной нижней поверхностью. Путем проведения серии численных экспериментов было получено, что значение отношения  $\frac{\eta_{офр}}{\eta_o} = 35$  наиболее точно согласуется с экспериментом (рис. 7).

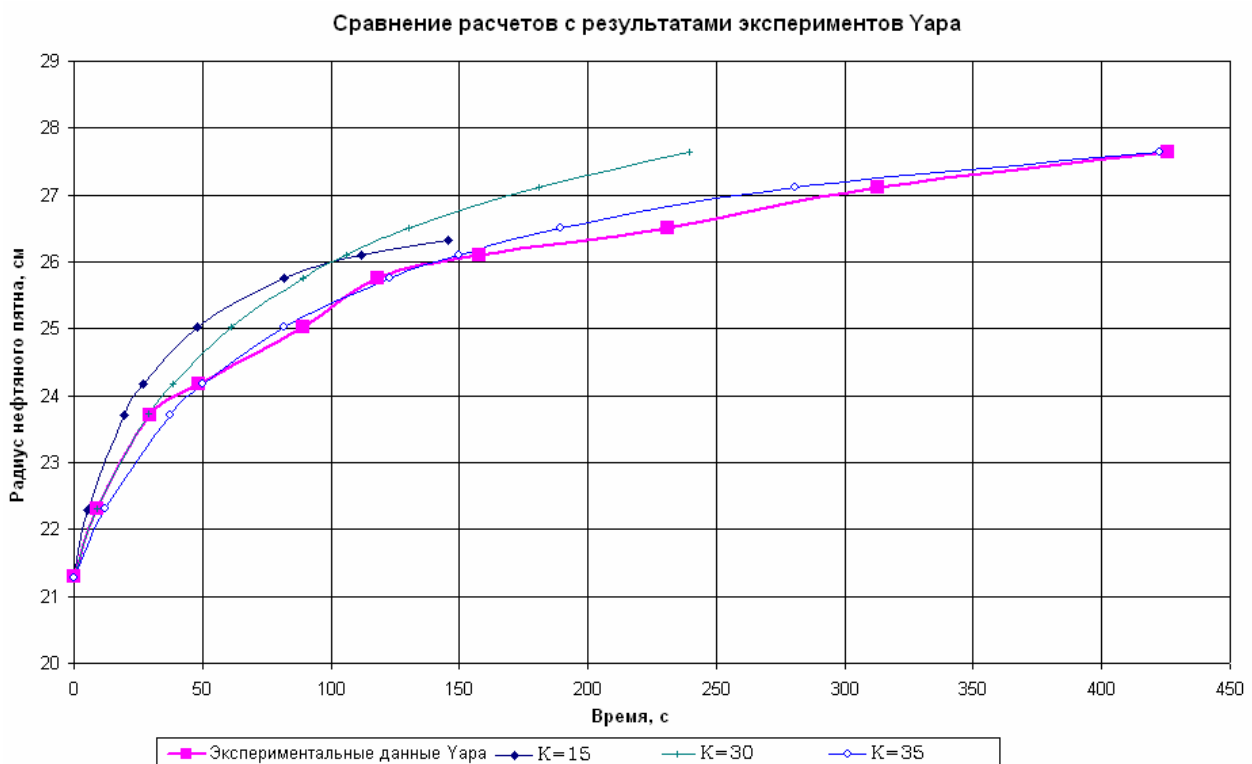


Рис. 7. Калибровка модели на экспериментальных данных Уара.

Верификация модели проводилась на данных натурального эксперимента, выполненного под руководством А.И. Альхименко (1997). Эксперимент проводился в Финском заливе Балтийского моря на значительном объеме нефти. Во время проведения эксперимента нефть попала в куполообразную

подледную область (рис. 8), при этом радиальный уклон нижней поверхности льда зависел от радиуса. Эти особенности были учтены при записи начальных условий.

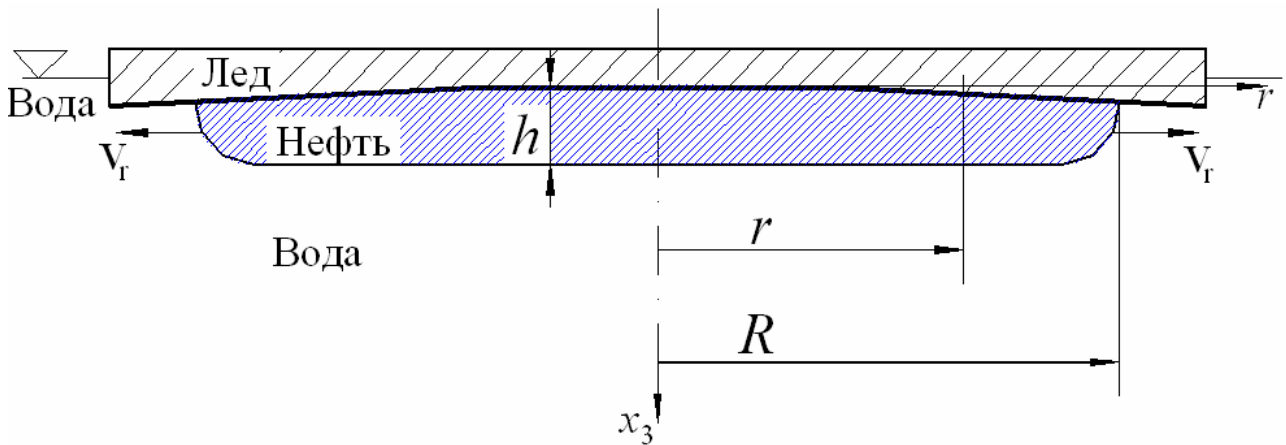


Рис. 8. Расчетная схема, использованная при сопоставлении с данными натурального эксперимента, проведенного группой под руководством А.И. Альхименко. Нижняя поверхность ледяного поля в эксперименте имела вогнутость.

Сопоставление расчетов с данными эксперимента показали, что введение уклона нижней поверхности льда существенно влияют на устойчивость численных методов, в связи с чем, для устойчивости фронтального элемента шаг по времени пришлось уменьшить в сотни раз по сравнению с расчетами задач без уклона нижней поверхности льда. В результате расчетов были получены значения скорости фронта пятна близкие к натурным (таблица 1).

Таблица 1.

	Объем нефти, л	Скорость движения фронта пятна на начальном этапе, м/с
Эксперимент А.И. Альхименко (Alkhimenko et al., 1997)	200	$5.5 \cdot 10^{-3}$
Расчет по системе уравнений (7) с граничными условиями на фронте пятна (9)	200	Уменьшается от $6.5 \cdot 10^{-3}$ до $5 \cdot 10^{-3}$ в течение первых 10 секунд

Из таблицы видно, что модель дает достаточно достоверные значения при сопоставлении с данными натурального эксперимента.

В заключительной части диссертации предлагаются основные выводы по результатам проделанной работы и перспективы дальнейшего развития модели:

1. Сформулирована квази-трехмерная модель движения нефтяного пятна под сплошным ледяным покровом под действием силы тяжести и подледного течения воды и получены дифференциальные уравнения, позволяющие рассчитывать растекание нефти подо льдом.
2. Важной особенностью предложенной модели является выделение фронтального элемента, который рассматривается как отдельный жидкий объем. Это позволяет учесть поверхностное натяжение и дополнительное сопротивление, связанное с резкоизменяющимся движением на фронте пятна.
3. Для численного решения полученной системы дифференциальных уравнений использованы несколько численных методов: метод характеристических полос, явный четырехточечный метод конечных разностей, модифицированный четырехточечный метод конечных разностей и метод контрольного объема. Проведен сравнительный анализ эффективности использованных численных методов.
4. Калибровка модели по экспериментальным данным Уара позволила оценить значение виртуальных касательных напряжений на фронте пятна, связанных с резкоизменяющимся движением в этой области, т.е. определить значение коэффициента  $K = \frac{\eta_{офр}}{\eta_о} = 35$ .
5. Сопоставление результатов расчета на основе предложенной модели с данными натуральных экспериментов, проведенных под руководством А.И. Альхименко, дало удовлетворительные результаты и подтвердило значение коэффициента  $K = 35$ .

### Публикации по теме диссертации.

1. Гиргидов А.А. Модель гравитационного растекания слоя нефти подо льдом. – XXVIII неделя науки СПбГТУ. Ч.1: Материалы межвузовской научной конференции. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2000. сс. 15-16.
2. Гиргидов А.А., Альхименко А.И. Сравнение численных методов решения гиперболической системы уравнений. – XXIX неделя науки СПбГТУ. Ч.1: Материалы межвузовской научной конференции. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001. сс. 25-26
3. Гиргидов А.А. Моделирование распространения сплошного объема легкой нефти подо льдом. – 4-ая Международная специализированная конференция «АКВАТЕРРА», Сборник материалов конференции, Санкт-Петербург, 11-12 ноября, 2001.
4. Гиргидов А.А., Альхименко А.И. Математическая модель растекания нефти в воде под сплошным ледовым покровом.– XXX неделя науки СПбГТУ. Ч.1: Материалы межвузовской научной конференции. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2002.
5. Гиргидов А.А. Моделирование распространения нефти при разрушении нефтехранилища. – 5-ая Международная специализированная конференция «АКВАТЕРРА», Сборник материалов конференции, Санкт-Петербург, 11-12 ноября, 2002.
6. Гиргидов, А.А. Математическая модель распространения нефти под сплошным ледяным покровом. Международная научно-практическая конференция, посвященная 300-летию Санкт-Петербурга «Безопасность водного транспорта», Санкт-Петербург, 10-12 сентября, 2003, т.2, СПб-ИИЦ СПГУВК, 2003, сс. 62-65.
7. Гиргидов А.А. Учет рельефа нижней поверхности льда при расчете распространения нефтяного пятна подо льдом. – 6-ая Международная специализированная конференция «АКВАТЕРРА», Сборник материалов конференции, Санкт-Петербург, 11-12 ноября, 2003, сс. 316-319.
8. Girgidov A.D., Girgidov A.A. Model of gravitational oil spreading under ice. – Fluxes and structures in fluids. June 10-12, Saint-Petersburg, 1999, pp. 40-41.