XXIX Неделя науки СПбГТУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч.V: С.154-155, 2001.

УДК 621.3, 681.3

Е.Н. Потапов (4 курс, каф. АиВТ), Ю.И. Гагарин, д.т.н., проф.

ПРОГРАММНЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТРИЦ ДИСКРЕТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ С ЧЕТНО-ПРОДОЛЖЕННЫМИ БАЗИСНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) в поле комплексных чисел, имеющее нечётно-продолженные базисные функции, нашло широкое применение при решении задач фильтрации и спектрального анализа цифровых последовательностей, и цифровых сигналов в частности. Однако, свойство нечетной продолженности базисных функций комплексного ДПФ накладывает определенные ограничения на возможности его применения. Например, существует известное ограничение на спектральное разрешение методов спектрального анализа через быстрое преобразование Фурье, которое обусловлено использованием весовых функций во временной (в спектральной) области для устранения эффекта разрывов на концах выборки анализируемого сигнала.

В то же время со свойством нечетной продолженности базисных функций ДПФ связано другое свойство ДПФ, получившее название свойства периодической свертки, и широко применяемое в быстрых алгоритмах фильтрации и распознавания цифровых сигналов.

В работе представлены результаты исследований программными моделями матриц вновь полученных ДПФ с четным периодическим продолжением базисных функций, которые могут быть представлены, например, в следующем блочном виде:

$$\check{F}_N = J_N \begin{pmatrix} F_{N/2} & \overline{F}_{N/2} \\ \overline{R}_{N/2} & -R_{N/2} \end{pmatrix}; \; F_{N/2} = \left\| \alpha_N^{k\cdot m} \right\| k,m = \overline{0, N/2-1}; \;\; \overline{F}_{N/2} = F_{N/2} \cdot \overline{I}_{N/2};$$

$$R_{N/2} = \left\| \alpha^{k\cdot m} \right\| k,m = \overline{N/2, N-1}; \;\; \overline{R}_{\mathrm{N/2}} = R_{\mathrm{N/2}} \cdot \overline{I}_{N/2}$$

где J, I - матрицы перестановок соответственно строк и столбцов; $\alpha_N = e^{-i\cdot 2\pi/N}$ - первообразный корень степени N в поле комплексных чисел. Программными моделями были исследованы спектры тестовых цифровых одномерных и двумерных вещественных сигналов, и свойства S-матриц из выражения:

$$S_N = \check{F}_N^{-1} \cdot D_N \cdot \check{F}_N \text{, где } D_N = diag\left\{ d_j \right\}_{j=0}^{N-1}$$

Исследования показали, что S-матрицы могут значительно отличаться от циркулянтов, связанных с обычным комплексным ДПФ.

По аналогичной методике были исследованы гиперкомплексные ДПФ применительно к многомерным цифровым тестовым сигналам.

Приведем пример преобразования двумерного симметричного сигнала. Обычное преобразование Фурье симметричного сигнала дает:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1i & -1 & -1i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1i & -1 & 1i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2-1i & 3+6\cdot 1i & 4-3\cdot 1i & 7-6\cdot 1i \\ 5-4\cdot 1i & 1-1i & 1-1i & 8-9\cdot 1i \\ 5-4\cdot 1i & 1-1i & 1-1i & 8-9\cdot 1i \\ 2-1i & 3+6\cdot 1i & 4-3\cdot 1i & 7-6\cdot 1i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1i & -1 & -1i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1i & -1 & 1i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 62-38i & -36-24i & -14+2i & 44+20i \\ 12+10i & -2+18i & -10-8i & 4i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -10+12i & -18-2i & 8-10i & -4 \end{pmatrix},$$

А ДПФ с четными периодически продолженными базисными функциями:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1i & -1i & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1i & 1i & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2-1i & 3+6\cdot 1i & 4-3\cdot 1i & 7-6\cdot 1i \\ 5-4\cdot 1i & 1-1i & 1-1i & 8-9\cdot 1i \\ 5-4\cdot 1i & 1-1i & 1-1i & 8-9\cdot 1i \\ 2-1i & 3+6\cdot 1i & 4-3\cdot 1i & 7-6\cdot 1i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1i & -1i & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1i & 1i & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42-22i & -16-40i & 64+4i & -34+18i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10-30i & 8-8i & -8+4i & 14+10i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Проведенные исследования финансировались по НИР-гранту Минобразования РФ.