XXIX Неделя науки СПбГТУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч.II: С.73-74, 2001.

УДК 532.517.4

А.Д. Чорный, асп., АНК "Институт тепло- и массобмена им. А.В.Лыкова" НАН Беларуси

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ТУРБУЛЕНТНОГО СМЕШЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕГУЛЯРИЗОВАННЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ

В теории турбулентного горения широкое распространение получило вероятностное описание турбулентного смешения, основанное на использовании формализма функции плотности распределения вероятностей (ФПРВ) величин турбулентных флуктуаций. Преимущество данного метода заключается в том, что в уравнениях для ФПРВ источниковые члены, связанные с производством массы в химических реакциях, выражаются в замкнутой форме. Проблема замыкания в этом подходе возникает только для членов, характеризующих турбулентный перенос и диссипацию флуктуаций на молекулярном уровне.

Целью настоящей работы является рассмотрение задачи турбулентного смешения с помощью численного решения уравнения для одноточечной ФПРВ флуктуаций динамически пассивного скалярного поля с постоянной плотностью [1]

$$\frac{\partial f_t(\Gamma)}{\partial t} = -D\frac{\partial^2}{\partial \Gamma^2}\left[\chi_t(\Gamma) f_t(\Gamma)\right],\ -1 \le \Gamma \le 1 \qquad (1)$$

где D - коэффициент молекулярной диффузии, $\chi_t(\Gamma)$ - условная скорость диссипации скалярных флуктуаций. Для решения уравнения (1) необходимо знать выражение для условной скорости диссипации, один из вариантов которой предложен в [2] (рис.1):

$$\chi_t(\Gamma) = \chi_0 \exp\left\{-2\left[erf^{-1}|\Gamma|\right]^2\right\},\ \text{где}\ \chi_0 = \left\langle \chi \middle| \Gamma = 0 \right\rangle. \qquad (2)$$

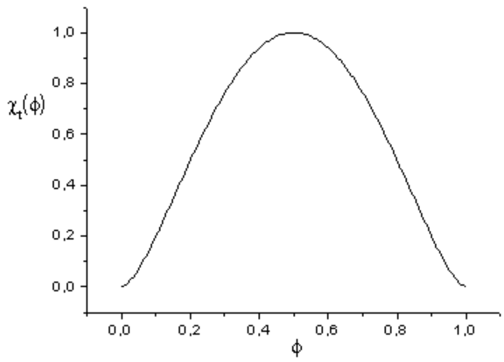

Рис. 1. Вид условной скорости скалярной диссипации

Задача нахождения одноточечной ФПРВ скаляра из уравнения (1) с функцией $\chi_t(\Gamma)$ в виде (2) аналогична задаче распространения тепла с отрицательным коэффициентом диффузионного переноса [3], что делает ее схожей с классическими некорректными задачами [4]. Такая структура уравнения (1) при численном интегрировании вызывает неустойчивость известных численных процедур и требует привлечения нестандартных подходов.

В настоящее время в теории приближенных методов решения некорректных задач [4] сформировалось направление, связанное с построением различных алгоритмов регуляризации. В данной работе интегрирование уравнения (1) ведется согласно методологии, предложенной в [5]. Идея метода заключается в построении устойчивых разностных схем [6] для некорректных эволюционных задач с позиций теории регуляризации разностных схем и их равномерной устойчивости по начальным данным: задача аппроксимируется простейшей конечно разностной схемой, которая записывается в канонической форме с известными критериями устойчивости и затем разностная схема улучшается за счет введения дополнительного слагаемого (регуляризатора), для обеспечения равномерной устойчивости разностной схемы. Для рассматриваемого типа некорректных задач в [7] построена абсолютно устойчивая схема.

Для изучения возможностей таких алгоритмов была рассмотрена задача турбулентного смешения на последних этапах. Мы перешли от переменной $f_t(\Gamma)$ к переменной $F_t(\Gamma) = \int_0^{\Gamma} f_t(\hat{\Gamma}) d\hat{\Gamma}$ - интегральной ФПРВ, поскольку она является более гладкой и, учитывая симметричность функции $\chi_t(\Gamma)$ и антисимметричность $F_t(\Gamma)$ рассматривали поставленную задачу при $0 \le \Gamma \le 1$ в виде:

$$\frac{\partial F_t(\Gamma)}{\partial t} = -D\frac{\partial}{\partial \Gamma}\left[\chi_t(\Gamma)\frac{\partial}{\partial \Gamma}F_t(\Gamma)\right],\ F_t(\Gamma)\big|_{\Gamma=0} = 0,\ F_t(\Gamma)\big|_{\Gamma=1} = 0.5, F_0(\Gamma) = F_0 \qquad (3)$$

Результаты моделирования приведены на рис. 2 и 3 ($\phi = 0.5(\Gamma + 1)$).

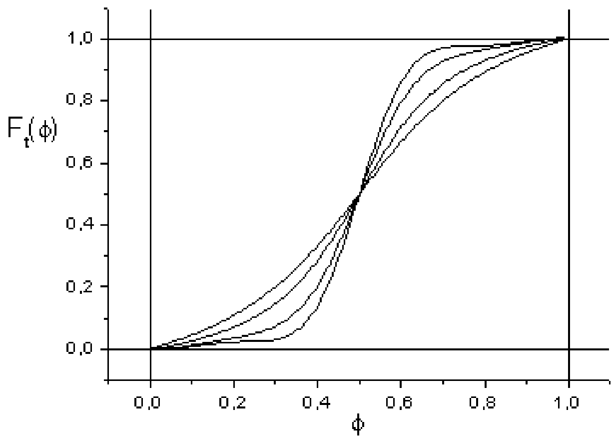

Рис. 2. Эволюция интегральной ФПРВ $F_t(\Gamma)$ (0<t<0.1)

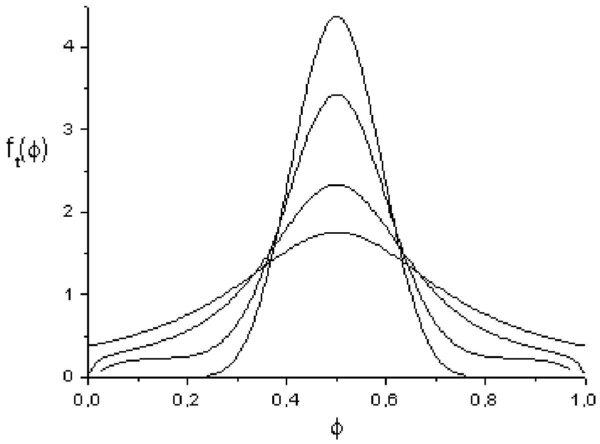

Рис. 3. Эволюция одноточечной ФПРВ $f_t(\Gamma)$ (0<t<0.1)

Как видно из рис.3, принятый нами начальный вид $f_t(\Gamma)$ характеризуется двухмодовостью, что соответствует наличию в потоке значительной доли перемешанной жидкости и еще неперемешанных компонент. При эволюции $f_t(\Gamma)$ приобретает одномодовый характер (стягивание функции относительно ϕ=0.5 — полная перемешанность скаляра). Это приводит к появлению резких градиентов функций в пространстве концентраций, что затрудняет дальнейшее численное интегрирование. Однако, дальнейшее развитие подобного подхода, вероятно, позволит преодолеть проблемы устойчивости при численном решении задач для всех этапов смешения и в более сложной постановке с учетом многомасштабного характера турбулентности [8].

ЛИТЕРАТУРА:

1. O'Brien E.E. The probability Density Function (pdf) Approach to Reacting Turbulent Flows // Turbulent Reacting Flows / Eds. by P. Libby, F.A.Williams. - NY: Academic Press, 1980. - P. 185-218.
2. Mell W.E., Nilsen V., Kosaly G., Riley J.J. Investigation of Closure for Nonpremixed Turbulent Reacting Flows // Phys. Fluids. - 1994. - V.6.- No.3. - P.1331-1356.
3. Dopazo C. Recent Developments in PDF Methods // Turbulent Reacting Flows / Eds. by P. Libby, F.A.Williams. - NY: Academic Press, 1994. - P. 375-474.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. Москва: Наука, 1974.
5. Samarski A.A., Vabishchevich P.N. Computational Heat Transfer. - Chichester: Wiley, 1995.
6. Самарский А.А. Теория разностных схем. - Москва: Наука, 1989.
7. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Разностные схемы для неустойчивых задач // Мат. моделирование. - 1990. - Т. 2. - № 11. - С. 89-98.
8. Babenko V.A., Sosinovich V.A., Zhukova Yu.V. // J. of Eng. Phys. and Thermodyn. - 1999. -Vol. 72. - N 2. - P. 254 – 267.