

УДК 621.315.36

А.А.Кустов (3 курс, каф. ЭСиАЭС), Р.П.Кияткин, к.т.н., доц.

## РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВИТКОВ ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАСЧЕТА СИСТЕМЫ КАТУШКА С ТОКОМ — АЛЮМИНИЕВЫЙ ДИСК

*Введение.* В лаборатории электромагнитного поля кафедры теоретических основ электротехники программой работы № 17А “Исследование механических взаимодействий в системе контуров с электрическими токами” предусмотрено, в частности, измерение силы отталкивания катушки с током от диска из алюминия и экспериментальное исследование зависимости этой силы от частоты тока в катушке. Однако до сих пор эти эксперименты не были подкреплены расчетной методикой и экспериментальные данные ни с чем не сравнивались.

*Алгоритм расчета.* Алюминиевый диск (в лаборатории используется диск радиусом  $R_d=248$  мм и толщиной  $h_d=13$  мм) мысленно расщепляется на  $n_d$  элементарных круговых витков (ЭКВ) с прямоугольными сечениями с площадями  $S_k$  ( $k = \overline{1, n_d}$ ), в пределах которых их токи  $I_k$  полагаются распределенными равномерно. При таком допущении активные сопротивления ЭКВ можно рассчитывать как резистивные:  $r_k = l_{kcp} / \gamma_{Al} S_k$ , где  $l_{kcp} = 2\pi R_{kcp}$  — длина  $k$ -го ЭКВ по его осевой (средней) линии-окружности;  $\gamma_{Al} = 3,5 \times 10^7$  См/м — удельная электропроводность алюминия.

Катушка с током (параметры катушки: внутренний и внешний радиусы  $R_{k1}=44$  мм и  $R_{k2}=72$  мм, высота  $h_k=25$  мм, число витков  $W=510$ , ток в витке  $I_b=1...2$  А) представляется  $n_k$  элементарными витками (ЭВ) с токами  $J_q = I_b W / n_k$  ( $q = \overline{1, n_k}$ ).

Электрическое состояние любого ЭКВ описывается уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа, а всех ЭВ — системой  $n_d$  таких уравнений. В матричной форме (с обозначениями:  $\mathbf{r}$  — диагональная матрица активных сопротивлений ЭКВ алюминиевого диска;  $\mathbf{M}$  — квадратная матрица собственных и взаимных индуктивностей ЭКВ алюминиевого диска;  $\mathbf{M}_{dk}$  — прямоугольная матрица взаимных индуктивностей между ЭКВ диска и ЭВ катушки;  $\mathbf{I}$  — столбец искомых токов ЭКВ диска;  $\mathbf{J}$  — столбец заданных токов ЭВ катушки;  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  — частота тока катушки) система уравнений принимает вид

$$(\mathbf{r} + j\omega\mathbf{M}) \cdot \mathbf{I} = -j\omega\mathbf{M}_{dk} \cdot \mathbf{J}. \quad (1)$$

Для расчета индуктивностей в (1) используются формулы [1], выражающие:

— индуктивность кругового кольца прямоугольного сечения  $\Delta h_k \times \Delta R_k$ :

$$L_k = M_{kk} = \mu_{Al} R_{kcp} \left( \ln \frac{8R_{kcp}}{\Delta h_k + \Delta R_k} - 0,5 \right),$$

где  $\mu_{Al} \cong \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Гн/м — магнитная проницаемость алюминия;

— взаимную индуктивность соосных круговых колец радиусов  $R_k$  и  $R_p$ , расстояние между плоскостями которых равно  $h_{kp}$ :

$$M_{kp} = \mu_0 \sqrt{R_k R_p} f(k),$$

$$\text{где } k^2 = \frac{4R_k R_p}{h_{kp}^2 + (R_k + R_p)^2}; \quad f(k) = \left( \frac{2}{k} - k \right) K - \frac{2}{k} E;$$

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\beta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \beta}} - \text{полный эллиптический интеграл I-го рода;} \quad (2)$$

$$E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \beta} d\beta - \text{полный эллиптический интеграл II-го рода.} \quad (3)$$

При необходимости для подсчета интегралов (2) и (3) можно воспользоваться следующими приближенными формулами:

$$K = ((0,032024666k+0,054544409)k+0,097932891)k+1,3862944 - \\ - (((0,010944912k+0,060118519)k+0,12475074)k+0,5)\log(k);$$

$$E = ((0,040905094k+0,085099193)k+0,44479204)k+1 - \\ - (((0,01382999k+0,08150224)k+0,24969795)k)\log(k).$$

Решением системы (1) определяется искомое распределение вихревых токов по сечению алюминиевого диска. Затем рассчитываются элементарные силы взаимодействия между ЭКВ алюминиевого диска с токами  $\hat{I}_k$  и ЭВ катушки с токами  $\hat{J}_q$  по формуле

$$F_{kq} = \operatorname{Re}(\hat{I}_k \cdot \hat{J}_q) \frac{\partial M_{kq}}{\partial h_{kq}}. \quad (4)$$

На заключительном этапе элементарные силы (4) суммируются, в результате находится сила взаимодействия (отталкивания) катушки с током и алюминиевого диска:

$$F = \sum_{k=1}^{n_n} \sum_{q=1}^{n_k} F_{kq}.$$

*Заключение.* Изложенный алгоритм расчета достаточно просто реализуется на ЭВМ. В настоящее время составлена программа на языке MathCAD и выполнена серия отладочных расчетов. Результаты расчетов силы взаимодействия катушки с током (при токе в цепи катушки  $I_B=2$  А) сравнивались с экспериментальными данными, полученными на лабораторной установке в лаборатории ЭМП кафедры ТОЭ. Как и следовало ожидать, рассчитанные силы сильно зависят от степени дискретизации алюминиевого диска и катушки с током, в особенности от характера дискретизации алюминиевого диска, что связано с явлением поверхностного эффекта [2, 3], сказывающегося тем сильнее, чем выше частота тока, питающего катушку. Поэтому предложенная расчетная методика и составленные на ее основе программы расчета токораспределения и сил могут быть использованы для исследовательского вычислительного практикума при изучении раздела ТОЭ “Переменное электромагнитное в проводящей среде” [3].

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: Справочная книга. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 488 с.
2. Нейман Л.Р., Демирчян К.С., Юринов В.М. Руководство к лаборатории электромагнитного поля. – М.: Высшая школа, 1966. – 267 с.
3. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Том 2. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.