

На правах рукописи

Теленков Михаил Валерьевич

**РАЗРАБОТКА МЕТОДИК ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА И
МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕЛЬТА-СИГМА МОДУЛЯТОРОВ АНАЛОГО-
ЦИФРОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ**

Специальность 05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устройства радионавигации,
радиолокации и телевидения

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Санкт-Петербург 2004

Работа выполнена на кафедре "Радиотехника и телекоммуникации" ГОУ ВПО "Санкт-Петербургский государственный политехнический университет"

Научный руководитель

д.т.н., профессор А.С. Коротков

Официальные оппоненты:

д.т.н., профессор, А.В. Кривошейкин

к.т.н., доцент, Г.Б. Гублер

Ведущая организация

ФГУП ЦНИИ «Морфизприбор»

Защита состоится « 2 » декабря 2004 г. в на заседании диссертационного совета Д212.229.01 при ГОУ ВПО "Санкт-Петербургский государственный политехнический университет" по адресу 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д.29, 2 уч. корпус. а. 470.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ГОУ ВПО "Санкт-Петербургский государственный политехнический университет"

Автореферат разослан «.....» 2004 г.

И.О. ученого секретаря

диссертационного совета Д212.229.01

д.ф.-м.н., профессор А.И. Титов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Развитие цифровой части радиоэлектронной аппаратуры приводит к повышению требований к аналого-цифровым преобразователям (АЦП), являющимися неотъемлемой частью любой системы обработки сигналов. Известно несколько основных классов преобразователей, среди которых АЦП параллельного типа, многокаскадные или конвейерные АЦП, преобразователи последовательного приближения, следящие АЦП. Каждый из указанных типов преобразователей обладает как преимуществами, так и некоторыми недостатками, что определяет области применения АЦП различных типов. В звуковом диапазоне частот при количестве разрядов порядка 14 – 18 оказываются вне конкуренции так называемые следящие АЦП с использованием дельта-сигма модуляции ($\Delta\Sigma$ АЦП). Современный $\Delta\Sigma$ АЦП состоит из $\Delta\Sigma$ модулятора и кодирующего устройства. Дельта-сигма АЦП могут быть выполнены как интегральные схемы на переключаемых конденсаторах (SC), элементная база которых (операционные усилители (ОУ), конденсаторы и транзисторы, работающие в ключевом режиме) является полностью совместимой с современной КМОП технологией. АЦП данного типа обладают малым потреблением мощности, высокой точностью и линейностью характеристик, малыми габаритами по сравнению с преобразователями иных принципов действия.

Для использования в мобильных системах связи необходим АЦП, осуществляющий преобразование постоянных уровней входного сигнала и обеспечивающие динамический диапазон не менее 90 дБ. Архитектура $\Delta\Sigma$ АЦП позволяет удовлетворить требованиям, предъявляемым к динамическим характеристикам за счет повышения порядка схемы и усложнения внутренней структуры. Тем не менее, потенциальные возможности известных реализаций нельзя считать до конца исчерпанными, поскольку не проводилось детального исследования влияния параметров элементной базы на характеристики $\Delta\Sigma$ модулятора.

Таким образом, дальнейшее улучшение параметров дельта-сигма АЦП и, в частности динамических характеристик, делает необходимым учет внутренних и паразитных параметров элементной базы, нелинейных свойств активных элементов, частотных ограничений усилителей, нестабильности тактовой частоты. Анализ и синтез современного радиотехнического устройства невозможен без использования систем автоматизированного проектирования на базе ЭВМ, осуществляющих моделирование разрабатываемого устройства на основе данных об элементах его схемы. В настоящее время существует специальное программное обеспечение (ПО), предназначенное для анализа различных радиотехнических схем. Однако, использование программ общего назначения, например SPICE, оказывается неэффективным при моделировании $\Delta\Sigma$ АЦП. Действительно, схема $\Delta\Sigma$ модулятора или $\Delta\Sigma$ АЦП работает с двумя сильно отличающимися частотами: тактовая

частота может превосходить частоту входного сигнала в сто и более раз. Основным параметром модулятора является отношение сигнал/шум, которое определяет динамический диапазон, а, следовательно, и разрешающую способность АЦП в целом. Для расчета отмеченного параметра необходимо построить спектр выходного сигнала модулятора по рассчитанному во временной области отклику устройства. В этом случае анализ схемы с использованием стандартных программных средств занимает очень большое время, так как интегрирование дифференциальных уравнений, описывающих схему во временной области, идет с шагом, соответствующим наименьшей постоянной времени в схеме.

Проблемы моделирования дискретных радиотехнических схем на переключаемых конденсаторах, особенно с использованием $\Delta\Sigma$ модуляции, привели к созданию специализированных методов и программных продуктов TOSCA [F.Maloberti,1993], SCNAP5 [J.Sewell,1998], DAISY [G.Gielen,2003]. Самый распространенный вариант моделирования схем на переключаемых конденсаторах – анализ эквивалентных функциональных моделей в Z-области, построенных на основе идеализированных схем. В то же время эффективная оценка нелинейных искажений, вызываемых нелинейными паразитными емкостями МОП транзисторов в ключевом режиме, нелинейными свойствами ОУ, как будет показано далее, имеет ряд особенностей и требует специальных методов анализа, таких как метод гармонического баланса, метод рядов Вольтерра, что приводит к необходимости разработки соответствующих методик решения нелинейных дифференциальных уравнений.

Метод узловых потенциалов является универсальным для анализа схем радиотехнических устройств. Решение формируемых данным методом дифференциальных уравнений может быть проведено во временной или в частотной области. Как было указано выше, решение уравнений, описывающих схему $\Delta\Sigma$ модулятора во временной области стандартными методами, используемыми, например, в SPICE, неэффективно, поэтому в данной работе предполагается использовать анализ в частотной области с последующим переводом полученных результатов во временную область с помощью обратного численного преобразования Лапласа. При анализе нелинейных искажений метод рядов Вольтерра обладает большей вычислительной эффективностью по сравнению с методом гармонического баланса, так как не требует определения установившегося решения на рассматриваемом временном интервале. Использование названных подходов позволяет проводить детальное моделирование $\Delta\Sigma$ модуляторов с учетом как линейных, так и нелинейных искажений, что позволяет сформулировать практические рекомендации по расширению динамического диапазона схем.

Цель и задачи работы

Целью настоящей диссертационной работы является улучшение динамических характеристик схем дельта-сигма модуляторов и выработка рекомендаций по выбору параметров элементной базы на основе разработанных методик численного анализа и моделирования схем дельта-сигма модуляторов на переключаемых конденсаторах.

Для достижения поставленной цели предполагается решить следующие основные задачи:

- разработка методики моделирования $\Delta\Sigma$ модулятора на функциональном уровне с учетом структурного шума, шума в режиме молчания, нестабильности тактовой частоты для оценки основных характеристик устройства, в том числе спектра выходного сигнала и отношения сигнал/шум;
- разработка методики моделирования $\Delta\Sigma$ модуляторов на уровне принципиальной схемы с учетом линейных искажений, в том числе резистивных потерь и конечной площади усиления активных элементов, и оценка влияния данных параметров на величину отношения сигнал/шум;
- разработка методики моделирования $\Delta\Sigma$ модулятора с учетом нелинейных искажений, в том числе влияния нелинейных свойств паразитных емкостей МОП транзисторов, ограничения по скорости нарастания выходного напряжения и нелинейности статической характеристики усиления МОП ОУ, и оценка влияния данных параметров на величину отношения сигнал/шум;
- разработка обобщенной методики реализации и моделирования схем $\Delta\Sigma$ модуляторов с расширенным динамическим диапазоном и выработка рекомендаций по выбору параметров элементной базы;
- моделирование схем $\Delta\Sigma$ модуляторов на переключаемых конденсаторах, сопоставление с известными результатами моделирования и экспериментальными результатами.

Методы исследования

При решении перечисленных задач использовались методы анализа и моделирования линейных схем на переключаемых конденсаторах, анализ методом рядов Вольтерра нелинейных радиоэлектронных схем, теория комплексных функций многих переменных, метод одномерного и многомерного преобразования Лапласа, расчеты и моделирование на ЭВМ с использованием программ MATLAB, Simulink, MicroCap.

Положения, выносимые на защиту

1. Для оценки основных характеристик $\Delta\Sigma$ модулятора, таких как спектр выходного сигнала, максимально достижимый коэффициент отношения сигнал/шум, достаточно использовать идеализированную функциональную модель, которая представляет собой блок-схему, элементы которой описываются эквивалентными передаточными функциями

в Z -области, и учитывать структурный шум, шум в режиме молчания, нестабильность тактовой частоты.

2. Для исследования влияния флуктуации периода тактовой частоты следует использовать такое представление модели $\Delta\Sigma$ модулятора, при котором управляющие последовательности импульсов тактовой частоты полагаются идеальными, тогда как соответствующие отсчеты входного синусоидального сигнала вычисляются в моменты времени, содержащие малое случайное отклонение от кратных периоду тактовой частоты.
3. Анализ $\Delta\Sigma$ модуляторов на уровне принципиальной схемы необходимо проводить с учетом линейных искажений, вызванных влиянием внутреннего сопротивления ключей, конечной площади усиления активных элементов, что повышает точность определения отношения сигнал/шум и динамического диапазона. В качестве метода формирования уравнений математической модели схемы целесообразно использовать метод узловых потенциалов.
4. Анализ нелинейных искажений в $\Delta\Sigma$ модуляторах при моделировании на уровне принципиальной схемы целесообразно проводить методом рядов Вольтерра, учитывая влияние нелинейных свойств паразитных емкостей МОП транзисторов, работающих в ключевом режиме, и влияние нелинейных свойств активных элементов. Доминирующим фактором является влияние нелинейных свойств паразитных емкостей.
5. Для отыскания начальных условий при расчете нелинейных гармоник вектора узловых потенциалов целесообразно использовать метод, основанный на использовании частичного преобразования для многомерного преобразования Лапласа. Это позволяет получить выражения для нелинейных гармоник вектора узловых потенциалов в явном виде и повысить точность вычисления отношения сигнал/шум.

Научная новизна

1. Разработаны методики моделирования на функциональном уровне особенностей функционирования $\Delta\Sigma$ модуляторов, в том числе шума в режиме молчания, структурного шума.
2. Разработан алгоритм вычисления гармоник вектора узловых потенциалов с использованием многомерного преобразования Лапласа и процедур численного обращения многомерного преобразования Лапласа.
3. Предложена методика нахождения начальных условий при расчете нелинейных гармоник вектора узловых потенциалов, основанная на использовании частичного преобразования для многомерного преобразования Лапласа. Это позволяет получить выражения для нелинейных гармоник вектора узловых потенциалов в явном виде.

4. Разработана методика численного моделирования схем $\Delta\Sigma$ модуляторов на переключаемых конденсаторах с учетом нелинейных искажений методом рядов Вольтерра. Рассмотрено влияние нелинейных свойств паразитных емкостей МОП транзисторов, работающих в ключевом режиме, и влияние нелинейных свойств ОУ. Показано преобладающее влияние нелинейных свойств паразитных емкостей по сравнению с влиянием нелинейных свойств ОУ.

Практическая ценность работы

Разработана методика моделирования схем $\Delta\Sigma$ модуляторов на функциональном уровне с использованием пакета моделирования динамических систем Simulink. Разработана инженерная методика моделирования $\Delta\Sigma$ модуляторов на переключаемых конденсаторах на уровне принципиальной схемы с учетом резистивных потерь и конечной площади усиления активных элементов, сформулированы рекомендации по выбору параметров элементной базы. Преимуществом разработанного на основе предложенных методик программ является меньшее время моделирования по сравнению со стандартным программным обеспечением.

Разработана инженерная методика моделирования $\Delta\Sigma$ модуляторов на переключаемых конденсаторах с учетом нелинейных искажений, позволяющая учитывать нелинейные свойства паразитных емкостей МОП транзисторов, работающих в ключевом режиме, ограничение по скорости нарастания выходного напряжения МОП ОУ, нелинейность статической характеристики усиления МОП ОУ. Разработана инженерная методика реализации и моделирования схем $\Delta\Sigma$ модуляторов высокого порядка и на ее основе реализована схема $\Delta\Sigma$ модулятора с расширенным динамическим диапазоном.

Структура и объем диссертации

Работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, 10 приложений и списка литературы. Основной текст диссертации содержит 156 машинописных страниц, 73 рисунка и 4 таблицы. Список литературы содержит 83 наименования.

Вклад автора в разработку проблемы

Основные научные положения, теоретические выводы, математические модели, практические рекомендации и результаты расчетов в диссертации получены автором самостоятельно.

Апробация работы и публикации

Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

- Микроэлектроника и информатика. Восьмая Всероссийская межвузовская научно-техническая конференция студентов и аспирантов, 18-19 апреля, 2001, Зеленоград, МИЭТ.

- XXX юбилейная неделя науки СПбГТУ, секция "Радиотехника и телекоммуникации", 26 ноября-1 декабря 2001, СПбГТУ.
- St-Petersburg IEEE chapters conference, 10–12 June, 2003, СПбГЭТУ.
- IEEE Russia (northwest) section conference, 8-10 June, 2004, СПбГЭТУ.
- 2nd IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communications, Moscow, Russia, June 30-July 2, 2004.

По теме диссертации опубликовано 6 работ.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность работы, формулируются цель и задачи исследования, перечисляются методы исследований, представляются положения, выносимые на защиту, характеризуются научная новизна и практическая ценность работы, описываются структура и объем диссертации.

В первой главе освещается современное состояние проблемы, и определяются основные направления исследования. Приведена классификация и выделено место $\Delta\Sigma$ АЦП в общей иерархии аналого-цифровых преобразователей, рассмотрены теоретические основы дельта-сигма модуляции. Согласно представленной классификации $\Delta\Sigma$ АЦП отнесены к типу следящих АЦП. В простейшем $\Delta\Sigma$ АЦП с модулятором первого порядка (рис.1) отсчеты входного сигнала алгебраически суммируются со значениями выходного сигнала, полученная разность интегрируется и поступает в квантователь. Затем происходит преобразование импульсной последовательности с выхода $\Delta\Sigma$ модулятора в цифровой код.

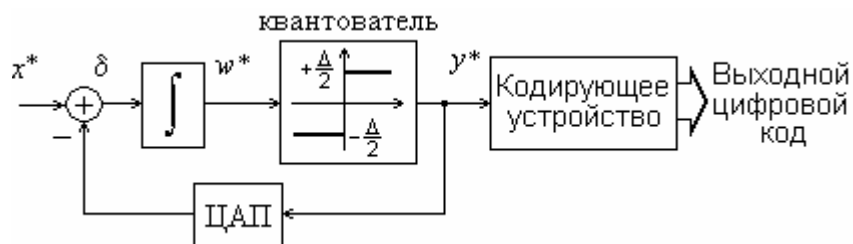


Рис. 1.

Так как $\Delta\Sigma$ модулятор осуществляет преобразование входного сигнала с частотой намного превышающую частоту Найквиста, то преобразователи данного типа называют АЦП с передискретизацией в процессе преобразования аналогового сигнала в цифровой (*oversampled ADC*), что является главной особенностью $\Delta\Sigma$ АЦП. Свойства $\Delta\Sigma$ АЦП полностью определяются характеристиками $\Delta\Sigma$ модулятора, поскольку преобразование сигнала в дискретную форму осуществляется именно в модуляторе.

Далее рассмотрены особенности функционирования, схемотехнические реализации $\Delta\Sigma$ АЦП, основные направления и методы моделирования схем дельта-сигма модуляторов.

Показано, что $\Delta\Sigma$ модулятор наиболее предпочтителен для построения аналого-цифровых преобразователей, $\Delta\Sigma$ модулятор имеет большее отношение сигнал/шум по сравнению с дельта модулятором. Выходной сигнал $\Delta\Sigma$ модулятора содержит информацию об амплитуде входного сигнала, а не о приращении амплитуды как в дельта модуляторе. Это позволяет использовать $\Delta\Sigma$ модулятор для кодирования сигналов с достаточно равномерным спектром, имеющих постоянную составляющую. Факторами, ограничивающими максимально достижимый динамический диапазон и коэффициент отношения сигнал/шум на выходе $\Delta\Sigma$ модулятора, являются: линейные и нелинейные искажения в схеме модулятора, принципиальные особенности функционирования $\Delta\Sigma$ модулятора (шум в режиме молчания, структурный шум), шум, вызванный флуктуацией периода тактовой частоты. Использование $\Delta\Sigma$ модуляторов высокого порядка, содержащих большее количество интеграторов и обратных связей, многокаскадных схем (MASH) и многоразрядных $\Delta\Sigma$ модуляторов позволяет расширить динамический диапазон и полосы рабочих частот модулятора.

Рассматриваются основные направления и методы моделирования схем $\Delta\Sigma$ модуляторов. Выделяются два основных направления моделирования схем $\Delta\Sigma$ модуляторов: моделирование на *функциональном уровне*, моделирование на *уровне принципиальной схемы*. Моделирование на функциональном уровне базируется на основных принципах функционирования исследуемой схемы и не зависит от способа ее реализации. Функциональное моделирование дает точные результаты, если принцип работы рассматриваемого устройства хорошо изучен, и модель учитывает все возможные внутренние параметры, кроме того, моделирование занимает наименьшее время. Однако для повышения точности анализа предпочтительнее использовать подход, использующий моделирование на уровне принципиальной схемы.

Приводится обзор публикаций по существующему программному обеспечению для моделирования $\Delta\Sigma$ модуляторов. Делается вывод о необходимости разработки программного обеспечения для анализа в частотной области SC схем с несущественной нелинейностью на основе непосредственного вычисления отклика схемы. Предлагается при моделировании на уровне принципиальной схемы $\Delta\Sigma$ модуляторов с учетом линейных и нелинейных искажений использовать метод узловых потенциалов и метод рядов Вольтерра.

Согласно изложенным предпосылкам формулируются цели и задачи работы.

Во второй главе рассматривается моделирование $\Delta\Sigma$ модуляторов в линейном приближении. Определен общий подход создания функциональной модели схем $\Delta\Sigma$ модуляторов на переключаемых конденсаторах. Исходная схема представляется в виде

эквивалентного комплекса макроблоков, имеющих определенную передаточную функцию. Например, передаточная функция идеального интегратора в Z -области имеет вид

$$I(z) = a_i \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}},$$

где a_i – постоянный коэффициент (отношение емкостей в интеграторе). Составлен базовый набор макроблоков для представления схемы $\Delta\Sigma$ модулятора. Сформулирована методика моделирования на функциональном уровне при помощи пакета “Simulink” – среды моделирования динамических систем. Результаты моделирования представляют собой временные зависимости напряжений в интересующих узлах блок-схемы. В качестве инструмента исследования результатов моделирования использован спектральный анализ с помощью дискретного преобразования Фурье. На примере моделирования $\Delta\Sigma$ модулятора первого порядка показано применение данной модели для оценки основных характеристик $\Delta\Sigma$ модулятора, в том числе отношения сигнал/шум.

Рассмотрены принципиальные особенности функционирования $\Delta\Sigma$ модуляторов (шум в режиме молчания, структурный шум, влияние флуктуаций периода тактовой частоты) и разработано эквивалентное представление указанных эффектов в функциональной модели. На примере моделирования $\Delta\Sigma$ модулятора первого порядка исследовано влияние данных особенностей функционирования на низкочастотную область спектра выходной импульсной последовательности $\Delta\Sigma$ модулятора. Показано, что возникающие искажения сигнала выходной импульсной последовательности приводят к увеличению уровня непрерывной части спектра в рассматриваемой рабочей полосе частот более чем на 10 дБ.

При моделировании на уровне принципиальной схемы методом узловых потенциалов, определение отклика схемы требует решения системы дифференциальных уравнений, которые описывают математическая модель схемы во временной области:

$$\mathbf{C}_k \frac{d}{dt} u_k(t) + \mathbf{G}_k u_k(t) = w_k(t), \quad k = 1, \dots, N_\phi \quad (1)$$

где \mathbf{C}_k и \mathbf{G}_k – матрицы емкостей и проводимостей схемы в k -ой фазе, u_k – вектор неизвестных узловых потенциалов в k -ой фазе, w – вектор независимых источников, преобразованных к источникам тока, N_ϕ – количество фаз. Использование операционного метода позволяет перейти от задачи интегрирования системы линейных дифференциальных уравнений к задаче решения алгебраического уравнения в матричной форме. После применения преобразования Лапласа, решение уравнения (1) в частотной области записывается в виде

$$U_k(s) = [s\mathbf{C}_k + \mathbf{G}_k]^{-1} (\mathbf{C}_k u_k(0) + W_k(s)), \quad (2)$$

где оператор $[\dots]^{-1}$ обозначает обращение матрицы, $u_k(0)$ – начальные условия для вектора узловых потенциалов в k -ой фазе, что эквивалентно значению вектора узловых потенциалов

сразу перед окончанием $(k-1)$ -ой фазы. Все операционные усилители в эквивалентной схеме представляются в виде источников тока управляемых напряжением (ИТУН). Выбран известный метод приближенного численного обращения преобразования Лапласа (ОПЛ), не требующий специального определения полюсов и вычетов рассматриваемой функции комплексного переменного (выражение (2)), что позволяет избежать дополнительных расчетов [И.Влах, К.Сингхал,1988]. Согласно данному методу, значение функции $f(t)$ в момент времени t определяется выражением

$$\hat{f}(t) = -\frac{1}{t} \sum_{i=1}^M K_i F\left(\frac{z_i}{t}\right),$$

где z_i – полюсы, а K_i – соответствующие вычеты функции $R_{N,M}$, являющейся аппроксимацией методом Паде экспоненты в интеграле обратного преобразования Лапласа.

Таким образом, разработана методика моделирования $\Delta\Sigma$ модуляторов на переключаемых конденсаторах на уровне принципиальной схемы с учетом резистивных потерь и физических характеристик активных элементов (в том числе коэффициент усиления, частотные ограничения усиления). Преимуществом разработанной методики является сокращенное время моделирования. Например, анализ схемы рассмотренного $\Delta\Sigma$ модулятора средствами SPICE (Micro-Cap 7) занимает примерно в 35 раз больше времени при одинаковых исходных условиях.

На примере моделирования SC-интегратора и SC-схемы $\Delta\Sigma$ модулятора первого порядка исследовано влияние параметров данных устройств на их характеристики. (В схемах интегратора и $\Delta\Sigma$ модулятора постоянные времени равны $2T_s$, коэффициент усиления ОУ равен $4e3$ при тактовой частоте 1 МГц). Моделирование показало, что резистивные потери в ключах(до 10 кОм в замкнутом состоянии) и частотные ограничения усиления ОУ (площадь усиления до 200 кГц) вызывают увеличение уровня непрерывной части спектра в рабочей полосе частот до 5 кГц на 10 дБ. Проведено сравнение результатов функционального моделирования и моделирования на уровне принципиальной схемы. Оба подхода дают близкие результаты, что подтверждает корректный выбор функциональной модели $\Delta\Sigma$ модулятора. Разница для зависимостей отношения сигнал/шум составляет не более 1 дБ.

В третьей главе рассматривается моделирование $\Delta\Sigma$ модуляторов с учетом нелинейных искажений. Основными источниками гармонических искажений в SC схемах являются нелинейные паразитные емкости “сток-подложка”, “исток-подложка” МОП транзисторов, работающих в ключевом режиме и нелинейные свойства ОУ. Данные нелинейные эффекты обладают так называемой “слабой” нелинейностью, то есть могут быть представлены в виде усеченных рядов с числом членов не более трех. Представление нелинейной функции

зависимости емкости $C(u)$ от приложенного напряжения осуществляется степенными рядами вида

$$C(u) = a_0 + a_1 u + a_2 (u)^2 + \dots$$

где a_0 определяет линейную составляющую емкостного импеданса, a_i – коэффициенты разложения по Тейлору. Нелинейные свойства МОП ОУ определяются ограничением по скорости нарастания выходного напряжения и нелинейностью статической характеристики усилителя. Макромодель двухкаскадного ОУ с внутренней коррекцией в общем случае представляется эквивалентной схемой на рис.2.

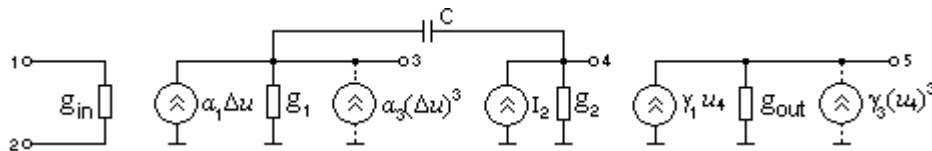


Рис. 2.

Параметры α и γ являются коэффициентами соответствующих степенных рядов, аппроксимирующих зависимости выходных токов каскадов ОУ с учетом нелинейности статической характеристики и ограничения по скорости нарастания ρ выходного напряжения. В низко- и среднечастотных приложениях достаточно учесть нелинейность статической характеристики ОУ. В этом случае зависимость выходного напряжения ОУ от входного напряжения при симметричной статической характеристике определяется полиномиальным выражением вида:

$$u_{\text{вых}}(t) = \mu_0 \Delta u_{\text{вх}}(t) + \mu_3 (\Delta u_{\text{вх}}(t))^3 + \dots$$

Полученные полиномиальные соотношения используются для описания работы нелинейных источников. Подстановка подобных выражений в дифференциальные уравнения, описывающие схему, приводит к появлению нелинейных составляющих в системе уравнений.

Определен общий подход к формированию нелинейной модели схемы методом рядов Вольтерра. Решение уравнения (1) ищется в виде функционального ряда

$$u(t) \approx u_1(t_1) + u_2(t_1, t_2) + u_3(t_1, t_2, t_3) \Big|_{\substack{t_1 \rightarrow t \\ t_2 \rightarrow t \\ t_3 \rightarrow t}}$$

Процедура решения записывается в виде итерационного алгоритма, на первом шаге которого решается линейное уравнение относительно $u_1(t_1)$, а на каждом последующем n -ом шаге решение ищется в виде суммы n слагаемых, причем $u_{n-1}(t_1, t_2, \dots, t_{n-1})$, $u_{n-2}(t_1, t_2, \dots, t_{n-2})$, ..., $u_1(t_1)$ считаются известным из решения уравнений на предыдущих шагах. Применение многомерного преобразования Лапласа упрощает решение уравнений за счет алгебраизации задачи, то есть перехода от интегралов и сумм во временной области к произведениям в

комплексной области. Нахождение функции-оригинала, осуществляется с использованием непосредственно формулы обратного многомерного преобразования Лапласа с последующим отождествлением переменных ($t_i \rightarrow t$).

$$f(t_1, \dots, t_n) = \frac{1}{(2\pi j)^n} \int_{c_1 - j\infty}^{c_1 + j\infty} \dots \int_{c_n - j\infty}^{c_n + j\infty} F(s_1, \dots, s_n) e^{s_1 t_1} \dots e^{s_n t_n} ds_1 \dots ds_n.$$

Выражение для численного обращения многомерного преобразования Лапласа получено с использованием подхода аналогичного методу, примененному в первой Главе. В случае двумерного преобразования Лапласа выражение для численного обращения имеет вид

$$\hat{u}_2(t) = \frac{1}{t_1 t_2} \sum_{i=1}^{M1} \sum_{j=1}^{M2} K_{1i} K_{2j} U_2 \left(\frac{z_{1i}}{t_1}, \frac{z_{2j}}{t_2} \right).$$

Также как и для одномерного случая, данный метод ОПЛ не требует специального определения полюсов и вычетов рассматриваемой функции комплексного переменного, что позволяет избежать дополнительных расчетов и сократить время моделирования.

Далее рассмотрено влияние нелинейных свойств паразитных емкостей МОП транзисторов, работающих в ключевом режиме, и влияние нелинейности характеристики усиления ОУ. Подставляя полиномиальные выражения, описывающие рассматриваемые источники нелинейных искажений в уравнение (1) получаем уравнения для второй и третьей гармоники вектора узловых потенциалов

$$\mathbf{C}_0 \frac{d}{dt} u_2(t_1, t_2) + \mathbf{G} u_2(t_1, t_2) = -\mathbf{C}_1 u_1(t_1) \frac{d}{dt} u_1(t_1), \quad (3)$$

$$\mathbf{C} \frac{d}{dt} u_3(t_1, t_2, t_3) + \mathbf{G} u_3(t_1, t_2, t_3) = -\mathbf{G}_3 u_1(t_1) u_1(t_2) u_1(t_3). \quad (4)$$

где \mathbf{C}_0 и \mathbf{G} – матрицы, определяющие линейную составляющую импеданса, \mathbf{C}_1 – матрица, определяющая нелинейную составляющую емкостного импеданса, \mathbf{G}_3 – матрица, определяющая нелинейную зависимость выходного напряжения ОУ. Отметим, что если переменная $u(t)$ является вектором, то выражение $(u(t))^n$ в данном случае следует трактовать как возведение в степень n каждого элемента вектора. Запишем дифференциал функции $u_2(t_1, t_2)$ в виде

$$\frac{d u_2(t_1, t_2)}{dt} = \frac{\partial u_2(t_1, t_2)}{\partial t_1} \frac{dt_1}{dt} + \frac{\partial u_2(t_1, t_2)}{\partial t_2} \frac{dt_2}{dt}. \quad (5)$$

Используем далее двумерное преобразование Лапласа и преобразуем уравнение в частотную область. Рассмотрим интеграл Лапласа от первого слагаемого выражения (5). Так как при $t_1 \rightarrow t$, $t_2 \rightarrow t$ множители dt_1/dt и dt_2/dt равны 1, представляется возможным вынести их за знак интеграла. Тогда:

$$\frac{d u_2(t_1, t_2)}{d t} \stackrel{L}{\Rightarrow} (-U_2(s_1, 0) - U_2(0, s_2) + (s_1 + s_2) U_2(s_1, s_2)),$$

где $U_2(0, s_2)$, $U_2(s_1, 0)$ назовем *частичными начальными условиями* по аргументам t_2 , t_1 соответственно (по аналогии с частичным преобразованием Лапласа, используемым в [В.И.Капалин, К.А.Пупков, 1976]). Решение уравнения (3) записывается как

$$U_2(s_1, s_2) = [C_0(s_1 + s_2) + \mathbf{G}]^{-1} \times \left[-C_0 \frac{(s_1 + s_2)}{2} U_1(s_1) U_1(s_2) + C_0 U_2(0, s_2) + C_0 U_2(s_1, 0) + \frac{C_1}{2} u_1(0) (U_1(s_1) + U_1(s_2)) \right].$$

Нахождение частичных начальных условий $U_2(s_1, 0)$, $U_2(0, s_2)$ предлагается осуществлять следующим образом. Пусть $t_1 \rightarrow 0$, тогда дифференциал функции $u_2(t_1, t_2)$ имеет вид

$$\frac{d u_2(0, t_2)}{d t} = 0 + \frac{\partial u_2(0, t_2)}{\partial t_2} \frac{d t_2}{d t}.$$

Далее используем преобразование Лапласа по аргументу t_2 . Аналогично действуем при $t_2 \rightarrow 0$. Подставляя в уравнение (3) получим выражение для частичных начальных условий $U_2(s_1, 0)$, $U_2(0, s_2)$:

$$U_2(0, s_2) = [C_0 s_2 + \mathbf{G}]^{-1} [C_0 u_2(0, 0) + C_1 u_1(0) u_1(0) - C_1 s_2 u_1(0) U_1(s_2)],$$

$$U_2(s_1, 0) = [C_0 s_1 + \mathbf{G}]^{-1} [C_0 u_2(0, 0) + C_1 u_1(0) u_1(0) - C_1 s_1 U_1(s_1) u_1(0)].$$

Для решения уравнения третьей гармоники вектора узловых потенциалов (4) используется подход, аналогичный рассмотренному в двухмерном случае.

На основе полученных решений разработаны алгоритмы вычисления рассмотренных гармоник вектора узловых потенциалов и предложена методика моделирования схем $\Delta\Sigma$ модуляторов на переключаемых конденсаторах с учетом нелинейных искажений. Методика также учитывает резистивные потери и физические характеристики активных элементов (в том числе коэффициент усиления, частотные ограничения усиления).

На примере моделирования SC-интегратора и SC-схемы $\Delta\Sigma$ модулятора первого порядка исследовано влияние нелинейных искажений на характеристики данных устройств. В схемах интегратора и $\Delta\Sigma$ модулятора отношение емкостей равно 2, коэффициент усиления ОУ равен 1000 при тактовой частоте 1 МГц. Показано, что учет нелинейных свойств паразитных емкостей МОП транзисторов приводит к появлению второй гармоники выходного напряжения в выходном спектре величиной -53 дБ при частоте входного сигнала $f_{in} \approx 1$ кГц и амплитуде 2.3 В. Показано, что при учете нелинейных свойств ОУ для $\Delta\Sigma$ модулятора первого порядка получаемая спектральная составляющая менее уровня шумов квантования -80 дБ. Проведено сравнение результатов моделирования SC-интегратора на

уровне принципиальной схемы и результатов анализа в Z -области. Оба подхода дают близкие результаты, что подтверждает корректный выбор метода формирования нелинейной модели схемы.

В четвертой главе рассматривается разработка и моделирование схем $\Delta\Sigma$ модуляторов высокого порядка. Предложенные в диссертационной работе методики функционального моделирования и моделирования на уровне принципиальной схемы позволяют сформулировать общий подход к созданию $\Delta\Sigma$ модуляторов высокого порядка на переключаемых конденсаторах. При этом процедуру построения схемы $\Delta\Sigma$ модулятора целесообразно представить двумя основными этапами: выбор архитектуры $\Delta\Sigma$ модулятора и схемотехническая реализация $\Delta\Sigma$ модулятора.

1. Выбор функциональной модели.

На первом этапе необходимо определить архитектуру $\Delta\Sigma$ модулятора, которая обеспечивает заданные требования к величине отношения сигнал/шум на выходе устройства. Например, для $\Delta\Sigma$ модулятора первого порядка отношение сигнал/шум определяется как

$$SNR_{\Delta\Sigma} = \frac{3}{\pi} (2f_0 T_S)^{\frac{3}{2}}$$

где f_0 – частота входного сигнала, T_S – период частоты дискретизации. Так как указанное соотношение определяет верхнюю границу характеристики, то необходимо моделирование выбранной архитектуры для исследования функционирования схемы, в том числе с учетом влияния флуктуаций периода тактовой частоты, принципиальных особенностей функционирования $\Delta\Sigma$ модуляторов, таких как шум в режиме молчания, структурный шум. Рассматриваемая схема описывается эквивалентной блок-схемой, так как использование макромоделей высокого уровня позволяет добиться значительного увеличения скорости моделирования. Следовательно использование функционального моделирования позволяет оценить основные характеристики выбранной структуры с меньшими затратами вычислительных ресурсов.

2. Схемотехническая реализация.

В данной работе рассматривается реализация в виде схем на переключаемых конденсаторах, поэтому элементная база представлена операционными усилителями, конденсаторами и транзисторами, работающими в ключевом режиме. На этом этапе осуществляется моделирование полученной SC схемы $\Delta\Sigma$ модулятора с подробным анализом влияния неидеальностей схемотехнической реализации. Анализ методом узловых потенциалов позволяет учесть в уравнениях, описывающих схему, такие параметры как конечное сопротивление ключей в открытом и закрытом состояниях, физические характеристики ОУ

(в том числе конечный коэффициент усиления, частотные ограничения усиления). Анализ нелинейных искажений методом рядов Вольтерра позволяет определить изменение гармонического состава выходного напряжения с учетом влияния нелинейных свойств паразитных емкостей МОП транзисторов, работающих в ключевом режиме и влияния нелинейных свойств ОУ.

В отличие от существующих методик, особенностью изложенного подхода является подробное моделирование на уровне принципиальной схемы. То есть на первом этапе функционального моделирования с наименьшими затратами вычислительных ресурсов происходит выбор только архитектуры $\Delta\Sigma$ модулятора, в то время как именно на втором этапе проводится детальное исследование влияния неидеальностей схемотехнической реализации. Данный подход позволяет избежать дополнительных шагов по представлению физических характеристик элементной базы рассматриваемой схемы в виде эквивалентных функциональных моделей. Кроме того, в общем случае моделирование на уровне принципиальной схемы обладает более высокой точностью по сравнению с возможными вариантами функционального моделирования.

В соответствии с предложенным подходом разработана схема $\Delta\Sigma$ модулятора второго порядка. Исследовано влияние нелинейных искажений на характеристики $\Delta\Sigma$ модулятора второго порядка. Моделирование показало, что влияние нелинейных свойств паразитных емкостей МОП транзисторов вызывает появление второй гармоники в выходном спектре величиной -58 дБ (в интеграторах схемы модулятора постоянные времени равны $0.5T_S$ и $1T_S$, коэффициент усиления ОУ равен 1000 при тактовой частоте 1 МГц, частота входного сигнала $f_{in} \approx 1$ кГц, амплитуда 1 В). Разработанная схема $\Delta\Sigma$ модулятора обладает расширенным динамическим диапазоном 92 дБ, что превосходит известный результат для схемы второго порядка на 7 дБ. Показано, на примере полосового $\Delta\Sigma$ модулятора четвертого порядка, что предлагаемый подход может быть применен при создании $\Delta\Sigma$ модуляторов иного типа.

В заключении подводятся общий итог по проделанной работе и сформулированы основные выводы:

1. Сформулирована методика моделирования на функциональном уровне схем $\Delta\Sigma$ модуляторов с учетом шума в режиме молчания, структурного шума, влияния флуктуаций периода тактовой частоты. На примере моделирования $\Delta\Sigma$ модулятора первого порядка показано применение данной модели для оценки основных характеристик $\Delta\Sigma$ модулятора, в том числе отношения сигнал/шум, которое составило 63 дБ. Показано, что увеличение уровня шумов в низкочастотной части спектра выходного

сигнала модулятора звукового диапазона составляет $9 \div 10$ дБ при наличии флуктуаций периода тактовой частоты до $0.05T_s$ при тактовой частоте 1 МГц.

2. Определен общий подход и разработана методика моделирования $\Delta\Sigma$ модуляторов на переключаемых конденсаторах на уровне принципиальной схемы с учетом резистивных потерь и частотных ограничений усиления ОУ. Показано, что влияние площади усиления приводит к увеличению уровня непрерывной части спектра в рассматриваемой рабочей полосе частот на 15 дБ, которое на $8 \div 10$ дБ ухудшает коэффициент отношения сигнал/шум при параметрах $\Delta\Sigma$ модулятора, равных $OSR = 125$ и $F_s = 1$ МГц. Особенностью предложенной методики является возможность моделирования SC-схемы в предположении существования флуктуаций периода тактовой частоты. Полученные результаты позволяют сформулировать следующие рекомендации: для обеспечения величины отношения сигнал/шум не менее 80 дБ (динамический диапазон не менее 83 дБ) внутреннее сопротивление ключей в замкнутом состоянии должно быть не более 1 кОм и площадь усиления КМОП ОУ – не менее 500 кГц.
3. Проведено сравнение результатов моделирования на уровне принципиальной схемы с близкими к идеальному случаю параметрами и результатов функционального моделирования. Оба подхода дают близкие результаты, что подтверждает корректный выбор функциональной модели $\Delta\Sigma$ модулятора. Разница для зависимостей отношения сигнал/шум составляет не более 1 дБ как для $\Delta\Sigma$ модулятора первого порядка, так и для $\Delta\Sigma$ модулятора второго порядка. Моделирование на уровне принципиальной схемы позволяет получить результаты, учитывающие неидеальности практической реализации.
4. Определен подход к формированию нелинейной модели схемы методом рядов Вольтерра. Рассмотрено влияние нелинейных свойств паразитных емкостей МОП транзисторов, работающих в ключевом режиме, и влияние нелинейных свойств ОУ. Разработана методика моделирования схем $\Delta\Sigma$ модуляторов на переключаемых конденсаторах с учетом нелинейных искажений. Методика также учитывает резистивные потери и физические характеристики активных элементов (в том числе коэффициент усиления, частотные ограничения усиления). На примере моделирования SC-схемы $\Delta\Sigma$ модулятора первого и второго порядка исследовано влияние линейных и нелинейных искажений на характеристики данных устройств. Моделирование показало, что резистивные потери в ключах (до 10 кОм в замкнутом состоянии) и частотные ограничения усиления ОУ (площадь усиления до 200 кГц) вызывают увеличение уровня непрерывной части спектра в рабочей полосе частот до 5 кГц на 15 дБ от уровня -120 дБ; влияние нелинейных свойств паразитных емкостей МОП транзисторов вызывает появление второй гармоники в выходном спектре величиной порядка $-50 \div -60$ дБ.

Показано, что спектральные составляющие, обусловленные нелинейными свойствами ОУ, не ухудшают отношение сигнал/шум и не превосходят уровень шумов квантования в $-80 \div -105$ дБ, если скорость нарастания выходного напряжения ОУ составляет не менее 2.5 В/мкс, что позволяет учитывать только нелинейность статической характеристики.

5. Определен общий подход к разработке схем $\Delta\Sigma$ модуляторов высокого порядка разных типов, представляемый двумя основными этапами: выбор архитектуры $\Delta\Sigma$ модулятора и схемотехническая реализация $\Delta\Sigma$ модулятора. Особенностью изложенного подхода является детальное исследование влияния неидеальностей схемотехнической реализации на этапе моделирования на уровне принципиальной схемы, в то время как, на этапе функционального моделирования происходит выбор только структуры $\Delta\Sigma$ модулятора. В соответствии с предложенным подходом разработана схема $\Delta\Sigma$ модулятора с расширенным динамическим диапазоном. Моделирование на уровне принципиальной схемы с учетом резистивных потерь в ключах и площади усиления ОУ, а также выбор постоянных времени первого и второго интеграторов $0.5T_S$ и $1T_S$ соответственно показало, что при величине сопротивления ключей не более 1 кОм в замкнутом состоянии и площади усиления ОУ не менее 500 кГц величина динамического диапазона составит 92 дБ, что превосходит известный результат для схемы второго порядка на 7 дБ.

Публикации по теме диссертационной работы

1. М.В.Теленков, Особенности компьютерного моделирования дельта-сигма АЦП, Микроэлектроника и информатика – 2001.: тезисы докладов. – М.:МИЭТ, 2001, с.107.
2. М.В.Теленков, А.С. Коротков, Особенности моделирования шумов в дельта-сигма модуляторах аналого-цифровых преобразователей”, XXX юбилейная неделя науки СПбГТУ 26 ноября-1 декабря 2001, ч. VIII, Материалы межвузовской научной конференции, секция "Радиотехника и телекоммуникации", с. 37-38.
3. А.С. Коротков, М.В.Теленков, Аналого-цифровые преобразователи на основе дельта-сигма модуляторов, Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники, №12, 2002, с. 53-72.
4. M.V.Telenkov, A.S.Korotkov, Simulation Facilities of Switched-Capacitor Delta-Sigma Modulator, Proc. St.Petersburg IEEE Chapters, 2003, pp. 17-22.
5. A.S.Korotkov, M.V.Telenkov, Numerical Simulation Of Oversampled Switched-Capacitor Circuits, Proc. International Symposium on Signals, Circuits and Systems, Iasi, Romania, July 10-11, 2003, vol.2, pp.341-344.
6. M.V.Telenkov, A.S.Korotkov, Analysis And Simulation Of Weakly Nonlinear Effects In Switched-Capacitor Circuits, Proc. 2nd IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communications, Moscow, Russia, June 30-July 2, 2004, CDROM, файл 27.pdf.