

УДК 533.6.011

Д.П. Луканин (5 курс, каф. ПМ), Б.С. Григорьев, д.ф.-м.н., проф.

СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБОВ АППРОКСИМАЦИИ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА НА ГРУБОЙ СЕТКЕ
ПРИ РЕШЕНИИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ
ВТОРОГО ПОРЯДКА ДВУХСЕТОЧНЫМ МЕТОДОМ

В работе рассматривается двумерное эллиптическое уравнение второго порядка с переменными коэффициентами вида:

$$Lu = - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(a(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(b(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] = f(x, y), \quad a(x, y) > 0, \quad b(x, y) > 0$$

в прямоугольной области с краевыми условиями Дирихле на границе. Исходное уравнение аппроксимируется на мелкой сетке методом баланса. Далее используется двухсеточный метод [1, 2]. В этом методе наряду с исходной расчетной сеткой применяется дополнительная “грубая” сетка с меньшим числом узлов. За счет перехода с мелкой сетки на грубую при решении разностных уравнений достигается выигрыш в вычислительной работе.

Цель исследования – сравнить количество итераций двухсеточного метода при различных способах аппроксимации дифференциального уравнения сеточным на грубой сетке.

Обозначим через L_h оператор разностной задачи на исходной сетке, а через L_H – оператор на грубой сетке. Рассматриваются два способа построения сеточного оператора L_H на грубой сетке: метод баланса и способ Галеркина. Во втором случае оператор L_H строится по формуле: $L_H = R \cdot L_h \cdot P$, где R – оператор сужения с мелкой сетки на грубую, а P – оператор продолжения с грубой сетки на мелкую.

Полученные результаты позволяют выявить, что способ Галеркина для рассмотренной задачи дает выигрыш в вычислительной работе в среднем в 3-5 раз при условии, что разброс коэффициентов дифференциального уравнения не слишком велик.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. –М.: Издательство Московского физико-технического института, 1994.
2. Hackbush V. Multigrid method and applications. – Berlin etc.: Springer-Verlag, 1985.