

БЕЛЯЕВ  
Владимир Сергеевич

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКИ  
ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ  
В СИСТЕМАХ ВИРТУАЛЬНОЙ РЕАЛЬНОСТИ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Санкт-Петербург  
2005

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика»  
ГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Научный руководитель:

Доктор технических наук, профессор

Григорьев Б.С.

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук, профессор

Терехов А. Н.

Кандидат технических наук

Абросимов С.Н.

Ведущая организация:

Санкт-Петербургский филиал института  
океанологии им. П.П.Ширшова РАН

Защита диссертации состоится «\_\_\_»\_\_\_\_\_ 200\_\_ г. в \_\_\_ часов на заседании  
Диссертационного совета Д 212.229.13 Санкт-Петербургского государственного  
политехнического университета по адресу: 195251, Санкт-Петербург,  
Политехническая ул., №29, корпус \_\_\_\_, аудитория \_\_\_\_\_.

Автореферат разослан «\_\_\_»\_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

Ученый секретарь диссертационного совета

Д 212.229.13 доктор биологических наук, профессор

Зинковский А.В.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Проблема моделирования водной поверхности является одной из наиболее сложных в компьютерной графике реального времени. Такая задача часто возникает при создании *систем виртуальной реальности* (СВР), к которым относятся виртуальные музеи, виртуальные путешествия, различные автомобильные, авиационные, морские и другие тренажеры, многие компьютерные игры.

Сложность создания таких систем определяется необходимостью формирования реалистично выглядящего изображения со скоростью, достаточной для поддержания высокой частоты обновления изображения на экране. Например, для создания иллюзии плавного движения в транспортных тренажерах эта частота не должна опускаться ниже 30 кадров в секунду. Вследствие поставленных ограничений для использования в СВР требуются специальные модели и методы, обладающие достаточным быстродействием и при этом позволяющие получить изображение, визуально похожее на реальное. Под последним понимается изображение, которое является вполне достоверным с точки зрения пользователей продуктов, использующих эти модели и методы.

Во многих СВР, например, морских и авиационных тренажерах, виртуальных путешествиях и компьютерных играх водная поверхность является центральным элементом сцены, и ее моделирование имеет большое значение. С этой целью в СВР в основном применяются имитационные методы, представляющие собой совокупность эмпирически подобранных зависимостей для достижения визуальной похожести результата. Их использование требует трудоемкого подбора параметров и возможно лишь для ограниченного круга задач. С другой стороны, применение в СВР точных физических моделей, разработанных для неинтерактивных приложений, сдерживается их высокой вычислительной сложностью.

Кроме получения геометрии водной поверхности отдельную проблему представляет ее отображение на экране. Для этого можно использовать методы, визуализирующие ландшафт. Однако в отличие от неизменного ландшафта, геометрия водной поверхности постоянно меняется, что требует перестроения сеток и делает весь процесс чересчур трудоемким, не укладывающимся в рамки требований к СВР.

Чтобы получить реалистично выглядящее изображение водной поверхности, необходимо также моделирование оптических явлений, происходящих на границе и в толще воды. В известных работах, предлагающих пригодные для использования в СВР методы, не рассматривается рассеяние и поглощение света в толще воды, поэтому получаемое изображение во многих случаях выглядит нереалистично.

Таким образом для построения изображения водной поверхности в СВР, требуются новые методы и алгоритмы, которые позволили бы получить визуально похожее изображение и удовлетворяли поставленным требованиям по быстродействию.

**Цель работы.** Построение набора моделей и алгоритмов, позволяющих в приложениях реального времени получать изображение водной поверхности, визуально похожее на реальное.

**Научная новизна.** В диссертационной работе получены следующие новые научные результаты.

- Предложено расщепление вектора потоков для уравнений мелкой воды, на основе которого построены противопоточная разностная схема, схема метода конечных объемов и схема разрывного метода Галеркина.
- Разработан метод генерации подвижной сетки с фиксированной триангуляцией для визуализации водной поверхности, представимой картой высот.
- Построена модель оптических явлений, пригодная для использования в СВР.
- Разработаны удовлетворяющие критерию визуальной схожести методы имитации ряби для визуализации в прибрежной зоне и вдали от берега.

**Практическая значимость работы.** Методы и алгоритмы, разработанные в диссертации, имеют достаточное быстродействие и позволяют получать реалистично выглядящие изображения, и, как следствие, могут использоваться в СВР (в частности для создания морских и авиационных тренажеров).

**Апробация работы.** Результаты работы были частично использованы при разработке нескольких СВР. Приведенный в работе алгоритм построения сетки был применен при разработке судового тренажера, который используется для обучения капитанов вхождению в Таллиннский порт. Для расчета геометрии водной поверхности в этом тренажере применялся стохастический метод, реализованный в данной работе. Разработанная модель оптических явлений была использована при создании компьютерной игры “Wakeboarding”.

Результаты работы были доложены на международных научных конференциях “Nondestructive Testing and Computer Simulations in Science and Engineering (St-Petersburg)” в 2002 году; “Graphicon” (Москва) в 2003 и 2004 годах; научной конференции “Формирование технической политики инновационных наукоемких технологий” (Санкт-Петербург, СПбГПУ) в 2003 и 2004 годах.

**Публикации.** По результатам проведенных исследований опубликовано 7 статей.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, пяти разделов, разбитых на подразделы, заключения. Диссертация изложена на 151 странице и проиллюстрирована 67 рисунками. Список литературы содержит 94 наименования.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** дается обоснование выбора темы, ставятся цели работы, вводится одно из важных понятий работы – *визуальная похожесть*, а также кратко описывается структура диссертации.

**Первый раздел** посвящен некоторым важным понятиям и вопросам, связанным с СВР. Дается определение понятия *текстуры*, которое широко используется в работе. Рассматриваются особенности архитектуры современной аппаратной базы СВР – персональных компьютеров, оснащенных графическим акселератором. Процессор этих плат имеет программируемый вершинный и пиксельный подпроцессоры, программы для которых называются *шейдерами*<sup>1</sup>. Производительность этих подпроцессоров крайне высока в сравнении с центральным процессором. Поэтому учет их архитектуры и возможностей можно использовать для достижения быстродействия, требуемого в СВР. Здесь же обсуждается классический для компьютерной графики подход по ускорению вычислений в СВР, который заключается в разделении расчетов на две стадии. Наиболее сложная часть вычислений производится на стадии предварительной обработки, результаты которой помещаются в таблицы. На вторую стадию выносятся достаточно простые расчеты, которые могут быть реализованы с помощью пиксельного шейдера, использующего помещенные в текстуры таблицы.

При создании СВР возникает вопрос о синхронизации процессов, происходящих в виртуальной реальности, с физическим временем. Фактически речь идет о синхронизации работы алгоритмов, реализующих численные методы, с появлением на экране очередного рассчитанного изображения. В работе рассматриваются различные методы синхронизации, выбирается подход, наиболее приемлемый в рамках поставленной задачи.

СВР должна обладать достаточным быстродействием, чтобы производить обновление изображения со скоростью не менее 30 кадров/сек, что составляет 33 мс/кадр. В работе показывается, что подсистема, отвечающая за моделирование водной поверхности, должна расходовать не более 8 мс/кадр.

**Второй раздел** посвящен расчету геометрии водной поверхности для прибрежной зоны и вдали от берега.

Приводится обзор математических моделей водной поверхности, используемых в компьютерной графике. Их можно условно разделить на 4 класса:

- модели, основанные на дифференциальных уравнениях, описывающих физические процессы (корректные физические модели);

---

<sup>1</sup> от англ. *shader* - ретушер (прикладная программа для отображения текстуры поверхности в трехмерной графике)

- стохастические модели, использующие те или иные гипотезы о частотном спектре волнения водной поверхности (корректные физические модели);
- искусственно построенные модели, направленные на передачу основных особенностей моделируемых явлений (квазифизические модели);
- приемы и аппроксимации, не связанные с каким-либо физическим описанием моделируемого явления (имитационные модели).

В данной диссертационной работе для отображения водной поверхности вблизи берегов выбрана модель мелкой воды, которая является достаточно содержательной с физической точки зрения и в то же время относительно проста, чтобы можно было рассчитывать на ее реализацию в реальном времени. Вдали от берега расчеты проводились по стохастическому методу. Для отображения такого мелкомасштабного явления как рябь строилась имитационная модель.

Система уравнений мелкой воды записывается в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + (\mathbf{w} \cdot \nabla)H + H \operatorname{div} \mathbf{w} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + (\mathbf{w} \cdot \nabla) \mathbf{w} + g \operatorname{grad} H &= g \operatorname{grad} h \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $\eta$  – высота свободной поверхности жидкости над нейтральным уровнем ( $\eta=0$ ),  $h$  – глубина, отсчитываемая от нейтрального уровня,  $H = h + \eta$  – полная глубина жидкости,  $\mathbf{w}$  – вектор скорости с компонентами  $u$  и  $v$ ,  $g$  – ускорение силы тяжести.

В работе отмечается аналогия системы (1) с уравнениями газовой динамики для адиабатического течения совершенного газа с показателем адиабаты  $\gamma=2$ . Это позволяет при решении уравнений мелкой воды опираться на хорошо изученные методы, разработанные для уравнений газовой динамики. Производится обзор существующих численных методов решения системы (1) и уравнений газовой динамики, позволяющих получить обобщенное решение. Среди различных методов отмечаются схемы, связанные с расщеплением векторов потоков (РВП), достаточно простые с алгоритмической точки зрения и в то же время правильно отражающие физические особенности описываемых процессов. Однако прямое построение таких схем для уравнений мелкой воды оказывается невозможным.

Рассмотрим построение схемы РВП на примере уравнений с одной пространственной переменной. Запишем систему (1) в дивергентной форме

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Hu}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial Hu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{g}{2} H^2 + Hu^2 \right) &= gH \frac{\partial h}{\partial x} \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Введем потоковые переменные  $H$  и  $M=Hu$  – удельный поток массы, и запишем через них вектор неизвестных –  $\mathbf{p}$ , и вектор потоков –  $\mathbf{F}$

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} H \\ Hu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H \\ M \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} Hu \\ \frac{g}{2} H^2 + Hu^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M \\ \frac{g}{2} H^2 + \frac{M^2}{H} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Для уравнений газовой динамики вектор потоков  $\mathbf{F}$  является однородной функцией потоковых переменных, что влечет равенство

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}\mathbf{p}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{A}$  – матрица Якоби, на основе которого строится схема РВП в основополагающей работе [1]. Однако для векторов (3) свойство (4) не выполняется.

Образует расширенную систему, присоединив к исходной системе уравнение энергии, которое является следствием уравнений системы (2)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Hu}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial Hu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{g}{2} H^2 + Hu^2 \right) &= gH \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( H \frac{c^2 + u^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \left( H \frac{c^2 + u^2}{2} + \frac{g}{2} H^2 \right) u \right) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

где  $c = \sqrt{gH}$  – скорость распространения малых возмущений в мелкой воде.

Обозначим  $Q = H \frac{c^2 + u^2}{2}$  и введем расширенные вектора потоковых переменных и потоков

$$\tilde{\mathbf{p}} = (H, M, Q)^T, \quad \tilde{\mathbf{F}} = \left( M, \frac{M^2}{2H} + Q, 2 \frac{MQ}{H} - \frac{M^3}{2H^2} \right)^T \quad (6)$$

Для новых векторов уже будет выполняться равенство

$$\tilde{\mathbf{F}} = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{p}}, \quad (7)$$

аналогичное (4).

Расширенную матрицу Якоби  $\tilde{\mathbf{A}}$  можно представить в виде суммы

$$\tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{A}}^+ + \tilde{\mathbf{A}}^-, \quad \tilde{\mathbf{A}}^\pm = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{\Lambda}^\pm \mathbf{L}, \quad \mathbf{\Lambda}^\pm = \text{diag}(\lambda_k^\pm), \quad (8)$$

где  $\lambda_1 = u - c$ ,  $\lambda_2 = u + c$ ,  $\lambda_3 = u$  – собственные числа матрицы  $\tilde{\mathbf{A}}$ ,  $\lambda_k^\pm = \frac{\lambda_k \pm |\lambda_k|}{2}$ ,  $\mathbf{L}$  – матрица,

составленная из левых собственных векторов матрицы  $\tilde{\mathbf{A}}$  как из строк.

Подставляя представление (8) для  $\tilde{\mathbf{A}}$  в выражение (7), «расщепим» вектор потоков  $\tilde{\mathbf{F}}$  на две составляющие  $\tilde{\mathbf{F}}^+$  и  $\tilde{\mathbf{F}}^-$ , отвечающие положительным и отрицательным собственным числам матрицы  $\tilde{\mathbf{A}}$ . Таким образом, система (5) оказывается преобразованной к виду

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{p}}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^+}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}^-}{\partial x} = \tilde{\mathbf{f}}, \quad (9)$$

в котором учитываются ее характеристические свойства. Теперь, отбрасывая «лишнее» (присоединенное) уравнение и аппроксимируя результат противопоточной разностной схемой, получаем равенство

$$\mathbf{p}_t + \mathbf{F}_{\bar{x}}^+ + \mathbf{F}_{\bar{x}}^- = \varphi, \quad (10)$$

которое и является схемой расщепления вектора потоков для уравнений мелкой воды. Здесь индекс  $\bar{x}$  означает левую разностную производную,  $\mathbf{x}$  – правую.

Аппроксимация правой части схемы (10) производится исходя из требования, чтобы разностная схема давала точное решение тривиальной задачи, под которой понимается задача о состоянии воды в спокойном водоеме.

На основе полученного расщепления также была построена схема метода конечных объемов первого порядка аппроксимации. Для случая одной пространственной переменной аппроксимация закона сохранения на отрезке  $\Omega_i = [x_{i-1/2}, x_{i+1/2}]$  записывается

$$\mathbf{p}_t + \frac{1}{l} (\mathbf{F}_{i+1/2} - \mathbf{F}_{i-1/2}) = \varphi, \quad (11)$$

где величины  $\mathbf{F}_{i\pm 1/2}$  определяют потоки через границы рассматриваемого отрезка. Корректные выражения для потоков получаются из совпадения схемы (11) со схемой (10). Они имеют вид

$$\mathbf{F}_{i+1/2}(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{i+1}) = \mathbf{F}^+(\mathbf{p}_i) + \mathbf{F}^-(\mathbf{p}_{i+1}), \quad \mathbf{F}_{i-1/2}(\mathbf{p}_{i-1}, \mathbf{p}_i) = \mathbf{F}^+(\mathbf{p}_{i-1}) + \mathbf{F}^-(\mathbf{p}_i), \quad (12)$$

где компоненты  $\mathbf{F}^\pm$  вычисляются в точках  $x_{i\pm 1/2}$ .

Построенная схема учитывает физические особенности исходной задачи и в то же время достаточно проста по сравнению с альтернативными методами, использующими для определения потоков  $\mathbf{F}_{i\pm 1/2}$  задачу о распаде разрыва.

Схема (10) (или (11)) имеет первый порядок точности. Для построения схемы второго порядка в работе применялся разрывной метод Галеркина. Он строится на основе интегрального тождества, которое в одномерном случае на отрезке  $\Omega_i$  имеет форму

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_i} \mathbf{p} \varphi dx - \int_{\Omega_i} \mathbf{F}(\mathbf{p}) \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \mathbf{F} \varphi|_{i+1/2} - \mathbf{F} \varphi|_{i-1/2} = \int_{\Omega_i} \mathbf{f} \varphi dx. \quad (13)$$



Решение на каждом отрезке ищется в виде

$$\mathbf{p}(x, t) = \sum_{k=0}^n C_k(t) L_k(x), \quad (14)$$

где  $L_k(x)$  - полином Лежандра степени  $k$ . Подставляя (14) в (13) и полагая  $\varphi = L_k(x)$ , получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений для определения коэффициентов  $C_k$ . Потоки  $F_{i\pm 1/2}$  через границы области  $\Omega_i$  вычисляются по формулам (12). Если в разложении (14) ограничиться одним слагаемым, то будем иметь схему (11). Для получения второго порядка точности необходимо удерживать два слагаемых. Решение получающихся систем обыкновенных дифференциальных уравнений осуществлялось по схеме Рунге-Кутты второго порядка. Чтобы сохранить монотонность решения на каждом промежуточном шаге процесса применялась известная процедура коррекции решения с помощью функции `minmod`.

В качестве тестовой рассматривалась задача о распространении бора в покоящуюся воду и задача о прорыве плотины (аналогичная задаче о распаде разрыва в газовой динамике). Производилось сравнение аналитического решения с методом первого порядка, второго порядка и методом расщепления матрицы коэффициентов (РМК). Сравнение показало, что методы, использующие построенное расщепление, хорошо аппроксимируют аналитическое решение и правильно вычисляют скорость скачка. Схема РМК, являясь неконсервативной, не позволяет правильно вычислить скорость скачка. Схема второго порядка точности улучшает решение в окрестности разрыва, однако платой за это является значительное увеличение трудоемкости. Дело в том, что в разрывном методе Галеркина второго порядка количество неизвестных возрастает в два раза и, кроме того, один временной шаг по схеме Рунге-Кутты реализуется в два этапа. В итоге получается как минимум четырехкратное увеличение трудоемкости, что может затруднить проведение расчетов в реальном времени. Поэтому для решения задач с двумя пространственными переменными, которые являются наиболее интересными с точки зрения моделирования водной поверхности, использовался метод РВП первого порядка точности.

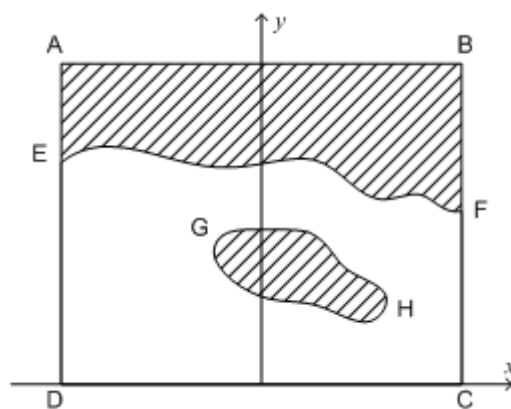


Рис 1. Область расчета для задачи о набегании волны на пологий берег.

В двумерном случае расщепление векторов потоков проводится по нормали к стороне сеточной ячейки аналогично одномерному случаю. Рассматривались две задачи: задача об отражении волн от твердой стенки и задача о набегании волн на пологий берег. Если первая задача решается в прямоугольной области, то для задачи о набегании волн на пологий берег

расчет следует проводить в области (см. рис. 1), ограниченной помимо неподвижных границ постоянно изменяющимися линией уреза EF и внутренними береговыми границами вида GH. Наличие подвижных границ приводит к серьезным вычислительным трудностям, преодоление которых может существенно увеличить время счета, что недопустимо для СВР. Поэтому для решения этой задачи была разработана схема сквозного счета. Расчетная область дополнялась участком берега до некоторой линии АВ. Добавленная часть суши и острова затапливались тонким слоем воды глубиной  $h=h_{min}$ . Для того чтобы этот слой держался на суше, в уравнения (1) вводилась сила придонного трения, коэффициент которой подбирался исходя из равновесия ее с силой гравитации. В итоге, расчет производился в области ABCD, а те участки, где выполнялось неравенство  $H \leq h_{min}$ , считались сухими и визуализировались соответствующим образом.

Пример геометрии водной поверхности, полученной для рассмотренных задач, приведен на рис. 2. В целом полученные изображения правильно передают реальные процессы, что в сочетании с достаточным быстродействием алгоритма позволяет использовать разработанный подход в системах виртуальной реальности.

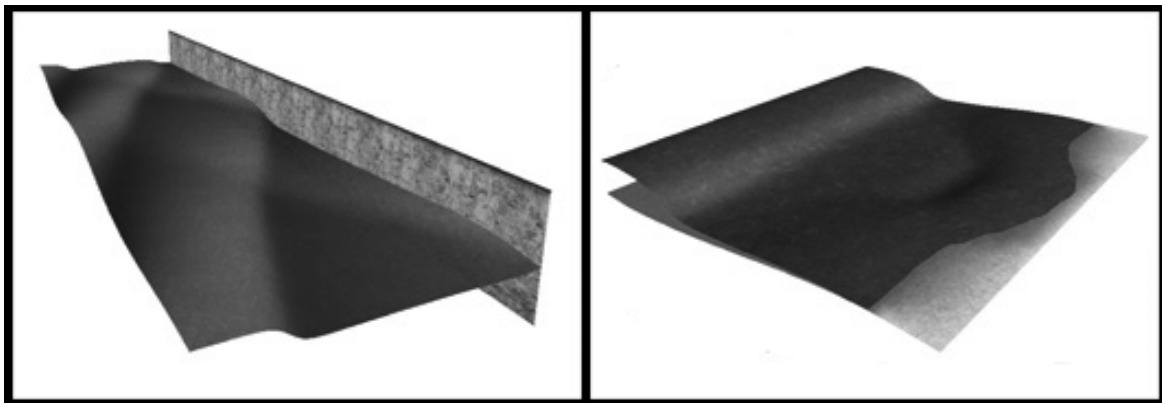


Рис. 2. Слева – решение задачи о волнах, набегающих на стенку; справа – решение задачи о волнах, набегающих на берег. При визуализации использовалась модель диффузного освещения Фонга с одним направленным источником света.

Область применения построенного метода ограничена прибрежной зоной. Чтобы полностью построить и визуализировать сцену с волнами, приходящими из открытого моря и набегающими на берег, необходимо моделирование водной поверхности вдали от берега. Для этого в данной работе применялся стохастический подход [2], в котором используется эмпирически определенный спектр взволнованной ветром водной поверхности. Для преобразования спектра в карту высот применялось быстрое преобразование Фурье. Моделирование большой площади поверхности осуществлялось путем повторения построенного участка поверхности, который использовался как шаблон. Метод обладает достаточным быстродействием для использования в СВР.

В результате расчета геометрии водной поверхности получается дискретная карта высот. Для того чтобы визуализировать ее как поверхность, необходимо использовать треугольную сетку, так как графический конвейер современных видеоакселераторов в качестве единицы обработки использует треугольник. Построению такой сетки посвящен **третий раздел**.

Проводится обзор существующих методов создания треугольных сеток, которые при визуализации водной поверхности могли бы обеспечивать высокое быстродействие и позволяли бы получать визуально похожее изображение. По результатам обзора сделан вывод, что такие методы на данный момент в литературе не описаны.

В настоящей работе предлагается метод построения и использования так называемой *подвижной сетки с фиксированной триангуляцией*. Широко распространенным методом повышения быстродействия визуализации для треугольных сеток является введение

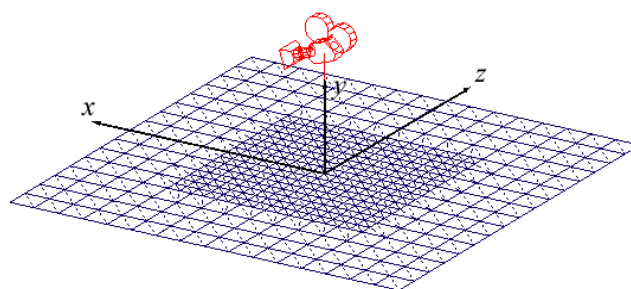


Рис. 3. Подвижная сетка с фиксированной триангуляцией,двигающаяся вместе с камерой

различных уровней детализации в зависимости от расстояния до камеры, что позволяет добиться уменьшения общего числа треугольников. Основным недостатком этого метода являются накладные расходы, связанные с перестроением сетки при изменении геометрии поверхности или положения камеры. В предложенном методе формирование уровней детализации сетки производится на этапе предварительной обработки, что позволяет существенно повысить быстродействие, так как при использовании сетка не будет нуждаться в перестроении. При этом предполагается, что проекция позиции камеры на плоскость XZ всегда находится в центре сетки (см. рис. 3).

Сортировка треугольников по расстоянию до камеры, необходимая для избавления от визуальных артефактов, может быть заменена сортировкой до центра сетки и осуществлена на этапе предварительной обработки. Для того чтобы центр сетки всегда соответствовал камере, сетка двигается в плоскости XZ вместе с ней. Во избежание эффекта дрожания сетки это движение делается дискретным.

Чтобы достичь высокого быстродействия необходимо эффективно находить треугольники, видимые из камеры. Так как определение видимости достаточно трудоемкая операция, то применение ее к каждому треугольнику сетки представляется нецелесообразным. Поэтому в работе предлагается разбивать сетку на блоки, для которых и производится определение видимости и последующая их визуализация.

Продление сетки до границы видимости камеры производится с помощью добавления специальных треугольников, окружающих основную сетку, которые на экране выглядят как полоска шириной в несколько пикселей. Этот метод подходит только для случая мало меняющейся высоты камеры, находящейся относительно невысоко над поверхностью, однако подобный случай широко распространен. Например, капитанская рубка судна находится на высоте 10-15 м над водой, и эта высота практически не изменяется.

Для получения реалистично выглядящей водной поверхности недостаточно иметь рассчитанную водную поверхность и уметь ее визуализировать с помощью треугольной сетки. Необходимо моделирование оптических явлений, таких как отражение, преломление и распространение света в толще воды. **Четвертый и пятый разделы** посвящены построению соответствующих моделей.

В первой части **четвертого раздела** рассматривается модель оптических явлений, происходящих на поверхности и в толще воды. Дадим их неформальное описание (формальное описание приводится в диссертационной работе).

Освещение водной поверхности происходит за счет двух источников света (см. рис.

4): прямого света Солнца (освещенность  $E_{\text{sun}}$ ) и света Солнца, рассеянного атмосферой – света неба (яркость неба  $B_{\text{sky}}$ ). С одной стороны, оба эти источника, отражаясь от воды, формируют отраженную компоненту излучения, попадающего в глаз наблюдателя А. С другой стороны, часть излучения этих источников, преломляясь, оказывается в толще воды, где за счет процессов поглощения и рассеяния образуется так называемое световое поле (стационарное для случая, изображенного на рис. 4). Восходящее излучение, преломляясь на поверхности, выходит из толщи воды и попадает в глаз наблюдателя, образуя преломленную компоненту.

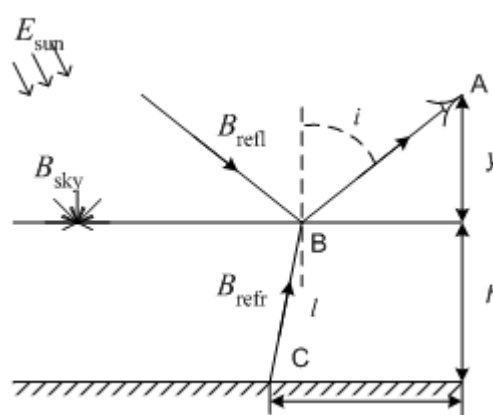


Рис. 4. Две компоненты, дающие вклад в яркость точки В, видимой наблюдателем А.

Зададим  $B_{\text{refl}}$  как яркость излучения Солнца и неба, которая, дойдя до точки В, отразится в глаз наблюдателя А.  $B_{\text{refr}}$  определим как яркость восходящего излучения, которое, преломившись на границе вода-воздух, так же попадает в глаз наблюдателя А. Энергетическая яркость В, приходящая в глаз наблюдателя, является линейной комбинацией этих энергий

$$B = B_{\text{refl}}F(i) + B_{\text{refr}}(1 - F(i)), \quad (15)$$

где  $F(i)$  – коэффициент Френеля.

Если  $B_{\text{refl}}$  легко выражается через  $B_{\text{sky}}$  и  $E_{\text{sun}}$ , то для вычисления  $B_{\text{refr}}$  необходимо решить интегро-дифференциальное уравнение с частными производными относительно  $B(\mathbf{x}, \mathbf{\Omega})$  – энергетической яркости светового поля в точке  $\mathbf{x}$  в направлении  $\mathbf{\Omega}$ . Решение данного уравнения представляет собой весьма непростую задачу, а для приложений реального времени просто невыполнимую. Поэтому, необходимо построить упрощенную модель, учитывая то, что нашим основным критерием является визуальная похожесть.

Последовательность этих упрощений сводится к следующему:

- производится аппроксимация  $B_{\text{refr}} = B(\mathbf{x}_B, \mathbf{d}_{CB})$  для неоднородного дна с помощью светового поля  $B_0(\mathbf{x}, \mathbf{d})$ , рассчитанного в предположении постоянного коэффициента отражения дна;
- предполагается, что дно является Ламбертовым отражателем;
- вместо  $B_0$  производится расчет интегральных характеристик – восходящей  $E_{\text{uw}}$  и нисходящей  $E_{\text{dw}}$  энергетической освещенности горизонтальных площадок;
- расчет для каждой точки В производится в предположении плоского дна, что возможно при достаточно пологом дне.

Результирующее выражение для  $B_{\text{refr}}$  записывается как

$$B_{\text{refr}} = \frac{1}{\pi} \left( E_{\text{upwell}} + \alpha_l E_{\text{bottom}} (R(\mathbf{x}_C) - R_0) \right). \quad (16)$$

Здесь  $E_{\text{upwell}} = E_{\text{uw}}(\mathbf{x}_B)$ ;  $E_{\text{bottom}} = E_{\text{dw}}(\mathbf{x}_C)$ ;  $\alpha_l = e^{-\varepsilon l}$  – содержание фотонов, не испытавших поглощения или рассеяния на пути из точки С в точку В, определяемое законом Бугера;  $\varepsilon = \sigma + \chi$ ,  $\chi$  и  $\sigma$  – коэффициенты поглощения и рассеяния соответственно;  $R(\mathbf{x}_C)$  – альbedo дна в точке С;  $R_0$  – среднее альbedo дна.

Проведенный автором анализ существующих моделей распространения света в толще воды показал, что в рамках предложенных упрощений, световое поле наиболее адекватно описывается четырехпоточковой моделью. В ней  $B_0(\mathbf{x}, \mathbf{d})$  представляется в виде четырех одномерных функций:  $F_+(z)$ ,  $F_-(z)$  – потоки рассеянного излучения по и против оси Z и  $G_+(z)$ ,  $G_-(z)$  – потоки направленного излучения по и против оси Z (ось Z направлена от водной поверхности вниз; точка 0 на оси соответствует поверхности).

Данная модель дает следующую систему дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{dG_+}{d\tau} &= -(k + S_1 + S_2)G_+ \\ \frac{dG_-}{d\tau} &= (k + S_1 + S_2)G_- \\ \frac{dF_+}{d\tau} &= -(K + S)F_+ + SF_- + S_1G_+ + S_2G_- \\ \frac{dF_-}{d\tau} &= (K + S)F_- - SF_+ - S_1G_- - S_2G_+ \end{aligned} \right\}. \quad (17)$$

Здесь  $\tau = \varepsilon z$  – оптическая глубина;  $k = \chi/\varepsilon$  – коэффициент поглощения направленного излучения;  $K = 2\chi/\varepsilon$  – коэффициент поглощения рассеянного излучения;  $S \approx \frac{\sigma}{4\varepsilon}(3 - X_1)$  – коэффициент рассеяния вперед для рассеянного света;  $S_1 \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon}(1 + X_1)$ ,  $S_2 \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon}(1 - X_1)$  – коэффициенты рассеивания вперед и назад для направленного света;  $X_1$  – первый коэффициент в разложении нормированной индикатрисы рассеивания по полиномам Лежандра. В общем случае, коэффициенты  $k$ ,  $K$ ,  $S$ ,  $S_1$  и  $S_2$  зависят от  $z$ , однако в данной модели они приняты постоянными и подобраны экспериментально. Поэтому система (17) решается аналитически.

Далее вычисляются две величины, входящие в формулу (16) – это  $E_{bottom} = F_+(\varepsilon H) + G_+(\varepsilon H)$  и  $E_{upwell} = F_-(0) + G_-(0)$ .

Параметры модели, которые используются при вычислении коэффициентов системы (17) и постановке граничных условий для нее, собирались из различных источников. Величины  $E_{sun}$  и  $B_{sky}$  вычислялись по данным, приведенным в литературе. Для определения коэффициентов  $\chi$  и  $\sigma$  состав воды моделировался из заданных частей чистой морской воды, фитопланктона, земли, двух типов глин и известняка, данные по которым также брались из литературы. Коэффициенты отражения и пропускания на границах воздух-вода и вода-воздух вычислялись с помощью участка поверхности, построенного стохастическим методом.

Во второй части четвертого раздела рассматривается модель человеческого зрения, которая осуществляет перевод рассчитанной энергетической яркости в RGB цвет на экране монитора.

Моделью человеческого зрения в данной работе будем называть оператор  $\Phi$ , преобразующий энергетическую яркость  $P(\lambda)$  в цвет, заданный в цветовой системе RGB

$$\Phi : P(\lambda) \mapsto \mathbf{C}_{RGB}. \quad (18)$$

Большинство существующих моделей человеческого зрения были построены для обработки изображений. Они делятся на глобальные и локальные. Глобальные модели используют некоторые средние параметры изображения и применяются для каждого пикселя изображения без привлечения информации о соседях. Локальные же модели тем или иным образом используют информацию из соседних пикселей. Глобальные модели более просты и могут применяться к отдельным пикселям изображения. Из-за того, что модель человеческого зрения будет использоваться на этапе предварительного расчета, она не может быть применена к изображению водной поверхности, так как его на этом этапе еще нет. Таким образом нам необходимо использовать глобальную модель.

Глобальные модели состоят из хроматической и яркостной адаптации. Под яркостной адаптацией обычно понимают то, что человеческий глаз имеет широкий диапазон яркостей, в котором сохраняется восприятие деталей. Хроматическая адаптация отвечает за подстройку глаза к средней цветовой температуре видимого изображения. В настоящей работе в качестве модели яркостной адаптации используется глобальный оператор, предложенный Барлодяном. Для хроматической адаптации используется модель фон Криза.

В работах, известных автору, отсутствует описание глобальной модели, совмещающей хроматическую и яркостную адаптации. Поэтому она была построена путем разделения входящей энергетической яркости  $B(\lambda)$  на фотометрическую яркость, к которой применяется яркостная адаптация, и нормированную спектральную плотность яркости, преобразующуюся с помощью хроматической адаптации в RGB координаты цвета.

Построенная модель оптических явлений все еще является сложной с вычислительной точки зрения. Ее использование напрямую невозможно по следующим причинам.

- Графические акселераторы производят вычисления в RGB системе координат, в то время как для работы модели оптических явлений требуется спектральное представление.
- При создании сцен для систем виртуальной реальности дно и небо задаются текстурами, которые обычно делаются из фотографий. Задание спектральных характеристик гораздо более трудоемко.
- Вычисления, проводимые по модели распространения света в толще воды и модели человеческого зрения, чересчур сложны для реализации с помощью шейдеров.

Поэтому необходимо модифицировать разработанные модели для реализации с учетом возможностей графических плат. Такая модификация производится в **пятом разделе**. Рассматривается два случая визуализации: в открытой области (вдали от берега) и в прибрежной зоне. Первый случай характеризуется тем, что дно достаточно глубоко и невидимо, а берег и любые другие объекты находятся в удалении от камеры, составляя фон.

Подставляя (16) в (18), полагая  $\alpha_i = 0$  и применяя к результату модель человеческого зрения, получаем цвет  $\mathbf{C}$ , видимый наблюдателем в точке  $\mathbf{V}$  водной поверхности

$$\mathbf{C} = \Phi \left( B_{refl} F(i) + \frac{1}{\pi} E_{upwell} (1 - F(i)) \right). \quad (19)$$

Вместо формулы (19) обычно используется ее аппроксимация

$$\mathbf{C} = \mathbf{T}_{refl} F + \mathbf{C}_{water} (1 - F) \quad (20)$$

где  $T_{refl}$  – кубическая текстура неба и фона, представляющая собой  $\Phi(B_{refl})$ ,  $C_{water} = \Phi\left(\frac{1}{\pi}E_{upwell}\right)$  – яркость восходящего излучения, переведенная в цвет,  $F$  – коэффициент Френеля, который рассчитывается с помощью формулы, приведенной в статье [3].

В работе показано, что данная аппроксимация, несмотря на свою широкую распространенность, является недостаточно точной. Для ее уточнения разработан метод коррекции коэффициента Френеля  $F$  с помощью функции  $F_c(F) = F^\gamma$ , где коэффициент  $\gamma$  подбирается экспериментально, исходя из принципа максимальной визуальной похожести результирующего изображения.

Ни модели, дающие геометрию водной поверхности, ни описанная выше модель визуализации не предполагает учет такого явления как рябь. Это вызвано тем, что масштаб волн ряби существенно меньше масштаба рассмотренных волн. Поэтому для визуализации ряби в настоящей работе применяются имитационные подходы, основанные на методах компьютерной графики.

Для имитации ряби в открытой области используется технология EMBM (environment map bump mapping), реализованная в современных графических акселераторах. Текстура нормалей, необходимая в этой технологии, вычисляется по участку водной поверхности, получаемому стохастическим методом.

В качестве примера рассматривалась сцена с открытой водной поверхностью без видимых берегов или других объектов. Производительность приложения на типовом компьютере<sup>2</sup> составила 5 мс/кадр (200 кадров/сек), что полностью помещается в отведенный временной бюджет.

Перейдем к визуализации водной поверхности в прибрежной зоне. Этот случай характеризуется относительно небольшим волнением, видимым дном и возможностью присутствия объектов (например, берега) вблизи камеры. В качестве базового метода визуализации использовалась модель Йенсена. В этой модели применяется визуализация сцены в текстуры “отражения” и “преломления”, которые потом накладываются на геометрию водной поверхности. В работе указывается основной недостаток данной модели: вода визуализируется как преломляющая, но не поглощающая и не рассеивающая среда, что выглядит нереалистично.

---

<sup>2</sup> Компьютер с процессором Intel Pentium IV – 3 ГГц и графической платой ATI Radeon 9800 Pro.



Для исправления этого недостатка предлагается улучшение модели Йенсена, использующее модель оптических явлений и модель человеческого зрения, разработанные в четвертом разделе. Для этого строится аппроксимация вида

$$\Phi\left(\frac{1}{\pi}(E_{upwell} + \alpha_l E_{bottom}(R - R_0))\right) \approx \Phi\left(\frac{1}{\pi} E_{upwell}\right) + \Phi\left(\frac{1}{\pi} \alpha_l E_{bottom}\right) \circ (\tilde{\Phi}(R) - \tilde{\Phi}(R_0)) \quad (21)$$

где  $\tilde{\Phi}(R(\lambda))$  – оператор хроматической адаптации, применяемый к  $R$  для того, чтобы получить значения альбедо в системе RGB, символ ‘ $\circ$ ’ обозначает операцию покомпонентного умножения векторов. Значения  $\Phi\left(\frac{1}{\pi} E_{upwell}\right)$  предварительно вычисляются для определенного интервала глубин и записываются в одномерную текстуру  $T_0(h)$ . Та же операция продлевается и с выражением  $\Phi\left(\frac{1}{\pi} \alpha_l E_{bottom}\right)$ , в результате которой получается двумерная текстура  $T_1(h,r)$ .  $\tilde{\Phi}(R)$  – фактически представляет собой текстуру дна  $\mathbf{R}$ , а  $\tilde{\Phi}(R_0)$  – среднее альбедо дна для RGB каналов. В итоге получаем формулу

$$\mathbf{T}_{refr} = T_0 + T_1 \circ (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0). \quad (22)$$

Несмотря на свою априорную неточность, данная аппроксимация также дает результат, визуально похожий на реальную водную поверхность.

Для визуализации ряби в прибрежной зоне предлагается метод, основанный на попиксельной коррекции текстурных координат. Текстура для коррекции, так же как и в случае текстуры нормалей, вычисляется из карты высот участка поверхности, полученной стохастическим методом. Для имитации эффекта размытия отражения, возникающего при ряби, используется иерархическая фильтрация текстуры “отражения”.

В качестве иллюстрации был рассмотрен пример сцены с волнами, набегающими на пологий берег. Производительность соответствующего приложения, визуализирующего эту сцену, на типовом компьютере составила 5.7 мс/кадр (или 175 кадров/сек), что также укладывается в отведенный временной бюджет.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В **заключении** сформулированы основные результаты работы.

1. Предложено расщепление вектора потоков для уравнений мелкой воды, на основе которого построены разностные схемы первого и второго порядков точности. С помощью данных методов определялась геометрия водной поверхности в прибрежной зоне.
2. С помощью стохастических методов построена модель открытой водной поверхности (вдали от берега).

3. Разработан метод генерации подвижной сетки с фиксированной триангуляцией для визуализации водной поверхности, представимой картой высот. При этом сетка автоматически адаптируется к положению камеры.
4. Построена модель оптических явлений, пригодная для использования в системах виртуальной реальности. Она включает в себя модель распространения света в толще воды и комбинированную модель восприятия света человеком для преобразования спектральной яркости света в RGB цвет.
5. Разработаны удовлетворяющие критерию визуальной похожести методы имитации ряби в прибрежной зоне и вдали от берега. Методы используют возможности графических акселераторов, и, как следствие, эффективны по быстродействию.
6. Построены примеры, демонстрирующие эффективность предложенных методов с точки зрения их быстродействия на современных персональных компьютерах и создания изображений, удовлетворяющих критерию визуальной похожести. Все это вместе взятое свидетельствует о возможности их использования в системах виртуальной реальности.

### **Литература**

1. Steger J. L., Warming R. F. Flux-vector splitting of the inviscid gas dynamic equations with application to finite-difference methods // J. Comput. Phys. 1981. Vol. 40. N 2. Pp. 263-293.
2. Jerry Tessendorf. "Simulating Ocean Water". SIGGRAPH 2001 Course notes. <http://home1.gte.net/tssndrf/index.html>.
3. Lasse Jensen. "Deep-Water Animation and Rendering". Gamasutra, September 26, 2001. [http://www.gamasutra.com/gdce/jensen/jensen\\_01.htm](http://www.gamasutra.com/gdce/jensen/jensen_01.htm)

### **Список работ, опубликованных по теме диссертации**

1. Sergey Yu. Belyaev and Vladimir S. Belyaev. Water surface simulation in virtual reality. Proceedings of SPAS, NDTCS-2002, Volume 6, St. Peterburg, Russia, изд. "Нестор", 2002, с. F22-F23.
2. Беляев В.С. Моделирование цвета водной поверхности для приложений реального времени. Формирование технической политики инновационных наукоемких технологий: Материалы научн.-практ. конф. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003, с. 319-326.
3. Григорьев Б.С., Беляев В.С. Разностная схема расщепления векторов потоков для уравнений мелкой воды. Формирование технической политики инновационных наукоемких технологий: Материалы научн.-практ. конф. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003, с. 331-337.
4. Vladimir Belyaev. Real-time simulation of water surface. GraphiCon-2003 (Москва), Conference Proceedings, Изд-во: ООО "МАКС Пресс", 2003, с. 131-138.
5. Беляев В.С. Моделирование цвета прибрежной воды для приложений реального времени. Формирование технической политики инновационных наукоемких технологий: Материалы научн.-практ. конф. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004, с. 168-173.
6. Григорьев Б.С., Беляев В.С. Разрывной метод Галеркина для уравнений мелкой воды. Формирование технической политики инновационных наукоемких технологий: Материалы научн.-практ. конф. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004, с. 175-180.
7. Vladimir Belyaev. Real-time rendering of shallow water. GraphiCon-2004 (Москва), Conference Proceedings, Изд-во: ООО "МАКС Пресс", 2004, с. 58-63.