XXX Юбилейная Неделя науки СПбГТУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. VII: С.6-8, 2002.

УДК 519.876.5:533.951

С.А. Иванов (5 курс, каф. ИУС), С.П. Воскобойников, к.ф.-м.н., доц.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ПЛАЗМЕННОГО ОБЛАКА В ТОКАМАКЕ

Одной из перспективных идей ввода топлива в установку токамак для получения термоядерной энергии считается инжекция пеллеты (таблетки). Вещество пеллеты, испаряясь при высокой температуре, окружается облаком нейтрального газа, ионизация которого приводит к образованию плазменного облака внутри токамака. Дальнейшая его эволюция представляет значительный интерес для понимания физической картины происходящих процессов и принятия технических решений при конструировании новых установок. Впервые моделирование эволюции и стратификации плазменного облака окружающего пеллету было проведено в работе [1]. Дальнейшему совершенствованию методики численного моделирования посвящена эта работа.

В работе численно решается двумерная система уравнений для N - плотности ионизированного облака, проинтегрированной вдоль силовой линии магнитного поля, ω - завихрённости и для ψ - электрического потенциала.

В безразмерных переменных система уравнений численного моделирования эволюции плазменного облака в токамаке имеет следующий вид:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + J(\Psi, N) = Q, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + J(\Psi, \omega) + J(E, N) + \frac{\partial N}{\partial y} = 0, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(N\frac{\partial \psi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(N\frac{\partial \psi}{\partial y}\right) = \omega, \qquad (3),$$

где

$$E = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)^2\right],$$

$$J(\alpha, \beta) = \frac{\partial \alpha}{\partial x}\frac{\partial \beta}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial x}\frac{\partial \alpha}{\partial y},$$

$$Q = A\exp(-x^2 - y^2).$$

Начальные условия

$$N(0,x,y) = 1,\ \omega(0,x,y) = 0,\ \psi(0,x,y) = 0.$$

Граничные условия

$$N(x,y\to\infty) = 1,\ \omega(x,y\to\infty) = 0,\ \psi(x,y\to\infty) = 0.$$

Пеллета моделируется плазменным источником Q заданной интенсивности A.

Для записи системы были использованы следующие безразмерные переменные:

$$\mathrm{x, y} \to \mathrm{x}/\mathrm{l_i},\ \ \mathrm{y}/\mathrm{l_i},$$

$$\mathrm{t} \to \mathrm{tc_s}/(\mathrm{l_i R})^{1/2}, \qquad \mathrm{c_s} = \sqrt{(\mathrm{T_e} + \mathrm{T_i})/\mathrm{m_i}},$$

$$\mathrm{u} \to \mathrm{u}/[\mathrm{c_s}(\mathrm{l_i}/\mathrm{R})^{1/2}],$$

$$\Psi \to \Psi/[\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{c}}\mathrm{l_i c_s}(\mathrm{l_i}/\mathrm{R})^{1/2}],$$

$$Q \to \int_{-\infty}^{+\infty} P(l_i R)^{1/2} / c_s dz,$$

где l_i - радиус ионизации (ширина канала испарения), c_s - скорость звука в холодной плазме, R- большой радиус токамака, T_e и T_i – температуры электронов и ионов, соответственно.

Неоднородное магнитное поле имеет вид $B = B_0(1 - x/R)$.

P - заданный источник плазмы. При вычислениях источник берется в форме

$$P = \frac{\dot{N}}{\pi^{3/2} l_i^3} \exp(-r^2 / l_i^2).$$

Было установлено, что при выбранном виде источника Q выполняются соотношения:

$N(x,y) = N(x,-y)$,

$\omega(x,y) = -\omega(x,-y)$,

$\psi(x,y) = -\psi(x,-y)$.

Поэтому решение задачи (1)-(3) можно рассматривать в области $\Omega = \{-\infty \le x \le \infty,\ 0 \le y \le \infty\}$ с использованием вышеприведённых условий симметричности и антисимметричности.

Система (1)-(3) сводилась к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений для N, ω, и алгебраических уравнений для ψ после применения полудискретного метода Галёркина [2] с использованием в качестве базисных функций линейных функций Куранта. Бесконечная по пространству область аппроксимировалась прямоугольной областью конечного размера, так чтобы граничные условия выполнялись с приемлемой точностью. Полученная дифференциально-алгебраическая система решалась явными методами Рунге-Кутта–Фельберга с автоматическим выбором шага по времени [3]. При этом каждое вычисление правой части дифференциальной системы требовало решения алгебраической системы для определения ψ. Решение этой линейной относительно ψ системы алгебраических уравнений с симметричной положительно определённой матрицей коэффициентов осуществлялось методом сопряжённых градиентов с предобусловливанием. В качестве матрицы предобусловливания использовалось неполное разложение Холеского. Такой подход обеспечивал быстрое нахождение ψ при каждом вычислении правой части системы дифференциальных уравнений.

В результате численного моделирования выяснено, что после ионизации облако плазмы ускоряется в направлении большого радиуса токамака в системе координат, связанной с пеллетой. Форма плазменного облака усложняется и напоминает гриб с двумя облаками, соединенными узкой ножкой. Ножка неустойчива, так что облако разбивается на отдельные страты. Результаты моделирования объясняют экспериментально наблюдаемый факт, что испаренная плазма оказывается на более внешних магнитных поверхностях по сравнению с поверхностями, где пеллета испаряется. Результаты моделирования могут объяснить экспериментально полученные фотографии плазменного облака вблизи пеллета.

Построенная разностная схема для решения задачи (1)-(3) позволила получить численное решение. Однако при больших временах в решении образуются большие пространственные градиенты. Это приводит к тому, что в численном решении возникают нефизические осцилляции вблизи больших градиентов, которые устраняются при уменьшении шага по пространству. Использование явного метода давало преимущество в простоте реализации общей вычислительной схемы, но приводило к значительному ограничению на шаг интегрирования по времени. В дальнейшем представляет интерес сравнить вышеизложенную методику решения задачи (1)-(3) с методикой основанной на неявных схемах интегрирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rozhansky V.A.,Veselova I.Yu. Voskoboynikov S.P. Evolution and stratification of a plasma cloud surrounding a pellet // Plasma Phys. and Contr. Fus. 37, 1995, p. 399-414.
2. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука, 1983
3. Форсайт Дж.,Малькольм, Моулер К. Машинные методы математических вычислений.

М.: Наука, 1980.