

УДК 502.3:681.3

Н.Е.Горбунов (6 курс, каф. ЭОП), А.И.Шишкин, к.т.н., проф.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ КДП И ПВ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА DESIGNLAB 8.0

Обеспечение экологических стандартов качества воды водных объектов связано с необходимостью нормирования антропогенной нагрузки с учётом естественных факторов. Процессы, протекающие в водной среде, связаны с конвективно-диффузионным переносом и трансформацией загрязняющих веществ [1].

Для исследования и прогнозирования процессов формирования качества воды наиболее эффективно имитационное моделирование с использованием различных программных и технических средств. Имитационное моделирование позволяет на основании разработанных моделей описать и предсказать ответную реакцию водной среды на те или иные внешние воздействия, реализуемые в виде краевых условий.

При описании процессов формирования качества воды учитываются процессы трансформации и осаждения трудно растворимых примесей, а также вторичное загрязнение.

Для моделирования легкорастворимых примесей и процесса самоочищения водной среды наибольшее применение в инженерной практике нашли одно- и двухмерные модели конвективно-диффузионного переноса и превращения веществ (КДП и ПВ).

В рамках данной работы рассмотрена методика и примеры реализации типовых моделей КДП и ПВ с помощью аналого-цифровых средств нового поколения [2]. По существу это является развитием метода электро-конвективно-диффузионной аналогии ЭКДА [3] и моделирования на структурных аналоговых вычислительных машинах (САВМ) [1], но на современной элементной базе.

В качестве реализации типовых моделей, имеющих наиболее широкое применение в инженерной практике, рассмотрим следующие виды моделей:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\omega \cdot C) + \frac{\partial}{\partial x}(Q \cdot C) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\omega \cdot D_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x}\right) - k_1 \cdot \omega \cdot C, \quad (1)$$

$$v_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = D_y \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - k_1 \cdot C, \quad (2)$$

где ω – площадь поперечного сечения русла, м²; Q – расход воды, м³/с; v_x – средняя скорость течения, м/с; D_x , D_y – коэффициенты продольной и поперечной диффузии соответственно, м²/с; C – концентрация вещества, мг/л; k_1 – коэффициент биохимического окисления, 1/сут; t – время, с; x – продольная координата, м; y – поперечная координата, м.

Для реализации этих моделей использован современный пакет прикладных программ Design Lab 8.0. Он предназначен для моделирования процессов, происходящих в электрических схемах, реализующих исследуемые уравнения.

Возможность создания электрических схем моделирования процессов, протекающих в водной среде, определяется сходством, подобием их математических описаний. Уравнения, описывающие процессы идентичны, различен лишь физический смысл входящих в них символов.

Для создания таких электрических схем в пакете Design Lab 8.0 имеется графический редактор принципиальных схем – Schematics, который одновременно является управляющей

оболочкой для запуска основных модулей системы на всех стадиях работы с проектом. Моделирование электрических процессов проводится с помощью программы PSpice A/D, также входящей в состав пакета. Результаты моделирования передаются в программу Probe, где происходит необходимое графическое отображение, обработка и документирование результатов моделирования.

Для простоты и наглядности выкладок, не изменяя общности методики, рассмотрим уравнение (1) с постоянными в пределах исследуемого участка $X \in [0, L]$ параметрами ω , D_x , Q .

Заменив в уравнении (1) производные аппроксимируемыми выражениями, получим n -уравнений, которые после приведения подобных членов примут вид:

$$\frac{dC_i}{dt} = K_{i,j-1} \cdot C_{i-1} + K_{i,j} \cdot C_i + K_{i,j+1} \cdot C_{i+1}, \quad (3)$$

где $K_{i,j-1} = \frac{2 \cdot D_x + v_x \cdot h_x}{2 \cdot h_x^2}$; $K_{i,j} = -\frac{2 \cdot D_x + k_1 \cdot h_x^2}{h_x^2}$; $K_{i,j+1} = \frac{2 \cdot D_x - v_x \cdot h_x}{2 \cdot h_x^2}$; h_x – расстояние между равноотстоящими точками по пространственной координате x ; $i = 1, 2, 3, \dots, n$ – узлы аппроксимации.

В этом случае пространственная координата x представлена набором дискретно расположенных точек, а концентрация C_i в любой точке пространства и времени выражается через концентрации в соседних точках [2].

Система i -х уравнений может быть представлена в виде схемы замещения.

Для моделирования по уравнению (2) составляется аналогичная схема замещения, но имеющая иной физический смысл и другие значения коэффициентов. При моделировании с переменными коэффициентами D_x , D_y и переменной площади сечения изменяется схема аппроксимации и, соответственно, усложняется схема замещения.

Выводы. Имитационное моделирование показало возможность использования пакета Design Lab 8.0 для обоснования оптимальных решений задач экологического нормирования. Результаты решений с использованием пакета имеют хорошую сходимость с аналитическими решениями. Проверка проводилась по уравнениям баланса вещества.

В результате разработанной методики показано, что пакет прикладных программ Design Lab 8.0 достаточно универсален, и с его помощью можно реализовать разные типы моделей. Большим достоинством является возможность составления схем, позволяющих получить решение практических задач распространения загрязнений на больших расстояниях с переменным профилем и параметрами объекта и различным шагом аппроксимации. Составлена и проверена на работоспособность схема из 650 интеграторов.

В целом разработанная методика позволяет достаточно гибко реализовывать различные схемы аппроксимации, а также произвольные начальные условия и граничные условия I – III рода.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Дружинин Н.И., Шишкин А.И. Математическое моделирование и прогнозирование загрязнения поверхностных вод суши. – Л.: Гидрометеоздат, 1989. – 329 с.
2. Беки Дж.А., Карплюс У.Дж. Теория и применение гибридных вычислительных систем. – М.: Мир, 1970. – 483 с.
3. Шишкин А.И., Жуков К.Г., Саяпин К.Я. Вычислительные средства систем управления качеством окружающей среды. – Л.: Ленинградская лесотехническая академия, 1986. – 88 с.