

УДК 639.3:517.962

К.В.Елисеев (асп., каф. МПУ), Н.Н. Шабров, д.т.н., проф.

К РЕШЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ-НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В настоящее время при проведении расчетов напряженного состояния конструкций наибольшую популярность завоевали программные комплексы, в основе которых лежит метод конечных элементов (МКЭ). Использование данного метода оказывается эффективным как с точки зрения точности получаемых результатов, так и с точки зрения необходимых вычислительных ресурсов.

МКЭ применяется для решения как линейных, так и нелинейных (физически и геометрически) задач. Последние возникают при расчетах конструкций с возможными большими перемещениями и поворотами.

В основе нелинейного МКЭ лежит принцип стационарности потенциальной энергии системы, который вместе с конечно-элементной дискретизацией приводит к системе нелинейных уравнений вида

$$Ku = F \quad (1)$$

где u - вектор узловых координат; K , F - матрица жесткости модели и вектор узловых сил, зависящие от деформированного состояния конструкции т.е. узловых координат. Для решения уравнения **Ошибка! Источник ссылки не найден.** обычно применяют метод пошаговой линеаризации, метод Ньютона-Рафсона и их модификации [1, 2].

Для анализа работы этих методов рассмотрена так называемая задача о ферме Мизеса [3]. Особенностью этой задачи является нелинейная зависимость перемещений от прикладываемой силы: в некотором диапазоне одному значению нагрузки соответствует три положения равновесия (два устойчивых и одно неустойчивое).

Построена аналитическая модель с одной степенью свободы. Зависимость силы P от перемещения u вершины фермы дает нелинейное уравнение $f(u, P) = 0$, решение которого для заданного P проводилось методами пошаговой линеаризации (ПЛ), Ньютона-Рафсона (НР) и пошаговой линеаризации с уточнением решения на шаге методом Ньютона-Рафсона (ПЛНР). Можно отметить, что первый и последний имеют явный физический смысл - постепенное нагружение конструкции.

Эксперименты показали, что метод ПЛ может применяться только для нахождения одного из устойчивых решений, ближайшего к недеформированному состоянию. При больших приложенных силах (где решение единственно) методы НР и ПЛНР позволяют получить решение. Можно отметить скачкообразный вид изменения перемещения u в ходе решения, связанный с переходом с одной ветви на другую. Эти же методы при подходящем выборе начального приближения позволяют получать одно из решений в области не единственности, в том числе и неустойчивое.

Эта же задача решалась с помощью МКЭ программным комплексом Ansys. Модель состояла из 10 элементов, которые работали только на растяжение-сжатие.

Расчеты проводилось методами НР и ПЛНР и в обоих случаях получены решения, соответствующие наименьшим из возможных перемещений. Для получения решений в области неединственности необходима серия расчетов с последовательным изменением нагрузки или расчет при подходящих начальных условиях.

Таким образом, на основе проведенных экспериментов и анализа методов решения нелинейных уравнений можно говорить о возможности решения геометрически нелинейных задач расчета напряженно-деформированного состояния конструкции методом конечных элементов. Однако следует понимать, что выбор параметров решения

остается за исследователем и в общем случае может приводить к неверным результатам и недопониманию реальной физической картины происходящего.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. М. Мир 1976
2. Ansys Theory reference. Release 5.6.
3. Пановко Г.И., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем М. Наука 1987