

УДК 519.95

Р.В. Токарев (6 курс, каф. САиУ), Ю.И. Лыпарь, д.т.н., проф.

## МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

Как известно, для составления оптимального портфеля ценных бумаг (ЦБ) требуется выбрать конкретные ЦБ, которые обеспечат наибольшую доходность и минимизируют риск потери денежных средств. Ниже рассматриваются методики выбора ЦБ и оценка оптимальности портфеля ЦБ, применительно к рынку облигаций, но полученные результаты могут быть распространены и на рынок акций и производных ЦБ.

1) Оценка значимости ЦБ. Для выбора ЦБ используется информационная модель Денисова-Волковой, позволяющая оценить значимость  $N_i$   $i$ -ой ЦБ:  $H_i = J_i / n_i$ , где  $n_i$  – емкость рынка  $i$ -ой ЦБ;  $J_i$  – информация о числе  $i$ -ой ЦБ на рынке, измеряемая в относительных единицах.

Информация  $J_i$  находится из формулы  $J_i = N_i / \Delta N_i$ , где  $N_i$  – число ЦБ  $i$ -го вида, обращающихся на рынках;  $\Delta N_i$  – число ЦБ  $i$ -го вида, купленных за один день на тех же рынках.

Вычисленная таким образом значимость  $N_i$   $i$ -ой ЦБ определена в условиях отсутствия других ЦБ. На реальном рынке торгуется некоторое число облигаций, различающихся сроками выпуска и обращения. Поэтому эти бумаги будут влиять на значимость друг друга. Учет этого влияния находится из выражений:

$$H_1 = J_1 / n_{11} + J_2 / n_{12} + J_3 / n_{13} + \dots$$

$$H_2 = J_1 / n_{21} + J_2 / n_{22} + J_3 / n_{23} + \dots,$$

$$H_3 = J_1 / n_{31} + J_2 / n_{32} + J_3 / n_{33} + \dots$$

где  $n_{ij}$  – емкость рынка  $i$ -ой ЦБ при наличии  $j$ -ой ЦБ.

Емкость  $n_{ij}$  можно определить двумя способами

$$n_{ij} = n_{jj} + \Delta n_{ij} \text{ и } n_{ij} = n_{ii} + \Delta n_{ij},$$

где  $\Delta n_{ij}$  – изменение емкости рынка  $i$ -ой ЦБ при наличии на рынке  $j$ -ой ЦБ.

Значение  $\Delta n_{ij}$  определяем по формуле Бравэ-Пирсона для корреляции между облигациями  $i$  и  $j$  за все предшествующие дате анализа дни

$$\Delta n_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (P_{i_k} - \bar{P}_{i_k}) \cdot (P_{j_k} - \bar{P}_{j_k})}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (P_{i_k} - \bar{P}_{i_k}) \cdot \sum_{k=1}^n (P_{j_k} - \bar{P}_{j_k})}}$$

2) Прогнозирование цены аукциона. Прогнозируемая средняя цена облигации при размещении на аукционе определяется из

$$P_{a.прог.} = \frac{P_a^+(T_a) + P_a^-(T_a)}{2},$$

где  $P_a^-(T_a)$  и  $P_a^+(T_a)$  – границы промежутка, в котором лежит значение прогнозируемой средней цены аукциона. Эти значения вычисляются по формулам

$$P_a^-(T_a) = P_{ср.рав.}(T_a - 7) - \Delta P_{ср.}(T_a - 8),$$

$$P_a^+(T_a) = P_{ср.рав.}(T_a + 7) + \Delta P_{ср.}(T_a + 8),$$

где  $P_{cp.pav.}(T_a - 7)$  и  $P_{cp.pav.}(T_a + 7)$  - значения среднеравномерных цен аукциона соседних по времени погашения облигаций;  $\Delta P_{cp.}(T_a - 8)$  и  $\Delta P_{cp.}(T_a + 8)$  - разница цен аукциона соседних по времени погашения облигаций, определяемые из

$$\Delta P_{cp.}(T_a - 8) = \frac{P(T_a - 22) - P(T_a - 8)}{2},$$

$$\Delta P_{cp.}(T_a + 8) = \frac{P(T_a + 8) - P(T_a + 22)}{2},$$

где  $P(T_a - 8)$  и  $P(T_a - 22)$  - цены двух соседних облигаций с меньшим временем до погашения;  $P(T_a + 8)$  и  $P(T_a + 22)$  - цены двух соседних облигаций с большим временем до погашения.

3) Доходность портфеля ЦБ к продаже. Для того, чтобы оценить доходность портфеля ЦБ с учетом объема свободных денежных средств и начального инвестиционного капитала, предложена следующая формула

$$D_{пор.прод.}(T) = \left[ \frac{\sum P_i(T) \cdot N_i + \frac{M}{1 + (Rf \cdot \Delta T_{cd.}) / (365 \cdot 100)}}{IC} - 1 \right] \cdot \frac{365 \cdot 100}{\Delta T_{прод.}},$$

где  $P_i(T)$  и  $N_i$  - средняя цена ЦБ и их число в портфеле;  $M$  – свободные денежные средства;  $Rf$  – ставка рефинансирования;  $IC$  – начальный инвестиционный капитал;  $\Delta T_{cd.} = T - T_{посл.сд.}$  - число дней после последней сделки;  $\Delta T_{прод.} = T - T_{нач.}$  - число дней после начала совершения операций.