

В.А. Быстров

ФГУП «Крыловский государственный научный центр», Санкт-Петербург, Россия

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ УДЛИНЕННЫХ СОЛЕНОИДОВ

**Объект и цель научной работы.** Исследована индуктивность соленоидов удлиненной формы, которые получили широкое применение в различных технических приложениях. Целью является разработка дополнительного способа аналитического определения индуктивности подобных соленоидов.

**Материалы и методы.** Выполненные исследования основываются на разностороннем использовании результатов, полученных ранее при оценке величины статической индуктивности соленоидов, не содержащих ферромагнитные сердечники, при этом использовались методы математического анализа.

**Основные результаты.** Предложен приближенный способ определения зависимости индуктивности соленоида удлиненной формы от одного из основных его геометрических параметров – диаметра. Представлены также зависимости индуктивности соленоидов удлиненной формы от остальных основных параметров – длины и количества витков при равномерной намотке провода.

**Заключение.** Полученные соотношения могут быть использованы при выполнении конструкторских и проектных работ по созданию или модернизации электротехнических и радиоэлектронных систем

**Ключевые слова:** соленоид, основные параметры, диаметр, длина, количество витков, показательная функция.

Автор заявляет об отсутствии возможных конфликтов интересов.

Для цитирования: Быстров В.А. Определение индуктивности удлиненных соленоидов. Труды Крыловского государственного научного центра. 2018; 3(385): 127–130.

УДК 621.317.73

DOI: 10.24937/2542-2324-2018-3-385-127-130

V.A. Bystrov

Krylov State Research Centre, St. Petersburg, Russia

## DETERMINATION OF ELONGATED SOLENOID INDUCTANCE

**Object and purpose of research.** Inductance of widely used elongated solenoids is investigated. The purpose is to develop an additional method for analytical determination of inductance for this type of solenoids.

**Materials and methods.** The studies are based on various interpretations of results obtained earlier in estimations of inductance for solenoids without ferromagnetic cores with application of mathematic analysis tools.

**Main results.** An approximate method is suggested for estimating the relationship of elongated solenoid inductance and its diameter, which is one of the main geometric parameters of elongated solenoids. Relationships of inductance and other essential parameters of elongated solenoids (length and number of turns in uniform winding pattern) are also given.

**Conclusion.** The derived relationships can be used for design or upgrade of electric and electronic systems.

**Key words:** solenoid, main parameters, diameter, length, number of turns, exponential function.

Author declares lack of the possible conflicts of interests.

For citations: Bystrov V.A. Determination of elongated solenoid inductance. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2018; 3(385): 127–130 (in Russian).

UDC 621.317.73

DOI: 10.24937/2542-2324-2018-3-385-127-130

Понятие индуктивности является одним из ключевых в электротехнике. Оно определяется величиной магнитного потока, сцепляющегося с каким-либо электрическим контуром или системой контуров. Собственной индуктивностью рассматриваемого контура, называемой обычно просто индуктивностью, называется такая индуктивность, которая обусловлена только током этого рассматриваемого контура [1].

Индуктивностью называют отношение потока, проходящего через контур, к величине создающего его тока [2]:

$$L = \Phi / I, \quad (1)$$

где  $L$  – индуктивность (коэффициент самоиндукции);  $I$  – величина тока в рассматриваемом контуре;  $\Phi$  – величина потока самоиндукции.

Алгоритм определения индуктивности с использованием формулы (1) представляется достаточно простым. При его применении, задавшись током в контуре и используя известный закон Био – Савара, можно определить величины магнитной индукции в характерных точках плоской фигуры, ограниченной данным контуром.

Затем, суммируя отдельные потоки вокруг характерных точек, определяют величину полного магнитного потока самоиндукции, сцепленного со всем рассматриваемым контуром.

Непосредственное использование указанного соотношения (1) позволяет определять величины индуктивностей контуров с током при различной форме контура [3].

В частности, для плоского кругового контура радиусом  $R$  при круговом сечении образующего этот контур провода, при радиусе поперечного сечения этого провода  $r$ , для величины  $L$  может быть получена следующая формула:

$$L = \mu R (\ln 8R / r - 1,75) \approx \mu R (\ln R / r + 0,33) \approx \mu R \ln 1,39R / r, \quad (2)$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость среды (для воздуха  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м).

В указанной формуле (2) величины радиусов имеют размерность [м], индуктивность [Гн].

Представляет интерес оценка зависимости величины индуктивности плоского кругового контура от диаметра этого контура. В первом приближении величина магнитного потока, проходящего через круговой контур с током, пропорциональна площади этого контура, а следовательно, квадрату диаметра контура [4].

При решении практических задач обычно используют значения индуктивности, по сути, являющиеся статическими значениями, т.к. в процессе

их определения считается, что токи распределены по сечениям проводов равномерно. Строго говоря, полученные при таком допущении значения индуктивности должны иметь минимальную погрешность лишь при достаточно низких частотах.

Одиночный плоский контур сравнительно редко используется в электротехнических и радиотехнических изделиях, гораздо чаще используются соленоиды, представляющие собой совокупность контуров.

Расчет индуктивности соленоидов с учетом поверхностного эффекта представляет собой задачу, еще не получившую достаточно обоснованного решения. Однако практика показывает, что погрешности при использовании значений статической индуктивности сохраняются незначительными в довольно широком диапазоне – до 100 кГц [4].

Конструктивно катушка индуктивности представляет собой соленоид, т.е. соосное соединение одинаковых плоских круговых контуров с током. Расчеты индуктивности соленоида были выполнены в разное время несколькими авторами, но полученные результаты достаточно громоздки [3, 4]. Авторы ранее проводившихся исследований ставили перед собой одну и ту же цель – достижение максимальной точности. То обстоятельство, что достижение этой цели, кажущейся естественной в теоретических разработках, неизбежно связано с увеличением сложности и трудоемкости вычислительных операций, не считалось существенным недостатком.

Для выполнения практических расчетов представляется целесообразным получить результат в максимально простом виде при использовании минимальных допущений. При этом желательно, чтобы расчетные формулы позволяли однозначно и четко оценивать степень влияния каждого параметра на величину конечного результата. С учетом этого исходного для начала анализа положения индуктивность соленоида в общем случае может быть представлена в виде

$$L = 10^{-7} \omega^2 dN, \quad (3)$$

где  $d$  – диаметр соленоида;  $\omega$  – число витков соленоида;  $N$  – вспомогательная функция, уточняющая влияние на величину индуктивности соотношения геометрических параметров, зависящая от отношения длины к диаметру [4].

Точное выражение для функции  $N$ , входящей в формулу (3), может быть представлено в следующем виде:

$$N = \pi 4 / 3 \left[ (b^2 + 1)^{0,5} (K + E + (1 - b^2) / b^2) - b^{-2} \right], \quad (4)$$

где  $K$  – полный эллиптический интеграл первого рода;  $E$  – полный эллиптический интеграл второго

рода;  $b$  – геометрический параметр соленоида (относительная длина соленоида);  $b = l/d$ ;  $l$  – длина соленоида;  $\kappa$  – модуль использованных эллиптических интегралов;  $\kappa = (b^2 + 1)^{-0,5}$ .

При больших значениях  $b$  (для длинных соленоидов,  $b \geq 10$ ) может быть использована следующая приближенная формула, выражающаяся следующим рядом [4]:

$$N = \pi^2 / b \left[ 1 - (0,75\pi b)^{-1} + 0,125b^{-2} - \dots \right]. \quad (5)$$

При больших значениях  $b$  возможная погрешность результата не превышает 2 %.

В условиях, когда длина превосходит диаметр, может быть использована удобная для анализа максимально простая формула

$$L = 10^{-7} \pi^2 \omega^2 d^2 / l = 10^{-7} 9,87 \omega^2 d^2 / l \approx 10^{-6} \omega^2 d^2 / l. \quad (6)$$

Большую общность имеет формула, представленная в виде

$$L = 10^{-7} \pi^2 \omega^2 d^s / l, \quad (7)$$

где  $s$  – показатель степени, характеризующий влияние величины диаметра на индуктивность соленоида при различном удлинении соленоида. При значениях  $b \geq 1$  величина показателя изменяется в очень узком диапазоне от 1,9 до 2. Характер изменения численных значений входящего в формулу (7) показателя  $s$  и функции  $N$  представлен в таблице.

Анализ данных, изложенных выше, и результатов, приведенных в таблице, показывает, что в условиях, когда длина соленоида превосходит диаметр, зависимость индуктивности соленоида от величины его диаметра близка к квадратичной.

В заключение следует отметить, что для наиболее часто применяемых в практических условиях соленоидов, у которых длина больше диаметра, справедливы следующие закономерности:

- величина диаметра «намоточного» провода практически не оказывает заметного влияния на величину индуктивности;
- величина индуктивности прямо пропорциональна квадрату числа витков и квадрату размера диаметра;
- величина индуктивности обратно пропорциональна длине соленоида.

Для оценки точности результатов предложенного расчета при использовании приближенной формулы (6) сравним величины, полученные при использовании формулы (6) и по более точному способу [4].

Определим величину индуктивности соленоида со следующими параметрами:

$$l = 150 \text{ м}; d = 25 \text{ м}; \omega = 150.$$

**Таблица.** Изменение численных значений входящего в формулу (7) показателя  $s$  и функции  $N$  в зависимости от относительной длины соленоида

**Table.** Numerical values of  $s$  (eq.7) and function  $N$  versus solenoid length

Относительная длина соленоида, $b^{-1}, (l/d)^{-1} = d/l$	Значения функции $N$	Значения показателя $s$
0,01	0,098	
0,02	0,196	
0,04	0,388	2,0
0,06	0,577	
0,08	0,763	
0,1	0,946	
0,2	1,816	
0,4	3,355	
0,6	4,671	1,9
0,8	5,799	
1,0	6,791	

Значение геометрического параметра соленоида, характеризующего относительное удлинение соленоида при этом

$$b^{-1} = 0,167,$$

находится на границе корректного использования показателя  $s = 2$ .

При использовании предложенной приближенной формулы (6)

$$L = 0,093 \text{ Гн};$$

при использовании более точного способа определения индуктивности (по способу [4])

$$L = 0,087 \text{ Гн}.$$

Погрешность приближенной формулы на границе ее корректного использования не превышает 7 %, приближенная формула дает несколько завышенный результат, точности которого обычно бывает достаточно при выполнении оценочных расчетов. При увеличении относительного удлинения соленоида погрешность приближенной формулы уменьшается.

Выполненный анализ позволяет установить, что величина индуктивности достаточно длинного соленоида от его диаметра зависит во второй степени, а от длины – в минус первой. В известных источниках такая закономерность не формулируется достаточно четко [5]. Представленный анализ наглядно

подтверждает справедливость общего положения, присущего задачам, допускающим применение нескольких вариантов решения. В таких случаях использование более сложного и более трудоемкого способа с меньшим количеством допущений обеспечивает получение более точного решения, а приближенного – получение наглядной зависимости от величин использованных параметров. Применение дополнительных допущений позволяет получить для решения более простую формулу с наглядной зависимостью результата от каждого исходного параметра, но с некоторой потерей точности. При решении практических задач, возникающих в процессе создания новых приборов и устройств, обычно требуется использование как тех, так и других решений [6].

Введение в расчетную формулу дополнительного коэффициента хотя и усложняет формулу и снижает ее «наглядность», но способно повысить точность. Для расчетов, в которых кроме оперативности требуется достаточно высокая точность, может быть использована модифицированная формула (6) в следующем виде:

$$L \approx 1,1 \cdot 10^{-6} \omega^2 d^2 / l. \quad (8)$$

Проведенное исследование позволило дополнить известный сравнительно сложный и трудоемкий способ достаточно точного аналитического определения величины индуктивности соленоида сравнительно простым и удобным способом, пригодным для оперативного анализа при незначительной потере точности.

Выполненный анализ не распространяется на катушки индуктивности (соленоиды), содержащие внутри себя ферромагнитные сердечники, наличие которых существенно увеличивает величину индуктивности [7]. Подобные конструкции требуют отдельного рассмотрения [8, 9].

## Библиографический список

### References

1. *Ведряев А.В., Лисовский Ф.В.* Физика магнетизма и магнитные материалы. Терминология. М.: Наука, 1990. [Verdyayev A.V., Lisovsky F.V. Physics of magnetism and magnetic materials. M.: Nauka, 1990. (in Russian)].
2. *Каплянский А.Е., Лысенко А.П., Полотковский Л.С.* Теоретические основы электротехники. М.: Высшая школа, 1972. [Kaplansky A.E., Lysenko A.P., Polotkovsky L.S. Theory of electric engineering. M.: Vyshaya shkola, 1972. (in Russian)].
3. *Брунов Б.Я., Гольденберг Л.М., Кляцкин И.Г., Цейтлин Л.А.* Теория электромагнитного поля. М, Л.: Энергоиздат, 1962. [Brunov B.Ya., Goldenberg L.M., Klyatskin I.G., Tseitlin L.A. Theory of magnetic field. L.: Gosenergoizdat, 1962. (in Russian)].
4. *Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А.* Расчет индуктивностей. Л.: Энергоатомиздат, 1986. [Kalantarov P.L., Tseitlin L.A. Calculation of inductances. L.: Energoatomizdat, 1986. (in Russian)].
5. *Цицикян Г.Н., Антипов М.И.* Индуктивность тонко-слойных катушек круговой и квадратной формы // Известия РАН. Энергия. 2017. № 6. С. 119–124. [Tsitsikyanyan G.N., Antipov M.I. Inductance of thin-layer coils of round and square shapes // News of RAN. Energia. 2017. No. 6. P. 119–124. (in Russian)].
6. *Цицикян Г.Н.* Электродинамические силы в токоведущих частях электротехнических комплексов. СПб.: ФГУП «Крыловский государственный научный центр», 2016. [Tsitsikyanyan G.N. Electrodynamics forces in live parts of electric engineering systems. SPb.: Krylov State Research Centre, 2016. (in Russian)].
7. *Коваленко А.П.* Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1975. [Kovalenko A.P. Magnetic control systems of space craft. M.: Mashinostroenie, 1975. (in Russian)].
8. *Поливанов К.М.* Теоретические основы электротехники. Ч. 3. М.: Энергия, 1969. [Polivanov K.M. Theory of electric engineering. Part 3. M.: Energia, 1969. (in Russian)].
9. *Быстров В.А.* Влияние сердечника на индуктивность соленоида // Труды Крыловского государственного научного центра. 2017. Вып. 3(381). С. 95–98. [Bystrov V.A. Influence of core on solenoid inductance. Transactions of Krylov State Research Centre. 2017. Issue 3(381). P. 95–98. (in Russian)].

### Сведения об авторе

*Быстров Владимир Александрович*, к.т.н., ведущий научный сотрудник ФГУП «Крыловский государственный научный центр». Адрес: 196158, Россия, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44. Тел.: 8 (812) 415-47-91. E-mail: 10\_otd@ksrc.ru/

### About the author

*Bystrov, Vladimir A.* Cand. of Tech. Sc., Lead Researcher, Krylov State Research Centre. Address: 44 Moskovskoye sh., St. Petersburg, Russia, post code 196158. Tel.: 8 (812) 415-47-91. E-mail: 10\_otd@ksrc.ru.

Поступила / Received: 05.06.18  
Принята в печать / Accepted: 22.08.18  
© Быстров В.А., 2018