Лямина Е.А. НИИСМ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

## ПОДХОДЫ К ПОСТРОЕНИЮ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ УГЛОВЫМ ПОЛОЖЕНИЕМ НЕОБИТАЕМОГО ПОДВОДНОГО АППАРАТА БЕЗ ОГРАНИЧЕНИЙ НА УГЛЫ НАКЛОНА

Объектом исследования является система управления ориентацией необитаемого подводного аппарата (НПА), целью – сравнительный анализ подходов к управлению НПА в углах Эйлера-Крылова, кватернионах и направляющих косинусах нацеленный на выбор подхода с наименьшим взаимовлиянием между каналами управления СУ. Рассмотрены традиционные подходы к управлению ориентацией НПА, а также подходы к управлению в кватернионах и направляющих косинусах. Получена передаточная матрица системы управления ориентацией НПА для традиционного подхода и подхода в кватернионах. Показано, что при отсутствии динамической симметрии аппарата с ростом углов наклона увеличивается связность системы управления. Все методы применены к нелинейной математической модели аппарата «АКВА-МО» в ПО Matlab/Simulink. Проведен сравнительный анализ всех методов по виду переходных процессов. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что рассмотренным подходам к управлению ориентацией НПА свойственна проблема увеличения взаимовлияний между каналами управления с ростом углов наклона при отсутствии динамической симметрии НПА. Однако наилучшим с точки зрения быстродействия и наименьшего взаимовлияния между каналами является подход к управлению ориентацией в кватернионах.

**Ключевые слова:** система управления положением, управление ориентацией, углы Эйлера – Крылова, кватернионы, направляющие косинусы, ТНПА, НПА, АНПА.

Автор заявляет об отсутствии возможных конфликтов интересов.

Для цитирования: Лямина Е.А. Подходы к построению системы управления угловым положением необитаемого подводного аппарата без ограничений на углы наклона. Труды Крыловского государственного научного центра. 2018; специальный выпуск 1: 224–234.

УДК 629.57+626.022

DOI: 10.24937/2542-2324-2018-1-S-I-224-234

Laymina E. Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

## APPROACHES TO ANGULAR POSITION CONTROL SYSTEM FOR UNDERWATER VEHICLE WITHOUT TILT ANGLE CONSTRAINTS

The subject of this study is an attitude control system of unmanned underwater vehicle (UUV). The purpose of this study is to compare approaches to UUV control based on Euler-Krylov angles, attitude quaternions and directional cosines to minimize cross-talk of control channels. Traditional approaches to UUV attitude control are considered, as well as the methods based on attitude quaternions and directional cosines. The transfer matrix of the UUV control system for the traditional and quaternion-based approaches is obtained. It is shown that under dynamic asymmetry of the vehicles the control system connectivity is increased with the tilt angles. All methods were applied to a non-linear mathematical model of AKVA-MO UUV using Matlab/Simulink software. All methods were analyzed and compared by the types of transient processes. The obtained results suggest that the above-considered UUV control approaches show growing cross-talk between control channels with increasing tilt angles at dynamic asymmetry of UUV. However, the attitude quaternion control is found to be the best approach in terms of higher speed performance and least cross-talk effects.

Key words: attitude control system, attitude control, Euler - Krylov angles, quaternions, directional cosines, ROV, UUV, AUV.

Author declares lack of the possible conflicts of interests.

For citations: Laymina E. Approaches to angular position control system for underwater vehicle without tilt angle constraints. Transactions of the Krylov State Research Centre. 2018; special issue 1: 224–234 (in Russian).

UDC 629.57+626.022

DOI: 10.24937/2542-2324-2018-1-S-I-224-234

## Введение

#### Introduction

В настоящее время необитаемые подводные аппараты активно используются для проведения военных, инженерных и исследовательских подводных работ. Традиционно НПА эксплуатируются при близких к нулю значениях углов наклона (дифферента и крена) или не имеют жестких требований к системе управления (СУ) при больших углах наклона [6, 12]. Однако существуют задачи, для которых требуется работоспособность НПА во всем диапазоне углов ориентации. К таким задачам относятся: осмотр и идентификация миноподобных объектов, маневрирование и осмотр в условиях ограниченного пространства, обследование тоннелей системы охлаждения ядерных реакторов, осмотр корпусов судов, гребных винтов, надводных конструкций и т.п.

Несмотря на актуальность режимов движения НПА при больших углах дифферента и крена и существование аппаратов, которые их поддерживают (SEA WASP, Double Eagle, Subrov, Sabertooth и Sea Owl [13], V8 SII, MARES [17]), в открытом доступе отсутствуют или недостаточно исследованы методики построения СУ, работоспособных во всем диапазоне углов ориентации.

Традиционный подход построения СУ угловой ориентацией предполагает использование углов Эйлера – Крылова (курса, дифферента и крена) и имеет ряд особенностей и ограничений:

- вырождение кинематических уравнений при угле дифферента ±90° [18];
- неоднозначность определения углов ориентации при угле дифферента ±90°;
- увеличение взаимовлияния между каналами управления курсом, дифферентом и креном с ростом углов наклона и, как следствие, ухудшение процессов в СУ;
- изменение параметров сепаратных каналов управления курсом, дифферентом и креном с ростом углов дифферента и крена, что приводит к ухудшению процессов в СУ и ограничению допустимых углов наклона, при которых СУ работоспособна.

Проблема вырождения кинематических уравнений, как предложено в [10], может быть решена переключением между системами ориентации, использующими разные последовательности углов поворота, а значит, имеющих различные углы, при которых вырождаются кинематические уравнения. Неоднозначность определения углов ориентации может быть решена алгоритмически, как это сделано в работе [3]. Однако проблема устранения взаимовлияний между каналами и изменений параметров сепаратных каналов с ростом углов наклона НПА остается нерешенной.

В то же время вопрос управления твердым телом во всем диапазоне углов ориентации достаточно проработан для космических, летательных аппаратов и торпед. Анализируя существующие подходы к управлению ориентацией таких объектов, можно выделить две основных схемы построения СУ: в кватернионах [1–4], 8] и в направляющих косинусах [3, 9, 15]. Исследование указанных схем применительно к НПА представляет интерес.

Целью данной работы является сравнительный анализ подходов к управлению НПА в углах Эйлера – Крылова, кватернионах и направляющих косинусах, направленный на выбор подхода с наименьшим взаимовлиянием между каналами управления СУ.

Для проведения анализа строится математическая модель НПА, работоспособная во всем диапазоне углов ориентации. Моделированием исследуется работа СУ, построенных на основе рассматриваемых подходов, и сравнивается качество их работы.

#### Математическая модель НПА

Mathematical model of UUV

Пространственное движение НПА рассматриваем как суперпозицию поступательного движения его полюса и вращательного движения вокруг полюса. В рамках данной работы рассматривается только вращательное движение НПА, которое задается тремя последовательными поворотами системы координат (СК) ОХҮΖ, связанной с НПА, на углы у курса, в дифферента и у крена относительно СК Ox<sub>g</sub>y<sub>g</sub>z<sub>g</sub>, полусвязанной с НПА. СК Ox-<sub>g</sub>y<sub>g</sub>z<sub>g</sub> задана следующим образом: вершина О совмещена с центром масс НПА (полюсом), ось  $Ox_{g}$ направлена на север по касательной к меридиану, *Oz<sub>g</sub>* – по касательной к параллели на восток, ось *Оу<sub>g</sub>* – вдоль вертикали места вверх. Полюс связанной с НПА системы координат Охуг, также как и  $Ox_g y_g z_g$ , совпадает с центром масс НПА, ось Oxнаправлена вдоль продольной оси в носовую часть аппарата, ось Оу лежит в диаметральной плоскости НПА и направлена вверх, ось Ог направлена на правый борт.

Лямина Е.А. Подходы к построению системы управления угловым положением необитаемого подводного аппарата без ограничений на углы наклона

При рассмотрении традиционного подхода кинематические уравнения движения НПА заданы уравнениями Эйлера:

$$\dot{\Psi} = \frac{1}{\cos(\vartheta)} \Big[ \omega_y \cos(\gamma) - \omega_z \sin(\gamma) \Big];$$
  
$$\dot{\vartheta} = \omega_y \sin(\gamma) + \omega_z \cos(\gamma); \qquad (1)$$
  
$$\dot{\gamma} = \omega_x - tg(\vartheta) \Big[ \omega_y \cos(\gamma) - \omega_z \sin(\gamma) \Big],$$

где  $\dot{\psi}, \dot{9}, \dot{\gamma}$  – угловые скорости по курсу, дифференту, крену соответственно, а  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  – угловые скорости вращения НПА вокруг осей *Ox*, *Oy*, *Oz*.

Для подхода в направляющих косинусах кинематические уравнения Пуассона в проекциях на оси СК, связанной с НПА, имеют вид

$$\frac{dA}{dt} = -\left[\omega\right]A.$$
(2)

В (2) А – матрица направляющих косинусов:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} \cos(Ox, Ox_g) & \cos(Ox, Oy_g) & \cos(Ox, Oz_g) \\ \cos(Oy, Ox_g) & \cos(Oy, Oy_g) & \cos(Oy, Oz_g) \\ \cos(Oz, Ox_g) & \cos(Oz, Oy_g) & \cos(Oz, Oz_g) \end{bmatrix},$$
(3)

а [ω] – кососимметрическая матрица, составленная из проекций вектора абсолютной угловой скорости НПА  $\vec{\omega}$  на оси системы координат *Oxyz*:

$$\begin{bmatrix} \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}.$$
 (4)

Кинематические уравнения, используемые для моделирования и анализа подхода к управлению ориентацией НПА в кватернионах, имеют вид:

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2}\Lambda \circ \Omega, \tag{5}$$

где  $\Lambda$  – нормированный кватернион, задающий текущее положение СК *Охуг* относительно полусвязанной СК *Ох<sub>g</sub>y<sub>g</sub>z<sub>g</sub>*, компонентами которого являются параметры Родрига – Гамильтона:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\chi/2) \\ \cos\overline{\alpha} \cdot \sin(\chi/2) \\ \cos\overline{\beta} \cdot \sin(\chi/2) \\ \cos\overline{\gamma} \cdot \sin(\chi/2) \end{bmatrix},$$
(6)

где  $\chi$  – угол поворота вокруг оси конечного поворота, а  $\cos \overline{\alpha}$ ,  $\cos \overline{\beta}$ ,  $\cos \overline{\gamma}$  – направляющие косинусы между этой осью и осями *Ox*, *Oy* и *Oz* соответственно;  $\Omega$  – кватернионное представление угловой скорости НПА:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}.$$
(7)

В качестве модели динамики НПА будем рассматривать упрощенную математическую модель движения аппарата [5–6], удобную для анализа и при этом адекватно отражающую процессы, происходящие в каналах движения аппарата:

$$(J_x + \lambda_{44})\dot{\omega}_x = M_{\text{ABX}} + M_{\text{ax}} + M_{\text{BX}} + M_{\text{FX}};$$

$$(J_y + \lambda_{55})\dot{\omega}_y = M_{\text{ABY}} + M_{\text{ay}} + M_{\text{BY}} + M_{\text{FY}};$$

$$(J_z + \lambda_{66})\dot{\omega}_z = M_{\text{ABZ}} + M_{\text{az}} + M_{\text{BZ}} + M_{\text{FZ}},$$
(8)

где  $J_x, J_y, J_z$  и  $\lambda_{44}, \lambda_{55}, \lambda_{66}$  – моменты инерции и присоединенные моменты инерции НПА вокруг осей *Ox*, *Oy*, *Oz* соответственно;

- М<sub>двх</sub>, М<sub>дву</sub>, М<sub>двz</sub>, М<sub>ах</sub>, М<sub>ау</sub>, М<sub>аz</sub>, М<sub>вх</sub>, М<sub>ву</sub>, М<sub>вz</sub>
   и М<sub>гх</sub>, М<sub>гу</sub>, М<sub>гz</sub> моменты от силы тяги движителей, силы Архимеда, возмущающих сил и гидродинамических сил сопротивления вокруг осей Ох, Оу, Оz соответственно.

Ввиду того, что одним из требований к НПА, управляемым при больших углах наклона, является малость восстанавливающего момента от силы Архимеда, то для упрощения примем, что метацентрическая высота аппарата равна нулю, и моменты от силы Архимеда отсутствуют  $(M_{\rm av}, M_{\rm av}, M_{\rm az} = 0).$ 

Моменты  $M_{rx}, M_{ry}, M_{rz}$  от гидродинамических сил сопротивления, согласно [7], представим в виде  $M_{ri} = -C_{\omega i 1} \cdot \omega_i |\omega_i| - C_{\omega i 2} \cdot \omega_i$ , для i = x, y, z, (9) где  $C_{\omega i 1}, C_{\omega i 2}$  – приведенные гидродинамические коэффициенты. После линеаризации (8) получим следующие передаточные функции каналов углового движения НПА:

$$W_{\Pi Ai} = \frac{\omega_i(p)}{M_{_{\mathcal{B}}i}(p)} = \frac{K_{\Pi Ai}}{T_{\Pi Ai}p + 1},$$
(10)

где

$$T_{\Pi Ai} = \frac{J_i + \lambda_{jj}}{2C_{\omega i1}\omega_i^* + C_{\omega i2}}; \quad K_{\Pi Ai} = \frac{1}{2C_{\omega i1}\omega_i^* + C_{\omega i2}};$$

 $\omega_i^*$  – параметр линеаризации, i = x, y, z; j = 4, 5, 6.

Моменты, создаваемые движительно-рулевым комплексом, можно записать в следующем виде:

$$M_{\rm двi} = \sum F_{\rm двj} h_j$$
, где  $i = x, y, z; j = 1..n,$  (11)

где n – количество движителей;  $F_{\text{дв}j}$  – сила тяги *j*-го движителя, а  $h_j$  – плечо, соответствующее этой силе.

Так как в соответствии с работами [5–6] динамика движителя описывается дифференциальным уравнением 1-го порядка, то представим передаточную функцию движителей НПА в виде

$$W_{\rm ABi} = \frac{M_{\rm ABi}(p)}{U_i(p)} = \frac{K_{\rm ABi}}{T_{\rm ABi}p+1},\tag{12}$$

где  $T_{\text{дв}i}, K_{\text{дв}i}$  – постоянная времени и коэффициент усиления движителей, управляющих движением по *i*-му каналу соответственно;  $U_i$  – напряжение, поданное на движители.

В соответствии с (10), (12) для дальнейших расчетов математическую модель НПА можно принять в виде апериодического звена второго порядка.

# Традиционный подход к управлению ориентацией НПА

Traditional approach to UUV control

Структурная схема СУ ориентацией НПА, соответствующей традиционному подходу, представлена на рис. 1.



**Рис. 1.** Структурная схема системы управления угловой ориентацией НПА **Fig. 1.** Flowchart of angular attitude control system for UUV

СУ построена следующим образом: рассогласование текущего значения угла и заданного  $\varepsilon_{\psi}, \varepsilon_{\vartheta}, \varepsilon_{\gamma}$  поступает на блок регулятора, условно обозначенного  $W_{\text{per.}\psi}$ ,  $W_{\text{per.}\nu}$  и  $W_{\text{per.}\gamma}$ , что может быть записано в соответствии со следующими выражениями:

$$\dot{\psi}^{\circ} = \varepsilon_{\psi} \cdot W_{\text{per},\psi}; \quad \dot{9}^{\circ} = \varepsilon_{\vartheta} \cdot W_{\text{per},\vartheta}; \quad \dot{\gamma}^{\circ} = \varepsilon_{\gamma} \cdot W_{\text{per},\gamma}. \quad (12)$$

Заданные значения угловых скоростей по курсу, дифференту и крену  $\dot{\psi}^{\circ}$ ,  $\dot{9}^{\circ}$ ,  $\dot{\gamma}^{\circ}$  поступают на блок матрицы Р<sup>-1</sup>, в которой, в соответствии с обратными кинематическими уравнениями Эйлера, они преобразуются в заданные угловые скорости  $\omega_x^{\circ}$ ,  $\omega_y^{\circ}$ ,  $\omega_z^{\circ}$  относительно связанных с НПА осей:

$$\begin{split} \omega_{x}^{\circ} &= \dot{\gamma}^{\circ} + \dot{\psi}^{\circ} \sin(\vartheta_{\text{TeK}}); \\ \omega_{y}^{\circ} &= \dot{\vartheta}^{\circ} \sin(\gamma_{\text{TeK}}) + \dot{\psi}^{\circ} \cos(\gamma_{\text{TeK}}) \cos(\vartheta_{\text{TeK}}); \\ \omega_{z}^{\circ} &= \dot{\vartheta}^{\circ} \cos(\gamma_{\text{TeK}}) - \dot{\psi}^{\circ} \sin(\gamma_{\text{TeK}}) \cos(\vartheta_{\text{TeK}}), \end{split}$$
(13)

где  $\upsilon_{\text{тек}}, \gamma_{\text{тек}}$  – текущие значения дифферента и крена соответственно.

В соответствии с заданными угловыми скоростями  $\omega_x^{,*}, \omega_y^{,*}, \omega_z^{,*}$  формируются напряжения  $U_x, U_y, U_z$ , которые поступают на движительнорулевой комплекс НПА для формирования моментов относительно связанных с аппаратом осей.

Информационно-измерительный комплекс измеряет угловые скорости вокруг связанных с аппаратом осей, которые изменяются в соответствии со следующим уравнением:

$$\omega_{i\text{тек}} = W_i \omega_i^{\circ}, \text{ где } i = x, y, z.$$
(14)

В (14)  $\omega_{xтек}, \omega_{yтек}, \omega_{zтек}$  – текущие угловые скорости вокруг связанных с НПА осей;  $W_x, W_y, W_z$  – часть передаточных функций канала управления НПА, заключенная между матрицами  $P^{-1}$  и P.

Текущие угловые скорости поступают в матрицу *P* для получения угловых скоростей по курсу  $\dot{\psi}_{\text{тек}}$ , крену  $\dot{\gamma}_{\text{тек}}$  и дифференту  $\dot{9}_{\text{тек}}$  в соответствии с уравнениями Эйлера (2). Угловые скорости интегрируются и поступают в СУ в качестве обратных связей:

$$\psi_{\text{TEK}} = \frac{1}{p} \dot{\psi}_{\text{TEK}}; \quad \vartheta_{\text{TEK}} = \frac{1}{p} \dot{\vartheta}_{\text{TEK}}; \quad \gamma_{\text{TEK}} = \frac{1}{p} \dot{\gamma}_{\text{TEK}}. \tag{15}$$

Подставляя в (15) уравнения (12) – (14), получим следующую передаточную матрицу разомкнутой системы:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{\text{TeK}} \\ \vartheta_{\text{TeK}} \\ \gamma_{\text{TeK}} \end{bmatrix} = \frac{1}{p} \times \begin{bmatrix} W_{\text{per},\Psi} \times & \frac{\sin(2\gamma)}{2\cos(\vartheta)} \times & 0 \\ \times (W_y \cos^2(\gamma) + & \frac{2}{2\cos(\vartheta)} \times & 0 \\ + W_z \sin^2(\gamma)) & \times W_{\text{per},\vartheta} (W_y - W_z) \end{bmatrix} \times \\ \frac{1}{2} \sin(2\gamma)\cos(\vartheta) \times & W_{\text{per},\vartheta} \times & 0 \\ \times (W_z \cos^2(\gamma) + & W_y \sin^2(\gamma)) \\ \sin(\upsilon) W_{\text{per},\Psi} \times & \frac{1}{2} \sin(2\gamma) \operatorname{tg}(\vartheta) \times & W_{\text{per},\gamma} \times \\ \times (W_x - & \times W_{\text{per},\vartheta} (W_y - W_z) & \\ - (W_y \cos^2(\gamma) + & W_{\text{per},\vartheta} (W_y - W_z) & \\ + W_z \sin^2(\gamma)) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \times \\ \begin{bmatrix} \Psi^{\circ} \\ \vartheta^{\circ} \\ \gamma^{\circ} \end{bmatrix}.$$
(16)

Из (16) следует, что, в случае неодинаковости параметров передаточных функций  $W_x$ ,  $W_y$ ,  $W_z$ , с ростом углов дифферента и крена СУ ориентацией НПА становится многосвязной и имеет следующие особенности:

- с ростом угла крена изменяются параметры диагональных элементов передаточной матрицы системы. Если регуляторы в каналах управления СУ не учитывают этих особенностей, то при некотором критическом угле крена диагональные элементы (16) могут становиться неустойчивыми, а СУ ориентацией НПА – неработоспособной;
- с ростом углов наклона увеличивается взаимовлияние между каналами. С ростом угла дифферента усиливается влияние управления курсом на канал управления креном, а с ростом угла крена увеличивается влияние остальных перекрестных связей между каналами, что ухудшает точность и качество переходных процессов в системе.

Таким образом, устойчивость сепаратных каналов НПА при малых углах дифферента и крена не гарантирует устойчивости системы с ростом углов наклона и возможны критические углы, при которых система станет неработоспособной.

### Подход в кватернионах

Quaternion-based attitude control approach

Подход управления ориентацией в кватернионах заключается в том, что управление положением тела осуществляется поворотом вокруг некоторой мгновенной оси поворота  $\vec{\xi}$  на заданный угол  $\chi$ . При этом задача СУ – совместить вектор угловой скорости НПА  $\vec{\omega}$  с заданной осью  $\vec{\xi}$  и повернуть аппарат вокруг этой оси на заданный угол  $\chi$ . Структурная схема такой СУ представлена на рис. 2.

Управляющее значение кватерниона записывается следующим образом:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_0 \\ \boldsymbol{\mu}_1 \\ \boldsymbol{\mu}_2 \\ \boldsymbol{\mu}_3 \end{bmatrix} = \widetilde{\Lambda^{3aa}} \circ \Lambda^{\mathrm{re\kappa}}, \tag{17}$$

где  $\Lambda^{3aa}$  – заданный кватернион поворота, который вычисляется по уравнениям:

$$\lambda_{0}^{3aa} = \cos\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\psi}{2} - \sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\psi}{2};$$
  

$$\lambda_{1}^{3aa} = \cos\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\psi}{2} + \sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\psi}{2};$$
  

$$\lambda_{2}^{3aa} = \cos\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\psi}{2} + \sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\psi}{2};$$
 (18)  

$$\lambda_{3}^{3aa} = \cos\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\psi}{2} - \sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\psi}{2},$$

а  $\Lambda^{\text{тек}}$  получен интегрированием кинематического уравнения (5).

Вычисленные значения управляющего кватерниона М используются далее для вычисления заданных угловых скоростей:

$$ω_i^0 = -sign(μ_0)K_iμ_j$$
, где  $i = x, y, z$ , a  $j = 1, 2, 3$ , (19)

где  $K_x, K_y, K_z$  – коэффициенты СУ, выбранные исходя из требований устойчивости и качества сепаратных каналов управления креном, курсом и дифферентом соответственно.

Сигналы на движительно-рулевой комплекс НПА имеют вид

$$U_i = \omega_i^0 - K_{\pi i} \,\omega_i, \,$$
 где  $i = x, y, z.$  (20)

Передаточная матрица СУ ориентацией НПА в кватернионах для случая аппарата с несимметричными динамическими характеристиками имеет сложный для анализа вид, но в случае динамической симметрии, когда  $W_x = W_y = W_z = W$ , ее можно записать следующим образом:





$$\begin{bmatrix}
\lambda_{0} \\
\lambda_{1} \\
\lambda_{2} \\
\lambda_{3}
\end{bmatrix} = \frac{W_{per}W}{2p} \times \\
\frac{\lambda_{3}}{2p} \times \\
\begin{bmatrix}
-\lambda_{1}^{2} - \lambda_{0}\lambda_{1} & \lambda_{0}\lambda_{2} & \lambda_{0}\lambda_{3} \\
-\lambda_{2}^{2} - & & \\
-\lambda_{3}^{2} & & \\
\lambda_{0}\lambda_{1} & -\lambda_{0}^{2} - \lambda_{1}\lambda_{2} & \lambda_{1}\lambda_{3} \\
& & -\lambda_{2}^{2} - & & \\
& & -\lambda_{3}^{2} & & \\
\lambda_{0}\lambda_{2} & \lambda_{1}\lambda_{2} & -\lambda_{0}^{2} - \lambda_{2}\lambda_{3} \\
& & & -\lambda_{1}^{2} - & & \\
& & & -\lambda_{3}^{2} & & \\
\lambda_{0}\lambda_{3} & \lambda_{1}\lambda_{3} & \lambda_{2}\lambda_{3} & -\lambda_{0}^{2} - & \\
& & & & -\lambda_{1}^{2} - & & \\
& & & & -\lambda_{1}^{2} - & & \\
& & & & & -\lambda_{1}^{2} - & \\
& & & & & -\lambda_{1}^{2} - & \\
& & & & & & -\lambda_{1}^{2} - & \\
& & & & & & & -\lambda_{1}^{2} - & \\
& & & & & & & & -\lambda_{1}^{2} - & \\
& & & & & & & & & -\lambda_{1}^{2} - & \\
& & & & & & & & & -\lambda_{1}^{2} - & \\
& & & & & & & & & & -\lambda_{1}^{2} - & \\
& & & & & & & & & & & & -\lambda_{1}^{2} - & \\
& & & & & & & & & & & & & -\lambda_{1}^{2} - & \\
& & & & & & & & & & & & & & & & & \\
\end{pmatrix}$$
(21)

При различии в передаточных функциях каналов вращательного движения НПА матрица изменяет свой вид и, аналогично традиционному подходу, появляются взаимовлияния между каналами.

## Подход в направляющих косинусах

Directional cosine-based attitude control approach

В соответствии с анализом кинематических параметров, представленным в работе [11], направляющие косинусы, в отличие от углов конечного вращения, не имеют особых точек, при которых вырождаются кинематические уравнения, а также, в отличие от кватернионов и углов Эйлера – Крылова, не имеют неоднозначностей при задании положения твердого тела в пространстве. По этой причине во многих работах, например, [11, 14, 16], посвященных задаче управления ориентацией твердого тела, космических и летательных аппаратов, отдается предпочтение управлению положением в направляющих косинусах.

Рассмотрим алгоритм управления в направляющих косинусах, в основе которого лежит теория конечного поворота. Структурная схема СУ ориентацией НПА, поясняющая принцип работы алгоритма, приведена на рис. 3.

Цель управления в рассматриваемом подходе – совместить текущее положение НПА, заданное матрицей направляющих косинусов А (3), с желаемым положением, заданным матрицей  $A_{3aq}$ , т.е. привести матрицу управления С, заданную как





$$\mathbf{C} = A \cdot A_{3a,\pi}^{T} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix},$$
(22)

к единичному виду:

$$C = E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (23)

При этом управляющие сигналы, поступающие на движительно-рулевой комплекс, соответствуют уравнениям

$$U_{x} = K_{x}c_{32} - K_{\mu x}\omega_{x};$$

$$U_{y} = K_{y}c_{13}a_{22} + K_{z}c_{12}\sin\gamma - K_{\mu y}\omega_{y};$$

$$U_{z} = K_{y}c_{13}a_{32} + K_{z}c_{12}\cos\gamma - K_{\mu z}\omega_{z},$$
(24)

где  $a_{22}, a_{32}$  – элементы матрицы А.

В отличие от традиционного подхода, алгоритм (24) работоспособен во всем диапазоне углов наклона, но при отсутствии динамической симметрии НПА ему также свойственна проблема взаимовлияния между каналами управления.

#### Результаты моделирования

Modeling results

Как показано выше, упрощенная динамика НПА описывается апериодическим звеном второго порядка. Данная модель используется для расчета параметров СУ. На этапе моделирования используется нелинейная математическая модель НПА, описываемая уравнениями (8) – (11). В качестве данных для моделирования используются параметры НПА «АКВА-МО», которые получены в работе [7] и приведены в табл. 1.

На начальном этапе проводилась настройка демпфирующей скоростной связи СУ каналов движения НПА вокруг осей *Ox,Oy,Oz* по результатам которой были подобраны коэффициенты демпфи-

**Таблица 1.** Характеристики НПА «АКВА МО» **Table 1.** Main data of AKVA MO vehicle

рующей скоростной связи  $K_{dx}, K_{dy}, K_{dz}$ . Полученные коэффициенты являются общими для рассматриваемых подходов к построению СУ ориентацией НПА и приведены в табл. 2.

На следующем этапе проводилась настройка каждого из сепаратных каналов управления курсом, креном и дифферентом. При этом для традиционного подхода в качестве закона управления выбран пропорциональный регулятор. Полученные коэффициенты усиления для каждого подхода, а также передаточные функции каналов приведены в табл. 2, а результаты моделирования их работы представлены на рис. 4 ( $a, \delta, e$ ) для традиционного подхода. Виды переходных процессов в сепаратных каналах для подходов в кватернионах и направляющих косинусах имеют аналогичный вид. Параметры переходных процессов сепаратных каналов для всех рассматриваемых подходов приведены в табл. 3.

В качестве параметров для сравнительного анализа подходов к управлению ориентацией НПА были выбраны: время переходного процесса и перерегулирование в каналах управления курсом  $t_{\Pi,\Pi,\Psi}, \sigma_{i\Psi},$  дифферентом  $t_{\Pi,\Pi,\Psi}, \sigma_{i\Psi}$  и креном  $t_{\Pi,\Pi,\Psi}, \sigma_{i\Psi}$  соответственно, а также максимальная величина динамической ошибки в каналах дифферента  $\Delta_{дин\Psi}$  и крена

 $\Delta_{\text{дину}}$  при совместной работе контуров.

Работа СУ моделировалась при одновременных задающих воздействиях по каждому из каналов углового движения НПА ( $\psi^\circ=90^\circ$ ,  $\vartheta^\circ=80^\circ$ ,  $\gamma^\circ=45^\circ$ , при T=10 секунд  $\psi^\circ = -90^\circ$ ). Полученные переходные процессы в системе представлены на рис. 4 (*z*-*e*). Из представленных переходных процессов видно, что для традиционного подхода с ростом углов наклона повышается колебательность каналов курса и крена. Для традиционного подхода и подхода в направляющих косинусах повышается влияние управления по курсу на канал управления по крену. Для всех подходов к управлению ориентацией НПА характерно увеличение времени переходных процессов в системе. Однако подход к управлению ориентацией НПА в кватернионах имеет наилуч-

i	<i>Т</i> <sub>дв<i>i</i></sub> , с	$\mathbf{K}_{\mathrm{д}\mathbf{B}i},\ H\cdot\mathbf{M}/\mathbf{B}$	$J_i + \lambda_{jj}, \ \mathrm{KF} \cdot \mathrm{M}^2$	$C_{\omega i1}, $ кг · м <sup>2</sup>	$C_{\omega i2},  \mathrm{kg\cdot m^2/c}$	К <sub>паi</sub>	$T_{\Pi ai}, c$	$\omega_i^*$
x	0,15	33	55	1200	80	0,0125	0,687	0
у	0,1	35	280	1200	120	0,0083	2,3	0
Ζ	0,2	50	323	1200	110	0,0091	2,936	0

шие показатели среди прочих (меньшее время переходных процессов, перерегулирование, величину динамических ошибок при совместной работе кон-

туров). Количественные характеристики переходных процессов для рассматриваемых подходов приведены в табл. 3.

	Традиционный подход	Подход в кватернионах	Подход в направляющих косинусах	Демпфирующая скоростная связь	Передаточная функция углового движения НПА
i	$W_{\rm per} = K_i$	$K_i$	$K_i$	$K_{{}_{{}_{{}_{{}_{{}_{{}_{{}_{{}_{{}_{{$	$W_i$ , при $\omega_i^* = 0$
x	16,73	35	17	6,3	$\frac{0,1146}{0,0285p^2+0,233p+1}$
у	94,5	200	100	37,245	$\frac{0,0246}{0,0195 p^2 + 0,2 p + 1}$
Z	25	55	27	18	$\frac{0,0495}{0,064p^2 + 0,34p + 1}$

**Таблица 2.** Передаточные функции и параметры каналов управления ориентацией НПА «AKBA MO» **Table 2.** AKVA MO transfer functions and parameters of attitude control channels



Рис. 4. Переходные процессы в системе ориентации НПА в сепаратных каналах для традиционного подхода  $(a, \delta, b)$ , при совместной работе контуров для традиционного подхода (r), подхода в кватернионах (д)и направляющих косинусах (e) ( $\psi^{\circ}$ =90°,  $\vartheta^{\circ}$ =80°,  $\gamma^{\circ}$ =45° при T=10 с  $\psi^{\circ}$ =-90°)

**Fig. 4.** Transient processes in separate channels of the UUV attitude control system – traditional control approach (*a*, *b*, *c*), under simultaneous operation of control loops – traditional approach (*d*), attitude quaternions (*e*), and directional cosines (*f*) ( $\psi^\circ$ =90°,  $\vartheta^\circ$ =80°,  $\gamma^\circ$ =45°, at T=10 s  $\psi^\circ$ =-90°)

**Таблица 3.** Сравнительные характеристики переходных процессов системы управления ориентацией НПА для различных структур и режимов работы

**Table 3.** Comparison of transient processes between various design options and operating modes of UUV attitude control system

Подход	t <sub>п.п.ψ</sub> , с	t <sub>п.п.9</sub> , с	t <sub>п.п.ү</sub> , с	σ <sub>iψ</sub> , %	σ <sub>iθ</sub> , %	σ <sub>iγ</sub> , %	$\Delta_{\rm дин\vartheta},^{\circ}$	$\Delta_{\rm дин\gamma},^{\circ}$
Традиционный в углах Эйлера – Крылова (сепаратные каналы)	0,77	1,46	0,94	5	5	5	_	_
Кватернионы (сепаратные каналы)	0,8	1,3	0,87	5	5	5	_	-
Направляющие косинусы (сепаратные каналы)	0,75	1,33	0,9	5	5	5	_	_
Традиционный в углах Эйлера – Крылова (совместная работа контуров)	2,8	4	6,7	9	0	89	8	50
Кватернионы (совместная работа контуров)	2,2	1,95	2,4	0	0	31	7	6
Направляющие косинусы (совместная работа контуров)	6,65	4,8	7,2	55	_	77	13	64

## Заключение

#### Conclusion

В работе приведен обзор подходов к построению СУ ориентацией НПА при больших углах наклона. Приведены результаты моделирования совместной работы контуров СУ ориентацией НПА при больших углах наклона для традиционного подхода, подходов в кватернионах и направляющих косинусах.

По результатам моделирования работы алгоритмов применительно к модели НПА «АКВА-МО» можно сделать вывод о том, что всех подходам к управлению ориентацией НПА свойственна проблема взаимовлияния между каналами управления при отсутствии динамической симметрии НПА. Однако подход к управлению в кватернионах имеет наилучшие показатели с точки зрения быстродействия, а также уменьшения взаимовлияния между каналами управления курсом, дифферентом и креном, и представляет наибольший интерес для построения СУ ориентацией НПА, работоспособной во всем диапазоне углов ориентации.

## Библиографический список

#### References

 Бранец В.Н. Шмыглевский И.П. Механика космического полета. М.: Наука, 1973. [V. Branets, I. Shmyglevskiy. Mechanics of a space flight. M.: Nauka, 1973. (In Russian)].

- Бирюков В.Г. Задачи определения ориентации и управления угловым движением твердого тела (космического аппарата): Дис. ... канд. техн. наук. Саратов: Институт проблем точной механики и управления РАН, 2005. [V. Biryukov. Problems in determination of a solid body (spacecraft) orientation and angular motion control. Candidate of Technical Sciences Thesis. Saratov. Institute of Precision Mechanics and Control, Russian Academy of Sciences, 2005. (In Russian)].
- Грумондз В.Т., Половинкин В.В. Теория движения двусредных аппаратов. Математические модели и методы исследования. М.: Вузовская книга, 2012. [V. Grumondz, V. Polovinkin. Theory of dual-media craft motion. Mathematical models and methods of investigations. M. Vuzovskaya kniga, 2012. (In Russian)].
- Ви Б., Уэйс Х. Управление поворотами космического аппарата вокруг собственной оси с обратной связью по компонентам кватерниона // Аэрокосмическая техника. 1990. № 3. С. 3–11. [В. Wie, Н. Weiss. Quaternion feedback regulator for spacecraft eigenaxis rotation. Aerospace technology. 1990; 3: 3–11. (Russian translation)].
- 5. Егоров С.А., Куценко А.С. Особенности построения системы управления угловой ориентацией телеуправляемого подводного аппарата // Материалы Х Международной научно-технической конференции «Современные методы и средства океанологических исследований». 2007. Ч. 2. С. 127–129. [S. Egorov, A. Kutsenko. Specifics in development of angular attitude control for ROV. Proceedings of the X International Scientific and Technical Conference «Modern methods

and means of oceanological investigations». 2007. Part 2. P. 127-9. (In Russian)].

- Костенко В.В., Михайлов Д.Н. Разработка телеуправляемого подводного аппарата «МАКС-300» // Подводные исследования и робототехника. 2012. № 1(13). С. 36–45. [V. Kostenko, D. Mikhailov. Development of ROV MARKS-300. Underwater studies and robotics. 2012; 1(13): 36–45. (In Russian)].
- Егоров С.А. Управление движением телеуправляемого подводного аппарата в режиме совместного с носителем движения. Дис. ... канд. техн. наук. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. [S. Egorov. Control of ROV operated in coordination with its mother vessel. Candidate of Technical Sciences Thesis, BMSTU, 2002. (In Russian)].
- Челноков Ю.Н. Кватернионные модели и методы динамики, навигации и управления движением. М.: Физматлит, 2011. [Yu. Chelnokov. Quaternion models and methods applied to dynamics, navigation and motion control. M.: Fizmatlit, 2011. (In Russian)].
- Chaturvedi N.A., McClamroch N.H. Asymptotic smooth stabilization of the inverted 3-D pendulum // IEEE Trans. Automat. Contr. 2009; 6(54): 1204–15.
- Fjellstad O., Fossen T.I. Singularity-free tracking of unmanned underwater vehicles in 6 DOF // Proc. of 33rd IEEE Conf. on Decision and Control. FL, USA, 1994: 1128–33.
- 11. *Fortescue P.W., Swinerd G.G.* Attitude control in spacecraft system engineering. Chichester, UK.: John Wiley & Sons, Ltd, 2011.
- Gomes R.M. A new ROV design: Issues on low drag and mechanical symmetry // Oceans 2005 – Europe. 2005; 2: 957–62.

- Johansson B. Seaeye sabertooth a hybrid AUV/ROV offshore system // OCEANS 2010 Seattle. USA, 2011: 1–11.
- Lee T. Global exponential attitude tracking controls on SO (3) // IEEE Transactions on Automatic Control. 2014; 10(60): 1–10.
- Lee T. Optimal attitude control of a rigid body using geometrically exact computations on SO (3) // Journal of Dynamical and Control Systems. 2008; 4(14): 465–87.
- Longuski J.M. Analytic solution of the large angle problem in rigid body attitude dynamics // Journal of the Astronautical Sciences. 1995; 1(43): 25–46.
- 17. *Petrich J., Stilwell D.J.* Robust control for an autonomous underwater vehicle that suppresses pitch and yaw coupling. 2011. 1(38): 197–204.
- Stuelpnagel J. On the parametrization of the threedimensional rotation group // Society for industrial and applied mathematics. 1964; 4(6): 422–30.

#### Сведения об авторах

*Лямина Екатерина Андреевна*, младший научный сотрудник НИИСМ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Адрес: 105005, Москва, 2-я Бауманская улица, д. 5. стр. 1. Тел.: +7 (905) 511–13–91; e-mail: ea9055111391@gmail.com.

#### About the authors

*Laymina E.*, junior research scientist, BMSTU Research Institute «Special Engineering». Address: Ul. 2-aya Baumanovskaya 5, str.1, Moscow 105005, Russia. Tel.: +7 (905) 511–13–91; E-mail: ea9055111391@gmail.com.

> Поступила / Received: 07.03.18 Принята в печать / Accepted: 18.04.18 © Лямина Е.А., 2018