

А.А. Клещёв

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Россия

ВЛИЯНИЕ ВОЛНОВОДА С ТВЕРДЫМ УПРУГИМ ДНОМ НА ДИФРАКЦИЮ ИМПУЛЬСНЫХ ЗВУКОВЫХ СИГНАЛОВ НА ИДЕАЛЬНЫХ И УПРУГИХ ТЕЛАХ

Объект и цель научной работы. Описан метод мнимых источников и мнимых рассеивателей применительно к задаче дифракции импульсных звуковых сигналов на аналитических и неаналитических телах (идеальных и упругих), помещенных в волновод не с традиционным (жидким или идеальным), а с твердым упругим дном.

Материалы и методы. В основе теоретического подхода лежит известный метод мнимых источников, дополненный автором мнимыми рассеивателями. Для импульсных звуковых сигналов метод нормальных волн оказывается неприемлемым, т.к. он опирается на фазовую скорость распространения сигналов, а импульсы, как сгустки энергии, могут распространяться только с групповой скоростью, которая присуща методу мнимых источников и рассеивателей.

Основные результаты. Вычислены два варианта импульсов, отраженных от мягкого сфероида, помещенного в плоский волновод: с идеально жестким дном и с твердым упругим дном. При этом показано, что отраженные импульсы первого типа испытывают полное внутреннее отражение от твердого упругого дна, из-за чего модуль коэффициента отражения у них равен единице, т.е. такой же, как для абсолютно твердого дна. Дано решение задачи дифракции звуковых импульсов (с помощью метода интегральных уравнений) на упругом неаналитическом рассеивателе, находящемся в плоском волноводе с твердым упругим дном. При этом такой рассеиватель был произвольно ориентирован относительно границ волновода.

Заключение. При изучении задач распространения и отражения импульсных сигналов в плоском волноводе нужно использовать метод мнимых источников и мнимых рассеивателей. Замена твердого упругого дна на абсолютно твердое дно вполне допустима для тех источников, импульсы от которых при падении на упругое твердое дно испытывают полное внутреннее отражение. Принятая модель метода мнимых источников и мнимых рассеивателей допустима для первых отраженных импульсов в волноводе с твердым упругим дном.

Ключевые слова: рассеиватель, вытянутый сфероид, мнимый источник, дифракция, упругое твердое дно, граничные условия, фазовая скорость, групповая скорость.

Автор заявляет об отсутствии возможных конфликтов интересов.

Для цитирования: Клещёв А.А. Влияние волновода с твердым упругим дном на дифракцию импульсных звуковых сигналов на идеальных и упругих телах. Труды Крыловского государственного научного центра. 2018; 2(384): 105–111.

УДК 534.26

DOI: 10.24937/2542-2324-2018-2-384-105-111

A. Kleschev

St. Petersburg State Maritime Technical University, Russia

EFFECT OF WAVEGUIDE WITH SOLID ELASTIC BOTTOM UPON DIFFRACTION OF PULSE ACOUSTIC SIGNALS ON PERFECT AND ELASTIC BODIES

Object and purpose of research. This paper describes the method of imaginary sources and scatterers in application to the diffraction problem for acoustic pulse signals on analytical and non-analytical bodies (perfect and elastic) put into the waveguide not with conventional (fluid or perfect) but with solid elastic bottom.

Materials and methods. The theoretical approach is based on the known method of imaginary sources to which the author added imaginary scatterers. For pulse acoustic signals, the method of normal waves is unacceptable because it relies on the phase velocity of signal propagation, and the pulses are bunches of energy, so they can only propagate with group velocity, i.e. the core notion of imaginary sources and scatterers method.



Main results. The calculations were performed for the pulses reflected from a soft spheroid put into a plane waveguide with two variants of bottom: perfectly rigid and solid elastic. It is shown that in the first case reflected pulses undergo complete internal reflection from the solid elastic bottom, so their reflection factor is 1, i.e. the same as for absolutely rigid bottom. The paper solves, through the method of integral equations, the diffraction problem for acoustic pulses on an elastic non-analytical scatterer put into a plane waveguide with solid elastic bottom. The scatterer had arbitrary position with respect to waveguide boundaries.

Conclusion. Propagation and reflection of pulse signals in plane waveguide should be studied as per the method of imaginary sources and scatterers. Solid elastic bottom can be substituted by absolutely rigid one if the pulses of sources, falling onto elastic solid bottom, undergo complete internal reflection. The adopted model of imaginary sources and scatterers is acceptable for first reflected pulses in the waveguide with solid elastic bottom.

Key words: scatterer, oblong spheroid, diffraction, elastic solid bottom, boundary conditions, phase speed, group velocity.

Author declares lack of the possible conflicts of interests.

For citations: Kleshev A. Effect of waveguide with solid elastic bottom upon diffraction of pulse acoustic signals on perfect and elastic bodies. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2018; 2(384): 105–111 (in Russian).

UDC 534.26

DOI: 10.24937/2542-2324-2018-2-384-105-111

Хорошо известно [1], что импульсный звуковой сигнал, как сгусток энергии, распространяется с групповой скоростью. Это обстоятельство вынуждает нас использовать метод мнимых источников при изучении временных характеристик импульсных сигналов, рассеянных различными телами, помещенными в плоский волновод [2–7]. При этом спектральные характеристики импульсов, имеющие дело с непрерывными гармоническими сигналами, могут исследоваться с помощью метода нормальных волн [8].

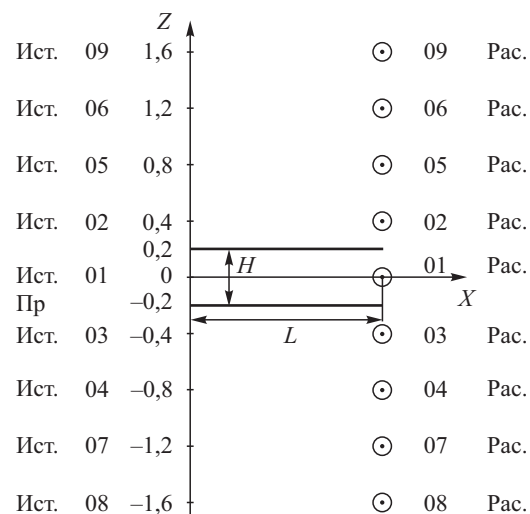


Рис. 1. Вытянутый сфероид в плоском волноводе с твердым упругим дном

Fig. 1. Oblong spheroid in plane waveguide with solid elastic bottom

Обратимся к знакомой задаче дифракции импульсов на сфероидальных телах в плоском волноводе [2–4, 7], сохранив на верхней границе условие Дирихле, размеры волновода и расположение точечного источника и рассеивателя относительно границ, заменив только идеально твердую нижнюю границу на упругое изотропное дно. Физические параметры подстилающей нижней среды будут соответствовать упругому изотропному дну, но по своим значениям они весьма близки к параметрам трансверсально-изотропной осадочной породы – крупного темно-серого алевролита [9]. Скорость продольной волны в таком материале составит 4750 м/с, скорость поперечной волны – 2811 м/с. При использовании и в этом случае метода мнимых источников нужно ввести коэффициент отражения V для каждого из источников [10]. При отображении источников относительно верхней границы они, как и раньше [2–7], будут менять знак на противоположный, что соответствует изменению их фазы на π . Известно [10], что в методе мнимых источников граничные условия строго не выполняются ни на одной из границ волновода даже в случае идеальных граничных условий Дирихле и Неймана. Для лучшего выполнения этих условий в дифракционных задачах [2–7, 11] были введены мнимые рассеиватели путем зеркального отображения относительно границ. Точно также введем мнимые рассеиватели и в нашей задаче и сравним последовательность отраженных импульсов [2, 3, 11] в случае идеальных границ и при наличии в волноводе твердого дна.

В [10] показано, что метод мнимых источников применим и в том случае, когда коэффициент отражения V является функцией угла падения волны от источника относительно нормали к границе. В нашем случае этот угол будет определяться взаимным положением источника (действительного или мнимого) и рассеивателя (действительного или мнимого), на который падает волна от данного источника. Так как приемник совмещен с действительным источником Q , то последовательность отраженных импульсов будет определяться количеством и амплитудами отраженных сигналов (от различных рассеивателей), имеющих одинаковое время распространения от источников до рассеивателей и от рассеивателей до точки Q . Параметры волновода, положение действительного источника Q (совмещенного с приемником) и действительного рассеивателя сохраним неизменными по сравнению с [2, 3, 11]: $L = 1000$ м, $H = 400$ м, действительный источник Q и действительный рассеиватель находятся на глубине 200 м, рассеиватель в виде идеально мягкого вытянутого сфероида имеет соотношение полуосей $c/d = 10$ ($c = 0,279$ м), а его ось вращения направлена перпендикулярно плоскости рис. 1. Формула для коэффициента отражения V_{0N} , где N – номер источника, дана в [10]. Для вычисления первых пяти отраженных импульсов нам нужны следующие коэффициенты отражения: V_{03} в направлении на первый (действительный) рассеиватель 01, V_{05} в направлении на второй (мнимый) рассеиватель 02, V_{06} в направлении на этот же второй рассеиватель. В результате несложных расчетов с помощью [10] получаем: $V_{03} = 0,9989 + i \cdot 0,0633$; $V_{05} = 0,9989 + i \cdot 0,0633$; $V_{06} = 0,6238 + i \cdot 0,7897$. Все три коэффициента получились комплексными, что означает полное внутреннее отражение на границе «жидкость – упругое твердое дно», вследствие этого модули всех трех коэффициентов отражения равны 1,0, а вещественные части первых двух коэффициентов близки к +1,0, что характерно для границы «жидкость – абсолютно твердое дно». Полученная в результате расчетов последовательность из первых пяти отраженных импульсов представлена на рис. 2.

Сравним ее с последовательностью импульсов на рис. 3 для идеальных границ [2, 3, 11]: 1-й и 4-й импульсы рис. 2 полностью совпадают с 1-м и 2-м импульсами рис. 3, что же касается 2-го, 3-го и 5-го импульсов рис. 2, то в случае идеальных границ и симметричного расположения действительных источника и рассеивателя относительно границ волновода, они компенсируются

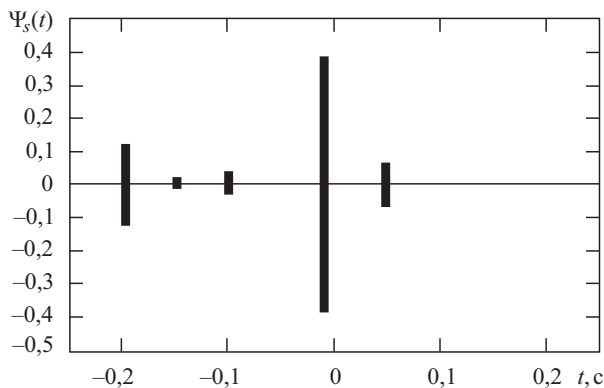


Рис. 2. Нормированная последовательность первых пяти отраженных импульсов в волноводе с твердым упругим дном

Fig. 2. Normalized sequence of the first five reflected pulses in waveguide with solid elastic bottom

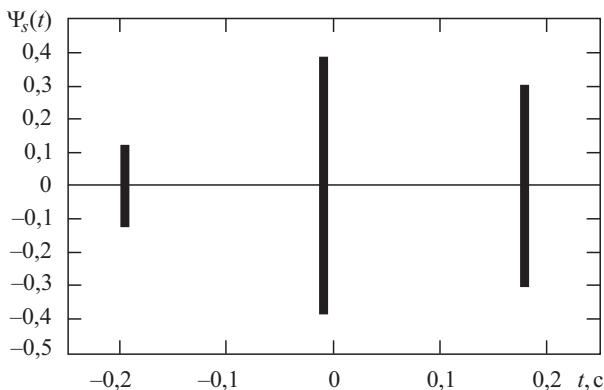


Рис. 3. Нормированная последовательность первых трех отраженных импульсов в волноводе с идеальными границами

Fig. 3. Normalized sequence of the first three reflected pulses in waveguide with perfect boundaries

другими отраженными импульсами, т.е. 2-й, 3-й и 5-й импульсы рис. 2 наглядно показывают различие в последовательности отраженных импульсов при замене абсолютно твердого дна на упругое твердое дно.

Опираясь на полученное решение, рассмотрим более общую задачу дифракции импульсного звукового сигнала на упругом рассеивателе неаналитической формы в виде конечной цилиндрической оболочки, дополненной двумя полусферическими оболочками (рис. 4), и в волноводе с упругим твердым дном (рис. 5), используя метод интегральных уравнений [11–16]. Отметим, что подобную задачу можно решить и с помощью других методов,

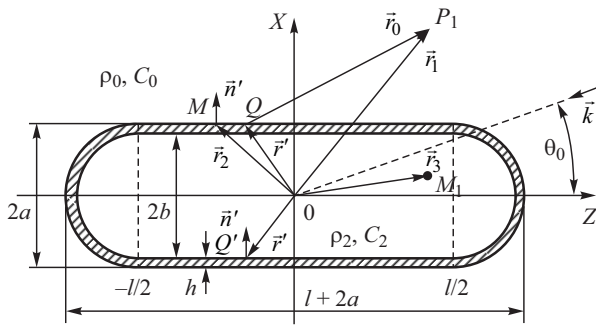


Рис. 4. Упругая оболочка в форме конечного цилиндра с полусферами

Fig. 4. Elastic shell (finite cylinder with hemispheres)

в частности метода граничных элементов [15, 17], метода Т-матриц [18], метода потенциала [19], метода конечных элементов [20], метода функций Грина [21]. На первом этапе решим задачу дифракции гармонической волны на такой оболочке. Плотность материала оболочки – ρ_1 , коэффициенты Ламе – λ и μ . Оболочка заполнена внутренней жидкой средой с плотностью ρ_2 и скоростью звука C_3 и помещена во внешнюю жидкую среду с плотностью ρ_0 и скоростью звука C_0 . На оболочку падает плоская волна с давлением p_i в ней под углом Θ_0 и с волновым вектором \vec{k} (рис. 4).

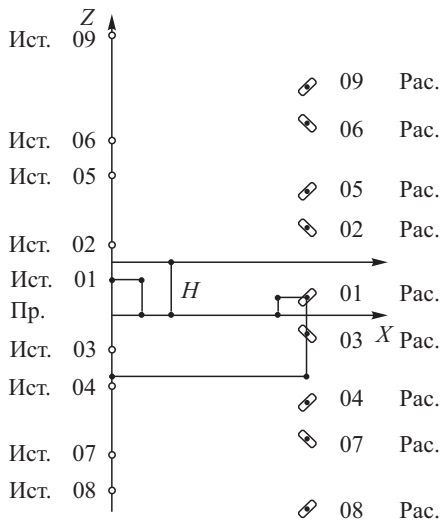


Рис. 5. Неаналитический рассеиватель в волноводе с твердым упругим дном: Ист. – источник; Рас. – рассеиватель

Fig. 5. Non-analytical scatterer in waveguide with solid elastic bottom: Ист. – source; Рас. – scatterer

Исходным в данном случае, как показано в [11–16], является интегральное уравнение, имеющее смысл обобщенного принципа Гюйгенса, для вектора смещения $\vec{u}(\vec{r})$ упругой оболочки:

$$\vec{u}(\vec{r}) = \int_S \int \{ \vec{i}(\vec{r}') G(\vec{r}'; \vec{r}) - \vec{u}(\vec{r}') [\hat{n}' \sum(\vec{r}'; \vec{r})] \} dS(\vec{r}'), \quad (1)$$

$\vec{r} \in V,$

где $\vec{i}(\vec{r}') = \hat{n}' T(\vec{r}')$ – вектор напряжений; $\hat{n}' \equiv \hat{n}'(\vec{r}') = \vec{n}'(\vec{r}')$ – единичный вектор внешней по отношению к S нормали; $T(\vec{r}')$ – тензор напряжений изотропного материала; $G(\vec{r}'; \vec{r})$ – тензор перемещений Грина; $\sum(\vec{r}'; \vec{r})$ – тензор напряжений Грина; если \vec{r} относится к точке поверхности S , то в левой части будет $\vec{u}(\vec{r}')/2$.

Вектор смещения $\vec{u}(\vec{r})$, тензор напряжений $T(\vec{r})$, тензор перемещений Грина $G(\vec{r}'; \vec{r})$ и тензор напряжений Грина $\sum(\vec{r}'; \vec{r})$ связаны между собой следующими соотношениями [11, 16]:

$$T(\vec{r}) = \lambda I \nabla \vec{u}(\vec{r}) + \mu (\nabla \vec{u} + \vec{u} \nabla), \quad (2)$$

где $I = I_L + I_T$; $I_L = (\nabla \nabla) / \nabla^2$; $I_L \cdot I_T = 0$; $I_T = -[\nabla(\nabla I)] / \nabla^2$, I_L и I_T – продольный и поперечный единичные тензоры для оператора Гамильтона ∇ ;

$$\sum(\vec{r}'; \vec{r}) = \lambda I \nabla G(\vec{r}'; \vec{r}) + \mu [\nabla G(\vec{r}'; \vec{r}) + G(\vec{r}'; \vec{r}) \nabla]; \quad (3)$$

$$G(\vec{r}'; \vec{r}) = (1/4\pi\rho_1\omega^2) \{ k_2 I g(k_2 |\vec{r}' - \vec{r}|) + \nabla' [g(k_1 |\vec{r}' - \vec{r}|) - g(k_2 |\vec{r}' - \vec{r}|)] \nabla \}, \quad (4)$$

где k_1 и k_2 – волновые числа продольной и поперечной волн в материале оболочки; $g(k_2 |\vec{r}' - \vec{r}|) = \exp(ik_2 |\vec{r}' - \vec{r}|) / 4\pi |\vec{r}' - \vec{r}|$ – функция Грина.

Второе интегральное уравнение представляет, по сути, интеграл Кирхгофа для дифрагированного давления $p_\Sigma(P_1)$ во внешней жидкой среде [7, 28]:

$$C(P_1) p_\Sigma(P_1) = - \int_{S_a} \int \{ p_\Sigma(Q) (\partial / \partial n') [\exp(ikr_0 / r_0)] - [\exp(ikr_0 / r_0)] \rho_0 \omega^2 (\vec{u} \vec{n}') \} dS_a + 4\pi p_i(P_1), \quad (5)$$

где $p_\Sigma(P_1) = p_i(P_1) + p_s(P_1)$; $p_s(P_1)$ – рассеянное давление в точке P_1 ; $C(P_1)$ – численный коэффициент,

равный 2π , если $P_1 \in S_a$, и 4π , если P_1 вне S_a ; S_a – внешняя поверхность оболочки; Q – точка внешней поверхности оболочки.

Для давления $p_2(M_1)$ во внутренней жидкой среде в точке M_1 получается третье интегральное уравнение:

$$C(M_1)p_2(M_1) = \int_{S_b} \left\{ p_2(Q')(\partial/\partial n') [\exp(ikr_3)/r_3] - [\exp(ikr_3)/r_3] \rho_0 \omega^2 (\bar{u} \bar{n}') \right\} dS_b, \quad (6)$$

где Q' – точка внутренней поверхности оболочки;

$$C(M_1) = \begin{cases} 4\pi, & \text{если } M_1 \text{ вне } S_b; \\ 2\pi, & \text{если } M_1 \in S_b; \end{cases}$$

S_b – внутренняя поверхность оболочки.

К интегральным уравнениям (1), (5) и (6) добавляются граничные условия на внешней (S_a) и внутренней (S_b) поверхностях оболочки:

1) на обеих поверхностях оболочки отсутствуют касательные напряжения:

$$\tau_i|_{S_a} = 0; \quad \tau_i|_{S_b} = 0; \quad i = 1, 2; \quad (7)$$

2) нормальное напряжение $\sigma_{n'}$ на внешней поверхности оболочки равно дифрагированному давлению p_Σ , а на внутренней – давлению p_2 :

$$\sigma_{n'}|_{S_a} = p_\Sigma; \quad \sigma_{n'}|_{S_b} = p_2; \quad (8)$$

в силу условий (7) и (8) вектор напряжения $\vec{t}(\vec{r}')$ в уравнении (1) равен

$$\vec{t}(\vec{r}') = p_\Sigma \bar{n}'|_{S_a}; \quad \vec{t}(\vec{r}') = p_2 \bar{n}'|_{S_b}; \quad (9)$$

3) нормальная компонента вектора смещения непрерывна на границах оболочки:

$$\left. \begin{aligned} u_{n'} &= (1/\rho_0 \omega^2)(\partial p_\Sigma / \partial n')|_{S_a} \\ u_{n'} &= (1/\rho_2 \omega^2)(\partial p_2 / \partial n')|_{S_b} \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Подставляя интегральные уравнения (1), (5), (6) в граничные условия, получим систему уравнений относительно неизвестных функций p_Σ , p_2 и компонент вектора смещения \bar{u} на обеих поверхностях оболочки. Для численного решения системы интегральных уравнений они заменяются квадратурными формулами, а на обеих поверхностях оболочки выбирается сетка узловых точек наподобие того, как это было сделано для идеальных неаналитических рассеивателей [11, 12].

Интегралы в граничных условиях будут двух типов: с изолированной особой точкой и рассматриваемые в смысле главного значения. Способ вычисления интегралов второго типа описан в [11].

Найденные таким образом характеристики отражения гармонического сигнала с частотой ν позволяют определить спектральную функцию отражения $S_S(2\pi\nu)$, а с ее помощью путем применения преобразования Фурье мы получаем временную функцию отраженного импульса $\Psi_S(t')$ [22]:

$$\Psi_S(t') = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^\infty S_S(2\pi\nu) e^{+i2\pi\nu t'} d(2\pi\nu). \quad (11)$$

Подобным образом, используя спектральные характеристики отражения упругих тел сферической формы [11, 23–26], мы можем вычислить последовательности отраженных импульсов в волноводе с упругим твердым дном и для них.

В результате проведенных исследований сделаем следующие основные выводы:

- 1) при изучении задач распространения и дифракции импульсных сигналов в плоском волноводе нужно использовать метод мнимых источников, поскольку импульсы, как сгустки энергии, распространяются по любому направлению (в том числе и вдоль оси волновода) с групповой скоростью, не превышающей скорость звука, а именно на групповую скорость опирается метод мнимых источников;
- 2) замена твердого упругого дна на абсолютно твердое дно вполне допустима для тех источников (действительного и мнимых), волны от которых при падении на упругое твердое дно испытывают полное внутреннее отражение;
- 3) принятая нами модель мнимых источников и мнимых рассеивателей вполне допустима (из-за полного внутреннего отражения), по крайней мере, для вычисленных первых пяти отраженных импульсов в плоском волноводе с твердым упругим дном.

Библиографический список

References

1. Кольский Г. Волны напряжений в твердых телах. М.: ИЛ, 1956. [G. Kolsky. Stress waves in solid bodies. Moscow: IL, 1956. (in Russian)].
2. Клещев А.А., Кузнецова Е.И. Рассеяние импульсных звуковых сигналов сферическим телом, находящимся в плоском волноводе / Сб. тр. XXIV сессии РАО. М.: ГЕОС. 2011. С. 198–201. [A. Kleschev,

- Ye. Kuznetsova*. Scattering of pulse acoustic signals from a spheroidal body in plane waveguide // Transactions of the XXIVth Session of Russian Acoustic Society. Moscow: GEOS, 2011. P. 198–201. (*in Russian*).
3. *Kleshchev A.A., Kuznetsova E.I.* Diffraction of impulse signals on spheroidal body, put in plane waveguide // International Journal of Theoretical and Mathematical Physics. 2012; 2(6): 211–4.
 4. *Kleshchev A.A.* Diffraction of pulse sound signals on elastic spheroidal shell, put in plane waveguide // Advanced Studies in Theoretical Physics. 2013; 7 (13–16): 697–705.
 5. *Kleshchev A.A.* Diffraction of sound signals at elastic shell of non-analytical form, put in plane waveguide // Advances in Signal Processing. 2014; 2(2): 46–9.
 6. *Kleshchev A.A.* Pulse sound signals diffraction on elastic bodies of analytical and non-analytical forms, put in plane waveguide // Zeitschrift fur Naturforschung A. 2015; 6(70): 419–27.
 7. *Клещев А.А.* Дифракция импульсных звуковых сигналов на упругих телах сфероидальной формы, находящихся в плоском волноводе // Морские интеллектуальные технологии. 2015. Т. 2. № 28. С. 77–81. [*A. Kleshchev*. Diffraction of pulse sound signals on elastic spheroidal shell, put in plane waveguide // Marine Intellectual Technologies. 2015; 2(28): 77–81. (*in Russian*)].
 8. *Клещев А.А., Клюкин И.И.* Спектральные характеристики рассеяния звука телом, помещенным в звуковой канал // Акустический журнал. 1974. Т. 20. № 3. С. 470–473. [*A. Kleshchev, A. Klyukin*. Spectral parameters of sound scattering from a body put into a waveguide // Akusticheskij Zhurnal (Acoustical Physics). 1974; 3(20): 470–3. (*in Russian*)].
 9. *Лехницкий С.Г.* Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. [*S. Lekhnitsky*. Elasticity theory of anisotropic body. Moscow: Nauka, 1977. (*in Russian*)].
 10. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Издво АН СССР, 1957. [*L. Brekhovskih*. Waves in laminated media. Moscow: Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1957. (*in Russian*)].
 11. *Клещев А.А.* Гидроакустические рассеиватели. СПб.: Прима, 2012. [*A. Kleshchev*. Hydroacoustic scatterers. St. Petersburg: Prima, 2012. (*in Russian*)].
 12. *Клещев А.А.* Рассеяние звука идеальными телами неаналитической формы / Труды ЛКИ. Общесудовые системы. 1989. С. 95–99. [*A. Kleshchev*. Sound scattering from perfect bodies of non-analytical shape // Transactions of Leningrad Shipbuilding Institute. All-Ship Systems. 1989. P. 95–99. (*in Russian*)].
 13. *Клещев А.А.* Метод интегральных уравнений в задаче дифракции звука на упругой оболочке неаналитической формы // Техническая акустика. 1993. Т. 2. Вып. 4(6). С. 65–66. [*A. Kleshchev*. Method of integral equations in problem of sound diffraction on elastic shell of non-analytical form // Technical Acoustics. 1993. Vol. 2. Issue 4(6). P. 65–66. (*in Russian*)].
 14. *Клещев А.А.* Метод интегральных уравнений в задаче дифракции звука на телах неаналитической формы // Морской вестник. 2013. Вып. 2(125). С. 94–98. [*A. Kleshchev*. Method of integral equations in problems of sound diffraction on bodies of non-analytical shape // Morskoy Vestnik. 2013; 2(125): 94–8. (*in Russian*)].
 15. *Seybert A.F., Wu T.W., Wu X.F.* Radiation and scattering of acoustic waves from elastic solids and shells using the boundary element method // J. A. S. A. 1988; 5(84): 1906–12.
 16. *Подстригач Я.С., Поддубняк А.П.* Рассеяние звуковых пучков на упругих телах сферической и цилиндрической формы. Киев: Наукова думка, 1986. [*Ya. Podstrigach, A. Poddubnyak*. Scattering of acoustic bunches from spherical and cylindrical elastic bodies. Kiev: Naukova dumka, 1986. (*in Russian*)].
 17. *Бреббия К., Уокер С.* Применение метода граничных элементов в технике. М.: Мир, 1982. [*C.A. Brebbia, S. Walker*. Boundary Element Techniques in Engineering. Moscow: Mir, 1982. (*Russian translation*)].
 18. *Peterson B., Strom S.* Matrix formulation of acoustic scattering from multilayered scatterers // J. A. S. A. 1975; 1(57): 2–13.
 19. *Купрадзе В.Л.* Методы потенциала в теории упругости. М.: Физматгиз, 1963. [*V. Kupradze*. Methods of potential in elasticity theory. Moscow: Fizmatgiz, 1963. (*in Russian*)].
 20. *Душин А.Ю., Ильменков С.Л., Клещев А.А., Постнов В.А.* Применение метода конечных элементов к решению задач излучения звука упругими оболочками // Труды. Всесоюзного симпозиума «Взаимодействие акустических волн с упругими телами». Таллин, 1989. С. 89–91. [*A. Dushin, S. Ilmenkov, A. Kleshchev, V. Postnov*. Applying finite-element method to sound radiation of elastic shells // Transactions of the All-USSR symposium. Interaction of acoustic waves with elastic bodies. Tallinn, 1989. P. 89–91. (*in Russian*)].
 21. *Ильменков С.Л., Клещев А.А., Клименков А.С.* Метод функций Грина в задаче дифракции звука на упругой оболочке неканонической формы / Акустический журнал. 2014. Т. 60. № 6. С. 579–586. [*S. Ilmenkov, A. Kleshchev, A. Klimenkov*. Applying Green function method to the problem of sound diffraction on an elastic shell with non-analytical shape // Akusticheskij Zhurnal (Acoustical Physics). 2014; 6(60): 579–86. (*in Russian*)].

22. *Харкевич А.А.* Спектры и анализ. М.: ГИТТЛ, 1957. [A. *Kharkevich*. Spectra and analysis, Moscow: GITTL, 1957. (in Russian)].
23. *Клещев А.А.* Трехмерные и двумерные (осесимметричные) характеристики упругих сфероидальных рассеивателей // Акустический журнал. 1986. Т. 32. № 2. С. 268–270. [A. *Kleshev*. 3D and 2D (axially symmetric) parameters of elastic spheroidal scatterers // *Akusticheskij Zhurnal* (Acoustical Physics). 1986; 2(32): 268–70. (in Russian)].
24. *Клещев А.А., Клюкин И.И.* Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1987. [A. *Kleshev, I. Klyukin*. Fundamentals of hydroacoustics. Leningrad: Sudostroyeniye, 1987. (in Russian)].
25. *Клещев А.А.* Потенциалы Дебая и «типа Дебая» в задачах дифракции, излучения и распространения упругих волн // Акустический журнал. 2012. Т. 58. № 3. С. 338–341. [A. *Kleshev*. Debye and Debye-type potentials in problems of diffraction, radiation and propagation of elastic waves // *Akusticheskij Zhurnal* (Acoustical Physics). 2012; 3(58): 338–41. (in Russian)].
26. *Клещев А.А.* Резонансное рассеяние звука на упругих сфероидальных телах и оболочках // Акустический журнал. Т. 60. № 3. С. 253–261. [A. *Kleshev*. Resonant sound scattering on spheroidal bodies and shells. // *Akusticheskij Zhurnal* (Acoustical Physics). 2014. 3(60): 253–61. (in Russian)].

Сведения об авторе

Клещев Александр Александрович, д.ф.-м.н., профессор Санкт-Петербургского государственного морского технического университета. Адрес: 190008, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Лоцманская, 3. Тел.: +7 (911) 837-66-71. E-mail: alexalex-2@rambler.ru.

About the authors

Kleshev, Alexandr A., D. Phys.-Math. Sci., Prof., St. Petersburg State Marine Technical University. Address: 3, Lotsmanskaya st., St. Petersburg, Russia, post code 190008. Tel. +7 (911) 837-66-71. E-mail: alexalex-2@rambler.ru.

Поступила / Received: 17.01.18
 Принята в печать / Accepted: 31.05.18
 © Клещев А.А., 2018