

УДК 517.972.2

Ю.В. Сюрица (5 курс, каф. ПМ), Ю.Я. Болдырев, д.т.н., проф.

### ВАРИАЦИОННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО РАДИАЛЬНОГО ДВУХСЕКТОРНОГО ПОДШИПНИКА С ГАЗОВОЙ СМАЗКОЙ

Рассматривается вариационная задача об оптимизации подъемной силы одномерного радиального двухсекторного подшипника с газовой смазкой. Приведем постановку задачи. Пусть система декартовых координат  $(x, y)$  связана с осью шипа подшипника, имеющего два сектора (см. рис). Давление в подшипнике описывается уравнением Рейнольдса газовой смазки

$$\frac{d}{d\theta} \left( h^3 p \frac{dp}{d\theta} - \Lambda p h \right) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $p$  и  $h$  – безразмерные давление и зазор, отнесенные к атмосферному  $p_a$  и минимальному

зазору  $h_0$ , соответственно;  $\Lambda = \frac{6r_0^2 \mu \omega}{h_0 p_a}$  - число сжимаемости,  $\mu$  - динамическая вязкость

газа. Граничные условия к уравнению (1) имеют вид

$$p\left(-\frac{\pi}{2}\right) = p\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1. \quad (2)$$

Главный вектор сил давления  $\mathbf{R}$  направлен по линии действия нагрузки и уравнивает её. Его проекция на ось  $\psi$  имеет следующий вид:

$$R_\psi = \int_0^{2\pi} (p-1) \cos(\theta - \psi) d\theta. \quad (3)$$

Условие направленности вектора  $\mathbf{R}$  по линии действия нагрузки имеет вид

$$\int_0^{2\pi} (p-1) \sin(\theta - \psi) d\theta = 0. \quad (4)$$

На форму профиля-зазора  $h(\theta)$  накладываем ограничение  $1 \leq h(\theta) \leq h_{max}$ . Введём вспомогательное управление  $v(\theta)$  с помощью соотношения

$$g_1 \equiv (h-1)(h_{max}-h) - v^2 = 0. \quad (5)$$

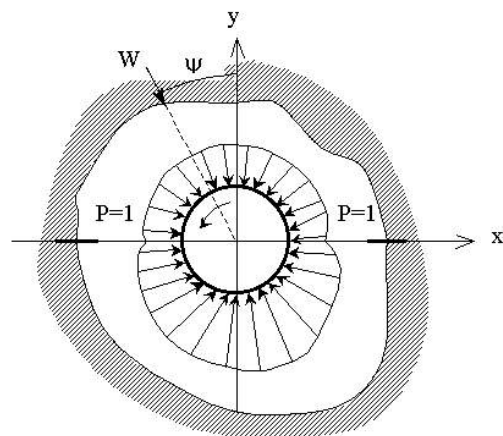
Уравнение Рейнольдса (1) перепишем в виде

$$g_0 \equiv \frac{dp}{d\theta} - \Lambda \left( \frac{1}{h^2} - \frac{Q}{h^3 p} \right) = 0, \quad (6)$$

где  $Q = const$  - постоянная интегрирования, пропорциональная величине расхода.

Сформулируем вариационную задачу. Среди кусочно-непрерывных функций  $h(\theta)$  и  $v(\theta)$ , непрерывных давлений  $p(\theta)$  удовлетворяющих краевой задаче (2,6) и действительных чисел  $Q$  и  $\psi$  найти те, которые дают экстремум минимум функционалу

$$J = \int_0^{2\pi} (p-1) \cos(\theta - \psi) d\theta \quad (7)$$



при удовлетворении изопериметрическому условию (4).

Поскольку сектора аэродинамически независимы, то решение на каждом из секторов может проводиться отдельно. Анализ системы необходимых условий экстремума функционала показывает, профиль каждого из секторов является одноступенчатым, а  $h$  - кусочно-линейная функция угла  $\theta$ :

$$h(\theta) = -\frac{3}{2}Q \left[ 1 - \frac{4\Lambda}{27Q^2}(\theta - \theta_f) \right] \text{ или } h(\theta) = 1 \quad (8)$$

На участке с  $h > 1$  получаем явное выражение для давления:

$$p(\theta) = \left[ 1 - \frac{4}{27} \frac{\Lambda}{Q^2} (\theta - \theta_f) \right]^{-1}, \quad (9)$$

а при  $h=1$  давление  $p(\theta)$  определяется интегрированием уравнения Рейнольдса. Далее, зная величину  $Q$  и положение  $\theta_f$  точки разрыва  $h(\theta)$ , можно определить вид профиля и распределение давления на каждом секторе. Угол  $\psi$  находим из уравнения  $\psi = \arctg \frac{R_x}{R_y}$ ,

где  $R_x$  и  $R_y$  - проекции главного вектора сил давления на оси координат. Таким образом, вариационная задача сводится к параметрической в которой остается определить значения параметров  $Q$  и  $\theta_f$  для каждого из секторов, при которых достигается экстремум функционала.

Расчетным путем получены основные характеристики подшипника для различных чисел сжимаемости. На первом (верхнем) секторе в области с  $h=1$  происходит понижение давления до точки разрыва профиля, а затем, в области с  $h > 1$  давление нарастает до значения атмосферного. На втором (нижнем) секторе давление сначала (в области с  $h=1$ ) увеличивается до точки разрыва, а затем уменьшается до давления атмосферы, то есть, на верхнем секторе происходит разрежение газа, а на нижнем, наоборот, его поджатие, что, собственно, способствует повышению подъемной силы.

В таблицах приведены результаты вычислений для различных чисел сжимаемости  $\Lambda$

Таблица 1. Основные параметры подшипника (1 сектор)

$\Lambda$	$W$	$\Psi$	$Q_1$	$\theta_r^1$	$W_1$	$h(\pi/2)$	$h(\theta_r^1)$	$p_{\min}$
1	0.51832	2.788	-1.12393	-38.448	-0.26274	1.68589	2.12915	0.79182
10	2.96567	11.866	-1.00940	-68.815	-1.28511	1.51410	7.61639	0.19880
100	8.57654	27.537	-1.00000	-62.455	-1.80377	1.50000	60.62996	0.02474

Таблица 2. Основные параметры подшипника (2 сектор)

$\Lambda$	$Q_2$	$\theta_r^2$	$W_2$	$h(\pi/2)$	$h(\theta_r^2)$	$p_{\max}$
1	-1.31849	204.125	0.26596	1.97773	1.64201	1.20445
10	-2.16943	188.082	1.78596	3.25415	1.50065	2.16850
100	-5.34229	179.716	6.88420	8.01343	1.50000	5.34229

В частности, с ростом  $\Lambda$  на первом секторе  $|Q| \rightarrow 1$ , а величина зазора стремится к  $h=1.5$  при  $\theta = \pi/2$  на первом секторе и в точке разрыва профиля на втором. Величина  $Q$  на втором секторе растёт по модулю с увеличением числа сжимаемости. При уменьшении  $\Lambda$  решение вариационной задачи стремится к найденному в работе [1], что подтверждает правильность полученных результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Болдырев Ю.Я. Вариационная задача для радиального секторного подшипника, работающего в режиме малых чисел "сжимаемости" // Прикладная математика. Труды ТПИ 1977. С. 30-35.